Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice
Laboratorium 10
Dyskretna Transformacja Fouriera

26 maja 2020

Zadanie 1 FFT

1. Zaimplementuj funkcję realizującą DFT jako iloczyn macierzy Fouriera $\mathbf{F}_n$ i n-elementowego wektora wejściowego ($\mathbf{y} = \mathbf{F}_n\mathbf{x}$).

$$n = 2^r \tag{1}$$

$$[\mathbf{F}_n]_{jk} = \xi^{jk} \tag{2}$$

$$\xi = e^{-\frac{2\pi i}{n}} = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) = \bar{\omega} \tag{3}$$

2. Zaimplementuj również IDFT korzystając z tożsamosci:

$$\mathbf{F}_n^{-1}\mathbf{y} = \frac{\overline{\mathbf{F}}_n\mathbf{y}}{n} = \frac{\overline{\mathbf{F}_n\overline{\mathbf{y}}}}{n} \tag{4}$$

Sprawdź poprawność działania funkcji realizującej DFT stosując transformację odwrotną ($\mathbf{x} = \mathbf{F}_n^{-1}\mathbf{y}$) oraz porównując uzyskane wyniki z wyjściem funkcji bibliotecznej.

3. Zaimplementuj rekurencyjny algorytm Cooleya-Turkeya realizujący szybką transformację Fouriera (FFT). Porównaj szybkość jego działania z implementacją biblioteczną oraz implementacją z mnożeniem wektora przez macierz $\mathbf{F}_n$ dla danych o różnym rozmiarze.

Zadanie 2 DFT w 1D

- Wygeneruj dwa sygnały czasowo-amplitudowe:
  a) Sygnał będący sumą pięciu sygnałów sinusoidalnych o różnych częstotliwościach

b) Sygnał złożony z pięciu sygnałów o tych samych częstotliwościach co w punkcie a), ale ułożonych przedziałami, tzn. w każdym z pięciu przedziałów o tej samej szerokości występuje sygnał o jednej częstotliwości

- Dokonaj transformacji sygnałów a) i b) do domeny częstotliwościowej, porównaj otrzymane wyniki. Przedstaw na osobnych wykresach część rzeczywistą i część urojoną wyniku transformacji.