

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Laboratorium 11

Generatory Liczb Losowych

2 czerwca 2020

Przydatne funkcje

- generator typu Mersenne Twister: `random.random`
- generator typu PCG64: `numpy.random.default_rng.random`
- test normalności Shapiro-Wilka: `scipy.stats.shapiro`

Ogólne uwagi

Każdy kolejny krok rozwiązania powinien być opisany, a na końcu każdego zadania powinny zostać przedstawione wnioski. Jeśli przedstawione są wyniki powinny być zinterpretowane. Zadanie najlepiej przesłać jako Jupyter notebook zawierający kod oraz tekst sprawozdania.

Zadanie 1 Testowanie generatorów liczb losowych

Dla obydwu generatorów liczb losowych (Mersenne Twister oraz PCG64) oraz dla $n = 10, 1000, 5000$ wylosuj n liczb losowych pochodzących z rozkładu jednostajnego i wykonaj następujące kroki.

1. Zwizualizuj na wykresie rozkład liczb w 10 równych przedziałach.
2. Sprawdź dla ilu liczb spełniona jest nierówność $x_i < x_{i+1}$. Ile powinno ich być dla idealnego generatora?
3. Zaimplementuj jeden z testów zdefiniowanych w rozdziale drugim artykułu <https://csrc.nist.gov/publications/detail/sp/800-22/rev-1a/final> i wykorzystaj go do sprawdzenia wylosowanego ciągu liczb.

Czy widać różnice pomiędzy generatorami? Czy wraz z rosnącym n coś się zmienia?

Zadanie 2 Generowanie liczb z rozkładu normalnego

Zaimplementuj generator liczb losowych pochodzących z rozkładu normalnego za pomocą metody Boksa-Mullera i zaprezentuj wyniki dla $n = 10, 100, 5000$ wygenerowanych liczb. Funkcja powinna dodatkowo przyjmować wartość oczekiwaną oraz odchylenie standardowe jako parametry.

1. Zwizualizuj na wykresie rozkład liczb w 10 równych przedziałach. Na tym samym wykresie umieść funkcję gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego o takich samych parametrach.
2. Wykonaj test statystyczny Shapiro-Wilka, przedstaw uzyskaną p-wartość, informację czy hipoteza zerowa została przyjęta/odrzucona dla $\alpha = 0,05$ i czy w związku z tym są podstawy do stwierdzenia że liczby pochodzą z rozkładu normalnego.

Zadanie 3 Metoda Monte Carlo

Napisz funkcję która zwróci przybliżoną wartość liczby π wykorzystującą metodę Monte Carlo do obliczenia pola powierzchni koła jednostkowego. Funkcja powinna przyjmować liczbę wylosowanych punktów jako parametr. Zwizualizuj koło, zaznaczając na jednym kolorem punkty które trafiły do jego wnętrza, a drugim te które trafiły na zewnątrz. Na wykresie zwizualizuj błąd bezwzględny wraz z rosnącą liczbą punktów