Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice
Laboratorium 12
Równania różniczkowe i zagadnienie początkowe

8 czerwca 2020

Ogólne uwagi

Każdy kolejny krok rozwiązania powinien być opisany, a na końcu każdego zadania powinny zostać przedstawione wnioski. Jeśli przedstawione są wyniki powinny być zinterpretowane. Zadanie najlepiej przesłać jako Jupyter notebook zawierający kod oraz tekst sprawozdania.

Zadanie 1 Metoda Rungego-Kutty

Zaimplementuj metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu (rozdział 10.2, Kincaid i Cheney), a następnie:

1. Opisz zalety metody Rungego-Kutty w porównaniu do metody z szeregami Taylora.
2. Rozwiąż zagadnienie początkowe dane równaniem $x' = x/t + t\sec(x/t)$ z warunkiem początkowym $x(0) = 0$. Przedłuż rozwiązanie do $t = 1$ z krokiem $h = 2^{-7}$. Porównaj wynik z dokładnym rozwiązaniem: $x(t) = t * \arcsin(t)$.
3. Używając tej samej metody rozwiąż zagadnienie początkowe dane równaniem $x' = 100(\sin(t) - x)$ z warunkiem początkowym $x(0) = 0$ na przedziale $[0, 3]$ używając kroków o rozmiarach $h = 0.015, 0.02, 0.025, 0.03$. Opisz z czego wynikają różnice w rozwiązaniach.

Zadanie 2 Adaptacyjna metoda Rungego-Kutty-Fehlberga

Zaimplementuj adaptacyjną metodę Rungego-Kutty-Fehlberga (rozdział 10.3, Kincaid i Cheney) i użyj jej do rozwiązania zagadnienia początkowego: $x' = 3x/t + 9/2t - 13$ z warunkiem brzegowym $x(3) = 6$ w punkcie $x(1/2)$ z dokładnością do 9 miejsc po przecinku. Porównaj wynik z rozwiązaniem analitycznym $x = t^3 - 9/2t^2 + 13/2t$. W jaki sposób metoda adaptacyjna pozwala nam zwiększyć dokładność rozwiązania? Jakie są tego wady?