

## Zadanie 1.

Paweł Balawender

29 września 2018

### Problem

Rozstrzygnąć, czy istnieje taka dodatnia liczba całkowita  $k$ , że w zapisie dziesiętnym liczby  $2^k$  każda z cyfr  $0, 1, \dots, 9$  występuje taką samą liczbę razy.

### Rozwiązanie

Nie.

### Dowód

Zauważmy, że jeśli każda z cyfr danej liczby  $x$  występuje w niej taką samą liczbę razy, to sumę  $s \in \mathbb{N}$  tych cyfr zapisać możemy w postaci:

$$s = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)n = 45n = 3 \cdot 15n \quad (1)$$

gdzie  $n \in \mathbb{N}$  jest liczbą dziewięciokrotnie mniejszą niż długość liczby  $x$  w zapisie dziesiętnym. Następnie:

$$s = 3 \cdot 15n \iff 3|s \quad (2)$$

Na podstawie cechy podzielności przez 3 stwierdzamy, że:

$$3|s \iff 3|x \iff 3|2^k \quad (3)$$

co jest oczywistą sprzecznością, gdyż w wyniku rozkładu liczby  $2^k$  na czynniki pierwsze otrzymamy iloczyn  $k$  dwójek, nie będzie to więc liczba podzielna przez 3.