

Układy analogowe LTI można analizować i projektować przy użyciu ich transmitancji  $H(s)$  i związanej z nią charakterystyki częstotliwościowej  $H(j\omega)$  ( $s$  to zespolona zmienna transformacji Laplace'a, która dla  $s=j\omega$  przechodzi w transformację Fouriera):

$$H(s) = H(j\omega), s = j\omega$$

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{\sum_{m=0}^M b_m (j\omega)^m}{\sum_{n=0}^N a_n (j\omega)^n} = \frac{b_M \prod_{m=1}^M (j\omega - z_m)}{a_N \prod_{n=1}^N (j\omega - p_n)} \quad (1)$$

$Y(j\omega)$  i  $X(j\omega)$  są wielomianami zmiennej  $j\omega$ , związanymi z wyjściem i wejściem układu. Odpowiedni dobór współczynników  $b_m$  i  $a_n$  obu wielomianów zapewnia wymaganą charakterystykę częstotliwościową projektowanego układu. Wielomiany w liczniku i mianowniku można również zapisać za pomocą ich miejsc zerowych  $z_m$  i  $p_n$ .

Miejsca zerowe  $z_m$  licznika transmitancji (zespolone, parami sprzężone) powodują wyzerowanie odpowiedzi częstotliwościowej dla wybranych częstotliwości ( $j\omega = z_m$ ), czyli usunięcie tych częstotliwości przez układ (brak ich na wyjściu). Natomiast w pobliżu tych pulsacji sygnał wejściowy jest na wyjściu mocno tłumiony. Miejsca te nazywamy „zerami transmitancji”.

Miejsca zerowe  $p_n$  mianownika transmitancji (również zespolone, parami sprzężone) powodują silne wzmocnienie wybranych częstotliwości na wyjściu układu ( $j\omega = p_n$ ) nie zeruje się, tylko przyjmuje małą wartość; z tego powodu dla danej częstotliwości dzielimy przez „mało” i mamy duże wzmocnienie). Miejsca te nazywamy „biegunami transmitancji”.

## 1. Projektowanie metodą zer i biegunów (1 pkt)

Wykorzystując (1) możemy zaprojektować charakterystykę filtra pasywnego (układu LTI) rozmieszczając odpowiednio zera i bieguny transmitancji na płaszczyźnie zespolonej. Przykładowo, dla filtra pasmowo-przepustowego, przenoszącego sygnał w okolicach pulsacji równej 10 rad/s możemy zaprojektować „ręcznie” jego transmitancję tak, aby zera i bieguny przyjęły następujące wartości:

$$p_{1,2} = -0.5 \pm j9.5; p_{3,4} = -1 \pm j10; p_{5,6} = -0.5 \pm j10.5$$

$$z_{1,2} = \pm j5; z_{3,4} = \pm j15$$

Zapisz transmitancję (1) wykorzystując powyższe parametry.

Przedstaw zera i bieguny na płaszczyźnie zespolonej (zera zaznacz znakiem „o”, bieguny znakiem „\*”).

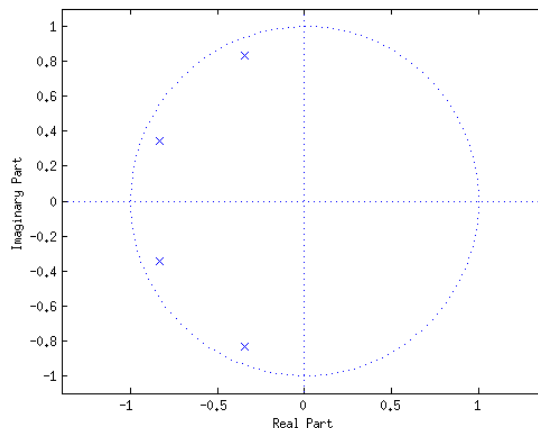
Narysuj charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową układu opisanego powyższymi parametrami w skali liniowej:  $|H(j\omega)|$  oraz decybelowej:  $20\log_{10}|H(j\omega)|$ . Użyj funkcji `poly()` i `polyval()`.

Czy filtr ten jest pasmowo-przepustowy? Jakie jest maksymalne i minimalne tłumienie w paśmie zaporowym? Czy wzmocnienie układu w paśmie przepustowym jest równe 1? Jeśli nie, to zmodyfikuj odpowiednio transmitancję układu.

Narysuj charakterystykę fazowo-częstotliwościową. Czy jest ona zgodna z naszymi oczekiwaniami? Czyli liniowa w paśmie przepustowym, co gwarantuje, że układ nie zmienia na wyjściu kształtu sygnału zawartego w paśmie przepustowym.

## 2. Filtr Butterworth LP (1 pkt)

Poniżej przedstawiono metodę projektowania filtrów Butterwortha LP (dolnoprzepustowych). Filtr LP Butterwortha składa się wyłącznie z biegunów rozmieszczonych na lewej półpłaszczyźnie zespolonej na okręgu o promieniu równym pulsacji granicznej  $\omega_{3dB}$ . Jest to pulsacja, dla której zmienia się charakter filtru z przepustowego na zaporowy. Przykład rozmieszczenia biegunów transmitancji dla filtru rzędu 4 przedstawiono na poniższym rysunku.



Położenie biegunów można opisać w następujący sposób:

$$p_k = \omega_{3dB} \exp\left[j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \frac{\pi}{N} + (k-1)\frac{\pi}{N}\right)\right], \quad k = 1, 2, 3, \dots, N$$

gdzie  $N$  oznacza rząd filtru (liczbę biegunów).

Zaprojektuj filtry Butterwortha LP dla  $N=2, 4, 6, 8$  i  $\omega_{3dB} = 2\pi 100$  [rd/s].

Narysuj na jednym rysunku ich charakterystyki amplitudowe ( $20\log_{10}(|H(j\omega)|)$  w funkcji  $f$ ), skalując oś  $f$  liniowo (`plot()`) i logarytmicznie (`semilogx()`). Narysuj charakterystyki fazowe (kąt  $H(j\omega)$  w funkcji  $f$ ), skalując oś  $f$  liniowo.

Wyznacz i narysuj odpowiedź impulsową filtru  $N=4$  oraz jego odpowiedź na skok jednostkowy. Do tego celu użyj odpowiednio funkcji: `impz(H)` i `stepz(H)`, gdzie  $H$  to transmitancja dla układu ciągłego. Transmitancję można uzyskać ze zbiorów współczynników  $\mathbf{B}=\{b_m\}$  i  $\mathbf{A}=\{a_n\}$  przy pomocy funkcji `tf(B,A)`<sup>1</sup>.

## 3. Filtr antyaliasingowy (1 pkt)

Przed przetwornikiem A/C należy umieścić filtr dolnoprzepustowy w celu jak najlepszego zabezpieczenia się przed zjawiskiem „aliasingu” częstotliwościowego (po zbyt „wolnym” próbkowaniu „szybkie” sygnały wyglądają jak „wolne”). Filtr ten powinien maksymalnie tłumić częstotliwości  $f > f_s/2$  (połowa częstotliwości próbkowania) i mieć wzmacnienie=1 dla  $f < f_s/2$  (tzn. najwierniej przenosić sygnały w tym paśmie). Zaprojektuj taki filtr dla następujących warunków:

- częstotliwość próbkowania przetwornika A/C wynosi  $f_s=256$  kHz,
- typ filtru: Butterworth, Czebyszew 1, Czebyszew 2, eliptyczny (użyj funkcji Matlaba,
- pamiętaj że ma być to filtr analogowy a nie cyfrowy),
- filtr powinien być możliwie najmniejszego rzędu,
- zmiany tłumienia (zafalowania) w paśmie  $f < f_{3dB} = 64$  kHz nie większe niż 3 dB,
- tłumienie dla częstotliwości  $f_s/2=128$  kHz ma wynosić co najmniej  $A_n=40$  dB.

Narysuj rozkład biegunów oraz charakterystykę częstotliwościową zaprojektowanych transmitancji  $H(s)$ . Osie wyskaluj w [Hz]. Zastosowanie, którego z filtrów jest najkorzystniejsze?

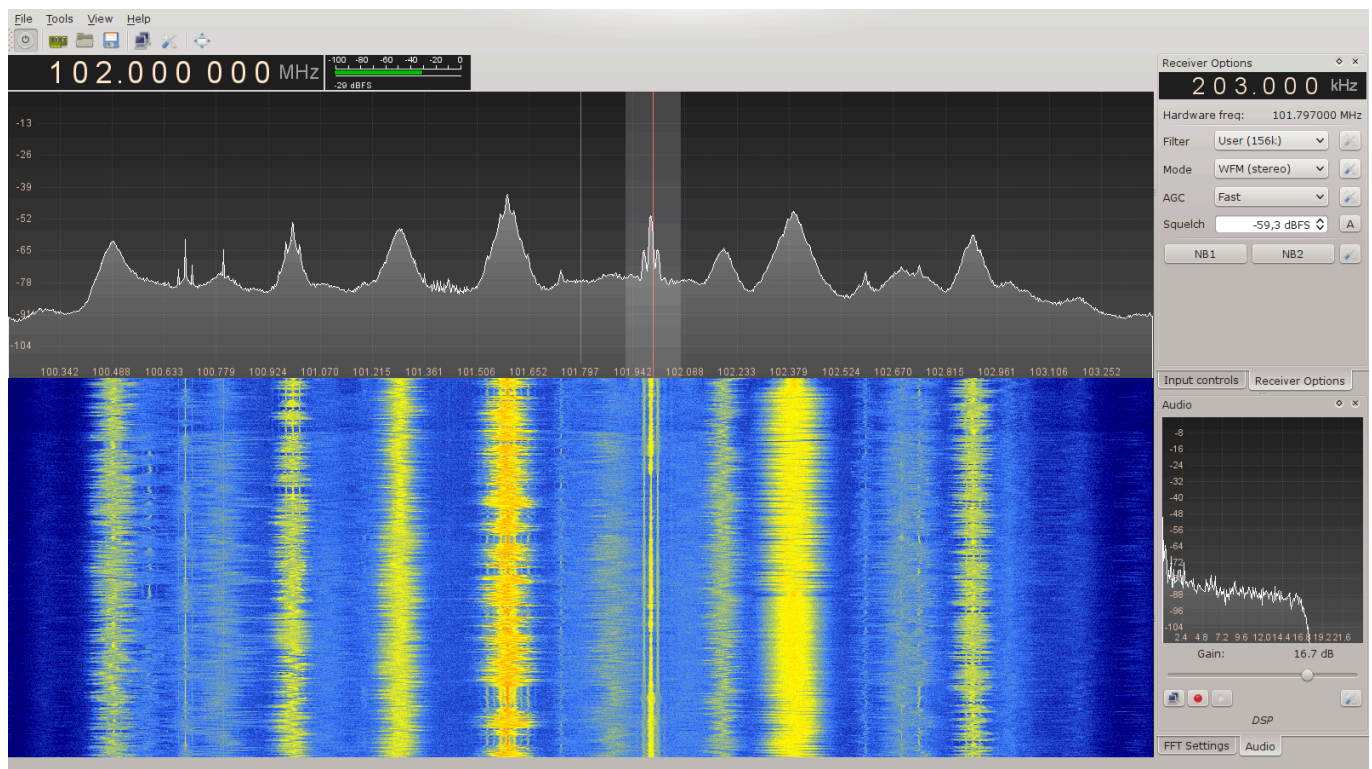
<sup>1</sup> W nowszych wersjach Matlaba, funkcja `tf(...)` zwraca obiekt `sys` zawierający współczynniki  $b$  i  $a$ . Jeżeli używasz instrukcji `printsys(b,a,'s')` to zwróć uwagę na trzeci argument, który wskazuje że analiza dotyczy filtrów analogowych. Argument domyślny (brak argumentu) to obliczenia dla filtrów cyfrowych.

#### 4. Transformacja filtrów LP na filtry innego typu (1 pkt)

Skopiuj kod 7.4 (`Listing_7_4.m`) na początek programu 7.1 (`Listing_7_1.m`). Użyj po kolei każdy filtr prototypowy (Butterwortha, Czebyszewa-I oraz II, eliptyczny) oraz wybierz inny rodzaj filtra docelowego (LP, HP, BP, BS). Zapoznaj się z kształtem ch-ki amplitudowo-częstotliwościowej filtra, pokazanej na rysunku `semilogx()`, przed i po transformacji częstotliwości. Zwróć uwagę, że wszystkie filtry prototypowe są dolno-przepustowe oraz unormowane ( $w_0=1$ ). Mają one pasma przejściowe *pass-2-stop* oraz oscylacje w pasmach przepustowych i zaporowych TYPOWE dla typu użytego filtra prototypowego (B, C1, C2, E). Kiedy wartość N rośnie, charakterystyka amplitudowa filtra staje się bardziej stroma.

#### 5. Filtr separujący (1+0.25 pkt)

Widmo kilku analogowych stacji radiowych FM przedstawiono na poniższym rysunku. Jak widać sygnał pojedynczej stacji zajmuje w przybliżeniu pasmo 100 kHz. Sygnał ten moduluje w częstotliwości nośną stacji, np. w Krakowie 96 MHz dla RMF FM: mamy wówczas  $96 \text{ MHz} \pm 100 \text{ kHz}$ .



Widmo sygnału radiowego zawierającego kilka analogowych stacji FM

Wykorzystując funkcje Matlaba (nie używaj narzędzi `fdtool/fddesign` inaczej niż jako punktów odniesienia), zaprojektuj pasmowo-przepustowy filtr analogowy do separacji stacji radiowych.

Najpierw zaprojektuj testowy filtr  $96 \text{ MHz} \pm 1 \text{ MHz}$  następnie docelowy  $96 \text{ MHz} \pm 100 \text{ kHz}$ . W obu przypadkach zafalowania w paśmie przepustowym nie mogą być większe niż 3 dB a tłumienie w paśmie zaporowym co najmniej równe 40 dB.

Wyświetl charakterystykę częstotliwościową zaprojektowanego filtra. Oś częstotliwości wyskaluj w Hz. Zaznacz punkty charakterystyczne na wykresie (granice pasma zaporowego i przepustowego).

Jeżeli charakterystyka filtra będzie niezadowalająca, spróbuj obniżyć wymagania co do tłumienia w paśmie zaporowym oraz zwiększyć rząd filtra.

(**opcjonalnie**, +0.25 pkt) Zamiast używać gotowych funkcji Matlaba, zaprojektuj prototyp LP „na piechotę”, a następnie wykonaj transformację LP do BP.

#### 6. Implementacja sprzętowa filtra analogowego (+0.5 pkt)

Zaprojektuj sprzętową implementację wybranego filtra z ćwiczenia 3. Wykorzystaj wzmacniacze operacyjne, rezystory, kondensatory. Podaj strukturę układu oraz wartości rezystancji i pojemności wszystkich elementów pasywnych. Patrz rozdz. 6 w podręczniku [TZ].

## 7. Weryfikacja filtru analogowego (+0.25 pkt)

Dla filtru zaprojektowanego w ćwiczeniu 6 dopasuj wartości elementów pasywnych z typoszeregu dostępnego w handlu (np. E24), wyznacz charakterystyki częstotliwościowe przed i po modyfikacji. Wyświetl je na jednym wykresie. Czy zmiana charakterystyk mieści się w granicy 3 dB?

## 8. Symulacja obwodu (+1 pkt)

Przenieś projekt sprzętowej implementacji filtru do symulatora obwodów analogowych np. LTSpice (<http://www.linear.com/designtools/software/> - licencja freeware) w oparciu o [instrukcję użytkownika](#), lub inne opracowania znalezione w sieci. Wykonaj symulację i wyznacz wykresy częstotliwościowe. Porównaj uzyskane wyniki z teoretycznymi obliczeniami.

Jako sygnału wejściowego użyj napięcia ze źródła AC (**Edit/Components/voltage**) o amplitudzie 10V, składowej stałej (*DC offset*) 2V i częstotliwości 10 kHz. Przy implementowaniu filtru użyj elementu uniwersalnego wzmacniacza operacyjnego (**Edit/Components/** i z katalogu **Opamps** wybrać **UniversalOamp2**) i zasil go (wejścia „+” i „-”) ze źródeł napięcia DC 15V, tak jak na schemacie obok.

Wykonaj symulację i wyznacz wykresy charakterystyk częstotliwościowych za pomocą [analizy AC](#) (**Simulation/Edit Simulation Command/AC Analysis**).

