06 Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów

Filtry cyfrowe I - IIR

prof. dr hab. inż. Tomasz Zieliński, dr inż. Jarosław Bułat

2025.04.08

1. Filtr cyfrowy IIR (2+0.25 pkt)

W pliku `butter.mat` znajdują się z-zera, p-bieguny i k-współczynnik wzmocnienia analogowego filtru Butterwortha typu BP o częstotliwościach granicznych odpowiednio dolna 1189 i górna 1229 Hz.

Używając transformaty biliniowej wykonaj konwersję analogowego filtru $H(s)$ do postaci cyfrowej $H(z)$. Załóż, że częstotliwość próbkowania to f_s=16 kHz.

Na pierwszym rysunku narysuj, charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową filtru analogowego i cyfrowego. Zaznacz częstotliwości graniczne (liniami prostymi na wykresie). Porównaj charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową filtru cyfrowego z jego analogowym prototypem. Dlaczego częstotliwości graniczne nie są w tych samych miejscach?

Wygeneruj sygnał cyfrowy o czasie trwania 1 s, częstotliwości próbkowania f_s=16 kHz, złożony z sumy dwóch harmonicznych o częstotliwościach odpowiednio: 1209 i 1272 Hz.

Wykonaj cyfrową filtrację sygnału za pomocą wyżej opisanego filtru. Filtr zaimplementuj (wykonaj) sam, bez użycia funkcji `filter(...)` lub podobnej. Porównaj oba sygnały w dziedzinie czasu i częstotliwości. Następnie użyj do filtracji funkcji `filter(...)` i porównaj czy otrzymany sygnał jest taki sam jak z własnej implementacji algorytmu filtracji.

> **Zadanie opcjonalne** (+0.25 pkt): wykonaj korektę prototypu, tak aby częstotliwości graniczne wystąpiły w oczekiwanych miejscach. Wykorzystaj w tym celu technikę nazywaną: pre-warping (wzór (11.23) w [TZ]), tzn. zaprojektuj filtr analogowy na inną pulsację „analogową", związaną z wymaganą pulsacją „cyfrową" wzorem:
>
> $$\omega = \frac{2}{T} tg\left(\frac{\Omega}{2}\right), \text{ gdzie } \omega = 2\pi f_a, \Omega = 2\pi \frac{f_c}{f_s}, T = \frac{1}{f_s}$$
>
> Na jednym rysunku wyświetl charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe H:
>
> - prototypu analogowego przed korekcją $H(s)$,
> - filtru cyfrowego $H(z)$ powstałego metodą konwersji z $H(s)$,
> - prototypu analogowego z korekcją pre-warping $H_w(s)$,
> - filtru cyfrowego $H_w(z)$ powstałego metodą konwersji z $H_w(s)$.

2 Dekodowanie DTMF (1+0.75 pkt)

DTMF (*ang*. Dual Tone Multi Frequency) to nazwa systemów do sygnalizacji tonowej używanych w telefonach analogowych. Jest to archaiczny system, ale wciąż stosowany np. do wybierania opcji w automatycznym call-center.

Każdemu przyciskowi klawiatury odpowiada sygnał dźwiękowy składających się z sumy dwóch ,,tonów'' (harmonicznych). Mapowanie znaku do częstotliwości składowych przedstawiono w poniższej tabeli.

	1209 Hz	**1336 Hz**	**1477 Hz**
697 Hz	1	2	3
770 Hz	4	5	6
852 Hz	7	8	9
941 Hz	*	0	#

I tak, przyciskając cyfrę ,,4'' usłyszymy dźwięk złożony z tonów (częstotliwości) 1209 Hz i 770 Hz.

Celem ćwiczenia jest zdekodowanie ,,wystukanej'' na klawiaturze sekwencji znaków na podstawie zaszumionego sygnału audio. Sekwencje `s0.wav`...`s9.wav` z pliku lab06.zip to zapisy audio 5-cio cyfrowych kodów PIN. Wybierz plik odpowiadający przedostatniej cyfrze Twojego numeru legitymacji studenckiej i rozkoduj go. Sygnał `s.wav` to sygnał wzorcowy składający się z sekwencji [1,2,3,4,5,6,7,8,9,*,0,#].

Rozkoduj sekwencje ,,ręcznie'' patrząc na wykres czasowo-częstotliwościowy tego sygnału (funkcja `spectrogram( sX, 4096, 4096-512, [0:5:2000], fs )`.

Przefiltruj sygnał `sX` cyfrowym filtrem BP z ćwiczenia 1. Porównaj spektrogramy przed i po filtracji. Narysuj na jednym rysunku oba sygnały w dziedzinie czasu. Skompensuj opóźnienie sygnału wprowadzone przez filtrację.

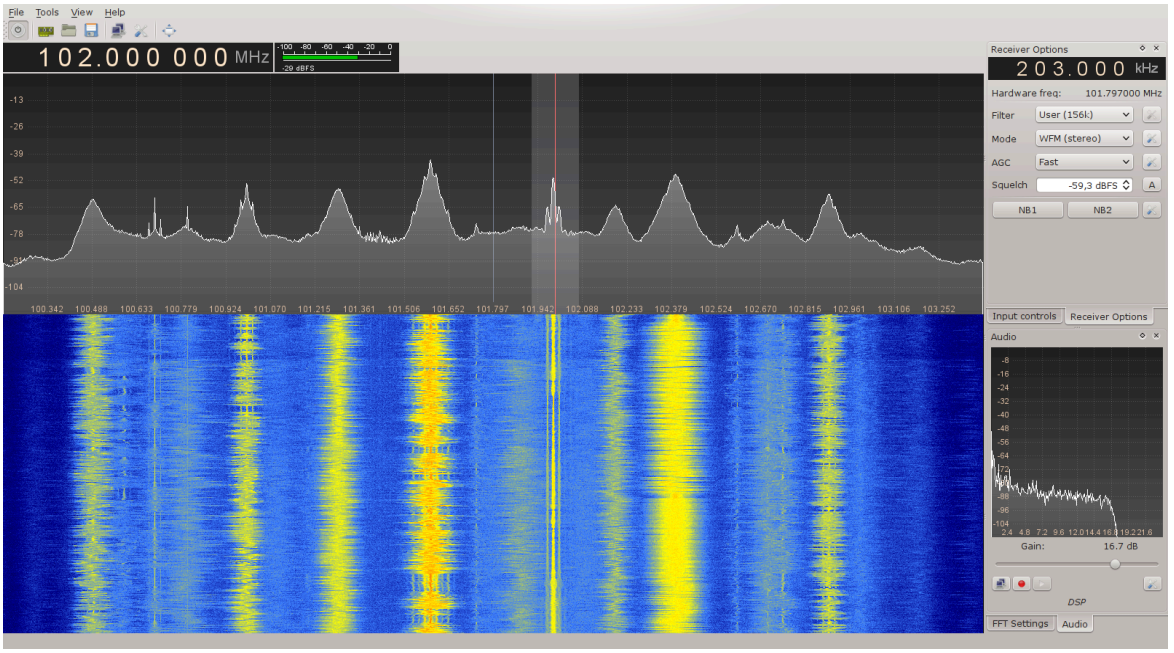
Opcjonalne (+0.25 pkt): Zaprojektuj transformatę DtFT z algorytmem Goertzla nastrojoną na częstotliwości z powyższej tabeli (patrz [TZ]). Czy analiza wykonana w ten sposób jest łatwiejsza? Jeżeli tak to pod jakim względem.

Opcjonalne (+0.25 pkt): Zaprojektuj pasmowo-przepustowe filtry IIR nastrojone na częstotliwości harmoniczne z powyższej tabeli (użyj filtru IIR z jednym biegunem). Porównaj energie sygnałów na wyjściu wszystkich filtrów. Energia dwóch z nich powinna być zdecydowanie wyższa. Ta para odpowiada poszukiwanej cyfrze.

Opcjonalnie (+0.25 pkt), zaprojektuj algorytm decyzyjny, który w sposób automatyczny będzie rozpoznawał wprowadzany kod. Przetestuj go na wszystkich sekwencjach.

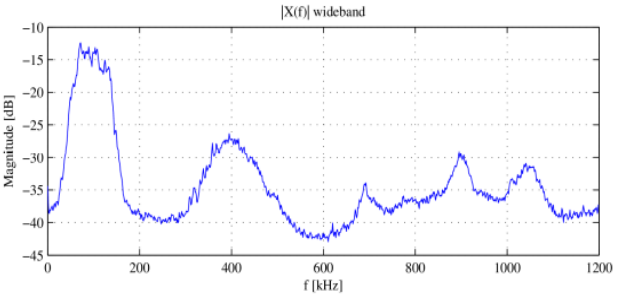
3. Radio FM – dekodowanie (1+0.25 pkt)

Załóżmy, że pojedyncza stacja analogowego radia FM znajduje się w paśmie 101 MHz ±100 kHz (f_n=101 MHz to nośna sygnału). Aby efektywnie przetwarzać taki sygnał należy go przenieść do niższej częstotliwości. Dlatego część analogowa tunera cyfrowego wykonuje konwersję pasma, np. [100 MHz … 103.2 MHz] do pasma [0 MHz … 3.2 MHz] (mnożąc sygnał $x(t)$ oddzielnie przez $cos(2f_o\pi t)$ oraz $-sin(2f_o\pi t)$, f_o=100 MHz otrzymujemy analogowe sygnały $y_c(t)$ i $y_s(t)$). Potem sygnały te są filtrowane analogowym filtrem dolnoprzepustowym o częstotliwości granicznej 3.2 MHz i próbkowane przetwornikiem A/C z f_s=3.2 MHz. Otrzymywane są w ten sposób dwie sekwencje próbek: $I(n)$ z $y_c(t)$ oraz $Q(n)$ z $y_s(t)$, które są dalej przetwarzane przez część cyfrową odbiornika radia FM. W paśmie [0 MHz … 3.2 MHz] jest zawartych kilka stacji radiowych co widać na poniższym widmie sygnału.

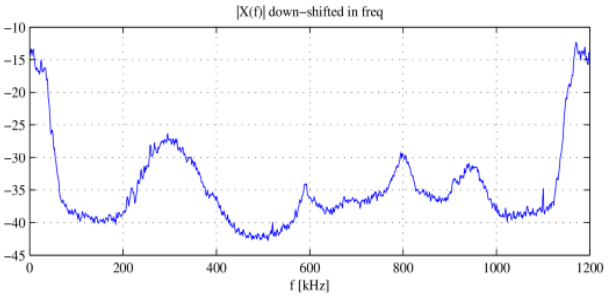


Dekodowanie sygnału FM polega na:

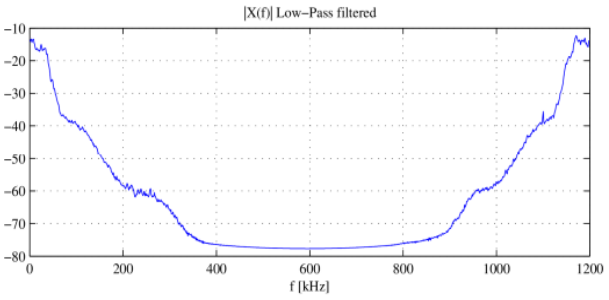
odfiltrowaniu pojedynczej stacji
rysunek przedstawia widmo sygnału sprowadzonego do pasma podstawowego przez tuner



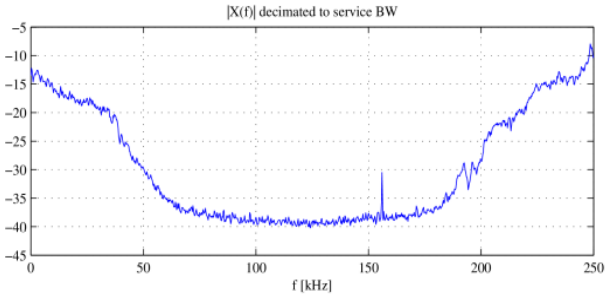
przesunięcie (ponowne!) widma sygnału `wideband_signal` z częstotliwości 0.1 MHz (odpowiednik 100.37 MHz) do 0 Hz



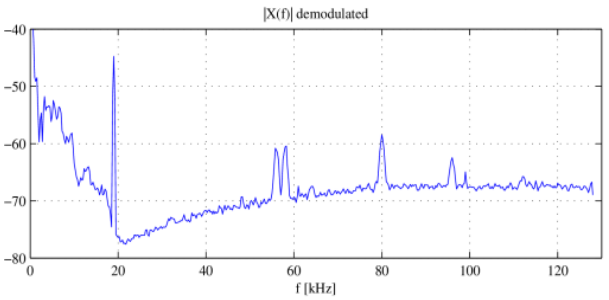
zastosowaniu **filtru LP** o szerokości pasma np. 80 kHz na sygnale `wideband_signal_filtered` co powoduje usunięcie pozostałych stacji radiowych z sygnału



zmiany częstotliwości próbkowania z 3.2 MHz na 160 kHz (pozostawienia co 20-tej próbki) – otrzymujemy w ten sposób sygnał `x`,

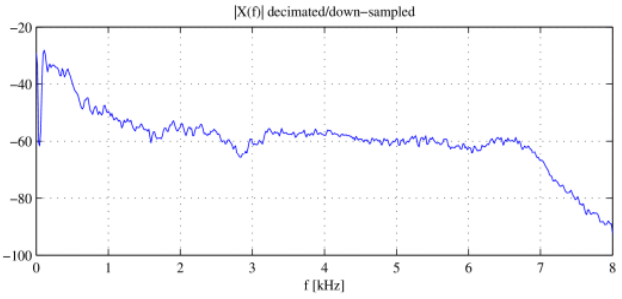


demodulacji FM sygnału `x` do sygnału `y`, w ten sposób uzyskujemy sygnał „hybrydowy”, doskonale na nim widać część mono, pilot 19 kHz, sygnał stereo i RDS

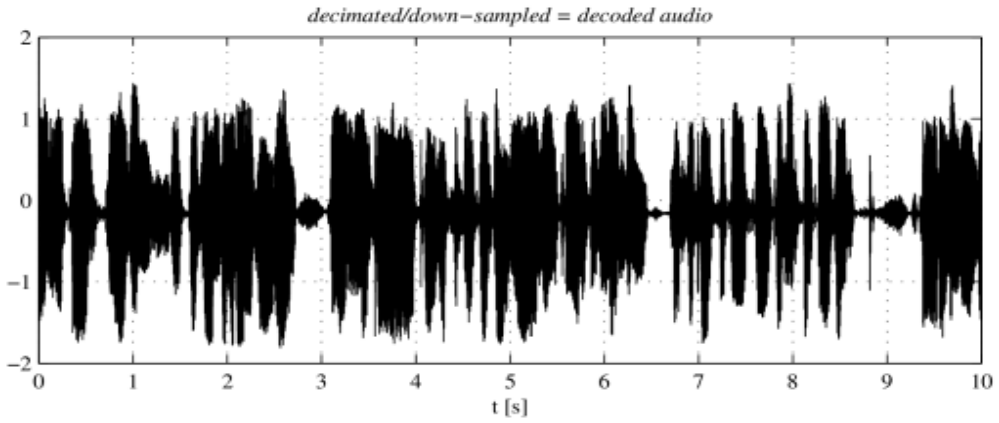


pozostawienie tylko sygnału mono znajdującego się w paśmie 0-16 kHz:

a) filtracja LP (filtr o częstotliwości granicznej 16 kHz),
b) zmiany częstotliwości próbkowania z 160 kHz do 32 kHz (pozostawienie co 5-tej próbki) – otrzymujemy sygnał `ym`,
c) de-emfazy (słabego stłumienia wyższych częstotliwości).



W wyniku tych operacji uzyskujemy monofoniczny sygnał audio:



Poniżej przedstawiono kod programu cyfrowej części odbiornika radia FM. Pełny program znajduje się w pliku `decoder_fm.m`. Program działa „zgrubnie" (specjalnie!), należy go poprawić :). Zadania:

1) narysuj charakterystyki czasowo-częstotliwościowe i widma gęstości mocy oryginalnego sygnału oraz sygnału w kolejnych punktach programu; do wyznaczania widma gęstości mocy użyj funkcji: `psd(spectrum.welch('Hamming',1024), wideband_signal(1:M),'Fs',fs);`

2) odszukaj częstotliwości, w których znajdują się stacje radiowe (,,górki'' na widmie gęstości mocy sygnału `wideband_signal`), spróbuj dekodować inne stacje,

3) podmień w (1) istniejący filtr na cyfrowy IIR typu Butterworth LP rzędu 4 o częstotliwości granicznej 80 kHz,

4) dodaj w (2) filtr antyaliasingowy: LP o częstotliwości granicznej 16 kHz, sprawdź na poprawnie działającym dekoderze, jaki ma wpływ pominięcie filtru antyaliasingowego,

opcjonalnie (+0.25 pkt): zaprojektuj filtr de-emfazy (pkt 5) o płaskiej charakterystyce do 2.1 kHz i opadaniu 20 db/dekadę powyżej tej częstotliwości (cyfrowy Butterworth LP),

- narysuj charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową zaprojektowanego filtru i docelowego filtru,
- zaprojektuj filtr pre-emfazy (odwrotny do de-emfazy, ten który jest w nadajniku), porównaj charakterystyki obu filtrów, wykonaj filtrację filtrem pre-emfazy, następnie de-emfazy i sprawdź jak te operacje wpłynęły na sygnał.

```
% IQ --> complex
wideband_signal = s(1:2:end) + sqrt(-1)*s(2:2:end);

% Extract carrier of selected service, then shift in frequency the selected service to
the baseband
wideband_signal_shifted = wideband_signal .* exp(-sqrt(-1)*2*pi*fc/fs*[0:N-1]');

% Filter out the service from the wide-band signal (1)
b=???; a=???;
wideband_signal_filtered = filter( b, a, wideband_signal_shifted );

% Down-sample to service bandwidth - bwSERV = new sampling rate
x = wideband_signal_filtered( 1 : fs/bwSERV : end );

% FM demodulation
dx = x(2:end).*conj(x(1:end-1));
y = atan2( imag(dx), real(dx) );

% Decimate to audio signal bandwidth bwAUDIO (2)
y = ….                          % antyaliasing filter
ym  =  y(bwSERV/bwAUDIO );     % decimate (1/5)

% De-emfaza, flat characteristics to 2.1 kHz, then falling 20 dB/decade
% (…)

% Listen to the final result
ym = ym-mean(ym); ym = ym/(1.001*max(abs(ym)));
soundsc( ym, bwAUDIO);
```

4. Filtrowanie dźwięków rzeczywistych). (+1 pkt)

Znajdź w Internecie różne nagrania dźwiękowe, np.pobierz kilka nagrań ze strony *FindSounds*. Zabaw się w inżyniera dźwięku: dodaj do siebie różne nagrania, np. mowa + wysokoczęstotliwościowy warkot jakiegoś silnika, mowa + wysokoczęstotliwościowy śpiew ptaka, wycie wilka/ryk lwa/ trąbienie słonia + wysokoczęstotliwościowy śpiew ptaka, itp. Oblicz i wyświetl widmo FFT (`fft()`) każdego pojedynczego sygnału oraz jego spektrogram (STFT)(`pspectrogram()`), oraz to samo dla sygnału sumy.

Zaprojektuj rekursywny filtr cyfrowy IIR, który możliwie najlepiej odseparuje pojedyncze źródło dźwięku z sygnału sumy, np. pozostawić tylko mowę a resztę usunąć. Oblicz i wyświetl odpowiedź częstotliwościową filtru w decybelach. Narysuj na płaszczyźnie zespolonej zera i bieguny transmitancji filtra. Dokonaj filtracji sygnału sumy. Pokaż wynik,odsłuchaj go. Oblicz FFT i STFT (spektrogram) sygnału po filtrze, i wyświetl te widma. Porównaj je z widmami oryginalnego sygnału, jeszcze przed utworzeniem sumy.