

## Wspomaganie Decyzji

### Laboratorium 4

### Wielokryterialny wybór dyskretny

#### Treść zadania

Dany jest zbiór przedmiotów  $i \in I$ . Każdy przedmiot opisywany jest przez zbiór cech  $j \in J$  o wartościach równych  $K_{ij}$ . Używając agregacji przedziałową metodą punktu odniesienia, wykonać analizę wielokryterialną problemu wyboru jednego z tych przedmiotów.

#### Zadania do wykonania:

1. Przygotować dane o przedmiotach, tzn. wartości poszczególnych kryteriów dla każdego przedmiotu. Liczba przedmiotów  $\geq 30$ , liczba kryteriów: 5. Dane powinny być numeryczne: rzeczywiste, całkowitoliczbowe lub binarne.
2. Utworzyć model rzeczowy wielokryterialnego problemu decyzyjnego.
3. Zrobić 4 wykresy wybranych par kryteriów z naniesionymi wartościami każdego kryterium.
4. Określić utopię i oszacować nadir.
5. Rozszerzyć model rzeczowy o agregację kryteriów przedziałową metodą punktu odniesienia (PMPO)
6. Na utworzone wykresy dla wybranej pary aspiracja-rezerwacja nanieść poziomicę funkcji celu PMPO.
7. Dokonać analizy wielokryterialnej – wykonać przynajmniej 10 kroków dla różnych par aspiracja-rezerwacja. Przed każdym krokiem opisać w jednym zdaniu, co zmieniamy i dlaczego. Wynik analizy zapisać w tabeli. Tabela ma zawierać kolumny: aspiracja, rezerwacja, wartości kryteriów, indeks wybranego przedmiotu, nazwa wybranego przedmiotu.

## Dane o przedmiotach

Zdecydowałem się na analizę laptopów.

Ich atrybutami będą:

- 1) cena (zł),
- 2) ilość pamięci RAM (GB),
- 3) ilość pamięci na dysku (GB)
- 4) długość przekątnej ekranu (cale)
- 5) częstotliwość taktowania procesora (GHz)

Dla przejrzystości, umieszczam również nazwę dla każdego laptopa.

Dane o laptopach zamieszczono w poniższej tabeli (dane pobierałem ze strony euro.com.pl).  
Dodatkowo, w danych laptopów, podałem minimalną deklarowaną częstotliwość  
(na stronie internetowej podawany był przedział częstotliwości).

| <u>Lp.</u> | <u>Nazwa</u>                    | <u>Cena</u><br><u>(zł)</u> | <u>RAM</u><br><u>(GB)</u> | <u>Dysk</u><br><u>(GB)</u> | <u>Przekątna</u><br><u>(cale)</u> | <u>Procesor</u><br><u>(GHz)</u> |
|------------|---------------------------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| 1          | Kiano Elegance 14.2             | 899                        | 4                         | 152                        | 14,1                              | 1,1                             |
| 2          | Acer Spin 1                     | 1299                       | 4                         | 32                         | 11,6                              | 1,1                             |
| 3          | ASUS X541SA-DM690               | 1899                       | 4                         | 1024                       | 15,6                              | 1,6                             |
| 4          | HP 14-dk0042nw                  | 2099                       | 4                         | 128                        | 14                                | 2,6                             |
| 5          | Acer Aspire 3 A315-56-33RC      | 2299                       | 4                         | 256                        | 15,6                              | 1,02                            |
| 6          | Lenovo IdeaPad 3 15ADA05        | 2999                       | 8                         | 256                        | 15,6                              | 2,6                             |
| 7          | ASUS TUF Gaming FX505GT-BQ018   | 3599                       | 8                         | 512                        | 15,6                              | 2,2                             |
| 8          | Lenovo IdeaPad Gaming 3 15IMH05 | 3799                       | 8                         | 256                        | 15,6                              | 2,6                             |
| 9          | Apple Macbook Air 13            | 3999                       | 8                         | 128                        | 13,3                              | 1,8                             |
| 10         | Lenovo Legion Y540-17IRH        | 4299                       | 8                         | 512                        | 17,3                              | 2,4                             |
| 11         | Lenovo Legion Y540-15IRH        | 4699                       | 8                         | 512                        | 15,6                              | 2,4                             |
| 12         | Acer Nitro 5 AN515-44-R7WZ      | 5199                       | 16                        | 512                        | 15,6                              | 2,9                             |
| 13         | Acer Nitro 5 AN515-54-5719      | 5399                       | 16                        | 512                        | 15,6                              | 2,4                             |
| 14         | Huawei MateBook X Pro 2019      | 5762                       | 8                         | 512                        | 13,9                              | 1,8                             |

|    |   |       |    |      |      |     |
|----|---|-------|----|------|------|-----|
| 15 | <b>Huawei MateBook 13 2020</b>                  | 5999  | 16 | 512  | 13   | 1,8 |
| 16 | <b>Huawei MateBook X Pro</b>                    | 6749  | 16 | 512  | 13,9 | 1,8 |
| 17 | <b>Dell XPS 13 7390-8421</b>                    | 7127  | 8  | 512  | 13,3 | 1,6 |
| 18 | <b>Acer Predator Helios 300 PH317-54</b>        | 7799  | 16 | 1024 | 17,3 | 2,6 |
| 19 | <b>Dell XPS 15 9575</b>                         | 7999  | 8  | 256  | 15,6 | 2,8 |
| 20 | <b>Acer Predator Helios 300</b>                 | 8612  | 32 | 1024 | 15,6 | 2,6 |
| 21 | <b>Apple Macbook Pro 13 2020 z Touch Bar</b>    | 9899  | 16 | 512  | 13,3 | 2   |
| 22 | <b>ASUS ROG Strix SCAR 17 G732LWS-HG029</b>     | 10394 | 16 | 1024 | 17,3 | 2,3 |
| 23 | <b>Lenovo Legion 7 15IMH05H</b>                 | 11384 | 16 | 1024 | 15,6 | 2,6 |
| 24 | <b>Acer Predator Triton 500 PT515-52</b>        | 12299 | 32 | 1024 | 15,6 | 2,3 |
| 25 | <b>Apple Macbook Pro 16 z Touch Bar 2019</b>    | 12499 | 16 | 1024 | 16   | 2,3 |
| 26 | <b>Dell XPS 15 9500-7169</b>                    | 14899 | 16 | 1024 | 15,6 | 2,6 |
| 27 | <b>ASUS ROG Strix SCAR 17 G732LXS-HG074T</b>    | 15499 | 32 | 1024 | 17,3 | 2,4 |
| 28 | <b>ASUS ROG Zephyrus Duo 15 GX550LXS-HF088T</b> | 16829 | 32 | 1024 | 15,6 | 2,4 |
| 29 | <b>ASUS ROG Zephyrus Duo 15 GX550LXS-HC060T</b> | 18999 | 32 | 2048 | 15,6 | 2,4 |
| 30 | <b>ASUS ProArt StudioBook Pro X W730G5T</b>     | 19999 | 32 | 2048 | 17   | 2,6 |

## Model rzeczowy sytuacji decyzyjnej

### Parametry:

Macierz  $K_{30 \times 5}$ , gdzie  $K_{ij}$  oznacza wartość j-tej cechy dla i-tego przedmiotu

### Zmienne decyzyjne:

$x_i$  - zmienne binarne oznaczające, czy wybraliśmy i-ty laptop ( $x_i = 1$ ), czy nie ( $x_i = 0$ ) ( $i = 1..30$ )

### Wyjścia modelu:

$q_1$  – cena (zł)

$q_2$  – ilość pamięci RAM (GB)

$q_3$  – ilość pamięci dyskowej (GB)

$q_4$  – długość przekątnej ekranu (cale)

$q_5$  – częstotliwość taktowania procesora (GHz)

### Kryteria optymalizacji:

$\min_{1 \leq i \leq 30} q_1 = K_{i,1}$  (minimalizacja ceny)

$\max_{1 \leq i \leq 30} q_2 = K_{i,2}$  (maksymalizacja ilości pamięci RAM)

$\max_{1 \leq i \leq 30} q_3 = K_{i,3}$  (maksymalizacja ilości pamięci dyskowej)

$\max_{1 \leq i \leq 30} q_4 = K_{i,4}$  (maksymalizacja długości przekątnej ekranu)

$\max_{1 \leq i \leq 30} q_5 = K_{i,5}$  (maksymalizacja częstotliwości taktowania procesora)

### Ograniczenia:

$\sum_{i=1}^{30} x_i = 1$  (wybieramy tylko 1 laptop)

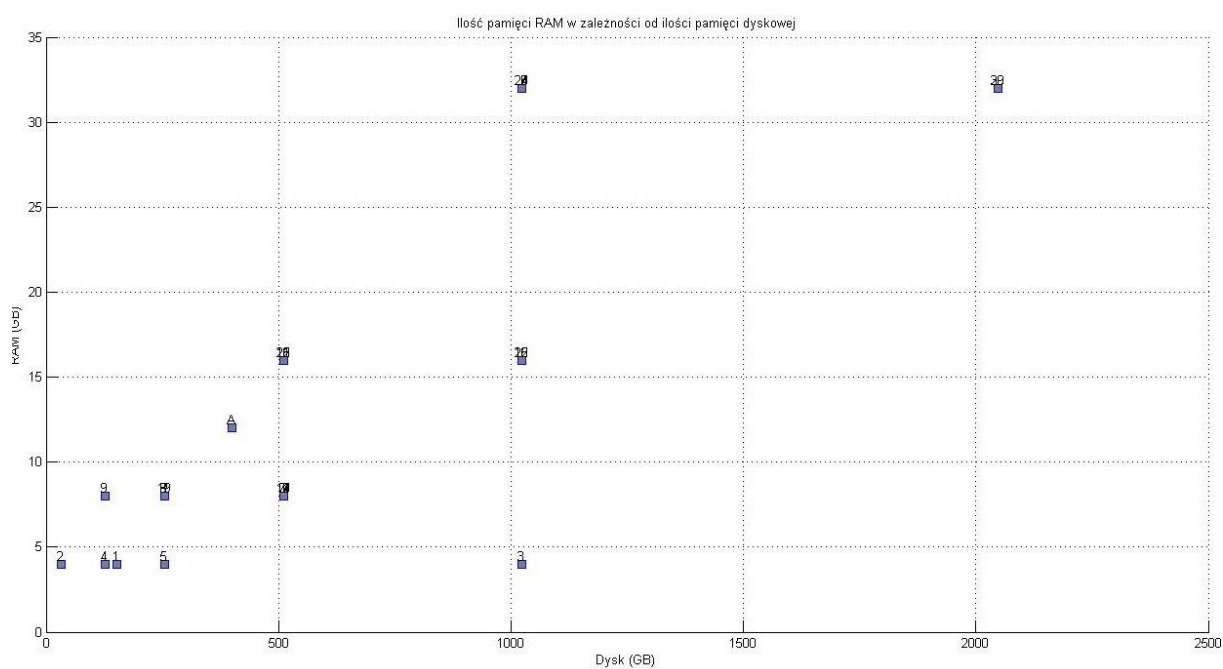
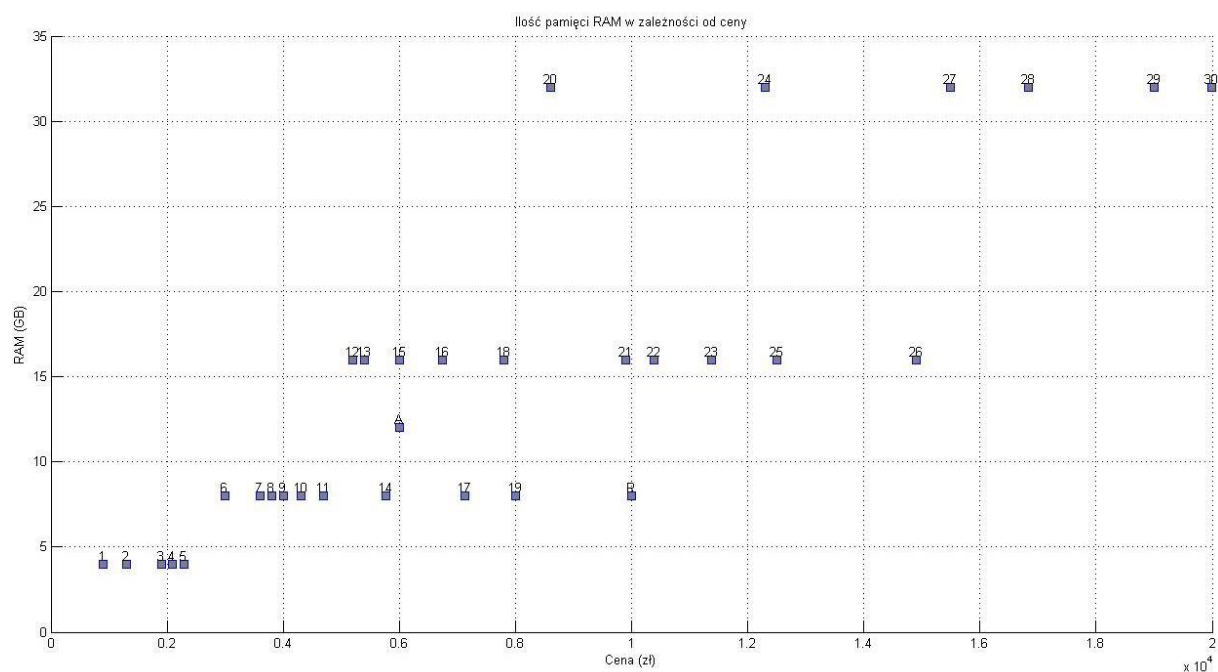
$x_i \geq 0$  dla  $i = 1..30$

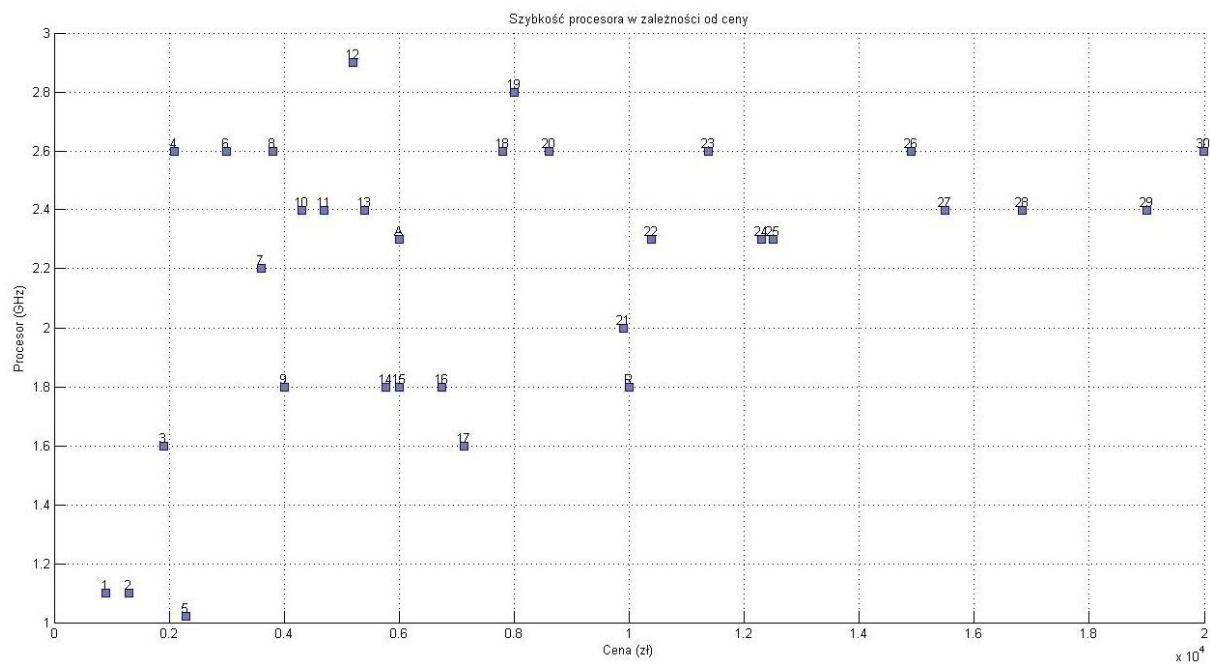
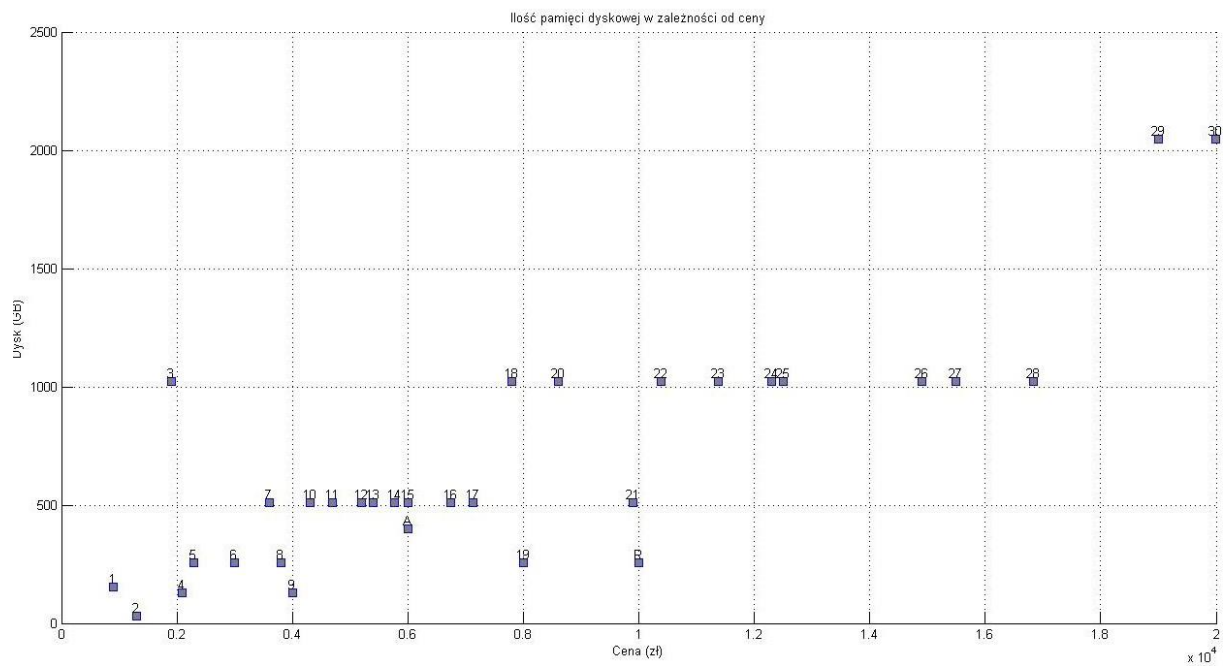
## Wykresy wybranych par kryteriów

W tym punkcie sprawozdania zamieszczam 2 typy wykresów:

- 1) bez skalowania danych i bez rysowania poziomic
- 2) ze skalowaniem danych i bez rysowania poziomic

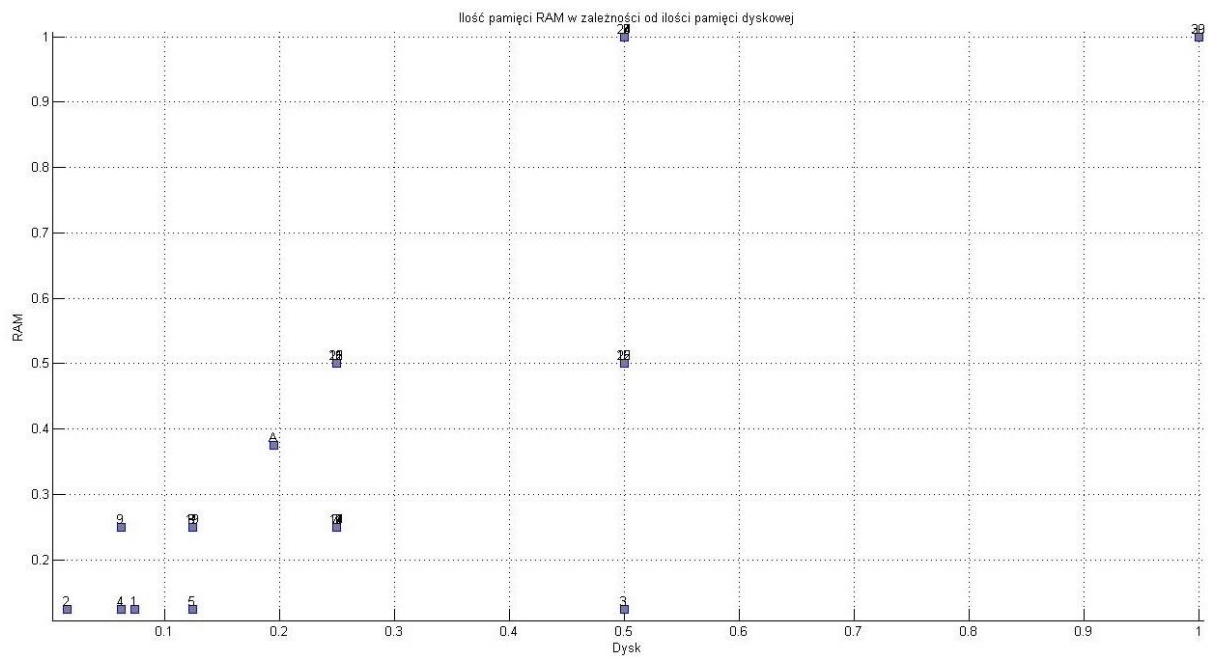
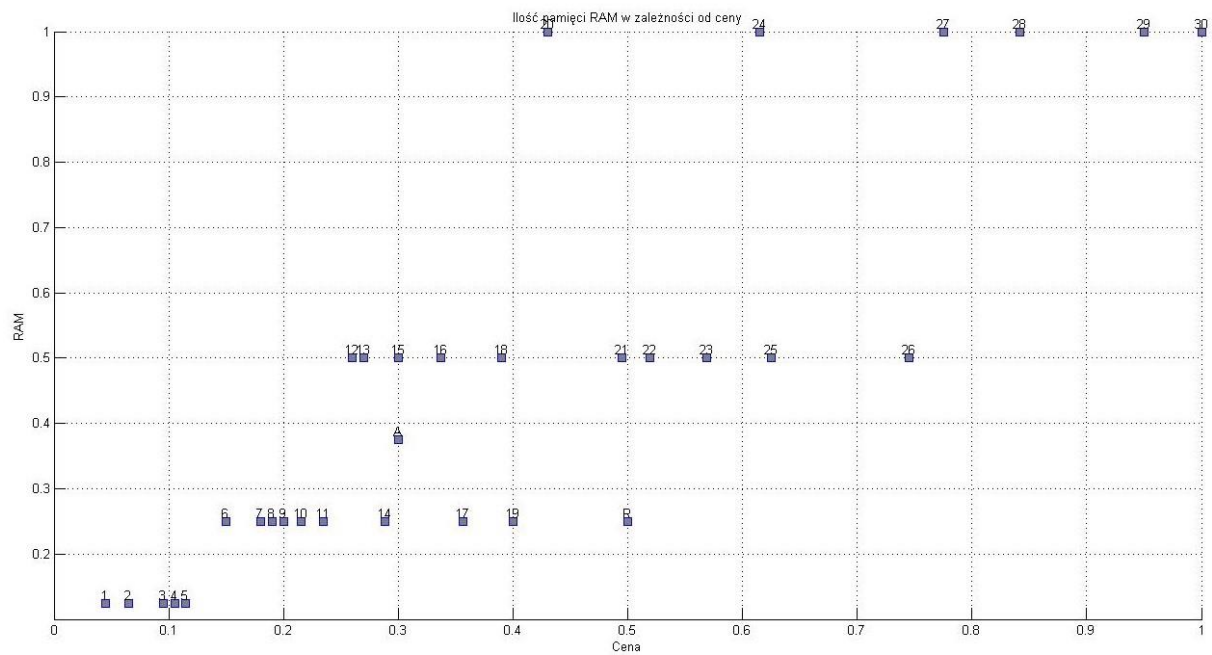
Na początek wykresy typu 1).

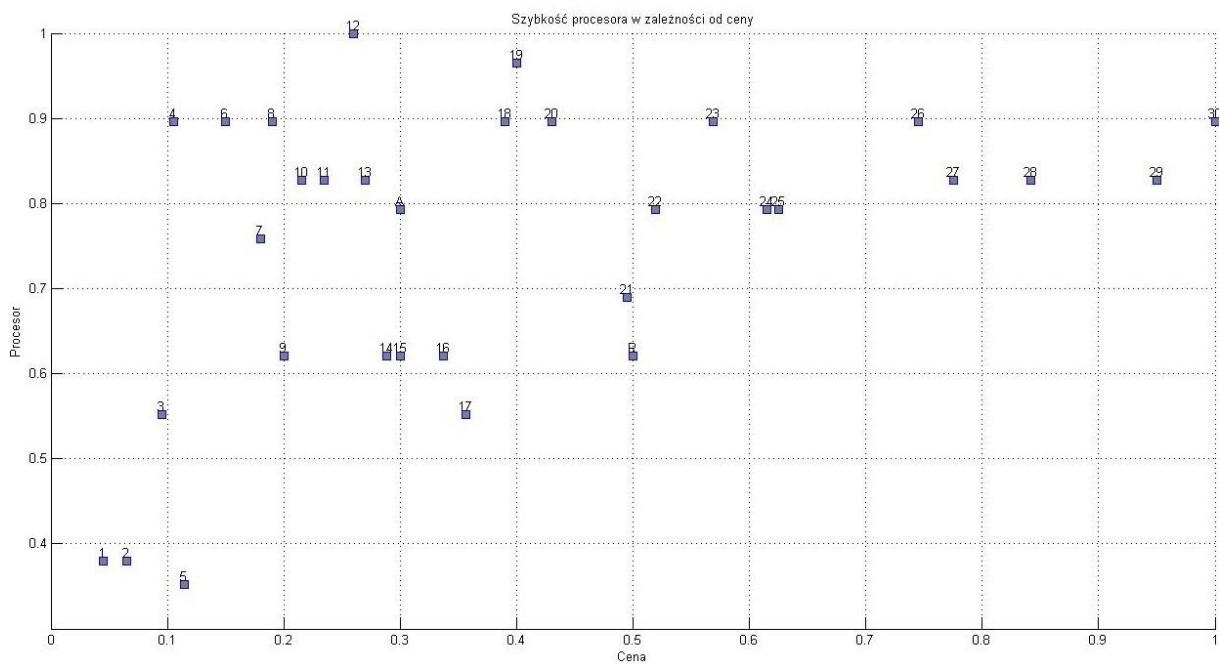
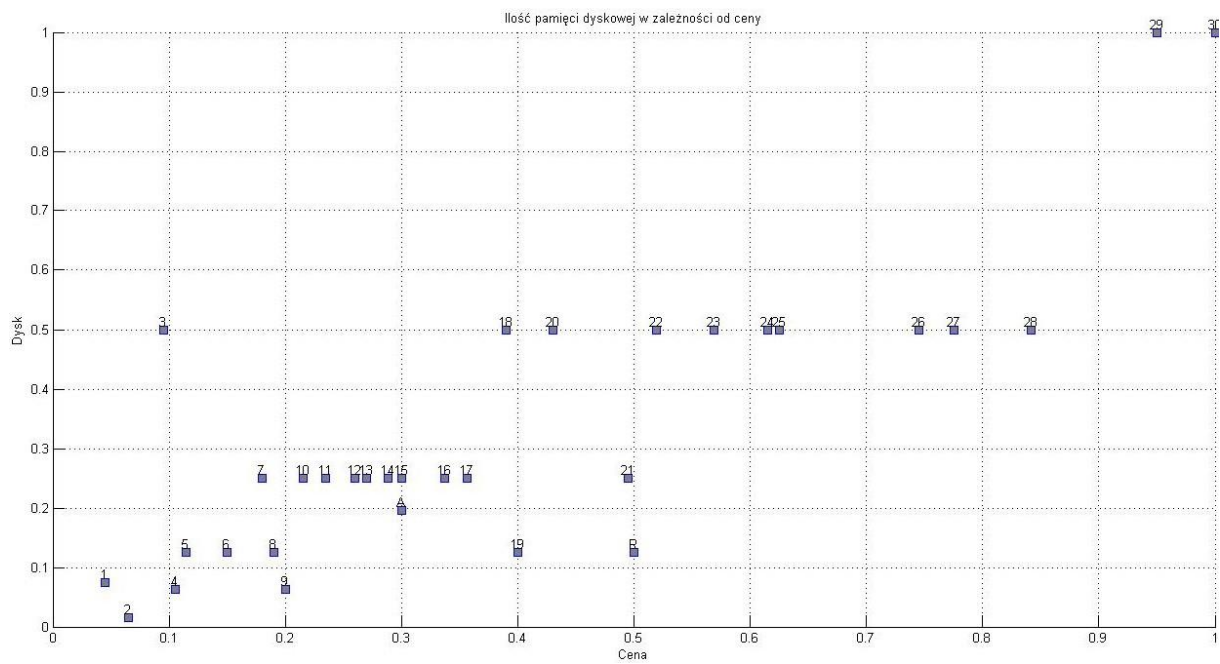




Możemy zauważyć, że na przedstawionych wykresach, parametry mają (generalnie) tendencję wzrostową – im większa wartość jednego parametru, tym większa wartość drugiego parametru.

A teraz zaprezentuję wykresy typu 2).





Możemy zauważyć, że na przedstawionych wykresach, parametry mają (generalnie) tendencję wzrostową – im większa wartość jednego parametru, tym większa wartość drugiego parametru.



## Punkt utopii i oszacowanie nadiru

Punkt utopii jest wyznaczony przez optymalne wartości każdej z cech laptopa, spośród wszystkich naszych laptopów. I tak:

- minimalna cena wynosi  $q_1 = 899$  (zł)
- maksymalna ilość pamięci RAM wynosi  $q_2 = 32$  (GB)
- maksymalna ilość pamięci dyskowej wynosi  $q_3 = 2048$  (GB)
- maksymalna długość przekątnej ekranu wynosi  $q_4 = 17.3$  (cale)
- maksymalna częstotliwość taktowania procesora wynosi  $q_5 = 2.9$  (GHz)

Zatem punkt utopii  $\mathbf{U} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5]^T = [899 \ 32 \ 2048 \ 17.3 \ 2.9]^T$ .

Oszacowanie nadiru wyznaczymy następująco:

- sprawdzimy, który laptop ma zoptymalizowaną wartość pewnego kryterium (wybrałem kryterium ceny)
- następnie przyjmujemy parametry tego właśnie laptopa za oszacowanie nadiru

Widzimy, że tabela laptopów jest posortowana niemalejąco względem ceny.

A zatem laptop nr 1 ma najmniejszą wartość ceny. Biorąc wszystkie parametry laptopa nr 1, dostajemy oszacowanie nadiru:  $\mathbf{N} = [899 \ 4 \ 152 \ 14.1 \ 1.1]^T$ .

## Model rzeczowy, rozszerzony o agregację kryteriów przedziałową metodą punktu odniesienia

### Parametry:

macierz  $K_{30 \times 5}$ , gdzie  $K_{ij}$  oznacza wartość j-tej cechy dla i-tego przedmiotu

$\varepsilon = 0.001$  – parametr w przedziałowej metodzie punktu odniesienia

$\xi = 0.001$  - parametr w przedziałowej metodzie punktu odniesienia

$\varphi = 1000$  - parametr w przedziałowej metodzie punktu odniesienia

$R_j$  – wartość j-tej cechy punktu rezerwacji ( $j = 1..5$ )

$A_j$  – wartość j-tej cechy punktu aspiracji ( $j = 1..5$ )

### Zmienne decyzyjne:

$x_i$  - zmienne binarne oznaczające, czy wybraliśmy i-ty laptop ( $x_i = 1$ ), czy nie ( $x_i = 0$ ) ( $i = 1..30$ )

### Zmienne pomocnicze:

$$\text{Przypomnienie: } \eta_{ij} = \begin{cases} \frac{\varphi \cdot (K_{ij} - R_j)}{A_j - R_j} & \text{dla } K_{ij} < R_j \\ \frac{(K_{ij} - R_j)}{A_j - R_j} & \text{dla } R_j \leq K_{ij} \leq A_j \\ 1 + \frac{\xi \cdot (K_{ij} - A_j)}{A_j - R_j} & \text{dla } K_{ij} > A_j \end{cases}$$

$z_{ij}$  – wartości funkcji  $\eta_{ij}$  (i-ty laptop, j-ta cecha) ( $i = 1..30, j = 1..5$ )

$zz_i$  – minima wartości  $z_{ij}$  ( $i = 1..30, j = 1..5$ )

### Wyjścia modelu:

$q_1$  – cena (zł)

$q_2$  – ilość pamięci RAM (GB)

$q_3$  – ilość pamięci dyskowej (GB)

$q_4$  – długość przekątnej ekranu (cale)

$q_5$  – częstotliwość taktowania procesora (GHz)

Wyjścia modelu będą odpowiadały parametrom wybranego laptopa.

### Kryterium optymalizacji:

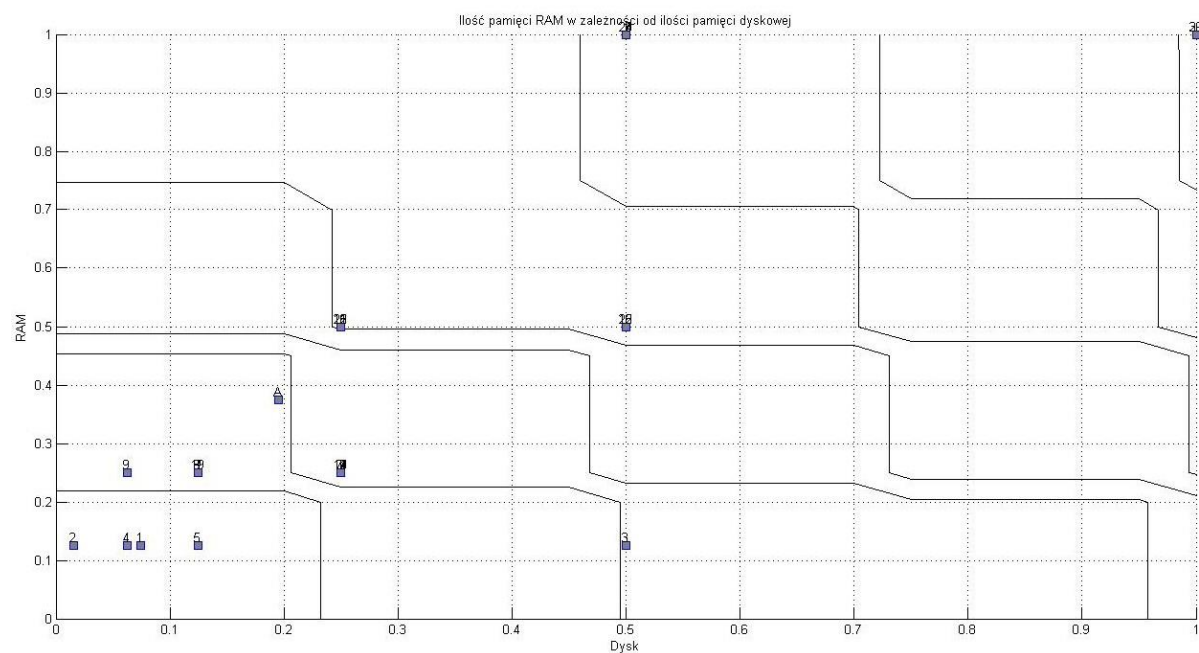
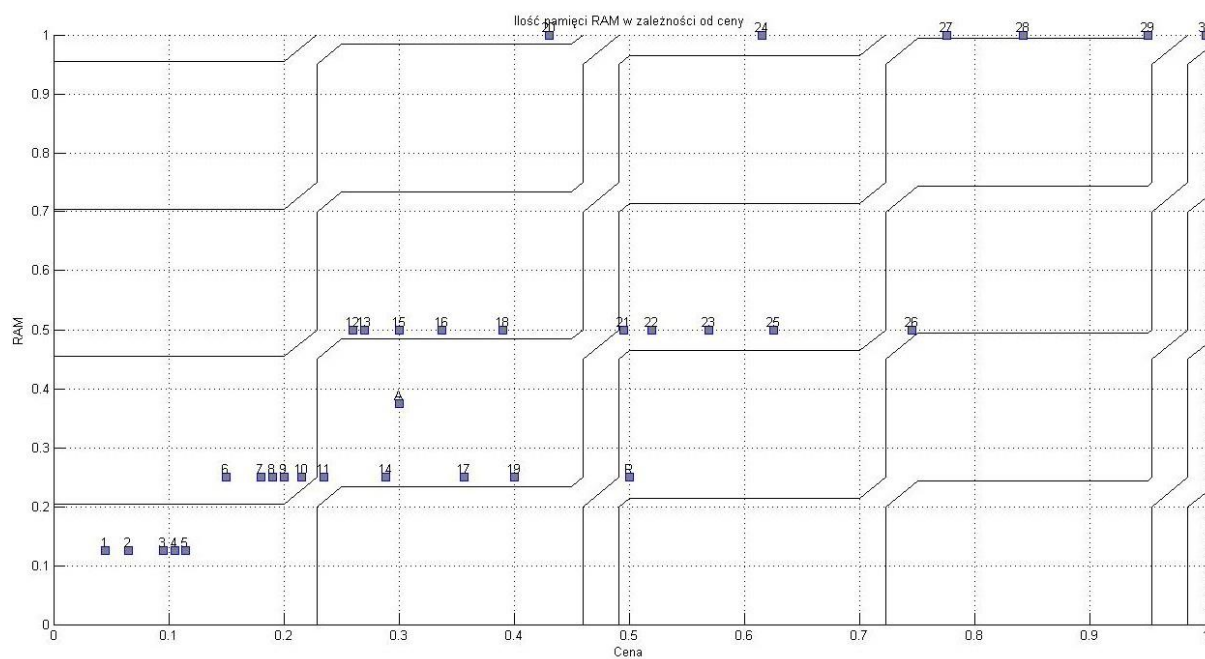
$$\max_{1 \leq i \leq 30} S = \sum_{i=1}^{30} x_i \cdot zz_i + \frac{\varepsilon}{5} \cdot \sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^5 x_i \cdot z_{ij}$$

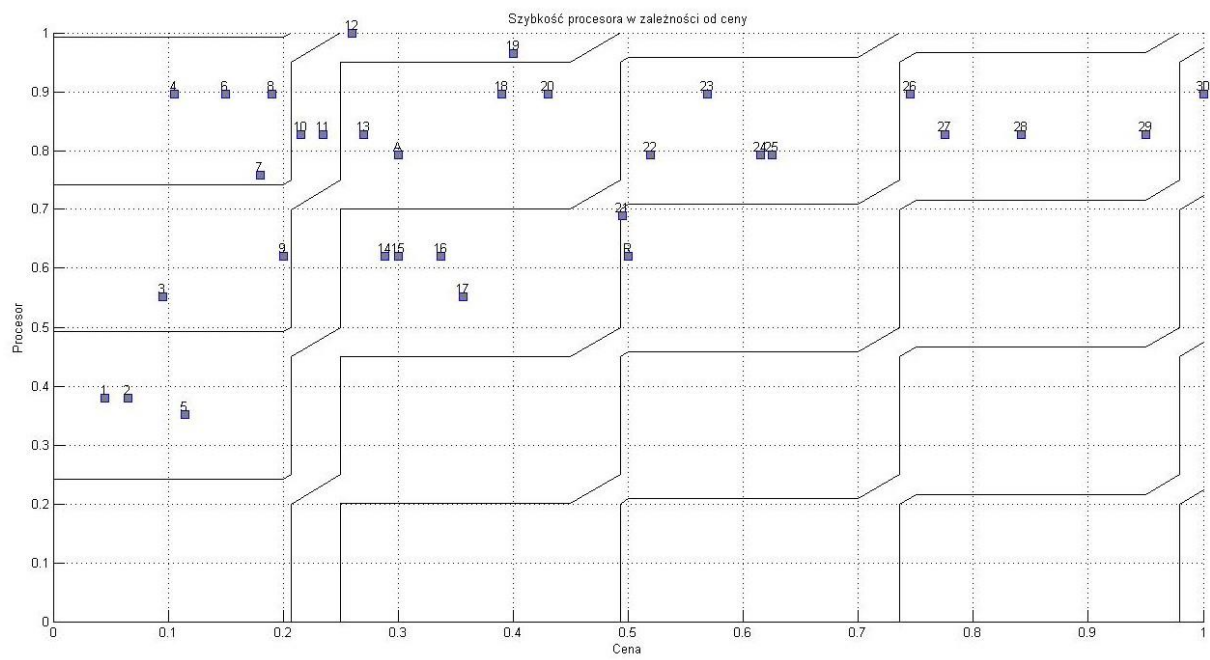
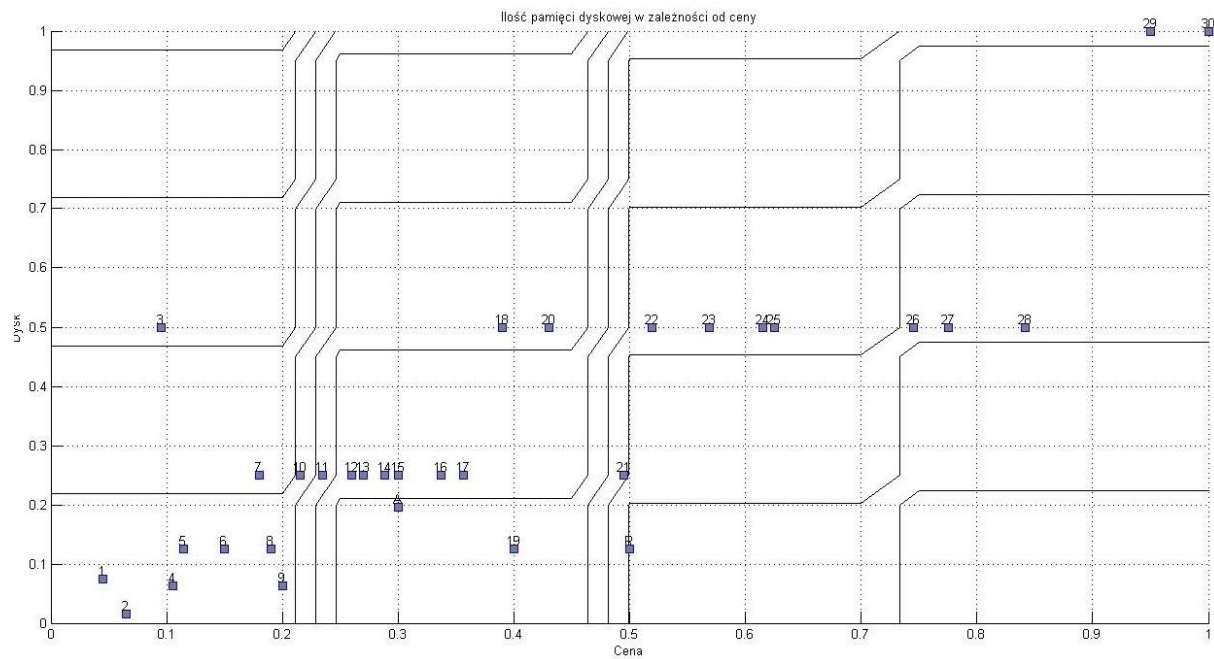
### Ograniczenia:

- $\sum_{i=1}^{30} x_i = 1$  (wybieramy tylko 1 laptop)
- $x_i \geq 0$  ( $i = 1..30$ )
- $zz_i \leq z_{ij}$  ( $i = 1..30, j = 1..5$ )
- $z_{ij} \leq \frac{\varphi \cdot (K_{ij} - R_j)}{A_j - R_j}$  ( $i = 1..30, j = 1..5$ )
- $z_{ij} \leq \frac{(K_{ij} - R_j)}{A_j - R_j}$  ( $i = 1..30, j = 1..5$ )
- $z_{ij} \leq 1 + \frac{\xi \cdot (K_{ij} - A_j)}{A_j - R_j}$  ( $i = 1..30, j = 1..5$ )

## Przeskalowane wykresy z poziomiami funkcji celu oraz punktem rezerwacji i aspiracji

Na zamieszczonych wykresach punkt rezerwacji oznaczony jest literą R, natomiast punkt aspiracji oznaczony jest literą A.





## Analiza wielokryterialna

Na początek przedstawię programy w języku AMPL, realizujące analizę wielokryterialną.

### Plik Lab5v2.mod , z modelem zadania

```
# Parametry modelu
param M; # Liczba laptopow
param N; # Liczba cech laptopow i kryteriow optymalizacji

# Cechy laptopow:
# 1 - cena laptopa (zl)
# 2 - ilosc pamieci RAM (GB)
# 3 - ilosc pamieci dyskowej (GB)
# 4 - dlugosc przekatnej ekranu (cale)
# 5 - czestotliwosc taktowania procesora (GHz)

# Macierz wartosci cech dla laptopow:
# K[i,j] -> wartosc j-tej cechy dla i-tego laptopa
param K{1..M, 1..N};

param eps; # Parametr w przedzialowej metodzie punktu odniesienia

param fi; # Parametr w przedzialowej metodzie punktu odniesienia

param ksi; # Parametr w przedzialowej metodzie punktu odniesienia

param R{1..N}; # Punkt rezerwacji

param A{1..N}; # Punkt aspiracji

# Zmienne decyzyjne
var x{1..M} binary; # zmienne binarne oznaczajace, czy wybralismy i-ty laptop (x_i
= 1), czy nie (x_i = 0)

# Zmienne pomocnicze
var zz{1..M}; # minima funkcji ni (dla kazdego laptopa)
var z{1..M, 1..N}; # funkcje ni (dla kazdego laptopa, dla kazdej cechy)

# Cel optymalizacji
# Chcemy zminimalizowac cene (tj. ceche nr 1), przy jednoczesnej maksymalizacji
pozostalych cech laptopa (tj. cechy 2-5)

# Kryterium optymalizacji
maximize S: sum{i in 1..M}( x[i] * zz[i] ) + eps/N * sum{i in 1..M, j in 1..N} (
x[i] * z[i,j] );

# Ograniczenia

# Wybieramy dokladnie 1 laptop
subject to o1: sum{i in 1..M} ( x[i] ) = 1;
```

```
# Przedzialowa metoda punktu odniesienia
subject to o2 {i in 1..M, j in 1..N}: zz[i] <= z[i,j];
subject to o3 {i in 1..M, j in 1..N}: z[i,j] <= fi * ( K[i,j] - R[j] ) / ( A[j] - R[j] );
subject to o4 {i in 1..M, j in 1..N}: z[i,j] <= ( K[i,j] - R[j] ) / ( A[j] - R[j] );
subject to o5 {i in 1..M, j in 1..N}: z[i,j] <= ( 1 + ksi * ( K[i,j] - A[j] ) ) / ( A[j] - R[j] );
```

### Plik Lab5v2.dat , z danymi modelu

```
# Opisy parametrow modelu znajduja sie w pliku Lab5v2.mod
```

```
param M := 30;
```

```
param N := 5;
```

```
param K :
```

|    | 1     | 2  | 3    | 4    | 5 := |
|----|-------|----|------|------|------|
| 1  | 899   | 4  | 152  | 14.1 | 1.1  |
| 2  | 1299  | 4  | 32   | 11.6 | 1.1  |
| 3  | 1899  | 4  | 1024 | 15.6 | 1.6  |
| 4  | 2099  | 4  | 128  | 14   | 2.6  |
| 5  | 2299  | 4  | 256  | 15.6 | 1.02 |
| 6  | 2999  | 8  | 256  | 15.6 | 2.6  |
| 7  | 3599  | 8  | 512  | 15.6 | 2.2  |
| 8  | 3799  | 8  | 256  | 15.6 | 2.6  |
| 9  | 3999  | 8  | 128  | 13.3 | 1.8  |
| 10 | 4299  | 8  | 512  | 17.3 | 2.4  |
| 11 | 4699  | 8  | 512  | 15.6 | 2.4  |
| 12 | 5199  | 16 | 512  | 15.6 | 2.9  |
| 13 | 5399  | 16 | 512  | 15.6 | 2.4  |
| 14 | 5762  | 8  | 512  | 13.9 | 1.8  |
| 15 | 5999  | 16 | 512  | 13   | 1.8  |
| 16 | 6749  | 16 | 512  | 13.9 | 1.8  |
| 17 | 7127  | 8  | 512  | 13.3 | 1.6  |
| 18 | 7799  | 16 | 1024 | 17.3 | 2.6  |
| 19 | 7999  | 8  | 256  | 15.6 | 2.8  |
| 20 | 8612  | 32 | 1024 | 15.6 | 2.6  |
| 21 | 9899  | 16 | 512  | 13.3 | 2    |
| 22 | 10394 | 16 | 1024 | 17.3 | 2.3  |
| 23 | 11384 | 16 | 1024 | 15.6 | 2.6  |
| 24 | 12299 | 32 | 1024 | 15.6 | 2.3  |
| 25 | 12499 | 16 | 1024 | 16   | 2.3  |
| 26 | 14899 | 16 | 1024 | 15.6 | 2.6  |
| 27 | 15499 | 32 | 1024 | 17.3 | 2.4  |
| 28 | 16829 | 32 | 1024 | 15.6 | 2.4  |
| 29 | 18999 | 32 | 2048 | 15.6 | 2.4  |
| 30 | 19999 | 32 | 2048 | 17   | 2.6; |

```

param eps := 0.001;

param fi := 1000;

param ksi := 0.001;

param A :=
    1      6000
    2      12
    3      400
    4      14
    5      2.3;

param R :=
    1      10000
    2      8
    3      256
    4      13
    5      1.8;

```

Teraz rozważymy 10 przypadków, dla różnych punktów rezerwacji i aspiracji (tj. dla różnych preferencji klienta, chcącego kupić laptopa). Korzystając z powyższego programu w AMPL (zmieniając wartości punktów rezerwacji i aspiracji), wyznaczmy rozwiązanie dla każdego przypadku.

$$1) \mathbf{R} = [30000 \ 8 \ 256 \ 13 \ 1.8]^T, \quad \mathbf{A} = [20000 \ 12 \ 400 \ 14 \ 2.3]^T$$

Z analizy punktu rezerwacji  $\mathbf{R}$  wynika, że chcemy kupić laptop o poniższych („minimalnych”) własnościach:

- cena nieprzekraczająca 30000 zł
- co najmniej 8 GB pamięci RAM
- co najmniej 256 GB pamięci dyskowej
- co najmniej 13-calowa przekątna ekranu
- częstotliwość taktowania procesora co najmniej 1.8 GHz

Z analizy punktu aspiracji  $\mathbf{A}$  wynika, że chcemy kupić laptop o poniższych (oczekiwanych) własnościach:

- cena nieprzekraczająca 20000 zł
- co najmniej 12 GB pamięci RAM

- co najmniej 400 GB pamięci dyskowej
- co najmniej 14-calowa przekątna ekranu
- częstotliwość taktowania procesora co najmniej 2.3 GHz

W kolejnych przypadkach, analiza punktów ***R*** oraz ***A*** będzie analogiczna.

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 12
- nazwa wybranego przedmiotu: Acer Nitro 5 AN515-44-R7WZ
- wartości kryteriów:
  - Cena: 5199 zł
  - RAM: 16 GB
  - Dysk: 512 GB
  - Przekątna: 15.6 cala
  - Procesor: 2.9 GHz

$$2) \mathbf{R} = [2000 \ 16 \ 512 \ 15.6 \ 1.1]^T, \quad \mathbf{A} = [1000 \ 32 \ 1024 \ 17.3 \ 1.8]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 3
- nazwa wybranego przedmiotu: ASUS X541SA-DM690
- wartości kryteriów:
  - Cena: 1899 zł
  - RAM: 4 GB
  - Dysk: 1024 GB
  - Przekątna: 15.6 cala
  - Procesor: 1.6 GHz

$$3) \mathbf{R} = [5000 \ 2 \ 16 \ 12 \ 0.8]^T, \quad \mathbf{A} = [200 \ 4 \ 32 \ 13 \ 1]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 1
- nazwa wybranego przedmiotu: Kiano Elegance 14.2
- wartości kryteriów:
  - Cena: 899 zł
  - RAM: 4 GB



- Dysk: 152 GB
- Przekątna: 14.1 cala
- Procesor: 1.1 GHz

$$4) \mathbf{R} = [40000 \ 16 \ 512 \ 14 \ 1.8]^T, \quad \mathbf{A} = [30000 \ 32 \ 1024 \ 15.6 \ 2.3]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 30
- nazwa wybranego przedmiotu: ASUS ProArt StudioBook Pro X W730G5T
- wartości kryteriów:
  - Cena: 19999 zł
  - RAM: 32 GB
  - Dysk: 2048 GB
  - Przekątna: 17 cali
  - Procesor: 2.6 GHz

$$5) \mathbf{R} = [11000 \ 8 \ 256 \ 12 \ 1.4]^T, \quad \mathbf{A} = [10000 \ 12 \ 320 \ 12.5 \ 1.6]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 20
- nazwa wybranego przedmiotu: Acer Predator Helios 300
- wartości kryteriów:
  - Cena: 8612 zł
  - RAM: 32 GB
  - Dysk: 1024 GB
  - Przekątna: 15.6 cala
  - Procesor: 2.6 GB

$$6) \mathbf{R} = [4500 \ 8 \ 192 \ 14 \ 1.6]^T, \quad \mathbf{A} = [3200 \ 16 \ 256 \ 15 \ 2]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 6
- nazwa wybranego przedmiotu: Lenovo IdeaPad 3 15ADA05
- wartości kryteriów:
  - Cena: 2999 zł
  - RAM: 8 GB
  - Dysk: 256 GB

- Przekątna: 15.6 cala
- Procesor: 2.6 GHz

$$7) \mathbf{R} = [13000 \ 4 \ 512 \ 15 \ 1.9]^T, \quad \mathbf{A} = [9000 \ 8 \ 768 \ 16 \ 2.1]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 18
- nazwa wybranego przedmiotu: Acer Predator Helios 300 PH317-54
- wartości kryteriów:
  - Cena: 7799 zł
  - RAM: 16 GB
  - Dysk: 1024 GB
  - Przekątna: 17.3 cala
  - Procesor: 2.6 GHz

$$8) \mathbf{R} = [4200 \ 2 \ 768 \ 15.1 \ 2.3]^T, \quad \mathbf{A} = [4000 \ 4 \ 1024 \ 16 \ 2.6]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 7
- nazwa wybranego przedmiotu: ASUS TUF Gaming FX505GT-BQ018
- wartości kryteriów:
  - Cena: 3599 zł
  - RAM: 8 GB
  - Dysk: 512 GB
  - Przekątna: 15.6 cala
  - Procesor: 2.2 GHz

$$9) \mathbf{R} = [16500 \ 24 \ 768 \ 15.6 \ 2]^T, \quad \mathbf{A} = [16000 \ 32 \ 1024 \ 16.5 \ 2.1]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 27
- nazwa wybranego przedmiotu: ASUS ROG Strix SCAR 17 G732LXS-HG074T
- wartości kryteriów:
  - Cena: 15499 zł
  - RAM: 32 GB
  - Dysk: 1024 GB
  - Przekątna: 17.3 cala
  - Procesor: 2.4 GHz

$$10) \quad R = [5050 \ 8 \ 64 \ 15.6 \ 1]^T, \quad A = [5000 \ 12 \ 80 \ 16 \ 1.6]^T$$

Oto uzyskane wyniki:

- indeks wybranego przedmiotu: 10
- nazwa wybranego przedmiotu: Lenovo Legion Y540-17IRH
- wartości kryteriów:
  - Cena: 4299 zł
  - RAM: 8 GB
  - Dysk: 512 GB
  - Przekątna: 17.3 cala
  - Procesor: 2.4 GHz

Wyniki zbiorcze analizy wielokryterialnej prezentuje poniższa tabela.

| Nr przypadku | Punkt rezerwacji $R$               | Punkt aspiracji $A$                  | Indeks wybranego laptopa | Nazwa wybranego laptopa               | Cena (zł) | RAM (GB) | Dysk (GB) | Przekątna (cale) | Procesor (GHz) |
|--------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------|-----------|----------|-----------|------------------|----------------|
| 1            | $[30000 \ 8 \ 256 \ 13 \ 1.8]^T$   | $[20000 \ 12 \ 400 \ 14 \ 2.3]^T$    | 12                       | Acer Nitro 5 AN515-44-R7WZ            | 5199      | 16       | 512       | 15,6             | 2,9            |
| 2            | $[2000 \ 16 \ 512 \ 15.6 \ 1.1]^T$ | $[1000 \ 32 \ 1024 \ 17.3 \ 1.8]^T$  | 3                        | ASUS X541SA-DM690                     | 1899      | 4        | 1024      | 15,6             | 1,6            |
| 3            | $[5000 \ 2 \ 16 \ 12 \ 0.8]^T$     | $[200 \ 4 \ 32 \ 13 \ 1]^T$          | 1                        | Kiano Elegance 14.2                   | 899       | 4        | 152       | 14,1             | 1,1            |
| 4            | $[40000 \ 16 \ 512 \ 14 \ 1.8]^T$  | $[30000 \ 32 \ 1024 \ 15.6 \ 2.3]^T$ | 30                       | ASUS ProArt StudioBook Pro X W730G5T  | 19999     | 32       | 2048      | 17               | 2,6            |
| 5            | $[11000 \ 8 \ 256 \ 12 \ 1.4]^T$   | $[10000 \ 12 \ 320 \ 12.5 \ 1.6]^T$  | 20                       | Acer Predator Helios 300              | 8612      | 32       | 1024      | 15,6             | 2,6            |
| 6            | $[4500 \ 8 \ 192 \ 14 \ 1.6]^T$    | $[3200 \ 16 \ 256 \ 15 \ 2]^T$       | 6                        | Lenovo IdeaPad 3 15ADA05              | 2999      | 8        | 256       | 15,6             | 2,6            |
| 7            | $[13000 \ 4 \ 512 \ 15 \ 1.9]^T$   | $[9000 \ 8 \ 768 \ 16 \ 2.1]^T$      | 18                       | Acer Predator Helios 300 PH317-54     | 7799      | 16       | 1024      | 17,3             | 2,6            |
| 8            | $[4200 \ 2 \ 768 \ 15.1 \ 2.3]^T$  | $[4000 \ 4 \ 1024 \ 16 \ 2.6]^T$     | 7                        | ASUS TUF Gaming FX505GT-BQ018         | 3599      | 8        | 512       | 15,6             | 2,2            |
| 9            | $[16500 \ 24 \ 768 \ 15.6 \ 2]^T$  | $[16000 \ 32 \ 1024 \ 16.5 \ 2.1]^T$ | 27                       | ASUS ROG Strix SCAR 17 G732LXS-HG074T | 15499     | 32       | 1024      | 17,3             | 2,4            |
| 10           | $[5050 \ 8 \ 64 \ 15.6 \ 1]^T$     | $[5000 \ 12 \ 80 \ 16 \ 1.6]^T$      | 10                       | Lenovo Legion Y540-17IRH              | 4299      | 8        | 512       | 17,3             | 2,4            |

Wnioski. Różne preferencje klienta mogą implikować wybór różnych laptopów.