CONTRAINTES D’INTÉGRITÉ :

LES DÉPENDANCES FONCTIONNELLES

Dépendances fonctionnelles : définition

- Principales contraintes d'intégrité formelles dans une BD.

- Une dépendance fonctionnelle (ou DF) indique une implication vérifiée universellement entre deux groupes d'attributs A et B : à une valeur pour A correspond toujours la même valeur de B.

- On la note $A \rightarrow B$ (A détermine B).

- A est parfois appelé « la source » et B « le but ».

Dépendances fonctionnelles : définition

- Soit R(A, B, C). L'attribut B est dit fonctionnellement dépendant de l'attribut A si étant donné 2 n-uplets $<a_1, b_1, c_1>$ et $<a_2, b_2, c_2>$

$$a_1 = a_2 \Rightarrow b_1 = b_2$$

- Ou encore, A détermine B si étant donné une valeur de A, il lui correspond une valeur unique de B.

Dépendances fonctionnelles

Exemple

- Modélisation d'une base de données d'une entreprise

NumClient $\rightarrow$ Nom, Prénom, Adresse, Téléphone
Téléphone $\rightarrow$ NumClient, Nom, Prénom, Adresse
NuméroFacture $\rightarrow$ NumClient, Nom, DateFacture, Montant
CodeTVA $\rightarrow$ TauxTVA

Note : cet ensemble présente de la redondance.

Dépendances fonctionnelles

Remarques importantes

• Une DF est une assertion sur toutes les valeurs possibles (domaine des attributs) et non pas sur les valeurs actuelles (extension courante de la relation). Elle caractérise une intention et non pas une extension d'une relation : invariante au cours du temps.

• Les DF doivent être définies à partir d'un schéma de relation. Par défaut, elles sont définies sur la relation universelle.

Dépendances fonctionnelles

Utilités des DF

- Vérification que les extensions r d'un schéma R sont conformes au réel perçu.
- Spécifier (modéliser) les contraintes que devront vérifier toutes les relations d'un schéma relationnel.
- Outil de conception automatique d'un bon schéma relationnel.

DF : exemple

Soit une relation R exprimant l'emploi du temps d'un lycée construite sur les attributs suivants :

P (professeur), **H** (heure du cours), **S** (Salle), **C** (classe) et **M** (matière).

La signification d'un *n*-uplet de cette relation est :

Le professeur **P** enseigne la matière **M** à l'heure **H** dans la salle **S** à la classe **C**.

Donnez la liste des dépendances fonctionnelles.

DF : propriétés

- Système de règle d'inférences définit par Armstrong en 1974 :
  - Réflexivité :
  - Augmentation :
  - Transitivité :

DF : propriétés

- Autres règles déduites des 3 premières
  - Pseudo-transitivité :
  - Union (ou composition) :
  - Décomposition :

Formes des DF

- **DF triviale**

Dépendance fonctionnelle obtenue par réflexivité.

- **DF simple/composée**

Dépendance fonctionnelle qui possède un seul/plusieurs élément(s) en partie gauche.

- **DF directe**
  - Dépendance fonctionnelle non obtenue par transitivité.
  -

- **DF élémentaire**
  - Dépendance fonctionnelle non décomposable (DF simple ou partie gauche sans attribut superflu).
  -

Fermeture transitive d'un ensemble de DF

- Plus grand ensemble stationnaire F^+ de DF valides obtenu à partir d'un ensemble F initial en appliquant les propriétés des DF (axiomes d'Armstrong).

- La fermeture transitive d'un ensemble de DF est unique. Elle ne dépend pas de l'ordre d'utilisation des propriétés.

- Deux ensembles des DF sont équivalents ssi ils ont la même fermeture transitive $F_1 \equiv F_2 \Leftrightarrow F_1^+ = F_2^+$.

Exemple

$N \rightarrow T$
$T \rightarrow M$
$T \rightarrow P$
$N \rightarrow C$

Fermeture transitive d'un ensemble d'attributs

- La fermeture transitive d'un ensemble d'attributs X par rapport à un ensemble de DF *F* est l'ensemble des attributs qui peuvent être inférés à partir de X en utilisant les DF contenues dans *F*.

Exemple

N → T
T → M
T → P
N → C

Fermeture transitive de l'attribut N ?

Couverture minimale

- Sous ensemble F_{min} minimum (sans redondance) de DF qui permet de générer toutes les DF de F^+ :

$$F^+(F_{min}) = F^+(F)$$
$$\neg\exists\, F' \,/\, F' \subset F_{min} \text{ et } F^+(F') = F^+(F_{min})$$

- Contrairement à F^+, la couverture minimale n'est pas unique.

- Ensemble essentiel pour effectuer des décompositions sans perte.

- Algorithme en 3 étapes (ordre à respecter) à partir d'un ensemble de DF :
  1. Décomposer les DF (un seul attribut en partie droite) ;
  2. Rendre les DF élémentaires (membre gauche non décomposable) ;
  3. Supprimer les DF redondantes (obtenues par transitivité) ;

Couverture minimale

Soit l'ensemble *F* :

$A \rightarrow BC$

$AB \rightarrow C$

$ABC \rightarrow D$

$C \rightarrow D$

$D \rightarrow E$

$E \rightarrow F$

$DEF \rightarrow G$

Calculer une couverture minimale.

Retour sur la notion de clé

Définition

Un sous ensemble X des attributs d'un schéma relationnel R<U,F> avec U l'ensemble des attributs et F une couverture minimale de DF est une clé candidate ssi :

1. $\{X \rightarrow U\} \in F^+$
2. $\neg \exists X' \subset X \,/\, \{X' \rightarrow U\} \in F^+$ (minimalité d'une clé)

   et

3. $X^+_F = U$

Retour sur la notion de clé

$$F_4 \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow C \\ A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ D \rightarrow E \\ E \rightarrow F \\ D \rightarrow G \end{array} \right\}$$

Quelle est la clé de la relation R(A, B, C, D, E, F, G) dont F_4 est la couverture minimale ?