

Przykładowa wizualizacja macierzy 2x2 na jakiej będziemy operować (razem z wektorami wolnymi)

$$\begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} \end{bmatrix}$$

Wyróżniamy następujące niepodzielne zadania obliczeniowe:

- $A(i,k)$ - znalezienie mnożnika dla wiersza i , do odejmowania go od k -tego wiersza, czyli wykonanie dzielenia $m(k,i) = M(k,i)/M(i,i)$
- $B(i,j,k)$ - pomnożenie j -tego elementu wiersza i przez mnożnik - do odejmowania od k -tego wiersza, czyli wykonanie mnożenia $n(k,j,i) = M(i,j) * m(k,i)$
- $C(i,j,k)$ - odjęcie j -tego elementu wiersza i od wiersza k , czyli $M(k,j) = M(k,j) - n(k,j,i)$

Naszym alfabetem będzie zbiór takich $A(k,i)$, $B(k,j,i)$ i $C(k,j,i)$, żeby objęły wszystkie operacje z góry na dół, czyli muszą być spełnione założenia, że dla r (rozmiaru macierzy)

- $1 \leq i < r$
- $i < k \leq r$
- $i \leq j \leq r + 1$

// (i - obecny pivot, j - kolumna, k - wiersz)

Wyznaczenie relacji zależności

Tabela pomocnicza

$$\begin{aligned} [A(i,k)] \quad m(k,i) &= M(k,i) + M(i,i) \\ [B(i,j,k)] \quad n(k,j,i) &= M(i,j) + m(k,i) \\ [C(i,j,k)] \quad M(k,j) &= M(k,j) + n(k,j,i) \end{aligned}$$

$D1 = \{[B(i,j,k), C(i,j,k)]\}$ - wykonanie odejmowania wcześniejszej obliczonej "n"

$D2 = \{[A(i,k), B(i,j,k)]\}$ - użycie mnożnika "m"

$D3 = \{[C(i,j,k), B(k,j,l)]\}$ - pozostałe kolumny wiersza bazowego muszą zostać zaktualizowane, ($k < l$)

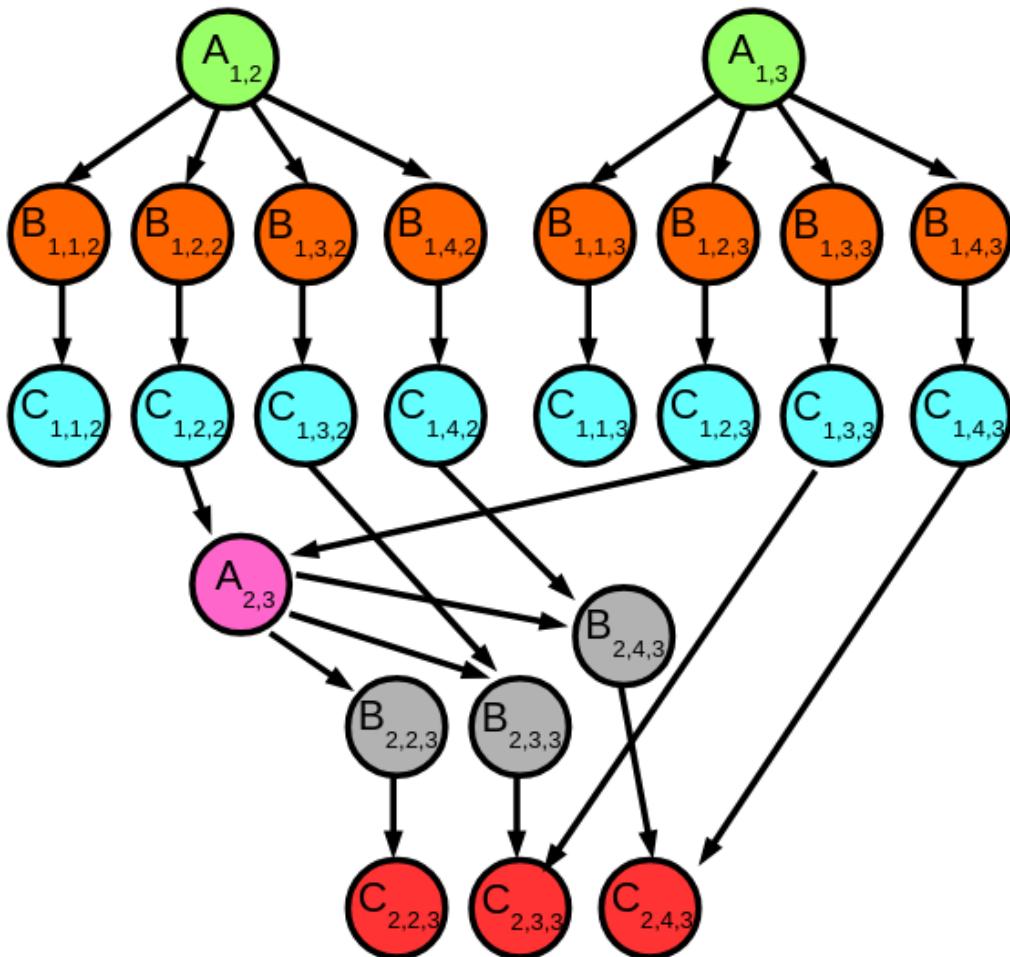
$D4 = \{[C(i,j,k), A(j,k)]\}$ - do rozpoczęcia szukania nowego mnożnika, poprzednia kolumna musi być już obliczona

$D5 = \{[C(i1,j,k), C(i2,j,k)]\}$ - kolejne odejmowania na tym samym wierszu muszą być sekwencyjne

$$D = \text{sym}((D1 \cup D2 \cup D3 \cup D4 \cup D5) +) \cup \Sigma$$

Relacją zależności jest dopełnienie tego zbioru

Zależności grafu Diekerta



Rysunek 1. Graf Diekerta wraz z kolorowaniem

wyżej wymienione relacje zależności możemy odczytać z grafu Diekerta następująco

D1 - pierwsze pionowe krawędzie od A do B

D2 - kolejne pionowe krawędzie z B do C

D3 - ukośne krawędzie z C do B

D4 - ukośne krawędzie z A do B

D5 - ukośne krawędzie z C (niebieskiego) do C (czerwonego)

Postać normalna Foaty

dla $i = 1, 2, 3, \dots, r-1$

$F(A_i)$ - Wszystkie obliczenia mnożników - $\{A(k,i) \mid i < k \leq r\}$

$F(B_i)$ - Wszystkie potrzebne obliczenia pomocnicze dla kroku - $\{B(k,j,i) \mid i < k \leq r \wedge i < j \leq r+1\}$

$F(C_i)$ - Wszystkie odejmowania dla kroku - $\{C(k,j,i) \mid i < k \leq r \wedge i < j \leq r+1\}$

wtedy

$FNF = [F(A_1)][F(B_1)][F(C_1)][F(A_2)][F(B_2)][F(C_2)]\dots$