Analisi Predittiva

CT0429
aa 2022/23
Primo appello

Gennaio, 2023

Cognome: _____ Nome: _____

Matricola: _____ Firma: _____

ISTRUZIONI
(DA LEGGERE ATTENTAMENTE).

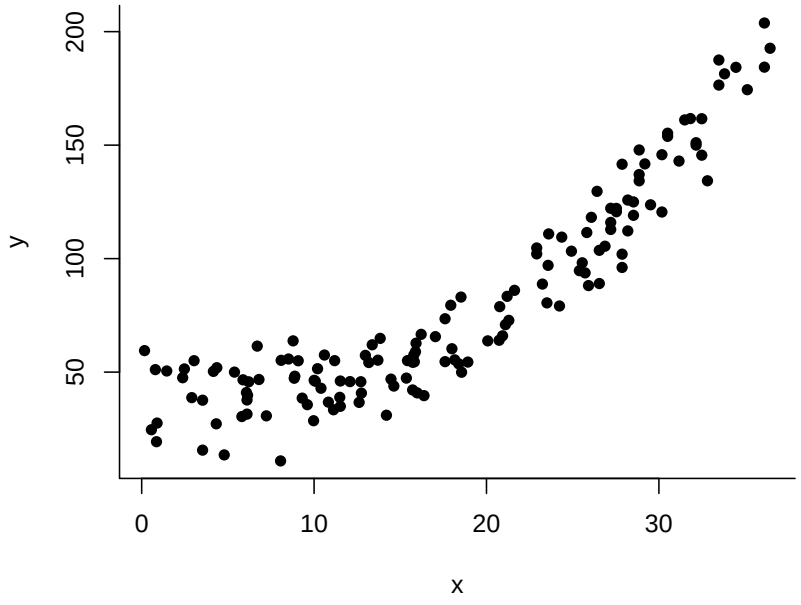
Assicuratevi di aver scritto nome cognome e matricola sia qui che sul file Rmarkdown disponibile su Moodle. Il tempo a disposizione per completare tutto l'esame (la parte scritta e la parte su Moodle) è di **90 minuti**.

Nessuno studente può lasciare l'aula fino a che la docente non avrà verificato che tutti abbiano consegnato sia il compito scritto che il file Rmarkdown. Dopo la consegna attendete che la docente dia il permesso di lasciare l'aula.

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	5	3	5	5	18
Score:					

Question 1 (5 points)

Il dataset `df` contiene misure per un campione di 145 osservazioni di due variabili continue (`x` e `y`) mostrate nel grafico sottostante:



Queste vengono usate per stimare il seguente modello:

```
fit <- lm(y~x, data = df)
as.numeric(c(coef(fit),summary(fit)$sigma))
```

```
[1]  6.5  4.0 20.0
```

Come da codice sovrastante, si ottengono le seguenti stime: $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}) = (6.5, 4, 20)$

Si crea quindi un vettore `e` che contiente i 145 residui del modello, i.e. $e_i = (y_i - \hat{y}_i)$

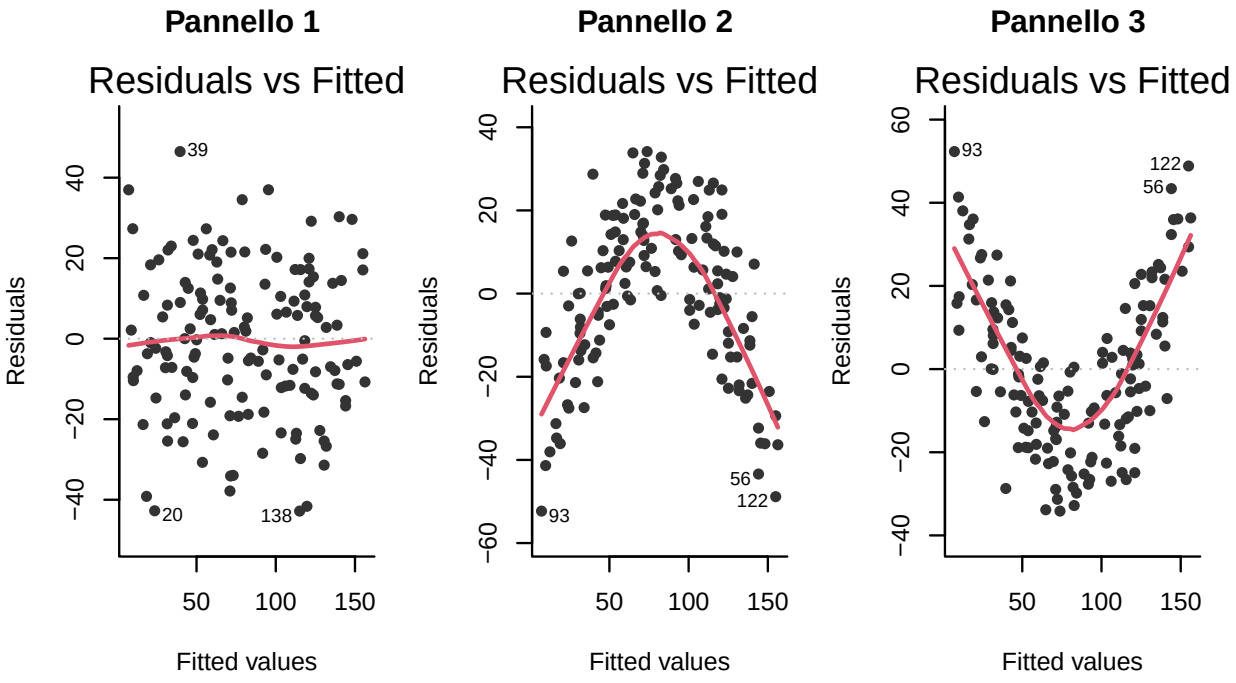
```
e <- residuals(fit)
```

i) Qual è il valore di $\sum_{i=1}^{n} e_i$ (i.e. `sum(e)`)?

ii) Qual è il valore di $\sum_{i=1}^{n} e_i^2$ (`sum(e^2)`)?

iii) Sapendo che $\bar{y} = 7$, è possibile determinare il valore di $\bar{x}$? Se si indicarne il valore:

iv) Quale dei Pannelli della figura sottostante è probabile mostri il grafico dei residui del modello `fit`? Si motivi la risposta. Pannello _____ perché



Question 2 (3 points)

Un'azienda desidera monitorare la relazione tra il numero di clienti gestito da un addetto alle vendite e il volume di vendite generato dall'addetto. Per un campione di 45 addetti vengono raccolte le seguenti informazioni:

- `nAccounts`: il numero di clienti gestito da un addetto alle vendite
- `filiale`: la filiale presso cui presta servizio l'addetto
- `volume`: il volume totale di vendite legato all'addetto

Vengono stimati due modelli:

```
fit1 <- lm(volume ~ nAccounts+filiale, data = df)
fit2 <- lm(volume ~ nAccounts*filiale, data = df)
coef(fit1)
```

```
(Intercept)   nAccounts    filialeB
      294.9         1.6       -28.5
```

```
coef(fit2)
```

```
      (Intercept)          nAccounts           filialeB nAccounts:filialeB
          295.416              1.548            -29.358              0.021
```

Il modello `fit1` viene poi usato per stimare il volume di due addetti:

```
nd
```

```
        nAccounts filiale
Luigi          30       A
Chiara         30       B
```

```
predict(fit1, newdata = nd)
```

```
[1] NA NA
```

```
dim(df)
```

```
[1] 45  3
```

i) Per quale delle due osservazioni risulta più alta la stima della variabile `volume` ottenuta con il modello `fit1`? Osservazione _____ perché

ii) Quale dei modelli stimati permette di verificare se l'effetto di `nAccounts` su `volume` è lo stesso nelle due filiali?

Question 3 (5 points)

Un'azienda desidera monitorare la relazione tra il numero di clienti gestito da un addetto alle vendite e il margine premiale pagato all'addetto. Per un campione di 73 addetti vengono derivate le seguenti informazioni

- `nAccounts`: il numero di clienti gestito da un addetto alle vendite
- `payBenefit`: la premialità pagata all'addetto nel mese precedente

Alcune statistiche descrittive per il dataset sono riportate qui sotto:

```
  nAccounts  payBenefit.V1
 Min.   :10   Min.   :13
 1st Qu.:31   1st Qu.:49
 Median :44   Median :66
 Mean   :46   Mean   :60
 3rd Qu.:62   3rd Qu.:71
 Max.   :80   Max.   :93
```

Vengono stimati i seguenti modelli

```
fit1 <- lm(payBenefit  ~ nAccounts, data = df)
fit_Xt <- lm(payBenefit  ~ I(nAccounts-10), data = df)
fit_lXlY <- lm(log(payBenefit)  ~ log(nAccounts), data = df)
```

Si derivano poi caratteristiche della stima del modello `fit1`:

```
summary(fit1)
```

```
...

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  33.1449     3.4208    9.69  1.3e-14
nAccounts     0.5938     0.0683    8.70  8.4e-13

Residual standard error: 12 on 71 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.516,        Adjusted R-squared:  0.509
F-statistic: 75.7 on 1 and 71 DF,  p-value: 8.43e-13
```

Infine il modello `fit1` viene usato per predirre i valori medi di `payBenefit` per due addetti alle vendite. Oltre alla stima puntuale viene calcolato un intervallo di confidenza al 98%:

```
nd
```

```
      nAccounts
Marco        45
Sara         90
```

```
predict(fit1, newdata = nd, interval = "confidence",level = .98)
```

```
[1] NA NA
```

i) Con le informazioni a vostra disposizione, è possibile sapere quale è la stima del valore del coefficiente angolare β_1 che descrive l'effetto di `I(nAccounts-10)` nel modello `fit_Xt`? Se sì, se ne indichi il valore.

ii) Con le informazioni a vostra disposizione, è possibile sapere quale è il valore di R^2 nel modello `fit_Xt`? Se sì, se ne indichi il valore.

iii) Con le informazioni a vostra disposizione, è possibile sapere quale è la stima del valore del coefficiente angolare β_1 che descrive l'effetto di `log(nAccounts)` nel modello `fit_lXlY`? Se sì, se ne indichi il valore.

iv) Con le informazioni a vostra disposizione, è possibile sapere quale è il valore di R^2 nel modello `fit_lXlY`? Se sì, se ne indichi il valore.

v) Si indichi per quale dei due dipendenti l'intervallo di confidenza della stima di `payBenefit` è più ampio:

Question 4 (5 points)

Un'azienda che gestisce un sito di vendite di oggetti di seconda mano desidera identificare quali siano i fattori che fanno aumentare la probabilità che un annuncio venga chiuso perché è avvenuta una vendita tramite il sito. Ad un campione di 40 utenti che hanno chiuso un annuncio viene chiesto se la chiusura dell'annuncio è dovuta ad una vendita tramite il sito e vengono raccolte alcune informazioni relative ad utente ed annuncio. In particolare si hanno le seguenti informazioni:

- `vendita`: una variabile dicotomica che indica se la chiusura di un annuncio è dovuta ad una vendita tramite il sito
- `Nfoto`: una variabile categoriale che indica i numero di foto allegate all'annuncio. La variabile può avere valori: `0`, `1-3`, `4-6`
- `DiffPrezzoMedio`: una variabile continua che indica la differenza relativa tra il prezzo richiesto nell'annuncio e il prezzo medio per oggetti nella stessa categoria

Vengono stimati due modelli alternativi:

```
fit1 <- glm(vendita ~ DiffPrezzoMedio, family = "binomial", data = df)
fit2 <- glm(vendita ~ Nfoto+DiffPrezzoMedio, family = "binomial", data = df)
```

```
summary(fit1)$coef
```

```
                Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)        0.344      0.394    0.87    0.383
DiffPrezzoMedio   -0.073      0.033   -2.22    0.026
```

Usando il modello `fit1` si deriva la funzione che stima la probabilità di chiudere un annuncio con una vendita in funzione della differenza relativa del prezzo:

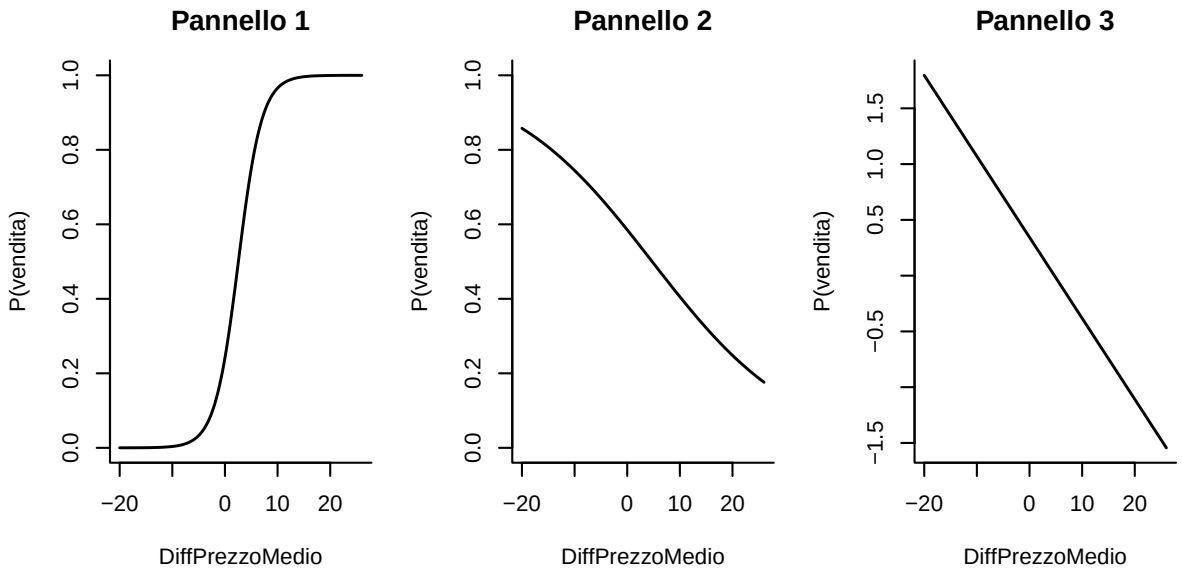
```
nd <- data.frame(DiffPrezzoMedio = seq(-20,26,by = 0.25))
plot(nd$DiffPrezzoMedio,predict(fit1, ewdata = nd,type = "response"),type = "l")
```

Successivamente si confronta la bontà di adattamento dei due modelli utilizzando un test del rapporto di verosimiglianza (likelihood ratio test) tramite la funzione `anova`:

```
anova(fit1, fit2, test = "LRT")
```

```
Analysis of Deviance Table

Model 1: vendita ~ DiffPrezzoMedio
Model 2: vendita ~ Nfoto + DiffPrezzoMedio
  Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
1        38       49.5
2        36       46.4  2     3.08     0.21
```



(i) In quale dei pannelli nella figura sovrastante è più credibile che sia mostrata la relazione stimata dal modello `fit1`? Si motivi la risposta. Pannello _____ perché

(ii) Si scriva in forma esplicita il modello specificato con `fit2`

(iii) Si specifichino ipotesi nulla ed alternativa del test del rapporto di verosimiglianza derivato dalla funzione `anova` dando indicazione su come interpretare l'output della funzione che confronta i modelli `fit1` e `fit2`