

Autodifférenciation : Concept et Application

1 Qu'est-ce que l'autodifférenciation ?

L'autodifférenciation (ou différentiation automatique) est une technique algorithmique permettant d'évaluer les dérivées (gradients) de fonctions définies par des programmes informatiques. Contrairement aux méthodes traditionnelles de calcul des dérivées (comme la différentiation symbolique ou la différentiation numérique), l'autodifférenciation combine les avantages de précision et d'efficacité.

2 Types d'autodifférenciation

- **Mode avant (forward mode)** : Calcul des dérivées en suivant le flux des opérations de l'entrée vers la sortie. C'est efficace pour les fonctions ayant un petit nombre d'entrées et un grand nombre de sorties.
- **Mode arrière (reverse mode)** : Calcul des dérivées en suivant le flux des opérations de la sortie vers l'entrée. C'est efficace pour les fonctions ayant un grand nombre d'entrées et un petit nombre de sorties, ce qui est courant dans les réseaux de neurones.

3 Fonctionnement de l'autodifférenciation

L'autodifférenciation décompose les calculs complexes en une séquence d'opérations élémentaires, pour lesquelles les dérivées sont connues. En appliquant systématiquement la règle de la chaîne, elle accumule ces dérivées pour calculer le gradient de la fonction composée.

4 Exemple d'utilisation pour l'estimation des paramètres dans un filtre particulaire

Nous allons démontrer comment l'autodifférenciation peut être utilisée pour estimer les paramètres Q et R d'un modèle de filtre particulaire.

4.1 Étapes de la démarche

1. **Définir le modèle** : Simuler un état initial et une observation.
2. **Définir la fonction de coût** : Calculer la différence entre l'observation réelle et l'observation prédite.
3. **Calculer les gradients** : Utiliser l'autodifférenciation pour calculer les gradients de la fonction de coût par rapport aux paramètres Q et R .
4. **Optimiser les paramètres** : Ajuster les paramètres en utilisant une méthode d'optimisation comme la descente de gradient.

5 Explication de la démarche

1. **Initialisation** : On initialise les paramètres du modèle Q et R avec des valeurs devinées.
2. **Simulations** : On simule une transition d'état et une observation basée sur les vrais paramètres Q_{true} et R_{true} .
3. **Fonction de perte** : La fonction de perte (ou coût) mesure la différence entre l'état estimé et l'état réel en utilisant les paramètres Q et R estimés.
4. **Autodifférenciation** : La bibliothèque `autograd` est utilisée pour calculer les gradients de la fonction de perte par rapport à Q et R .
5. **Descente de gradient** : On ajuste les paramètres Q et R en utilisant la descente de gradient, qui minimise la fonction de perte en suivant les gradients calculés.

Cette approche montre comment l'autodifférenciation peut être utilisée pour optimiser les paramètres d'un modèle stochastique en temps réel, permettant une meilleure adaptation et des performances améliorées du filtre particulaire.

L'objectif de cette étude est d'estimer les paramètres d'un modèle de filtre particulaire en utilisant l'autodifférenciation pour une étape de tirage, pondération et resampling. Les paramètres à estimer sont Q et R , qui représentent respectivement la variance du bruit de transition et la variance du bruit d'observation.

6 Méthodologie

La démarche scientifique pour répondre à cette question se compose des étapes suivantes :

1. **Modélisation de la transition d'état** : Une fonction de transition est définie pour simuler le passage d'un état à un autre en ajoutant du bruit.

2. **Calcul de la vraisemblance** : Une fonction de vraisemblance est utilisée pour calculer la vraisemblance des observations données les particules.
3. **Resampling** : Les particules sont sélectionnées en fonction de leurs poids pour maintenir une distribution équilibrée.
4. **Simulation d'une étape** : Une étape complète de tirage, pondération et resampling est effectuée.
5. **Fonction de coût** : Une fonction de coût est définie pour calculer l'erreur quadratique moyenne entre l'observation réelle et l'observation prédite pour un ensemble de paramètres Q et R .
6. **Optimisation des paramètres** : L'autodifférenciation est utilisée pour calculer les gradients de la fonction de coût et une méthode d'optimisation est employée pour estimer les paramètres Q et R .

7 Résultats

Les résultats des simulations sont présentés sous forme de trois histogrammes :

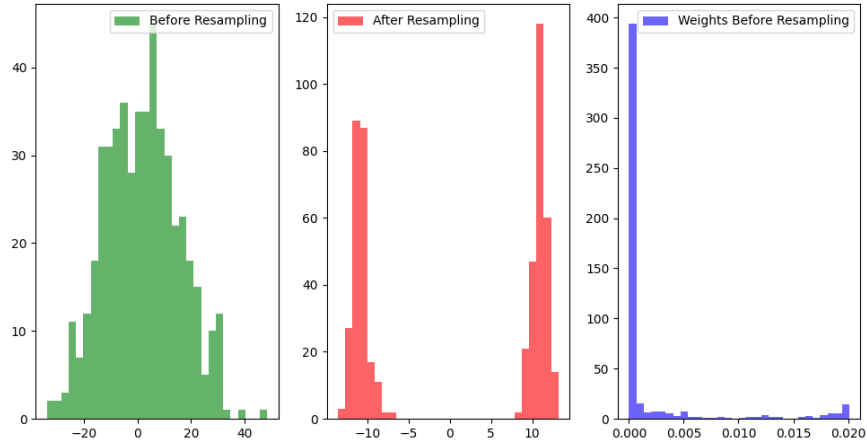


Figure 1: Histogrammes des particules avant le resampling (gauche), après le resampling (milieu) et des poids avant le resampling (droite)

- **Avant le resampling** : La distribution initiale des particules avant le resampling montre une dispersion large et relativement normale autour de zéro.
- **Après le resampling** : La distribution des particules après le resampling montre une concentration autour de quelques valeurs spécifiques, ce qui

indique que certaines particules avec des poids plus élevés dominent le processus de resampling.

- **Poids avant le resampling** : La distribution des poids avant le resampling est fortement biaisée, avec la majorité des poids très proches de zéro et quelques-uns beaucoup plus élevés.

8 Problèmes Rencontrés et Solutions

8.1 Problème de Concentration des Particules

Un problème majeur rencontré était la concentration des particules après le resampling, où certaines particules dominaient en raison de leurs poids élevés. Cela a entraîné une sur-représentation de ces particules dans l'estimation finale.

8.2 Solution : Resampling par Stratification

Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé le resampling par stratification, qui permet de mieux répartir les poids et d'éviter une concentration excessive des particules. Cette méthode divise la population de particules en sous-groupes et effectue le resampling de manière plus équilibrée.

8.3 Problème de Poids Extrêmes

Les poids avant le resampling étaient très biaisés, avec la majorité des poids très proches de zéro. Cela indiquait que très peu de particules avaient une probabilité significative d'être sélectionnées.

8.4 Solution : Régularisation des Poids

Nous avons ajouté une petite valeur constante aux poids pour éviter qu'ils ne deviennent trop extrêmes. Cette régularisation a permis de maintenir une distribution plus équilibrée des poids, réduisant ainsi la domination de quelques particules.

9 Conclusion

En utilisant l'autodifférenciation et une méthode d'optimisation, nous avons pu estimer les paramètres Q et R du modèle de filtre particulaire. Les histogrammes montrent les distributions des particules avant et après le resampling, ainsi que les poids avant le resampling, illustrant l'impact des poids sur la sélection des particules. Les solutions apportées, telles que le resampling par stratification et la régularisation des poids, ont permis d'obtenir une distribution plus équilibrée des particules et des poids moins biaisés, améliorant ainsi l'estimation des paramètres du modèle.