

Algorytmy i Struktury danych

Lista zadań 1

1. Napisz funkcję obliczającą x^n za pomocą $O(\log n)$ mnożeń: (a) z użyciem rekurencji i (b) bez użycia rekurencji. Uwaga: nie możesz używać funkcji `pow`, `log`, `exp` itp. a jedynie operator mnożenia `*`. Wskazówka: zastanów się jak na prostym kalkulatorze najszybciej obliczyć 0.999^{64}
2. Dana jest funkcja `double f(double)` ciągła, taka że $f(0) < 0 < f(1)$. Napisz program, który metodą bisekcji znajdzie pierwiastek funkcji f (taki x , że $f(x) = 0$). Uwaga: może się zdarzyć, że taki x nie istnieje, więc algorytm powinien znajdować taki x , dla którego $f(x)$ jest najbliższe zera. Warunkiem zakończenia pętli uczyni wykrycie zapętlenia (czyli że końce przedziału przestały się zbliżać do siebie).
3. (a) Pokaż, że wystarczy $2n$ mnożeń, aby wyliczyć wartość wielomianu stopnia n , o współczynnikach zawartych w tablicy `a`?

$$W(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots a_nx^n$$

w ten sposób, że `a[0]=a0`, `a[1]=a1` itd.. Zakładamy, że nie ma dostępu do funkcji `pow(x,n)` obliczającej x^n i potęgowanie należy wykonać w za pomocą mnożenia. Nie używamy funkcji z zadania 1.

(b) Napisz funkcję `double oblicz(double a[], int n, double x)` realizującą twój algorytm. Pamiętaj, że do przechowania wielomian stopnia n ma $n + 1$ współczynników więc rozmiar tablicy `a[]` jest o jeden większy od stopnia wielomianu $W(x)$.

4. Napisz funkcję,
(a) `int nty(int n, lnode *L)` której wynikiem jest wartość n -tego elementu listy `L`, lub 0 jeśli długość listy jest mniejsza niż n . Zakładamy, że `lnode` jest zdefiniowana jako

```
struct lnode
{ int key;
  lnode *next;
};
```

(b) `int suma(lnode *L)`, która obliczy sumę elementów listy `L`.

(c) `lnode* filter(lnode *L)`, która usunie z listy `L` elementy ujemne i zwróci otrzymaną listę.

5. (a) Jak znaleźć minimum i maksimum n liczb nie używając więcej niż $3n/2$ porównań?
(b) Napisz funkcję, `void max_min(int a[], int n)`, która zrealizuje ten algorytm i wypisze wartości `max` i `min` na standardowym wyjściu.
6. W jednej linii pliku `a.txt` znajdują się oddzielone spacjami stopień i współczynniki wielomianu $A(x)$ w kolejności: $n \ a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_n$ a w pliku `b.txt` stopień i współczynniki wielomianu $B(x)$. Napisz w C++ program, który odczyta dane z tych plików, obliczy stopień i współczynniki wielomianu $C(x) = A(x)B(x)$, a następnie zapisze je w pliku `c.txt`. jak ilość mnożeń wykonawynych przez twój program zależy od stopni wielomianów $A(x)$ i $B(x)$.
7. Napisz program nie zawierający instrukcji `if` ani `switch`, który policzy ile razy występuje każdy znak ASCII w pliku o nazwie podanej jako argument programu (`argv[1]`).
8. Napisz procedurę `sito_erastotenesa` znajdującą wszystkie liczby pierwsze mniejsze od n . Wynikiem jest tablica `bool prime[n]`, taka że `prime[k]==true` wtedy i tylko wtedy gdy k jest liczbą pierwszą.