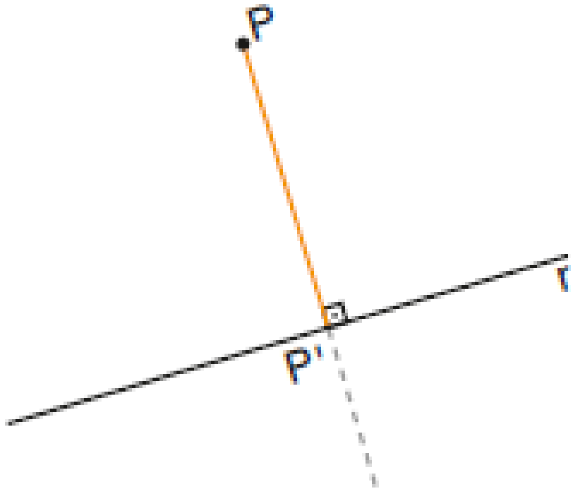
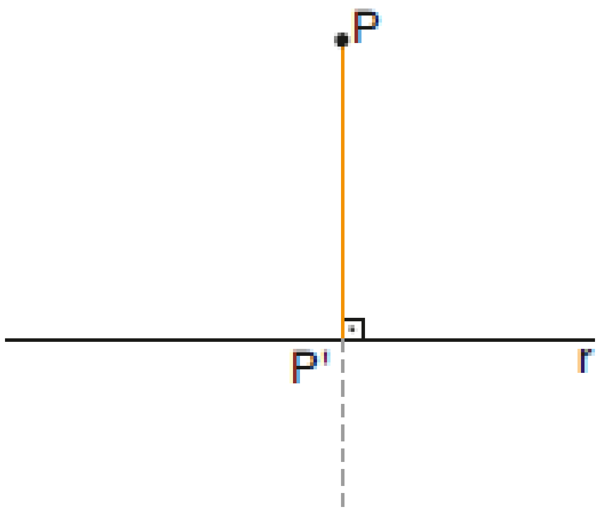
# Reta – Distância entre Ponto e Reta e entre duas Retas

## *Distância entre Ponto e Reta*

Já sabemos que a distância entre um ponto e uma reta é a distância do ponto ao "pé da perpendicular" à reta dada, traçada pelo ponto.




Em ambos os casos, a distância entre **P** e **r** (indica-se por $d_{P,r}$) é a distância entre **P** e **P'**, sendo **P'** o ponto de interseção entre a reta perpendicular a **r**, conduzida por **P**, e a reta **r**.

**P'** também é chamado **projeção ortogonal** de **P** sobre **r**.

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Podemos generalizar o procedimento descrito no slide anterior para calcular a distância **d** entre um ponto $\mathbf{P(x_0, y_0)}$ e uma reta $\mathbf{r: ax + by + c = 0}$.
Obtemos a expressão:

$$d = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

***Exercício***:

**01.** Vamos agora obter, analiticamente, a distância entre P(2, 3) e a reta r: x + 2y − 2 = 0.

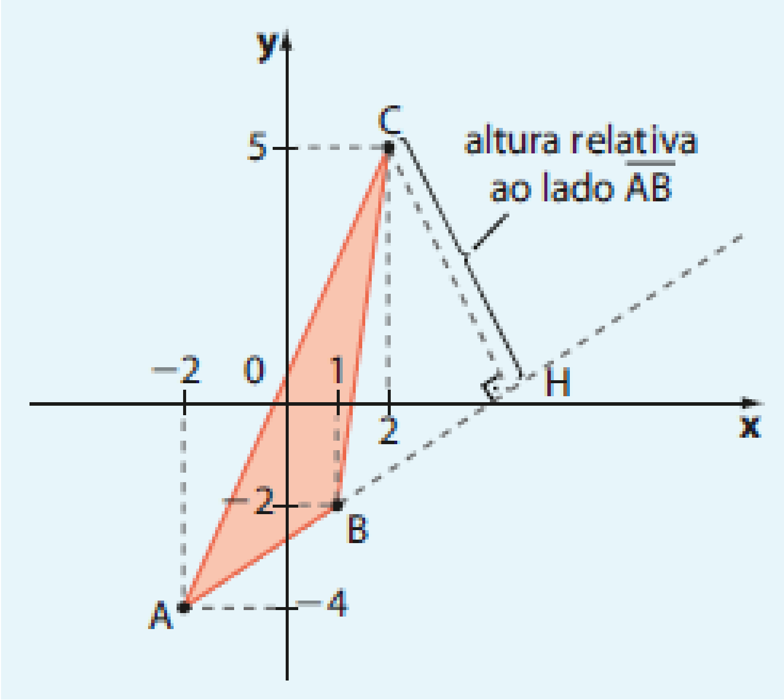
$$d_{P,r} = \frac{|a\,.\,x_0 + b\,.\,y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \therefore \quad d_{P,r} = \frac{|1\,.\,2 + 2\,.\,3 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \quad \therefore \quad d_{P,r} = \frac{|2 + 6 - 2|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$$d_{P,r} = \frac{6}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$\boxed{d_{P,r} = \frac{6\sqrt{5}}{5}\,\text{u. c.}}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

**02.** Os vértices de um triângulo ABC são A(−2, −4), B(1, −2) e C(2, 5). Determine a medida da altura relativa ao lado $\overline{AB}$.




***Vamos encontrar a reta que passa pelos pontos A e B***

$$\begin{array}{c|cc|c} - & x & y & + \\ - & -2 & -4 & + \\ - & 1 & -2 & + \\ & x & y & \end{array}$$

$$-4x + 4 + y + 2y + 4 + 2x = 0$$

$$\boxed{-2x + 3y + 8 = 0} \quad .(-1)$$

$$\boxed{2x - 3y - 8 = 0}$$

$$\overline{CH} = d_{C,\overleftrightarrow{AB}} = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \therefore \quad \overline{CH} = \frac{|2 \cdot 2 - 3 \cdot 5 - 8|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} \quad \therefore \quad \overline{CH} = \frac{|4 - 15 - 8|}{\sqrt{4 + 9}}$$

$$\overline{CH} = \frac{|-19|}{\sqrt{13}} \quad \therefore \quad \overline{CH} = \frac{19}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} \qquad \boxed{\overline{CH} = \frac{19\sqrt{13}}{13}}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

## *Distância entre duas Retas*

É importante observar, de início, que só faz sentido falar na distância entre duas retas **r** e **s,** se as mesmas forem paralelas distintas. Portanto **r** e **s** devem possuir o mesmo coeficiente angular $(\boldsymbol{m_r = m_s})$.

Para encontrarmos a distância entre **r** e **s**, é preciso escolher um ponto arbitrário de uma das retas e calcular a distância desse ponto à outra reta.

Para generalizar esse procedimento, calcularmos a distância **d** entre uma reta $\boldsymbol{r: ax + by + c_r = 0}$ e uma reta $\boldsymbol{s: ax + by + c_s = 0}$, utilizando a expressão:

$$\boxed{d_{r,s} = \frac{|c_r - c_s|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

***Exercício***:

Determine a distância entre as retas r: $x + 2y + 5 = 0$ e s: $x + 2y - 3 = 0$.

$$d_{r,s} = \frac{|c_r - c_s|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \therefore d_{r,s} = \frac{|5 - (-3)|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \therefore d_{r,s} = \frac{|5 + 3|}{\sqrt{1 + 4}} \therefore d_{r,s} = \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$\boxed{d_{r,s} = \frac{8\sqrt{5}}{5}}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

É uma pena que acabou...

**Obrigado pela atenção !!!**

**Professor Sívio Orleans Cruz**

**sivio.orleans@ifpb.edu.br**


sivio.orleans@ifpb.edu.br