Professor: Sívio Orleans Cruz
Instituto Federal da Paraíba
Estatística – Medidas de Tendência Central e de Dispersão

A **estatística** é um ramo de grande importância da matemática, desenvolvendo técnicas como a coleta de dados e sua organização, interpretação, análise e representação. O uso da matemática para a tomada de decisões vem acompanhando nossa história desde o início das grandes civilizações. Com o passar do tempo, foram criados métodos para facilitar-se esse processo.

A estatística é dividida entre o **estudo da coleta de dados,** em que conhecemos os princípios da área, como os conceitos de amostra, população, variável e tipo de variável; o **estudo da análise desses dados**, no qual lidamos com a frequência absoluta e relativa, as medidas centrais e as medidas de dispersão; e a **representação e interpretação desses resultados**, em que estudamos os **tipos de gráficos**, a melhor representação para cada caso, e, com base nessa interpretação, gerando-se também as medidas centrais, como a média, a moda e a mediana.

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Para que serve a estatística?

Os resultados de pesquisas estatísticas estão presentes a todo instante na nossa sociedade, é bastante comum ver nos noticiários **pesquisas de diversas naturezas** que trazem para a sociedade dados para interpretação e realização de inferências sobre ela. Pesquisas estão sendo feitas constantemente tendo em vista a **tomada de decisões**, e elas se utilizam das ferramentas da estatística desde os primeiros passos até a representação gráfica, que pode ser de cunho político, ambiental ou da saúde.

Um exemplo é o uso dos dados relacionados à quantidade de casos da doença **COVID-19**, que faz com que estados, municípios e o Ministério da Saúde tomem decisões com base no que foi coletado. Até mesmo na busca por uma vacina para uma doença, há a necessidade da realização de pesquisas para avaliar-se a eficácia dela, o que demonstra essa eficácia são os dados coletados e trabalhados estatisticamente.

A estatística está presente nas decisões simples até nas mais complexas do nosso cotidiano, e essas informações não podem ou não deveriam ser repassadas de qualquer maneira. Existem regras específicas para a coleta de dados, para sua análise e até mesmo para a definição da estimativa de confiabilidade da pesquisa, enfim, todas essas regras surgem baseadas em ferramentas desenvolvidas no estudo da estatística.

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Medidas de Tendencia Central

A Estatística trabalha com diversas informações que são apresentadas por meio de gráficos e tabelas e com diversos números que representam e caracterizam um determinado conjunto de dados. Dentre todas as informações, podemos retirar valores que representem, de algum modo, todo o conjunto. Esses valores são denominados "Medidas de Tendência Central ou Medidas de Centralidade". As medidas de centralidade que apresentaremos são a **Média Aritmética**, a **Moda** e a **Mediana**.

Vamos mostrar a seguir o que vem a ser cada uma delas.

Média Aritmética

Sejam $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, os valores de n observações de determinada variável **x**. Definimos média aritmética indicada por $\overline{x}$ Como o quociente entre a soma de todos os valores observados e o número total de observações.

$$\boxed{\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}}$$

O cálculo da Média Aritmética é frequentemente usado nas escolas para efetuar a média final dos alunos, em campeonatos de futebol para se obter a média de gols de uma determinada rodada ou mesmo do campeonato; é também utilizado em diversas pesquisas estatísticas, pois determina o direcionamento das ideias expressas em determinados estudos.

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Média Aritmética Ponderada

De modo geral, Seja um conjunto de valores formados pelos elementos $\boldsymbol{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k}$, com frequências absolutas respectivamente iguais a $\boldsymbol{n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k}$. A média aritmética ponderada desses valores é:

$$\boxed{\overline{x} = \frac{x_1.n_1 + x_2.n_2 + x_3.n_3 + \cdots + x_k.n_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k}}$$

Em outras palavras, a Média Aritmética Ponderada é uma Média Aritmética na qual você repete os números tantas vezes quantos são seus pesos.

Mediana

Sejam $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \cdots \leq x_n$ os **n** valores **ordenados** de uma variável x. A mediana desse conjunto de valores indicada por M_e é definida como vemos a seguir.

$$\boxed{M_e = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, \text{se } n \text{ é ímpar} \\ \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}, \text{se } n \text{ é par} \end{cases}}$$

Mediana é o valor que separa a metade maior e a metade menor de uma amostra, uma população ou uma distribuição de probabilidade

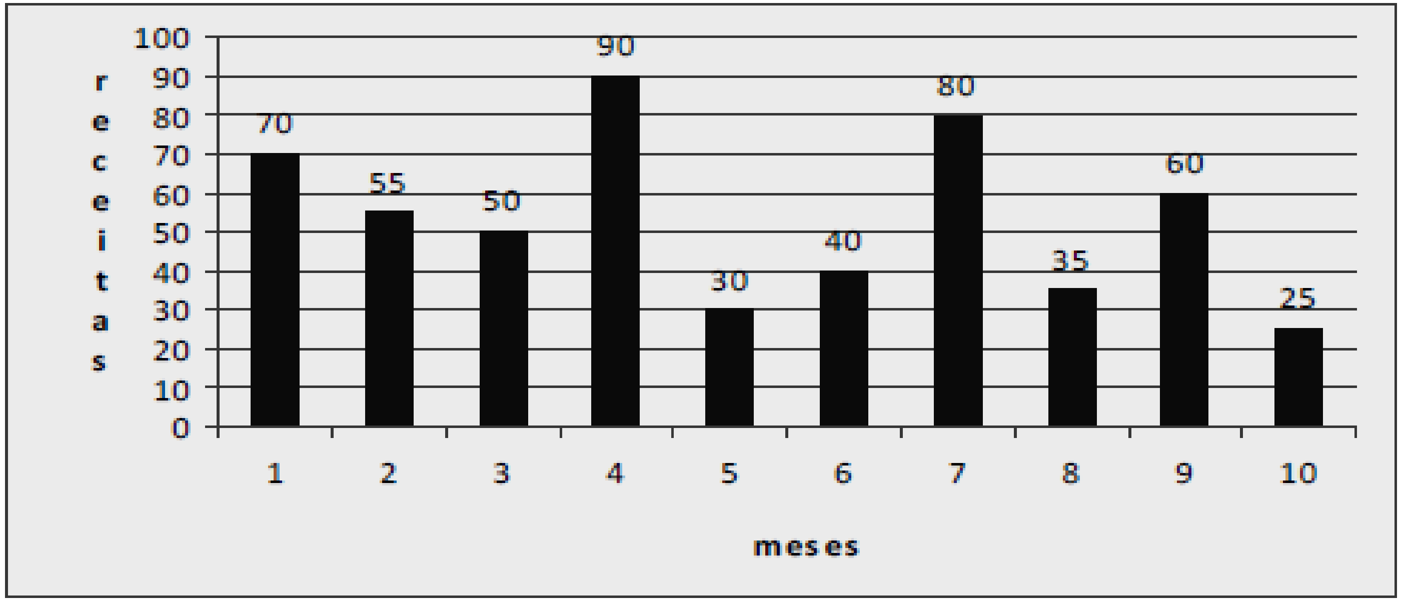
sivio.orleans@ifpb.edu.br

Exercícios

01. O gráfico abaixo apresenta as receitas mensais, em milhares de reais, de certa empresa, ao longo de dez meses do ano de 2010. No eixo horizontal, 1 corresponde ao mês de março, 2 corresponde ao mês de abril e, assim por diante, até 10, que corresponde ao mês de dezembro.

Com base nessas informações, é correto afirmar que o mês em que a receita ficou mais próxima da média aritmética das dez receitais mensais foi:

a) Abril
b) Maio
c) Agosto
d) Novembro

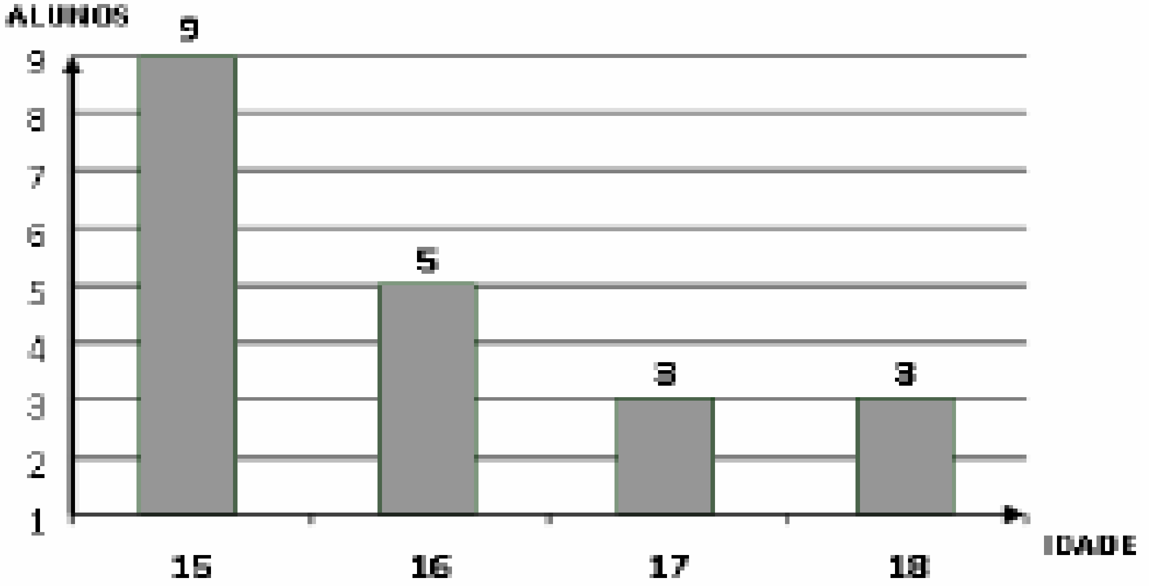


$$\bar{x} = \frac{70 + 55 + 50 + 90 + 30 + 40 + 80 + 35 + 60 + 25}{10} \quad \therefore \quad \bar{x} = \frac{535}{10} \quad \therefore \quad \boxed{\bar{x} = 53,5}$$

Abril

sivio.orleans@ifpb.edu.br

02. (IFMT/2010.2) O gráfico abaixo representa as idades de 15, 16, 17 e 18 anos e as respectivas quantidades de alunos de uma sala de aula do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB).



A idade média dos alunos da sala de aula:

a) está entre 15 e 16 anos.

b) está entre 16 e 17 anos.

c) está entre 17 e 18 anos.

d) é exatamente 17 anos.

e) é exatamente 16 anos.

$$\bar{x} = \frac{15 \,.\, 9 + 16 \,.\, 5 + 17 \,.\, 3 + 18 \,.\, 3}{9 + 5 + 3 + 3} \quad \therefore \quad \bar{x} = \frac{135 + 80 + 51 + 54}{20} \quad \therefore \quad \bar{x} = \frac{320}{20}$$

$$\boxed{\bar{x} = 16}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

03. (ENEM/2010) O gráfico apresenta a quantidade de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo desde a Copa de 1930 até a de 2006.

A partir dos dados apresentados, qual a mediana das quantidades de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo?

a) 6 gols

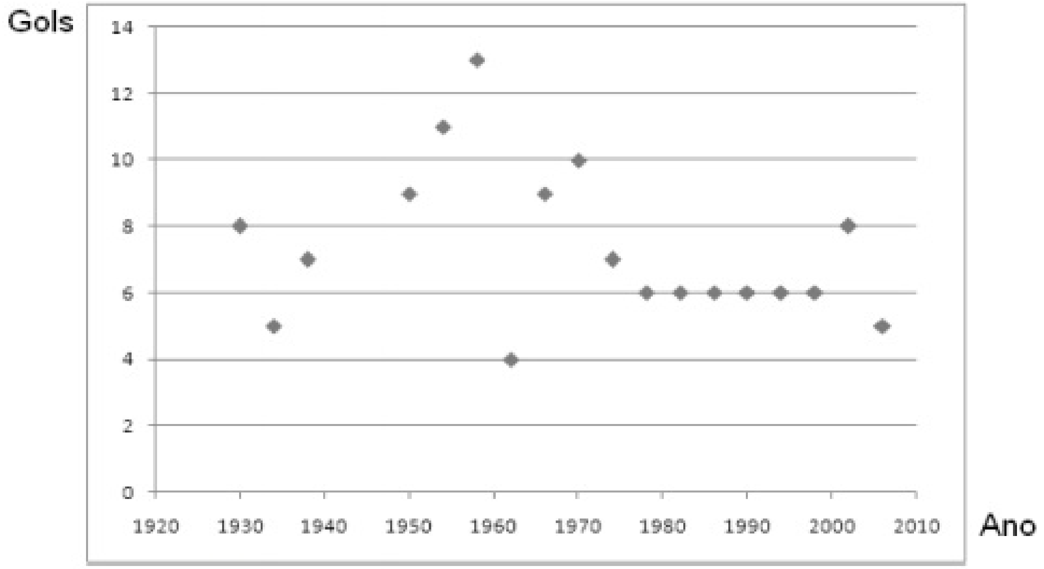
b) 6,5 gols

c) 7 gols

d) 7,3 gols

e) 8,5 gols

Quantidades de Gols dos Artilheiros das Copas do Mundo



Disponível em: http://www.suapesquisa.com. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

9º 10º

4 , 5 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , **6 , 7** , 7 , 8 , 8 , 9 , 9 , 10 , 11 , 13

$$\therefore M_e = \frac{6+7}{2}$$

$$\boxed{M_e = 6,5}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Moda

Moda de um conjunto de valores, indicada por $\boldsymbol{M_o}$ é a realização (ocorrência) mais frequente entre os valores observados.

Ex. 1: 5, 8, 11, 8, 3, 4, 8 *(A moda é igual a 8)*

Ex. 2: 2, 3, 9, 3, 4, 2, 6 ***(Há duas modas 2 e 3. Dizemos que se trata de uma distribuição bimodal)***

Ex. 3: 1, 3, 4, 6, 9, 11, 2 ***(Nesse caso todos os valores aparecem com a mesma frequência unitária. Assim não há moda nessa distribuição)***

Exercícios

01. Considerando um grupo de pessoas com 22, 20, 21, 24 e 20 anos, calcule a média aritmética, ou simplesmente a média de idade do grupo

$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}} \quad \therefore \quad \bar{x} = \frac{22 + 20 + 21 + 24 + 20}{5} \quad \therefore \quad \bar{x} = \frac{107}{5}$$

$$\boxed{\bar{x} = 21,4}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

02. Em cada bimestre, uma faculdade exige a realização de quatro tipos de avaliação, calculando a nota bimestral pela média ponderada dessas avaliações. Se a tabela apresenta as notas obtidas por uma aluna nos quatro tipos de avaliações realizadas e os pesos dessas avaliações, qual a nota bimestral dessa aluna?

Avaliação	Nota	Peso
Prova escrita	6,00	4
Avaliação continuada	7,00	4
Seminário	8,00	2
Trabalho em grupo	9,00	2

$$\boxed{\overline{x} = \frac{x_1.n_1 + x_2.n_2 + x_3.n_3 + \cdots + x_k.n_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k}}$$

$$\therefore \quad \overline{x} = \frac{6.4 + 7.4 + 8.2 + 9.2}{4 + 4 + 2 + 2} \quad \therefore \quad \overline{x} = \frac{24 + 28 + 16 + 18}{12}$$

$$\overline{x} = \frac{86}{12} \quad \therefore \quad \boxed{\overline{x} = 7,1666\ldots}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Medidas de Dispersão

Medidas de dispersão são parâmetros estatísticos usados para determinar o grau de variabilidade dos dados de um conjunto de valores.

A utilização desses parâmetros tornam a análise de uma amostra mais confiável, visto que as variáveis de tendência central (média, mediana, moda) muitas vezes escondem a homogeneidade ou não dos dados.

Amplitude

Essa medida de dispersão é definida como a diferença entre a maior e a menor observação de um conjunto de dados, isto é:

$A = X_{maior} - X_{menor}$

Desvio

É a diferença entre cada valor observado e a média do grupo.

Desvio Médio (Dm)

É a média aritmética dos valores absolutos dos desvios.

$$D_M = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Variância

A variância é determinada pela média dos quadrados das diferenças entre cada uma das observações e a média aritmética da amostra. O cálculo é feito com base na seguinte fórmula:

Sejam $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, os valores assumidos por uma variável x e $\bar{x}$ a média aritmética desses valores. Chamamos de variância de x, e indicamos por **Var(x)** ou σ^2(lê:se "sigma" ao quadrado) ao número real positivo:

$$Var(x) = \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Desvio Padrão

O **desvio padrão** é definido como a raiz quadrada da variância. Desta forma, a unidade de medida do desvio padrão será a mesma da unidade de medida dos dados, o que não acontece com a variância.
Assim, o desvio padrão é encontrado fazendo-se:

Sejam $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, os valores assumidos por uma variável x. Chamamos desvio padrão de x, e indicamos por **DP(x)** ou σ a raiz quadrada da variância de x.

$$DP(x) = \sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Exercício

Em um treinamento de salto em altura, os atletas realizaram 4 saltos cada um. Vejamos as marcas obtidas por três atletas:

- atleta **A**: 148 cm, 170 cm, 155 cm e 131 cm;
- atleta **B**: 145 cm, 151 cm, 150 cm e 152 cm;
- atleta **C**: 146 cm, 151 cm, 143 cm e 160 cm.

a) Qual deles obteve melhor média?

b) Qual deles foi o mais regular?

Resolução:

a) Calculando a média de cada atleta, obtemos:

Atleta A: $$\mathbf{MA = \frac{148 + 170 + 155 + 131}{4} = \frac{604}{4}} \qquad \boxed{\mathbf{MA = 151}}$$

Atleta B: $$\mathbf{MB = \frac{145 + 151 + 150 + 152}{4} = \frac{598}{4}} \qquad \boxed{\mathbf{MB = 149,5}}$$

Atleta C: $$\mathbf{MC = \frac{146 + 151 + 143 + 160}{4} = \frac{600}{4}} \qquad \boxed{\mathbf{MC = 150}}$$

Logo, o atleta A obteve a maior média, 151 cm.

sivio.orleans@ifpb.edu.br

b) A maior regularidade será verificada a partir do desvio padrão. Assim, temos:

$$\boxed{DP(x) = \sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2}{n}}}$$

Atleta A:

$$V = \frac{(148 - 151)^2 + (170 - 151)^2 + (155 - 151)^2 + (131 - 151)^2}{4} = \frac{9 + 361 + 16 + 400}{4} = \frac{786}{4}$$

$$\boxed{V = 196,5} \qquad DP = \sqrt{196,5} \qquad \boxed{DP \cong 14}$$

Atleta B:

$$V = \frac{(145 - 149,5)^2 + (151 - 149,5)^2 + (150 - 149,5)^2 + (152 - 149,5)^2}{4}$$

$$V = \frac{(-4,5)^2 + (1,5)^2 + (0,5)^2 + (2,5)^2}{4} = \frac{20,25 + 2,25 + 0,25 + 6,25}{4} = \frac{29}{4}$$

$$\boxed{V = 7,25} \qquad DP = \sqrt{7,25} \qquad \boxed{DP \cong 2,7}$$

sivio.orleans@ifpb.edu.br

Atleta C:

$$V = \frac{(146-150)^2 + (151-150)^2 + (143-150)^2 + (160-150)^2}{4} = \frac{16+1+49+100}{4}$$

$$V = \frac{166}{4}$$

$$\boxed{V = 41,5}$$

$$DP = \sqrt{41,5}$$

$$\boxed{DP \cong 6,4}$$

Logo, o atleta B foi o mais regular, pois o desvio padrão é menor

sivio.orleans@ifpb.edu.br

É uma pena que acabou...

Obrigado pela atenção !!!

Professor Sívio Orleans Cruz

sivio.orleans@ifpb.edu.br

sivio.orleans@ifpb.edu.br