



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE MATEMÁTICA

ESTATÍSTICA

Prof.^a Raiana Roland Seixas

Aluno: Pedro henrique Silva Santana

Matrícula: 12011BSI218

Lista 04 - Distribuições Probabilísticas

1) O número X de mensagens enviadas por hora, através de uma rede de computadores, tem a seguinte distribuição: X assume os valores {10, 12, 15 e 20} com probabilidades {0,1; 0,3; 0,5; 0,1}, respectivamente. Determine a esperança matemática e o desvio padrão de X.

Esperança Matemática

$$(10 * 0,1) + (12 * 0,3) + (15 * 0,5) + (20 * 0,1) = \\ 1 + 3,6 + 7,5 + 2 = \\ \mathbf{14,1}$$

Desvio Padrão

$$\sqrt{(10^2 * 0,1) + (12^2 * 0,3) + (15^2 * 0,5) + (20^2 * 0,1) - 14,1^2} = \\ \sqrt{10 + 43,2 + 112,5 + 40 - 198,81} = \\ \sqrt{6,89} = \mathbf{2,62}$$

R. 14,1 e 2,62

2) Num conjunto de produtos a probabilidade de um produto apresentar uma falha é de 20%. Em 5 produtos escolhidos ao acaso, qual a probabilidade de 2 produtos apresentarem esta falha.

$$X = 2$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} 0,2^2 * 0,8^3 = \mathbf{0,02048}$$

R: P(X=2) = 0,2048

3) Chegam caminhões a um depósito à razão de 2,8 caminhões/hora. Determine a probabilidade de chegarem 2 ou mais caminhões:

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(0) + P(1)]$$

a) Num período de 30 minutos

$$P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-1,4} * 1,4^0}{0!} + \frac{e^{-1,4} * 1,4^1}{1!} \right] = \\ P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-1,4} * 1}{1} + \frac{e^{-1,4} * 1,4^1}{1} \right] = 1 - [0,24659696394 (1 + 1,4)] \\ = \mathbf{0,40817}$$

b) Num período de 1 hora

$$P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-2,8} * 2,8^0}{0!} + \frac{e^{-2,8} * 2,8^1}{1!} \right] = \\ P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-2,8} * 1}{1} + \frac{e^{-2,8} * 2,8^1}{1} \right] = 1 - [0,06081006262 (1 + 2,8)]$$

$$= 0,76892$$

c) Num período de 2 horas.

$$P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-5,6} * 5,6^0}{0!} + \frac{e^{-5,6} * 5,6^1}{1!} \right] =$$

$$P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-5,6} * 1}{1} + \frac{e^{-5,6} * 5,6^1}{1} \right] = 1 - [0,00369786371 (1 + 5,6)]$$

$$= 0,97485$$

R: 1- [P(0)+P(1)]

a) $\lambda = 1,4$ **R= 0,40817**

b) $\lambda = 2,8$ **R=0,76892**

c) $\lambda = 5,6$ **R=0,97559**

4) Em uma região do Brasil a taxa de contaminação por resíduo industrial é igual a 10 %. Em uma amostra aleatória de 20 pessoas dessa região, qual a probabilidade de 5 serem contaminadas.

$X = 5$

$$P(X = 5) = \binom{20}{5} 0,1^5 * 0,9^{15} =$$

$$\frac{20 * 19 * 18 * 17 * 16 * 15!}{5 * 4 * 3! * 15!} 0,00001 * 0,20589113209 =$$

$$\mathbf{0,03192}$$

R: $P(X=5) = 0,03192$

5) Uma distribuição binomial tem média 12 e variância 8. Qual é o valor de n?

$$Var = E(X) * q$$

$$8 = 12 * q$$

$$q = 0,666$$

$$p = 1 - q = 1 - 0,666 = 0,333$$

$$E(X) = n * p$$

$$12 = n * 0,333$$

$$\mathbf{n = 36}$$

n = 36

6) O número de clientes atendidos pelo caixa de um banco é de 4, em média, por hora. Qual a probabilidade de se atender:

a) Exatamente 4 clientes em uma hora? Resposta: **P(X=4)=0,1954**

$$P(X = 4) = \frac{e^{-4} * 4^4}{4!} =$$

$$P(X = 4) = \frac{e^{-4} * 4^3}{6} = \mathbf{0,1954}$$

b) No máximo 2 clientes em uma hora? Resposta: **P(X≤2)=0,2381**

$$P(X \leq 2) = \frac{e^{-4} * 4^0}{0!} + \frac{e^{-4} * 4^1}{1!} + \frac{e^{-4} * 4^2}{2!} =$$

$$P(X \leq 2) = \frac{e^{-4} * 1}{1} + \frac{e^{-4} * 4}{1} + \frac{e^{-4} * 16}{2} =$$

$$(X \leq 2) = e^{-4}(1 + 4 + 8) = \mathbf{0,1954}$$

c) Pelo menos 2 clientes em uma hora? Resposta: **P(X≥2)=0,9084**

$$P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-4} * 4^0}{0!} + \frac{e^{-4} * 4^1}{1!} \right] =$$

$$P(X \geq 2) = 1 - \left[\frac{e^{-4} * 1}{1} + \frac{e^{-4} * 4}{1} \right] = 1 - [e^{-4} * (1 + 4)] = \mathbf{0,9084}$$

7) Determinar as probabilidades ou os valores de z nas seguintes situações:

Com base na tabela da norma padrão:

| Tabela - Normal Padrão de 0 a z | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Segunda casa decimal de z | | | | | | | | | | |
| z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,0 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | 0,0239 | 0,0279 | 0,0319 | 0,0359 |
| 0,1 | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | 0,0636 | 0,0675 | 0,0714 | 0,0753 |
| 0,2 | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | 0,1026 | 0,1064 | 0,1103 | 0,1141 |
| 0,3 | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | 0,1406 | 0,1443 | 0,1480 | 0,1517 |
| 0,4 | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | 0,1772 | 0,1808 | 0,1844 | 0,1879 |
| 0,5 | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | 0,2123 | 0,2157 | 0,2190 | 0,2224 |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | 0,2454 | 0,2486 | 0,2517 | 0,2549 |
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | 0,2764 | 0,2794 | 0,2823 | 0,2852 |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | 0,3051 | 0,3078 | 0,3106 | 0,3133 |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | 0,3289 | 0,3315 | 0,3340 | 0,3365 | 0,3389 |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | 0,3643 | 0,3665 | 0,3686 | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | 0,4032 | 0,4049 | 0,4066 | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | 0,4192 | 0,4207 | 0,4222 | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| 1,5 | 0,4332 | 0,4345 | 0,4357 | 0,4370 | 0,4382 | 0,4394 | 0,4406 | 0,4418 | 0,4429 | 0,4441 |
| 1,6 | 0,4452 | 0,4463 | 0,4474 | 0,4484 | 0,4495 | 0,4505 | 0,4515 | 0,4525 | 0,4535 | 0,4545 |
| 1,7 | 0,4554 | 0,4564 | 0,4573 | 0,4582 | 0,4591 | 0,4599 | 0,4608 | 0,4616 | 0,4625 | 0,4633 |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | 0,4686 | 0,4693 | 0,4699 | 0,4706 |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | 0,4750 | 0,4756 | 0,4761 | 0,4767 |
| 2,0 | 0,4772 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | 0,4798 | 0,4803 | 0,4808 | 0,4812 | 0,4817 |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | 0,4842 | 0,4846 | 0,4850 | 0,4854 | 0,4857 |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4864 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | 0,4878 | 0,4881 | 0,4884 | 0,4887 | 0,4890 |
| 2,3 | 0,4893 | 0,4896 | 0,4898 | 0,4901 | 0,4904 | 0,4906 | 0,4909 | 0,4911 | 0,4913 | 0,4916 |
| 2,4 | 0,4918 | 0,4920 | 0,4922 | 0,4925 | 0,4927 | 0,4929 | 0,4931 | 0,4932 | 0,4934 | 0,4936 |
| 2,5 | 0,4938 | 0,4940 | 0,4941 | 0,4943 | 0,4945 | 0,4946 | 0,4948 | 0,4949 | 0,4951 | 0,4952 |
| 2,6 | 0,4953 | 0,4955 | 0,4956 | 0,4957 | 0,4959 | 0,4960 | 0,4961 | 0,4962 | 0,4963 | 0,4964 |
| 2,7 | 0,4965 | 0,4966 | 0,4967 | 0,4968 | 0,4969 | 0,4970 | 0,4971 | 0,4972 | 0,4973 | 0,4974 |
| 2,8 | 0,4974 | 0,4975 | 0,4976 | 0,4977 | 0,4977 | 0,4978 | 0,4979 | 0,4979 | 0,4980 | 0,4981 |
| 2,9 | 0,4981 | 0,4982 | 0,4982 | 0,4983 | 0,4984 | 0,4984 | 0,4985 | 0,4985 | 0,4986 | 0,4986 |
| 3,0 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4988 | 0,4988 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4990 | 0,4990 |
| 3,1 | 0,4990 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4993 | 0,4993 |
| 3,2 | 0,4993 | 0,4993 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4995 |
| 3,3 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4997 |
| 3,4 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4998 |
| 3,5 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 |
| 3,6 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,7 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,8 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,9 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 |
| 4,0 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 |



$$\begin{aligned} \text{a) } P(0,00 < Z < 1,20) \\ = \mathbf{0,3849} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(-0,68 < Z < 0,0) \\ = \mathbf{0,2517} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(-0,46 < Z < 2,21) \\ = 0,1772 + 0,4864 \\ = \mathbf{0,6636} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(Z > 0,75) \\ = 0,5 - 0,2734 \\ = \mathbf{0,2266} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } P(Z < 1,43) \\ = 0,5 + 0,4236 \\ = \mathbf{0,9236} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } P(Z < -3,00) \\ = 0,5 - 0,4987 \\ = \mathbf{0,0013} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } P(Z < z) = 0,025 \\ z = \mathbf{-1,96} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } P(Z < z) = 0,9082 \\ z = \mathbf{1,33} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } P(1,96 < Z < z) = 0,01 \\ P(z) = 0,9850 \\ z = \mathbf{2,1} \end{aligned}$$

Respostas:

a. 0,3849

b. 0,2517

c. 0,6636

d. 0,2266

e. 0,9236

f. 0,0013

g. z=-1,96

h. z=1,33

i. z=2,17

8) Os pesos dos alunos de uma determinada turma têm distribuição normal com média 63,6 kg e desvio padrão 2,5 kg. Seleccionada aleatoriamente uma mulher, determine a probabilidade de o seu peso estar entre 63,6 e 68,6 kg.

$$\begin{aligned}Z' &= \frac{63,6 - 63,6}{2,5} = \frac{0}{2,5} = 0 \\Z'' &= \frac{68,6 - 63,6}{2,5} = \frac{5}{2,5} = 2 \\P(0 < Z < 2) \\&= \mathbf{0,4772}\end{aligned}$$

R. 0,4772

9) Considerando os dados do problema anterior, determine:

a) $P(63,6 < x < 65,0)$

$$\begin{aligned}Z' &= \frac{63,6 - 63,6}{2,5} = \frac{0}{2,5} = 0 \\Z'' &= \frac{65 - 63,6}{2,5} = \frac{1,4}{2,5} = 0,56 \\P(0 < Z < 0,56) \\&= \mathbf{0,2123}\end{aligned}$$

R. 0,2123

b) $P(x > 58,1)$

$$\begin{aligned}Z' &= \frac{58,1 - 63,6}{2,5} = \frac{-5,5}{2,5} = -2,2 \\P(Z > -2,2) \\&= 0,4861 + 0,5 \\&= \mathbf{0,9861}\end{aligned}$$

R. 0,9861

10) Os prazos de substituição de aparelhos de TV têm distribuição normal com média de 8,2 anos e desvio padrão de 1,1 ano. Determine a probabilidade de um aparelho de TV selecionado aleatoriamente acusar um tempo de substituição inferior a 7,0 anos.

$$\begin{aligned} Z' &= \frac{7 - 8,2}{1,1} = \frac{-1,2}{1,1} = -1,090909090909091 \\ &P(Z < -1,09) \\ &= 0,5 - 0,3621 \\ &= \mathbf{0,1379} \end{aligned}$$

R. 0,1379

11) Supondo que os pesos do papel descartado semanalmente pelas residências tenham distribuição normal com média de 9,4 kg e desvio padrão de 4,2 kg. Determine a probabilidade de escolher aleatoriamente uma residência que descarte entre 5,0 kg e 8,0 kg de papel em uma semana.

$$\begin{aligned} Z' &= \frac{5 - 9,4}{4,2} = \frac{-4,4}{4,2} = -1,047619047619048 \\ Z'' &= \frac{8 - 9,4}{4,2} = \frac{-1,4}{4,2} = -0,333333333333333 \\ &P(-1,04 < Z < -0,33) \\ &= 0,3508 - 0,1293 \\ &= \mathbf{0,2215} \end{aligned}$$

R. 0,2215

12) Os escores de QI têm distribuição normal com média 100 e desvio padrão 15. A admissão na empresa X exige um QI superior a 131,5.

$$Z' = \frac{131,5 - 100}{15} = \frac{31,5}{15} = 2,1$$

a) escolhida aleatoriamente uma pessoa, determine a probabilidade dela satisfazer aquela exigência da empresa.

$$\begin{aligned} &P(Z > 2,1) \\ &= 0,5 - 0,4821 \\ &= \mathbf{0,0179} \end{aligned}$$

R. 0,0179

b) em uma região de 70.000 habitantes, quantos serão candidatos à uma vaga na empresa?

$$\begin{aligned} &70000 * 0,0179 \\ &= \mathbf{1253} \end{aligned}$$

R.1253