

FÍSICA GERAL I

1. Interações Elétricas

FÍSICA GERAL I

Sumário

1	Interações Elétricas	1
1.1	Eletricidade estática	5
1.2	Carga elétrica	7
1.3	Mobilidade dos portadores de carga	13
1.4	Polarização de carga	23
1.5	Lei de Coulomb	30
1.6	Forças exercidas por uma distribuição de cargas	38
1.7	Problemas	40
2	Interações Elétricas	45
2.1	section	48
2.2	Campo elétrico de uma partícula carregada	50
2.3	Campo de dipolo	52
2.4	Campos elétricos de distribuições de carga contínua	55
2.5	Dipolos nos campos elétricos	58
2.6	Problemas	62
	Literature	65

Electricidade é um termo familiar - baterias, lâmpadas, computadores envolvem eletricidade. Não é eufemismo dizer que a vida moderna depende da eletricidade, mas o que exatamente é eletricidade? Todos nós sabemos o que a eletricidade faz, mas não é tão fácil explicar o que é eletricidade. A eletricidade se manifesta de várias maneiras: desde as faíscas que voam

quando você esfrega os pés em um tapete em um dia seco de inverno, eletricidade que usamos em nossas casas, até a transmissão de programas de rádio e televisão. Até a atração entre ímãs tem a ver com eletricidade. Neste capítulo, começamos nosso tratamento da eletricidade com uma discussão sobre eletricidade estática.

CONCEITOS

1.1 Eletricidade estática

Quando você arranca algum filme plástico de seu rolo, o embrulho é atraído por tudo que se aproxima: sua mão, a bancada, um prato. Essa interação entre o filme plástico e outros objetos não precisa envolver nenhum contato físico. Por exemplo, você pode sentir a presença de um pedaço de filme plástico recém rasgado com sua bochecha ou as costas da mão, mesmo quando seu rosto ou mão estão a alguma distância da peça. Você pode ter experimentado muitas interações semelhantes: Amendoins de isopor são atraídos por seus braços quando você desempacota uma caixa cheia deles (Figura 1.1). Passar um pente pelo cabelo em um dia seco faz com que ele atraia seu cabelo. Depois de esfregar um balão contra um suéter de lã, você pode segurar o balão próximo a uma parede e ver a atração conforme ele se move em direção à parede. Em todos esses casos, a massa dos objetos é muito pequena para que as interações sejam gravitacionais. O que é, então, essa interação? Você pode nunca ter pensado nessas interações como sendo particularmente fortes, mas considere o seguinte: se você esfregar um pente no cabelo e, em seguida, passar o pente sobre alguns pequenos pedaços de papel, os pedaços de papel saltam para o seu pente e grudam nele. Em outras palavras, os pedaços de papel aceleram para cima, o que significa que a força exercida por seu pente sobre eles deve ser maior do que a força gravitacional exercida sobre eles pela Terra! Agora tente o seguinte: puxe rapidamente uma tira de filme plástico transparente de 20 cm de um rolo e suspenda-a na borda de uma mesa (apenas certifique-se de que a mesa não seja de metal). Observe como a fita é atraída por qualquer coisa trazida para perto. Pode até exigir alguma prática para evitar que a fita se enrola e grude na parte de baixo da mesa ou em sua mão. Traga alguns objetos perto da fita suspensa e observe a interação atrativa entre eles. Vá em frente - experimente!



Figura 1.1: Os amendoins de isopor grudam no pelo do gato por causa da eletricidade estática.

checkpoint 22.1 Suspenda um pedaço de fita transparente recém-puxado da borda de sua mesa. (a) O que acontece quando você segura uma bateria perto da fita? Faz diferença se você aponta o lado + ou o lado - da bateria em direção à fita? Uma bateria gasta produz um resultado diferente? Um objeto de madeira produz um resultado diferente? (b) O que acontece quando você segura uma tira de fita recém- puxada perto do cabo de alimentação de uma lâmpada? Faz alguma diferença se a lâmpada está acesa ou apagada?

Todas essas interações envolvendo eletricidade estática são exemplos de interações elétricas. O experimento que você acabou de fazer diz que não há nenhuma conexão óbvia entre as interações elétricas e a eletricidade que consideramos “fluindo” em circuitos elétricos e baterias. No Capítulo 31, veremos, entretanto, que os dois estão conectados.

Objetos que participam de interações elétricas exercem uma força elétrica uns sobre os outros. A força elétrica é uma força de campo (consulte a Seção 8.3): Os objetos que exercem forças elétricas uns sobre os outros não precisam estar se tocando fisicamente. Como você deve ter notado pela interação entre as tiras de fita e vários objetos próximos, a magnitude da força elétrica depende da distância: ela diminui conforme você aumenta a separação.

checkpoint 22.2 Suspenda uma tira de fita transparente recém-puxada na borda de sua mesa. (a) Puxe uma segunda tira de fita para fora do rolo e segure-a perto da primeira tira. O que você percebe? (b) Faz diferença que lados das tiras você orienta um em direção ao outro?

Como o Checkpoint 22.2 deixa claro, nem todas as interações elétricas são atrativas. Mesmo que você aumente a massa das tiras suspendendo clipe de papel nelas, a repulsão entre as tiras é grande o suficiente para manter os clipe de papel separados (Figura 1.2). Agora coloque sua mão entre duas tiras repelentes e observe como ambas as tiras voam em direção à sua mão! Em seguida, passe cada tira de fita várias vezes entre os dedos e observe como a interação elétrica diminui ou até mesmo desaparece.

checkpoint 22.3 Suspenda duas tiras de plástico transparente de 20 cm recém-puxadas na borda de sua mesa. Corte duas tiras de papel de 20 cm, deixando cada tira com a mesma largura da tira de plástico, e investigue as interações entre as tiras de papel e a de plástico, aproximando-as uma da outra. Qual das seguintes combinações exibe uma interação elétrica: papel-papel, fita-papel, fita-fita?



Figura 1.2: As tiras de fita recém-retiradas de um rolo se repelem. A força repulsiva é grande o suficiente para manter as tiras separadas, mesmo quando pressionadas por clipe de papel.

1.2 Carga elétrica

Como vimos na seção anterior, as interações elétricas são às vezes atrativas e às vezes repulsivas. Além disso, o experimento que você realizou no Checkpoint 22.3 demonstra que as tiras de papel, que não interagem eletricamente umas com as outras, interagem eletricamente com a fita transparente. O que causa essas interações? Para responder a essa pergunta, precisamos realizar uma sequência sistemática de experimentos.

A Figura 1.3 ilustra um procedimento simples para criar de forma reproduzível tiras de fita que interagem eletricamente. Uma tira suspensa criada de acordo com esse procedimento interage das seguintes maneiras: Ela repele outra tira criada da mesma maneira e atrai qualquer outro objeto que não interaja eletricamente com outros objetos (Figura 1.4).

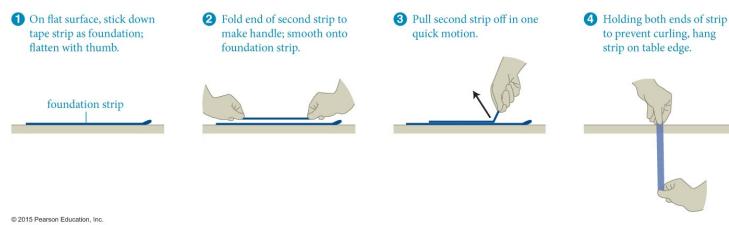


Figura 1.3: Procedimento para fazer tiras de fita transparente que interagem eletricamente. O objetivo da faixa da base é simplesmente fornecer uma superfície padrão.

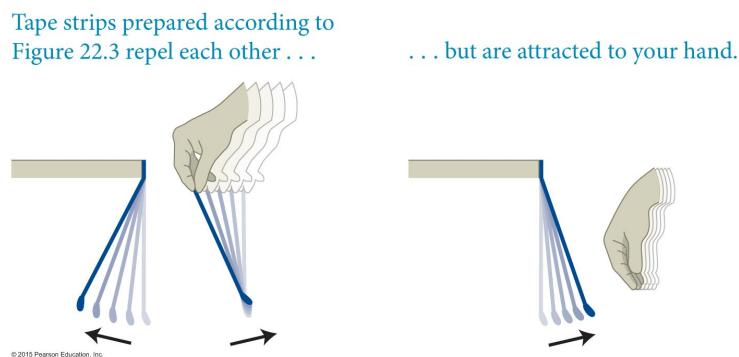


Figura 1.4: Figura 04

Chamemos o atributo responsável pela interação elétrica carga elétrica, ou simplesmente carga. Dizer que algo carrega uma carga elétrica é apenas outra maneira de dizer que aquele objeto interage eletricamente com outros objetos que carregam carga elétrica. Fitas recém-puxadas carregam carga elétrica, e duas dessas faixas interagem porque cada uma possui uma carga elétrica, assim como seu corpo e a Terra interagem porque cada uma possui massa. O termo geral para qualquer objeto microscópico que carrega uma carga elétrica, como um elétron ou íon, é portador de carga. Não está imediatamente claro quais atributos atribuir a objetos que não interagem eletricamente uns com os outros, mas interagem com uma tira de fita carregada - uma tira de papel, sua mão, uma borracha, você escolhe. Tudo o que sabemos por enquanto é que a interação entre esses objetos e uma fita carregada é atrativa, em vez de repulsiva. A carga elétrica em um objeto não é uma propriedade permanente; se você deixar uma tira carregada de fita pendurada por um tempo, ela perderá a capacidade de interagir eletricamente. Em outras palavras, a tira não está mais carregada - ela está descarregada. Dependendo da umidade do ar, a descarga pode levar minutos ou horas, mas você pode acelerar a descarga esfregando os dedos algumas vezes em todo o comprimento de uma tira decarregada suspensa fita. (A fricção permite que a carga “vaze” da fita ao se distribuir pelo corpo.)

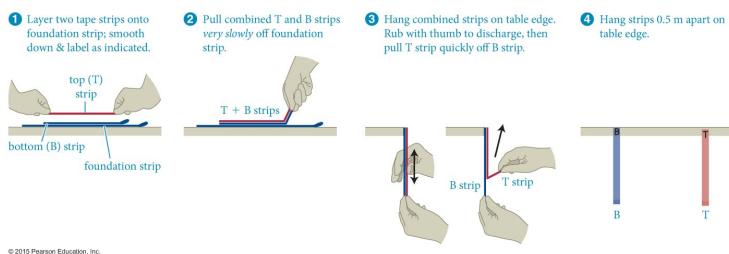


Figura 1.5: Procedimento para fazer tiras de fita transparente que carregam cargas opostas.

checkpoint 22.4 (a) Prepare uma tira carregada de fita transparente conforme descrito na Figura 1.3 e, em seguida, suspenda a tira na borda de sua mesa. Verifique se a fita interage como você esperaria com sua mão, com uma tira de papel e com outra tira de fita carregada. (b) Esfregue os dedos ao longo da tira suspensa para remover toda a carga dela e, em seguida, verifique se ela não mais interage com a sua mão. Se ela interagir, esfregue novamente até que ela não interaja mais. (c) Preveja e então verifique experimentalmente como a tira suspensa sem carga interage com uma tira de papel e com uma tira carregada de fita.

Para restaurar a carga em uma tira descarregada, cole a tira no topo da tira da base da qual você a puxou (etapa 1 na Figura 1.3), alise-a e, em seguida, puxe-a rapidamente novamente. Você pode recarregar uma tira algumas vezes antes que ela perca suas propriedades adesivas. Uma vez que a fita perde sua adesividade, entretanto, recarregá-la se torna impossível. Em geral, é uma boa ideia esfregar o dedo sobre a tira de base antes de reutilizá-la para ter certeza de que também está descarregada.

checkpoint 22.5 Recarregue a tira descarregada do Ponto de Verificação 22.4 e verifique se ela interage como antes com sua mão, com uma tira de papel e com outra tira de fita carregada.

Uma tira de fita descarregada interage da mesma maneira que objetos que não carregam carga. Esses objetos são considerados eletricamente neutros. Eles não interagem eletricamente com outros objetos neutros, mas interagem eletricamente com objetos carregados. Examinaremos esse fato surpreendente com mais detalhes na Seção 22.4.

De onde vem a carga elétrica em uma tira de fita carregada? A carga é criada quando duas tiras são separadas, como na Figura 1.3? Isso é algo que podemos verificar colando duas tiras de fita, esfregando com os dedos para remover toda a carga da combinação e, em seguida, separando rapidamente as duas tiras (Figura 1.5).

checkpoint 22.6 Siga o procedimento ilustrado na Figura 1.5 para separar um par de tiras carregadas. (a) Como a tira B interage com um objeto neutro? Como a tira T interage com um objeto neutro? (b) Crie uma terceira tira carregada e veja como ela interage com a tira B e com a tira T. (c) A tira T está carregada? (d) A tira B está carregada? (e) Verifique o que acontece com as interações com as tiras B e T quando você descarrega uma tira B ou T esfregando os dedos ao longo de seu comprimento.

Como mostra o Ponto de Verificação 22.6, separar um par de tiras sem carga produz duas tiras carregadas, mas o comportamento da tira B é diferente daquele das outras tiras que encontramos até agora!

checkpoint 22.7 Faça dois pares carregados de tiras (B e T) seguindo o procedimento ilustrado na Figura 1.5. Investigue a interação de B com T, T com T e B com B.

As interações entre as tiras B e T são ilustradas na Figura 1.6: Tiras do mesmo tipo se repelem, enquanto tiras de tipos diferentes se atraem. Esta série de experimentos nos leva a concluir que existem dois tipos de carga nas fitas, um tipo nas fitas B e outro tipo nas fitas T. Tiras que carregam o mesmo tipo de carga, chamadas de cargas semelhantes, exercem forças repulsivas umas sobre as outras; tiras que carregam diferentes tipos de carga, chamadas de cargas opostas, exercem forças de atração umas sobre as outras.

Tendo determinado que existem dois tipos de carga elétrica, a próxima pergunta lógica é: Existem ainda mais tipos?

checkpoint 22.8 (a) Prepare uma tira carregada de fita adesiva de acordo com a Figura 1.3 e pendure-a na borda de sua mesa. Pendure também uma tira estreita de papel na borda da mesa, cerca de 0,5 m de distância da tira de fita. Passe um pente de plástico seis vezes rapidamente pelo cabelo e mostre que o pente está carregado. Certifique-se de usar um pente de plástico; pentes feitos de outros materiais não adquirem carga quando passados pelo cabelo. O tipo de pente mais barato geralmente funciona melhor. (b) Faça um par de tiras B e T com cargas opostas (Figura 1.5) e investigue como elas interagem com um pente carregado. (c) Seu pente se comporta como uma tira B, uma tira T ou nenhuma das duas?

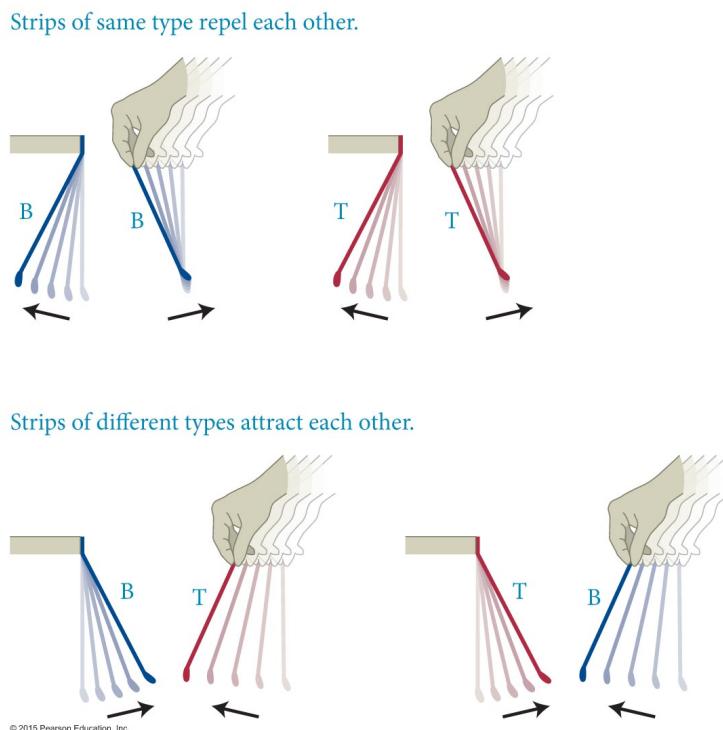


Figura 1.6: Interações das tiras carregadas de B e T.

Experimentos mostram que qualquer objeto carregado - obtido esfregando objetos entre si ou de outra forma - sempre atrai uma tira B ou T e repele a outra. Ninguém jamais encontrou um objeto carregado que repele ou atraia os dois tipos de tiras. Em outras palavras:

Existem dois e apenas dois tipos de carga. Objetos que carregam cargas semelhantes se repelem; objetos que carregam cargas opostas se atraem.

Os dois tipos de carga nunca aparecem independentemente um do outro: sempre que dois objetos neutros são esfregados e separados ou, se uma superfície adesiva estiver envolvida, grudados e separados e um deles adquirir uma carga de um tipo, o outro objeto sempre adquire uma carga do outro tipo. A geração de cargas opostas é óbvia quando você separa um par neutro de tiras de fita. Quando você passa um pente pelo cabelo, o pente adquire carga de um tipo e seu cabelo adquire carga de outro tipo. Em um dia seco, você deve ter notado que alguns fios de cabelo se levantam. Cada fio carregado está sendo repelido pelos outros fios carregados fio, portanto, eles estão ficando o mais longe possível um do outro.

Pode ser mostrado que quando duas tiras de fita são separadas, as forças exercidas pela tira B e pela tira T em uma terceira tira carregada são iguais em magnitude, embora uma seja atrativa e a outra repulsiva. Além disso, quando as tiras B e T são recombinadas, a combinação é neutra novamente. Essas observações sugerem que, depois de esfregar e separar um par de objetos, os objetos carregam quantidades iguais de carga oposta. Combinar essas quantidades iguais de carga oposta produz carga zero. Essas observações indicam que toda matéria neutra contém quantidades iguais de carga positiva e negativa. Os dois tipos de carga são chamados de cargas positivas e negativas. A definição de carga negativa é a

seguinte¹:

Carga negativa é o tipo de carga adquirida por um pente de plástico que passou pelo cabelo algumas vezes.

checkpoint 22.9 A tira B que você criou no Checkpoint 22.8 carrega uma carga positiva ou negativa?

Quando dois objetos neutros se tocam, alguma carga pode ser transferida de um objeto para o outro, com o resultado de que um objeto acaba com um excedente de um tipo de carga e o outro objeto termina com um excedente igual do outro tipo de carga. Por exemplo, quando um pedaço de isopor neutro é esfregado com um pedaço de plástico neutro, o isopor adquire uma carga positiva (o que significa que contém mais carga positiva do que negativa) e o invólucro de plástico adquire uma carga negativa (tem um excesso de carga negativa). Sem mais informações, no entanto, não podemos dizer se a carga positiva foi transferida do invólucro para o isopor ou se a carga negativa foi transferida do isopor para o invólucro plástico, ou uma combinação dos dois. (Veja a Figura 1.7 na próxima página.) Resumindo:

Toda matéria neutra contém quantidades iguais de carga positiva e negativa; objetos carregados contêm quantidades desiguais de carga positiva e negativa.

Nas ilustrações, a carga excedente é representada por sinais de mais ou de menos. Lembre-se, entretanto, de que esses sinais nunca representam o único tipo de carga em um objeto. Os sinais de mais no isopor com carga positiva na Figura 1.7, por exemplo, significam apenas que o isopor contém mais carga positiva do que negativa, seja porque parte de sua carga negativa foi removida ou porque alguma carga positiva foi adicionada. Além dos 12 portadores de carga positiva mostrados na Figura 1.7, o isopor contém milhões e milhões de portadores de carga positiva emparelhados com milhões e milhões de portadores de carga negativa. Um desenho, como a Figura 1.7, mostra apenas portadores de carga não emparelhados (geralmente chamados de carga excedente).

Como mostram nossas observações na Figura 1.6, as tiras B e T carregadas com cargas opostas se atraem. A interação entre carga positiva e negativa tende a trazer os portadores de carga positiva e negativa o mais próximos possível. Como a combinação de quantidades iguais de carga positiva e negativa resulta em carga zero, podemos dizer que os portadores de carga sempre tendem a se organizar de maneira a produzir objetos sem carga - de fato, toda matéria ao nosso redor tende a ser neutra.

¹Historicamente, a carga negativa foi (arbitrariamente) definida por Benjamin Franklin (1706–1790) como a carga adquirida por uma haste de borracha esfregada com pelo de gato. Como os pentes e cabelos de plástico são mais facilmente acessíveis do que hastes de borracha e pelo de gato, a definição de carga negativa fornecida aqui é mais conveniente.

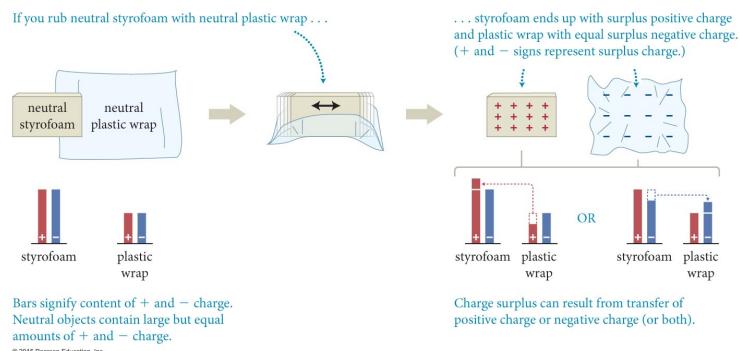


Figura 1.7: Esfregar isopor neutro com filme plástico neutro deixa os dois objetos com cargas iguais de tipos opostos.

checkpoint 22.10 Imagine ter uma coleção de bolinhas carregadas que retêm a carga mesmo quando tocam outros objetos. As vermelhas têm carga positiva e as azuis têm carga negativa. (a) O que acontece se você colocar um monte de bolinhas vermelhas juntas em uma superfície horizontal plana? (b) O que acontece se você fizer o mesmo com um monte de bolinhas azuis? (c) O que acontece se você fizer o mesmo com uma mistura igual de bolinhas vermelhas e azuis? (d) O que acontece na parte c se você tiver mais algumas vermelhas do que azuis? (e) Como um todo, a coleção de bolinhas na parte d tem carga positiva, carga negativa ou nenhuma?

1.3 Mobilidade dos portadores de carga

Para obter uma melhor compreensão da carga elétrica, muitos experimentos adicionais são necessários, muitos dos quais requerem itens que não são facilmente encontrados em casa. Uma haste de borracha esfregada com um pedaço de pele de gato adquire - pela definição original de Benjamin Franklin - uma carga negativa (e a pele adquire uma carga positiva). Uma haste de vidro esfregada com seda adquire uma carga positiva (e a seda uma carga negativa). Outros materiais também adquirem uma carga ao contato ou fricção, mas essas duas combinações de borracha / pele e vidro / seda fornecem o meio mais conveniente de gerar quantidades relativamente grandes de carga.

Coisas interessantes acontecem quando uma haste de borracha carregada é colocada em contato com uma bola de *pith* descarregada². Conforme a haste é aproximada da bola, a bola se move em direção à haste por causa da atração entre a haste carregada e a bola neutra (Figura 1.8a) Quando a bola toca a haste, entretanto (Figura 1.8b), os sons crepitantes de pequenas faíscas podem ser ouvidos. A bola salta repentinamente para longe da barra (Figura 1.8c), indicando que a interação entre a barra e a bola se tornou repulsiva. Essa interação repulsiva indica que a bola adquiriu o mesmo tipo de carga que a haste (negativa). Em outras palavras, parte da carga excedente negativa na barra foi transferida para a bola.

²*Pith* é o material macio, leve e semelhante a uma esponja que compõe o interior dos caules das plantas com flores.

A carga pode ser transferida de um objeto para outro, colocando os dois em contato.

Podemos usar esse fenômeno para investigar o comportamento elétrico de diferentes tipos de materiais. Por exemplo, se transferirmos alguma carga para uma extremidade de uma haste de borracha não carregada e, em seguida, estendermos a extremidade carregada em direção a uma bola de *pith* não carregado, as duas interagem eletricamente, como mostrado na Figura 1.9a. Se segurarmos a extremidade descarregada perto da bola de *pith*, como na Figura 1.9b, entretanto, nenhuma interação ocorre. Isso nos diz que a carga não flui de uma extremidade da haste de borracha para a outra; em vez disso, ele permanece próximo ao local onde foi depositado. Qualquer material no qual a carga não flui (ou se move com grande dificuldade) é chamado de isolante elétrico.

Isolantes elétricos são materiais através dos quais os portadores de carga não podem fluir facilmente. Qualquer carga transferida para um isolante permanece perto do local em que foi depositada.

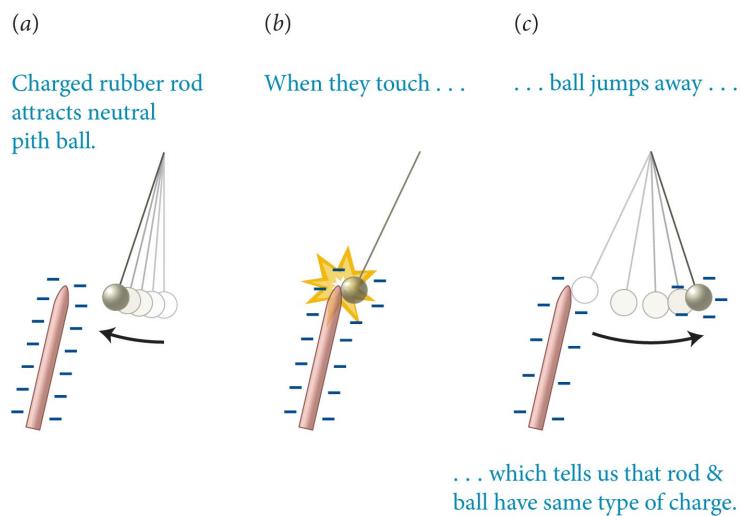


Figura 1.8: Uma haste de borracha carregada pode transferir carga para uma bola de *pith* neutra.

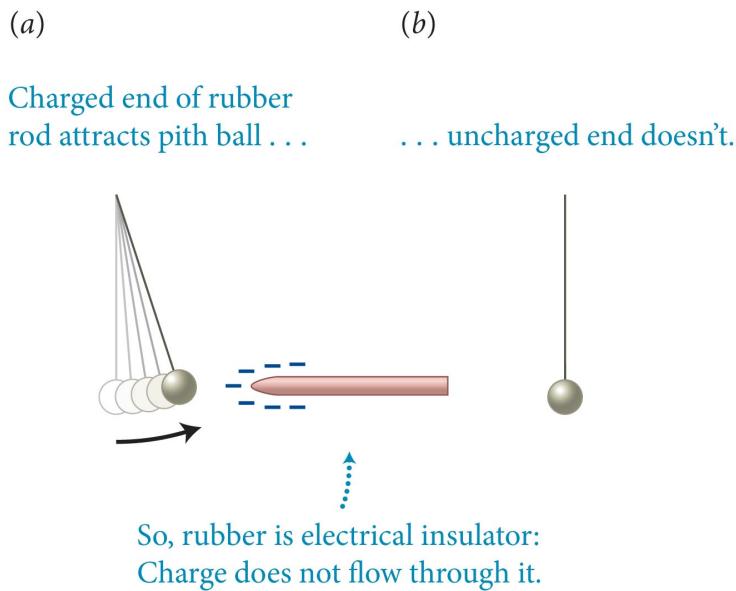


Figura 1.9: Uma haste de borracha é um exemplo de isolante elétrico.

Vidro, borracha, madeira e plástico são exemplos de isolantes elétricos. O ar, particularmente o ar seco, também é um isolante, embora a presença de grandes quantidades de carga possa fazer com que os portadores de carga “pulem” de um objeto para outro, causando faíscas.

Exercício 22.1 Forças elétricas

- Desenhe um diagrama de corpo livre para a bola de *pith* na Figura 1.9a.
- Duas bolas de *pith* neutras idênticas A e B são suspensas lado a lado por duas cordas verticais. Depois que alguma carga é transferida de uma haste carregada para A, A e B interagem. (B permanece neutro porque as duas bolas nunca entram em contato uma com a outra.) Esboce a orientação de A e B depois que a carga foi transferida para A. (c) Desenhe um diagrama de corpo livre para cada bola.

Solução:

- A bola está sujeita a três forças: uma gravitacional, uma força de contato exercida pela corda e uma força elétrica atrativa exercida pelas partículas carregadas na barra. Esta última força é direcionada horizontalmente para a haste. Como a bola está em repouso, sei que a soma vetorial dessas três forças é zero. Assim, a componente horizontal da força exercida pela corda na bola deve ser igual em magnitude à força elétrica exercida pela haste na bola, e a componente vertical da força exercida pela corda na bola deve ser igual em magnitude à força gravitacional exercida pela Terra na bola (Figura 1.10a).

- Como vimos na Seção 22.2, um objeto neutro interage eletricamente com um objeto carregado. A força elétrica exercida por A sobre B e aquela exercida por B sobre A formam um par de interação e, portanto, suas magnitudes são iguais. Como as massas das bolas de *pith* são as mesmas, cada uma é puxada pela mesma distância. Portanto, meu esboço é mostrado na Figura 1.10b.

- Consulte a Figura 1.10c.

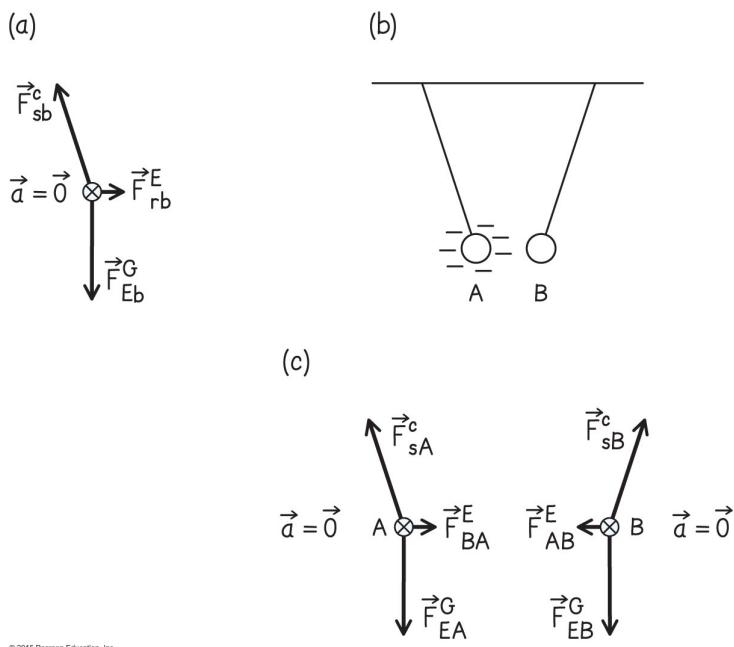


Figura 1.10: Figura 10

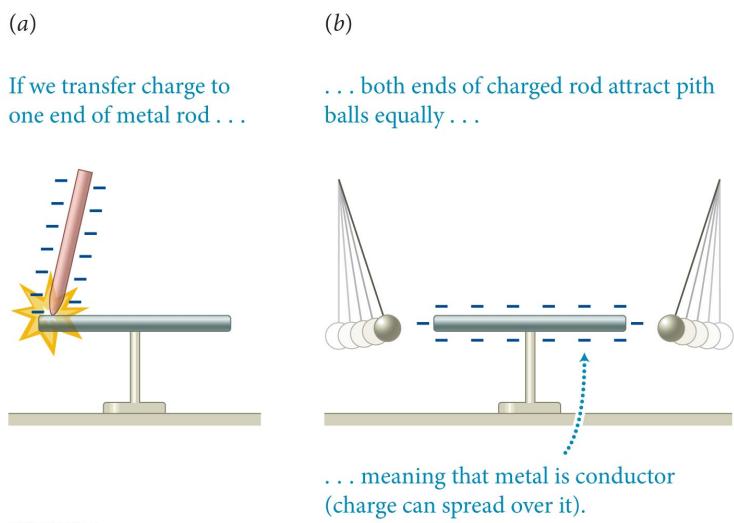


Figura 1.11: Uma haste de metal é um condutor elétrico.

Na Figura 1.11, uma haste carregada é colocada em contato com uma haste de metal descarregada apoiada em um suporte eletricamente isolante. Depois que a barra carregada toca a barra de metal, todos os pontos na superfície da barra de metal interagem eletricamente com outros objetos, indicando que a carga se espalha sobre a barra de metal. A tendência da carga de se espalhar sobre objetos de metal pode ser demonstrada com um eletroscópio (Figura 1.12a). Duas tiras feitas de folha de metal são suspensas de uma pequena haste de metal em um invólucro eletricamente isolante; a haste é conectada a uma bola de metal na parte superior do gabinete. Quando a bola de metal é carregada por uma fonte externa, as

tiras se afastam umas das outras. A explicação para esse movimento é que a carga adicionada rapidamente se move da bola de metal através da haste de metal e para as duas tiras de metal. Uma vez que as tiras carregam o mesmo tipo de carga, elas se repelem (Figura 1.12b).

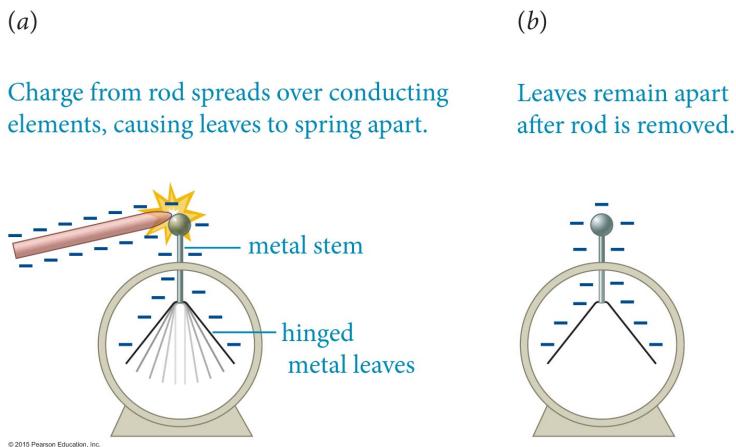


Figura 1.12: Um eletroscópio depende da condução elétrica.

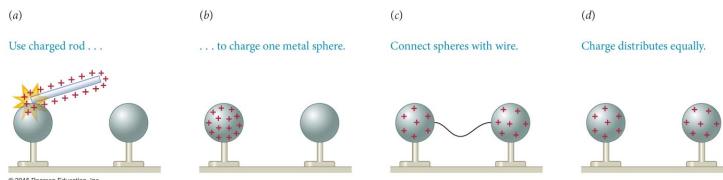


Figura 1.13: Um fio condutor distribui carga entre duas esferas condutoras.

Outra demonstração do movimento livre de cargas através dos metais é mostrada na Figura 1.13: Quando um fio longo é usado para conectar uma esfera de metal carregada a uma esfera de metal não carregada, partículas carregadas fluem da esfera carregada para a não carregada. Como os fios são feitos de metal, esse experimento mostra que, ao contrário do que acontece com isolantes elétricos, a carga se move facilmente através de um metal e através de um contato metal com metal. Os materiais através dos quais os portadores de carga podem fluir são chamados de condutores elétricos, e o fluxo de carga através dos condutores é chamado de condução.

Condutores elétricos são materiais pelos quais os portadores de carga podem fluir facilmente. Qualquer carga transferida para um condutor se espalha sobre o condutor e sobre quaisquer outros condutores em contato com ele.

Os metais são os únicos materiais sólidos que são condutores à temperatura ambiente. (Como observado anteriormente, o vidro, o plástico e a maioria dos outros sólidos são isolantes elétricos.) Embora a carga não flua facilmente através da água pura, pequenas quantidades de impurezas transformam a água em um condutor razoavelmente bom. Como a maior parte da água contém algumas impurezas, ela é geralmente considerada um condutor.

Exceto pela camada externa do solo, a Terra também é um bom condutor. Consequentemente, quando um objeto carregado e condutor é conectado à Terra por um fio, um processo chamado aterramento, os portadores de carga podem fluir entre a Terra (“aterramento”) e o

objeto. Como a Terra é tão grande, ela pode fornecer ou absorver um número quase ilimitado de portadores de carga. Na ausência de outras influências elétricas próximas, o objeto aterrado é deixado sem nenhum excesso de qualquer tipo de carga.

Por causa de seu alto teor de água, o corpo humano é um condutor. Conseqüentemente, sempre que você toca um objeto carregado, como na Figura 1.14, parte da carga se move para dentro de você - você age como um agente de aterramento, exatamente como a Terra. Enquanto você continua tocando o objeto, a carga flui para o seu corpo, reduzindo a carga do objeto (Figura 1.14). Se a carga no objeto for grande, a carga que se acumula em seu cabelo faz com que ele se erga e se separe o máximo possível, como as folhas de um eletroscópio (Figura 1.15).

checkpoint 22.11 (a) Por que é impossível carregar uma barra de metal em sua mão esfregando-a com outros materiais? (b) Por que você pode carregar uma barra de borracha mesmo quando a segura na mão?

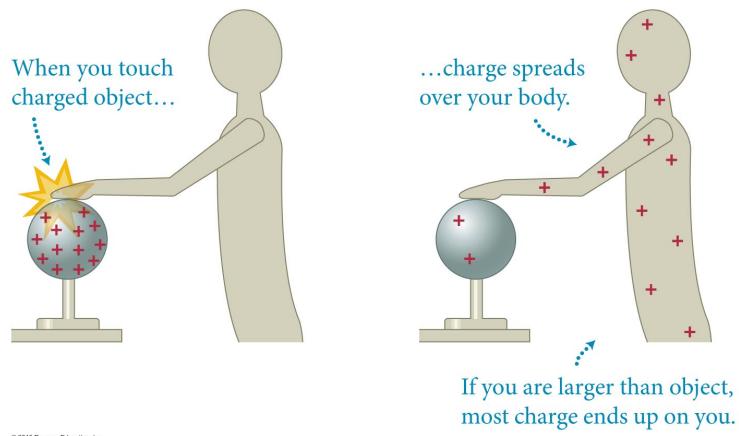


Figura 1.14: Por causa de seu conteúdo de água, o corpo humano é um condutor.

A carga é algum tipo de fluido que flui de um objeto para outro ou é composta de pequenas partículas que podem ser arrancadas ou presas em objetos? Para responder a essa pergunta, devemos olhar para a estrutura atômica da matéria. Toda matéria consiste em átomos (consulte a Seção 1.3), cuja estrutura é esquematicamente ilustrada na Figura 1.16. Quase toda a massa do átomo está concentrada no núcleo extremamente pequeno no centro. O núcleo é composto de prótons e nêutrons. A região ao redor do núcleo, representando a maior parte do volume do átomo, é uma nuvem de elétrons.



Figura 1.15: A carga se espalha pelo corpo humano, então uma grande carga fará com que seus cabelos se repelam e fiquem em pé.

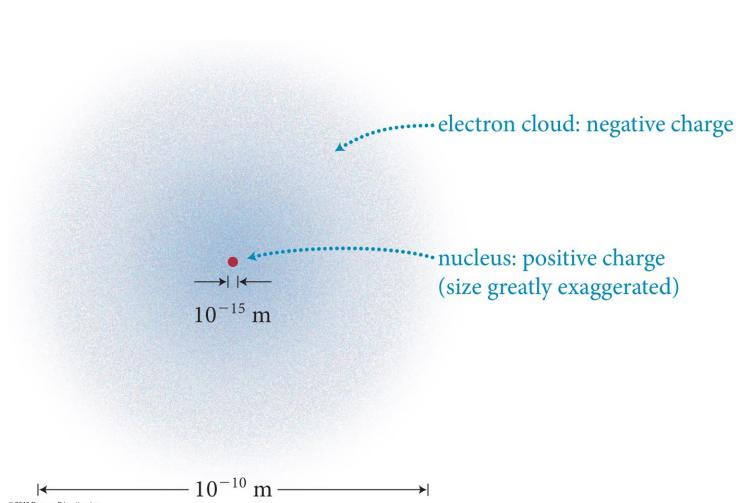


Figura 1.16: Estrutura do átomo (fora da escala).

Experimentos mostram que os elétrons têm carga elétrica negativa - eles são repelidos por um pente carregado³ e por outros elétrons. Os prótons carregam uma carga positiva e os nêutrons não carregam carga . Os prótons e nêutrons no núcleo são mantidos juntos fortemente pela interação forte (ver Capítulo 7), que é grande o suficiente para superar a repulsão elétrica entre os prótons carregados positivamente. A atração elétrica entre o núcleo carregado positivamente e os elétrons carregados negativamente é responsável por manter os elétrons ligados ao núcleo. A nuvem de elétrons não entra em colapso no núcleo por causa de restrições adicionais impostas pelas leis da mecânica quântica.

A carga é uma propriedade inerente do elétron, o que significa que é impossível remover a carga de um elétron - não existe um elétron descarregado. Experimentos mostram que toda

³Lembre-se de nossa discussão sobre portadores de carga positiva e negativa na Seção 22.2, que um pente de plástico carrega uma carga negativa.

carga elétrica vem em múltiplos inteiros da carga elétrica do elétron.

Por esse motivo, a magnitude da carga do elétron, designada pela letra e , é chamada de carga elementar.

Cada átomo contém um número igual de elétrons e prótons. Como os átomos são neutros, o fato de eles conterem números iguais de elétrons e prótons nos diz que a magnitude da carga positiva no próton também é e . A carga de um elétron é $-e$, e a de um próton $+e$. Como ocorre com os elétrons, a carga não pode ser removida de um próton.

Dado que os objetos macroscópicos contêm um imenso número de átomos e que cada átomo pode conter dezenas de elétrons e prótons, vemos que os objetos comuns contêm um imenso número de prótons carregados positivamente, exatamente equilibrados por um número igual de elétrons carregados negativamente. Um excedente de apenas uma fração minúscula desses números é suficiente para dar origem a uma carga macroscópica perceptível. Por exemplo, quando você separa duas tiras de fita transparente, a separação causa um excedente de menos de um em um trilhão (10^{12}) de elétrons. (Como há cerca de 10^{22} elétrons na faixa, essa fração representa cerca de 10^{10} , ou dez bilhões de elétrons.)

Quando dois átomos são aproximados, eles podem formar uma ligação química, transferindo um ou mais elétrons de um átomo para o outro. Uma vez que essa transferência de elétrons ocorre, ambos os átomos contêm números desiguais de elétrons e prótons e agora são chamados de íons em vez de átomos. Um dos dois íons ganhou um ou mais elétrons, o que significa que contém mais elétrons do que prótons e, portanto, carrega uma carga negativa. O outro íon, aquele que perdeu elétrons, contém mais prótons do que elétrons e, portanto, carrega uma carga positiva.

Os íons nos sólidos estão sempre imóveis, mas os íons nos líquidos podem se mover livremente. Por exemplo, no sal de cozinha, um composto feito de pares de íons de sódio (Na^+) e cloreto (Cl^-), os íons carregados quase não se movem, o que significa que o sal de mesa sólido é um isolante elétrico. Dissolva o sal de cozinha em água, no entanto, e a solução contém grandes quantidades de íons de sódio positivamente carregado e íons de cloreto carregados negativamente. Como esses íons podem se mover livremente, a solução é um condutor elétrico.

Alguns sólidos não são feitos de íons emparelhados como o cloreto de sódio, mas de átomos individuais. Em sólidos atômicos que são isolantes elétricos, os elétrons nos átomos são incapazes de se mover porque cada elétron está ligado a um átomo específico. O diamante (feito do elemento carbono) e o vidro são dois exemplos familiares. Os metais também são sólidos atômicos em vez de sólidos iônicos, mas nos metais, cada átomo cede um ou mais elétrons a um "gás"compartilhado de elétrons que se espalha por todo o volume do metal. O metal como um todo ainda é neutro: a carga negativa do gás do elétron é exatamente equilibrada pela carga positiva dos íons. Os elétrons no gás são chamados de elétrons livres porque podem se mover livremente dentro do metal; esses elétrons são responsáveis pelo fácil fluxo de carga através de um metal.

Quase todos os fenômenos elétricos são devidos à transferência de elétrons - e, portanto, de carga - de um átomo para outro. Por exemplo, quando o lado pegajoso de uma fita transparente é aplicado no lado não pegajoso de uma segunda tira, os átomos no adesivo da tira superior formam ligações químicas com átomos na superfície não aderente da tira inferior por transferência de elétrons, conforme mostrado na Figura 1.17. Essas ligações são responsáveis pela adesão de uma tira à outra. Quando as faixas são separadas rapidamente, as ligações são quebradas, mas nem todos os elétrons conseguem voltar à faixa superior. A faixa inferior, portanto, acaba com um excesso de elétrons, tornando-a carregada negativamente,

e a superior com um déficit de elétrons, tornando-a carregada positivamente⁴.

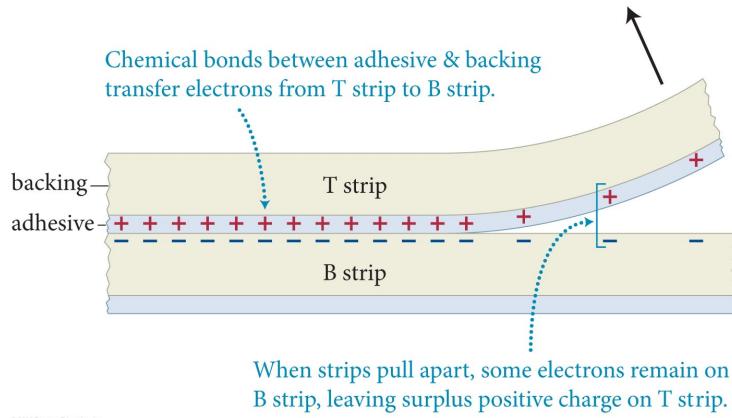


Figura 1.17: Como as tiras de fita podem adquirir cargas opostas quando separadas.

Como vimos na Seção 10.4, o atrito entre duas superfícies também envolve a quebra de ligações químicas. Tal como acontece com a separação das tiras de fita, esta quebra de ligação às vezes deixa carga excedente nas superfícies. Quando você toca um pedaço de plástico para comida em um pedaço de isopor, por exemplo, ligações químicas se formam entre os átomos nas duas superfícies. Nessas ligações, os elétrons do isopor se movem para o envoltório. Se você esfregar as superfícies uma contra a outra, essas ligações serão quebradas e alguns dos elétrons originalmente no isopor ficam no invólucro. Se a quebra das ligações químicas ocorre lentamente, os elétrons migram de volta e nenhuma carga excedente se acumula. Por isso é necessário esfregar vigorosamente ou separar tiras de fita adesiva rapidamente. O ponto principal é:

Quaisquer dois materiais diferentes tornam-se carregados quando colocados em contato um com o outro. Quando eles são separados rapidamente, pequenas quantidades de carga oposta podem ser deixadas para trás em cada material.

Como a cobrança pela quebra de ligações químicas é devida a uma transferência de carga, vemos agora que, para cada excedente de carga negativa que aparece em um lugar, um excedente igual de carga positiva aparece em outro lugar. Depois que as duas faixas da Figura 1.17 são separadas, a soma da carga positiva na faixa T e da carga negativa na faixa B ainda é zero. Nenhuma criação ou destruição de carga está envolvida, sugerindo que a carga elétrica - como momento, energia e momento angular - é uma quantidade conservada. O princípio de conservação de carga afirma:

A carga elétrica pode ser criada ou destruída apenas em pares positivos-negativos idênticos, de forma que a carga de um sistema fechado sempre permaneça constante.

⁴Dependendo do tipo de adesivo e do material do suporte, a transferência de os elétrons também podem estar na outra direção.

Nenhum processo jamais foi encontrado para violar este princípio. Mesmo quando partículas subatômicas carregadas, como elétrons e prótons, são criadas ou destruídas - um processo que pode ser observado em aceleradores de partículas de alta energia - a carga é conservada. Por exemplo, quando um elétron (carga $-e$) colide com uma partícula subatômica chamada pósitron (carga $+e$), ambas as partículas são destruídas, deixando apenas um lampejo de radiação altamente energética (Figura 1.18a). A carga do sistema elétron-pósitron antes da colisão é $(-e) + (+e) = 0$, e ainda é zero após a colisão. Da mesma forma, em um processo chamado decaimento beta, quando um nêutron livre (carregando carga zero e composto de dois quarks down e um quark up) decai em um próton (carga $+e$, um quark down e dois up), um elétron (carga $-e$), e uma partícula subatômica neutra chamada antineutrino (carga zero), a carga do sistema que compreende o nêutron e as partículas nas quais ele decai permanece zero (Figura 1.18b e Seção 7.6).

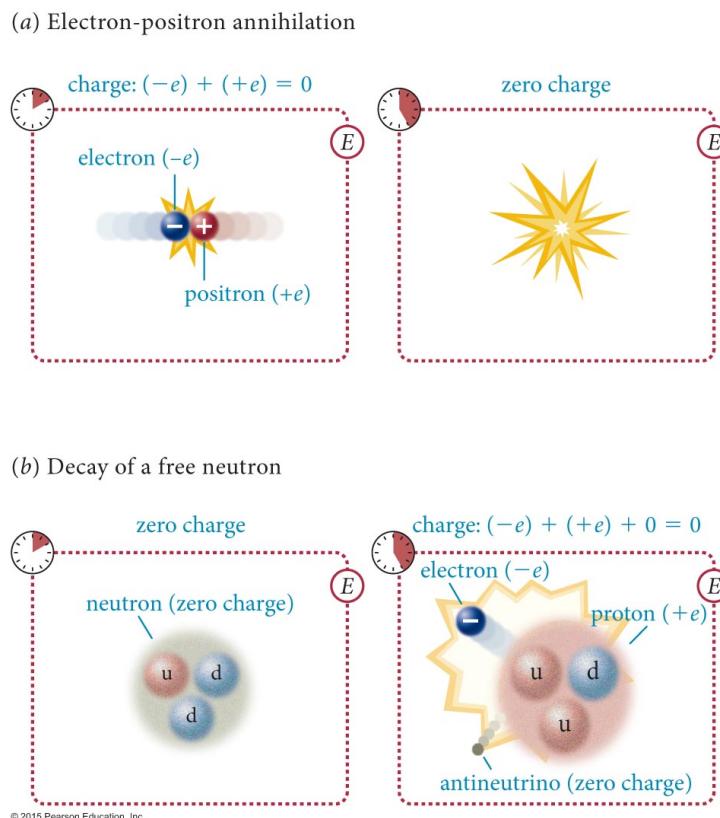


Figura 1.18: Como a carga é conservada, a carga de um sistema fechado não muda mesmo quando as partículas são criadas ou destruídas.

checkpoint 22.12 Quando dois objetos feitos do mesmo material são friccionados, ocorre atrito, mas nenhum dos materiais adquire carga excedente. Porque?

1.4 Polarização de carga

Vamos agora reexaminar a interação entre um objeto carregado e um neutro. A Figura 1.19 mostra a interação entre uma haste de borracha carregada e um eletroscópio descarregado. Com a haste afastada (Figura 1.19a), as folhas do eletroscópio penderam diretamente para baixo. Quando a haste é aproximada da bola do eletroscópio (Figura 1.19b), as folhas se separam mesmo sem qualquer contato entre a haste e o eletroscópio. Conforme a distância entre a haste e o eletroscópio aumenta novamente, as folhas caem, mostrando que nenhuma carga foi transferida da haste para o eletroscópio.

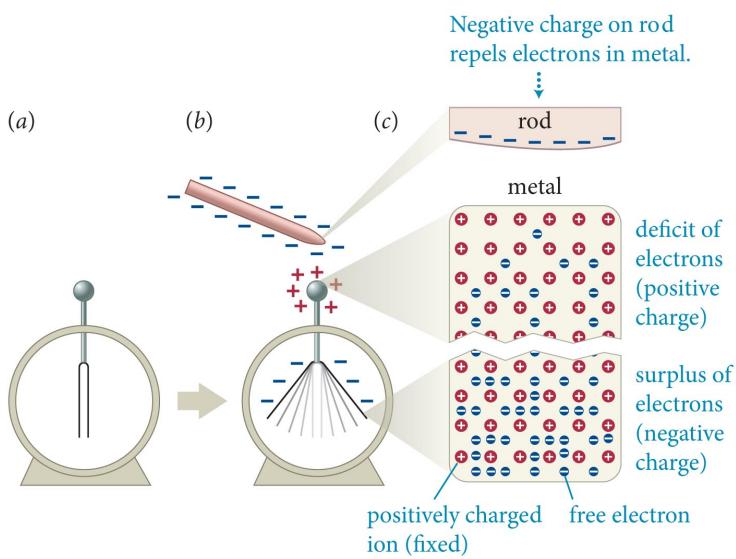


Figura 1.19: Em (a) e (b), uma haste carregada induz polarização em um eletroscópio. (c) Uma visão esquemática do nível do átomo.

Por que as folhas se separam embora o eletroscópio permaneça neutro? Eles se separam porque a carga negativa na barra repele os elétrons livres nas partes metálicas do eletroscópio: Os elétrons livres são empurrados o mais longe possível da barra (Figura 1.19c) e se acumulam nas folhas. Essa redistribuição de carga é quase instantânea. O topo do eletroscópio, portanto, acaba com um déficit de elétrons - uma carga positiva - e as folhas acabam com um excedente de elétrons - uma carga negativa. A carga negativa nas folhas é responsável pela repulsão entre elas. Quando a haste é removida, os elétrons, sendo repelidos uns pelos outros e atraídos pela carga positiva da bola do eletroscópio, imediatamente voltam às suas posições normais, nivelando a distribuição de carga positiva e negativa.

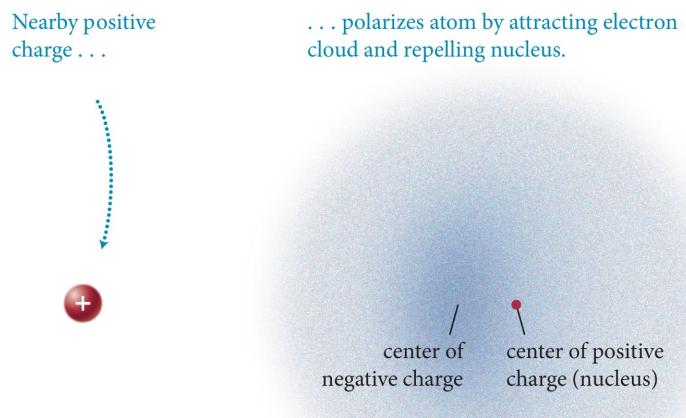
checkpoint 22.13 (a) Na Figura 1.19b, o eletroscópio como um todo está carregado positivamente, carregado negativamente ou neutro? (b) Como a magnitude da carga positiva na bola do eletroscópio se compara com a magnitude da carga negativa nas folhas? (c) A força exercida pela haste na bola do eletroscópio é atrativa ou repulsiva? A força exercida pela haste nas folhas é atrativa ou repulsiva? (d) Como você espera que a magnitude da força que a barra exerce sobre a bola em comparação com a magnitude da força que a barra exerce sobre as folhas?

Qualquer separação de portadores de carga em um objeto é chamada de polarização de carga, ou simplesmente polarização, e um objeto no qual ocorre polarização de carga é chamado de polarizado. O eletroscópio da Figura 1.19b, por exemplo, é polarizado pela barra carregada próxima. Em qualquer objeto com carga polarizada, existem dois pólos carregados, um positivo e outro negativo. No eletroscópio da Figura 1.19b, o pôlo positivo está na bola e o pôlo negativo está nas tiras de alumínio.

Nos metais, a polarização induzida pela presença de um objeto carregado próximo é muito grande porque os elétrons livres no metal se movem facilmente em resposta à presença do objeto carregado. Mesmo em isolantes elétricos, no entanto, onde não há elétrons livres se movendo, um objeto carregado nas proximidades induz alguma polarização. A razão básica para a polarização de isolantes é ilustrada na Figura 1.20: Na presença de uma carga externa, o centro da nuvem de elétrons e o núcleo de um átomo se afastam um do outro, fazendo com que o átomo se torne polarizado. Portanto, quando um pente com carga negativa é aproximado de um pequeno pedaço de papel, cada átomo do papel torna-se polarizado - as nuvens de elétrons são empurradas para longe do pente e os núcleos são puxados em direção ao pente. Se considerarmos o papel como consistindo de duas partes sobrepostas que têm o mesmo formato, mas carregam cargas opostas, a parte carregada positivamente é puxada um pouco em direção ao pente e a parte carregada negativamente é empurrada para longe, como mostrado na Figura 1.21a. Isso deixa a parte central do papel neutra, mas cria uma lasca de carga positiva excedente no lado voltado para o pente e uma quantidade igual de carga negativa excedente no lado oposto, e assim o papel é polarizado.

checkpoint 22.14 Em um átomo, o que limita a separação entre a nuvem de elétrons e o núcleo na presença de uma carga externa? Por que, por exemplo, a nuvem de elétrons na Figura 1.20b não é puxada até o local da carga positiva externa?

A polarização dos átomos é responsável pela atração entre objetos carregados e neutros. Na Figura 1.21, por exemplo, o lado carregado positivamente do papel está mais próximo do pente do que o lado carregado negativamente. Como a força elétrica diminui com o aumento da distância, a magnitude da força atrativa exercida no lado positivo é maior do que a magnitude da força repulsiva exercida no lado carregado negativamente (Figura 1.21b). Conseqüentemente, a soma vetorial das forças elétricas exercidas pelo pente sobre o pedaço de papel neutro aponta para o pente e o papel é puxado em direção ao pente.



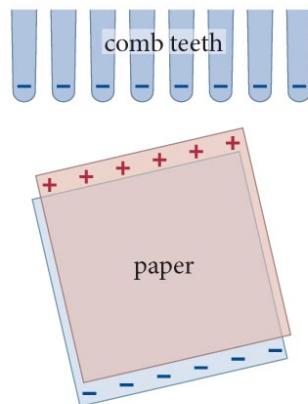
© 2015 Pearson Education, Inc.

Figura 1.20: Polarização de um átomo neutro.

Charged comb picks up neutral paper



(a) Schematic model of interaction between comb and paper



© 2015 Pearson Education, Inc.

(b) Free-body diagram for paper

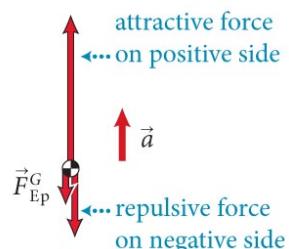


Figura 1.21: Polarização de um isolante neutro (pedaços de papel) por um pente carregado. Em (a), um único pedaço de papel é modelado como duas folhas deslocadas com cargas opostas.

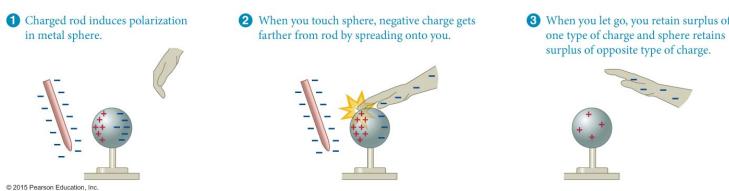


Figura 1.22: A polarização pode ser explorada para carregar objetos condutores neutros.

checkpoint 22.15 (a) Quando um objeto carregado positivamente é aproximado de um pedaço de papel neutro, a soma vetorial das forças exercidas pelo objeto carregado no papel é atrativa ou repulsiva? (b) Descreva o que aconteceria quando um pente com carga negativa fosse aproximado de um eletroscópio se prótons, e não elétrons, fossem móveis nos metais. (c) Você pode deduzir do experimento ilustrado na Figura 1.19 quais portadores de carga - elétrons ou prótons - são móveis nos metais?

A Figura 1.22 ilustra como você pode explorar a polarização para carregar objetos condutores neutros. Uma haste com carga negativa aproximada de uma esfera de metal induz a polarização na esfera. Para ficar o mais longe possível da carga negativa na barra, os elétrons no metal da esfera movem-se para a superfície direita. Assim, a superfície da esfera mais próxima da barra torna-se o polo positivo e a superfície mais afastada da barra torna-se o polo negativo. Quando você toca o metal, os elétrons podem entrar em seu corpo, afastando-se ainda mais da carga negativa da haste. Em essência, você se tornou o polo negativo, enquanto a esfera é o polo positivo. Se você remover sua mão da esfera, ela ficará com um déficit de elétrons (eles permaneceram dentro de você!) E, portanto, carrega uma carga positiva - ela ficou carregada sem nunca tocar em um objeto carregado. (Da mesma forma, agora você tem um excedente de carga negativa e carrega uma carga negativa, que é espalhada em uma camada tão fina que quase não se percebe.) Esse processo é chamado de carga por indução.

Auto-questionário

1. Você pode usar um objeto com carga positiva para carregar um objeto neutro (i) por condução ou (ii) por indução. Para cada processo, que tipo de carga (positiva, negativa ou nenhuma) o objeto neutro adquire?

2. Como observamos dois tipos de interações elétricas, atrativa e repulsiva, postulamos dois tipos de carga. Você acha que também existem dois tipos de massa? Por que você acha isso? Você acha que existem dois tipos de polo magnético? Por que você acha isso?

3. A afirmação *Um pente de plástico que passou pelo cabelo algumas vezes carrega uma carga negativa* é uma lei física ou uma definição? Quais são algumas das diferenças entre uma lei e uma definição?

4. Um balão esfregado no seu cabelo ou na sua roupa gruda na parede. Se você colocar o lado atritado do balão contra a parede, ele grudará na parede imediatamente. Tente isto, no entanto: Depois de esfregar o balão em seu cabelo, coloque o lado do balão que você não esfregou contra a parede e observe como o balão gira até que o lado esfregado toque a parede (a) Desenhe um diagrama de corpo livre para o balão grudado na parede. (b) Considerando que o balão gira de modo que a área atritada fique contra a parede, você acha que o balão é um isolante ou condutor elétrico? (c) Foi criada carga no balão ou na parede para que ocorresse a aderência? (d) Alguma carga é transferida do balão para a parede? Por que ou por que não?

5. O ar pode atuar tanto como isolante quanto como condutor. Considere agarrar uma maçaneta de metal depois de arrastar os pés sobre um tapete. Conforme sua mão se aproxima do botão, uma faísca salta entre sua mão e o botão. Explique como o ar atua como isolante e condutor nesta situação.

Respostas

1. (i) Positivo. Quando os dois objetos são colocados em contato um com o outro (uma condição necessária para a condução), a carga positiva excedente se move do objeto carregado para o neutro. Assim, o objeto neutro adquire o mesmo tipo de carga do objeto car-

regado. (ii) Negativo. Como os objetos não se tocam durante o carregamento por indução, portadores de carga do mesmo tipo que o objeto carregado escapam do objeto neutro durante o aterrramento.

2. Massa é a quantidade responsável pelas interações gravitacionais. Como todas as interações gravitacionais são atrativas, podemos assumir que existe apenas um tipo de massa. Os pólos magnéticos são responsáveis pelas interações magnéticas, que podem ser atrativas ou repulsivas. Portanto, deve haver dois tipos de polo magnético (chamados norte e sul).

3. Definição. Uma lei surge de fenômenos observáveis e é considerada verdadeira em todos os casos que foram testados ou observados (ver Seção 1.1). Uma definição não pode ser testada. Não existe nenhum teste que nos permita observar que a carga de um pente passado pelo cabelo é negativa. Tudo o que podemos fazer é mostrar que o pente carregado se comporta de maneira semelhante a outros objetos cuja carga chamamos de negativa.

4. (a) Consulte a Figura 1.23. (b) Isolante. Como a única parte do balão que é atraída pela parede é a área friccionada, sabemos que a carga criada pela fricção não se espalha pela superfície do balão. (c) Não. A carga elétrica nunca pode ser criada. A carga excedente no balão foi transferida de seu cabelo ou roupa. (d) Não. Se a mudança fosse transferida, o balão e a parede se repeliriam.

5. Arrastar os pés no tapete transfere carga do tapete para você. Antes de você chegar perto da maçaneta, o ar isola seu corpo carregado da maçaneta. Conforme você se move cada vez mais perto da maçaneta, a magnitude da força elétrica entre os portadores de carga em sua mão e os da maçaneta aumenta até que as forças sejam tão grandes que as moléculas de ar sejam ionizadas, produzindo assim um caminho condutor entre sua mão e a maçaneta. Agora, o ar ionizado atua como um condutor para a carga que salta.

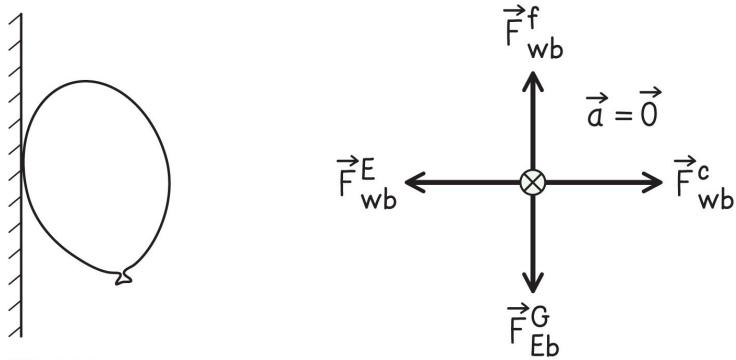


Figura 1.23: Figura 23

Análise Quantitativa

1.5 Lei de Coulomb

Experimentos quantitativos com carga elétrica são difíceis de realizar porque objetos perdem sua carga e porque portadores de carga em objetos tendem a retrair variam na presença de outros objetos carregados. No século 18, no entanto, o clérigo e cientista inglês Joseph Priestley realizou uma experimento notável: ele carregou uma esfera oca e mostrou que nenhum força elétrica foi exercida sobre um pequeno pedaço de cortiça carregada colocado dentro da esfera. Lembrando que Newton provou que nenhuma força gravitacional existe dentro de uma casca esférica (ver a caixa “Força gravitacional zero dentro de uma casca esférica” Figura (1.25) porque a força gravitacional diminui com o quadrado da distância, Priestley propôs que a força elétrica também diminui como $1/r^2$.

Em 1785, Charles Coulomb, um físico francês, forneceu evidências diretas para uma lei do inverso do quadrado ao medir como a força elétrica entre duas esferas carregadas muda conforme a distância entre as esferas muda. O aparato básico para o experimento de Coulomb é mostrado na Figura 1.24. Um pequeno haltere é suspenso por uma fibra longa. Quando as esferas A e B são carregadas, a elétrica força entre eles torce a fibra. A quantidade de torção é uma medida da magnitude da força entre as duas esferas (consulte também a seção 13.7)

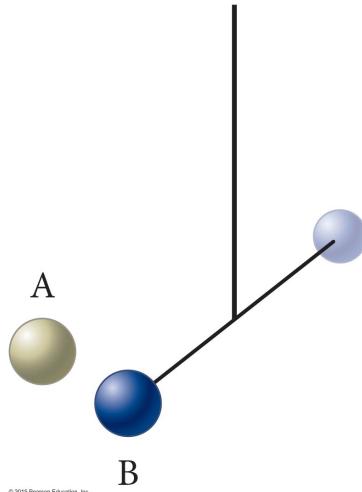


Figura 1.24: Diagrama esquemático do aparato de Coulomb para medição da força elétrica entre duas esferas carregadas.

Um arranjo semelhante foi usado alguns anos depois por Cavendish para estudar as interações gravitacionais (ver seção 13.5)

Força gravitacional nula dentro de uma casca esférica Uma consequência da dependência da força gravitacional (e elétrica) com o inverso do quadrado da distância é que para uma casca esférica uniforme a força é nula para uma massa colocada em qualquer lugar dentro da casca. Esse resultado é importante na eletrostática e é um teste importante para a lei descrevendo a força eletrostática entre dois objetos carregados.

Considere uma casca esférica uniforme (ver figura 1.25(a)). Uma partícula de massa m é colocada fora do centro dentro da casca. Para determinar a força exercida pela casca na partícula, considere primeiro a força exercida pela região 1, definida pela pequena região da superfície da casca. A massa dessa região é m_1 e a distância em relação à partícula é d_1 , o que significa que o valor absoluto da força gravitacional exercida por essa região na partícula é $Gm_1 m/d_1^2$. Extendendo o cone definido pela partícula e a região 1 para o lado oposto da casca, temos uma pequena região 2, de massa m_2 e à distância d_2 da partícula. O valor absoluto da força gravitacional exercida por essa região sobre a partícula é $Gm_2 m/d_2^2$. Se a partícula está mais perto da região 1 do que da região 2, a área da região 2 deve ser maior que a área da região 1, o que significa que a região 2 contém mais massa: $m_2 > m_1$.

Como a massa da casca está distribuída uniformemente sobre a casca, a massa de cada uma das nossas regiões é proporcional a sua área: $m_1/m_2 = a_1/a_2$. Como as regiões são determinadas por cones similares, as áreas das duas regiões são proporcionais ao quadrado das distâncias até a partícula: $a_1/a_2 = d_1^2/d_2^2$, ou seja,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad (1.1)$$

Reorganizando os termos, temos $m_1/d_1^2 = m_2/d_2^2$, independentemente da posição da partícula, ou seja, as forças se cancelam, uma vez que atuam em direções opostas (ver figura 1.25(b)). Aplicando o mesmo argumento para outros pares de pequenas regiões de cada lado da partícula, temos forças iguais e opostas atuando na partícula (figura 1.25). A soma vetorial de todas as forças exercidas sobre a partícula por todas as pequenas regiões que formam a casca esférica é, portanto, nula.

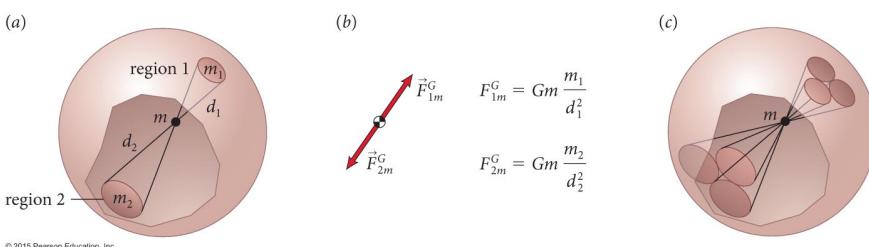
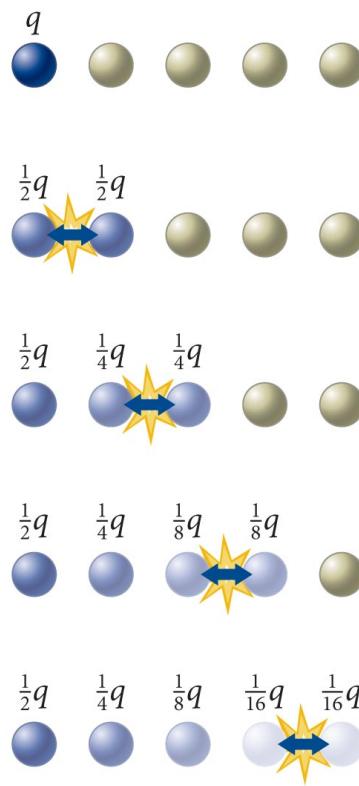


Figura 1.25

Coulomb também desenvolveu um método para variar sistematicamente a “quantidade de carga” q em uma esfera de metal. Ele descobriu que quando uma esfera de metal carregada é colocada em contato com uma esfera de metal sem carga idêntica, a carga final é a mesma em cada esfera - ambas exercem uma força de igual magnitude em um terceiro objeto carregado. Em outras palavras, cada esfera recebe metade da carga original. Ao comparti-

lhar a carga entre várias esferas de metal idênticas, Coulomb poderia produzir esferas cuja carga era metade, um quarto, um oitavo e assim por diante da carga original (Figura 1.26). Variando assim as cargas nas esferas A e B de seu aparato, Coulomb descobriu que a força elétrica é proporcional à carga em cada esfera. Podemos resumir essas descobertas em uma equação, chamada lei de Coulomb, que dá a magnitude da força elétrica exercida por duas partículas carregadas separadas por uma distância r_{12} e carregando cargas q_1 e q_2 :

$$F_{12}^E = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}. \quad (1.2)$$



© 2015 Pearson Education, Inc.

Figura 1.26: Permitindo sucessivamente uma esfera carregada tocar uma esfera vizinha inicialmente sem carga, podemos distribuir uma quantidade de carga em porções cada vez menores entre diversas esferas.

Como veremos no Capítulo 27, a interação entre as partículas carregadas se torna mais complicada quando as partículas não estão em repouso. Por esta razão, a força na lei de Coulomb é às vezes chamada de força eletrostática e o ramo da física que lida com distribuições estacionárias de carga é chamado de eletrostática. Se as posições das duas partículas carregadas são dadas pelos vetores \vec{r}_1 e \vec{r}_2 , respectivamente, então a distância entre eles é $r_{12} = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$. O valor da constante de proporcionalidade k depende das unidades usadas para a carga, força e comprimento. O valor absoluto sinaliza em torno da carga na equação 1.2 são necessários porque q_1 e q_2 podem ser negativos, mas a magnitude F_{12}^E da força elétrica deve ser sempre positiva. A lei de Coulomb tem uma semelhança notável com a lei da gravidade de

Newton (Eq. 13.1):

$$F_{12}^G = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}. \quad (1.3)$$

Por que essas duas leis têm a mesma forma matemática permanece um mistério. As principais diferenças entre os dois são que a massa é sempre positiva, mas a carga elétrica pode ser positiva ou negativa, o que significa que a força gravitacional é sempre atrativa, mas a força elétrica pode ser atrativa ou repulsiva. A unidade de carga SI derivada, chamada de **coulomb** (C), é definida como a quantidade de carga elétrica transportada em 1 s por uma corrente de 1 ampere, uma quantidade e unidade que definiremos no Capítulo 27. Um coulomb é igual à magnitude da carga em cerca de 6.24×10^{18} elétrons. Por outro lado, a magnitude da carga do elétron é

$$e = 1/6.24 \times 10^{18} C = 1.6 \times 10^{-19} C. \quad (1.4)$$

A carga em qualquer objeto vem apenas em múltiplos de números inteiros deste elemento de carga:

$$q = ne, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1.5)$$

Isso significa que um objeto pode ter carga $q = 0$, $q = +7e$, $q = -4e$ e assim por diante, mas não, por exemplo, $+1,2e$. Como a carga elementar é muito pequena, o fato de que a carga existe apenas como múltiplos de número inteiro do elementar carga não é perceptível em circunstâncias normais. Por exemplo, executando um pentear o cabelo facilmente dá ao pente um excedente de cerca de 10^{12} elétrons, e a quantidade de elétrons fluindo através de uma lâmpada de 100 W a cada segundo é cerca de 10^{19} . Esses números são tão grandes que o fato de a carga vir apenas em múltiplos de número inteiro da carga elementar normalmente permanece despercebido.

Usando o coulomb como unidade de carga, podemos determinar o valor de k na equação 1.2 experimentalmente, medindo a força entre duas partículas carregadas conhecidas separadas por uma distância conhecida:

$$k = 9.0 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2 \quad (1.6)$$

O valor desta constante mostra o quanto grande é a unidade do coulomb: Duas partículas, cada uma carregando uma carga de 1 C, separadas por 1 m, exercem uma sobre a outra uma força de 9 bilhões de newtons - igual à força gravitacional exercida pela Terra em vários dúzia de superpetroleiros carregados! É muito difícil acumular uma carga dessa magnitude em todos os objetos, exceto nos muito grandes, porque as coisas são dilaceradas por forças enormes. As maiores acumulações de carga que conhecemos ocorrem na atmosfera: grandes nuvens que acumulam uma carga de cerca de 50 C descarregam pelo ar para a Terra, causando relâmpagos.

Exemplo 22.2 Gravidade versus eletricidade

Compare as magnitudes das forças gravitacionais e elétricas exercidas pelo núcleo de um átomo de hidrogênio-um único próton ($m_p = 1.7 \times 10^{-27} kg$)-num elétron ($m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$) quando os dois estão $0,50 \times 10^{-10} m$ de distância.

1. **COMEÇANDO** Para simplificar, suponho que posso tratar o próton e o elétron como partículas. Também presumo que estejam em repouso para que eu possa usar os princípios da eletrostática.
2. **PLANO DE DESENVOLVIMENTO** Posso usar Eq. 1.3 para calcular a magnitude da força gravitacional e a Eq. 1.2 para calcular a magnitude da força elétrica.

3. EXECUTAR PLANO

$$\begin{aligned} F_{pe}^G &= G \frac{m_p m_e}{r_{pe}^2} \\ &= (6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \frac{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.7 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(0.50 \times 10^{-10} \text{ m})^2} \\ &= 4.1 \times 10^{-47} \text{ N} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} F_{pe}^E &= k \frac{q_p q_e}{r_{pe}^2} \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(0.50 \times 10^{-10} \text{ m})^2} \\ &= 9.2 \times 10^{-8} \text{ N} \end{aligned}$$

A força elétrica exercida pelo próton no elétron é $(9.2 \times 10^{-8} \text{ N})/(4.1 \times 10^{-47} \text{ N}) \approx 10^{39}$ vezes maior do que a força gravitacional exercida pelo próton no elétron.

4. AVALIAR RESULTADO

A diferença nas magnitudes está de acordo com as informações fornecidas na Tabela 7.1.

Exemplo 22.2 Pente de eletricidade

(a) Um pente de plástico de 0,020 kg adquire uma carga de cerca de $-1,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ quando passado pelo seu cabelo. Qual é a magnitude da força elétrica entre dois desses pentes mantidos a 1,0 m de distância depois de serem passados pelo seu cabelo? (b) Se dois pentes idênticos de 0,020 kg carregam um elétron excedente para cada 10^{11} elétrons nos pentes, qual é a magnitude da força elétrica entre esses pentes mantidos a 1,0 m de distância?

1. COMEÇANDO Ambas as partes do problema exigem que eu calcule a magnitude da força elétrica entre os pentes. Se eu tratar os pentes como partículas, posso usar a Eq. 1.2 para calcular essa força.

2. PLANO DE DESENVOLVIMENTO Para calcular a magnitude da força elétrica entre dois objetos carregados, preciso saber a carga de cada objeto e sua distância de separação. Eu conheço esses dados para part (a): $q_1 = q_2 = -1,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ e $r_{12} = 1,0 \text{ m}$, onde os subscritos 1 e 2 denotam os dois pentes. Para a parte (b), tenho apenas a distância de separação e, portanto, preciso determinar a carga de cada pente.

Recebo a fração de elétrons adicionados e conheço a carga de um elétron. Portanto, para determinar a carga em cada pente, preciso determinar quantos elétrons cada pente contém. O número de elétrons em cada pente é igual ao número de prótons no pente: $N_e = N_p$. Recebo a massa do pente e sei que a massa é determinada pelos prótons e nêutrons em todos os átomos que constituem o pente (os elétrons contribuem muito pouco). Dado que os prótons e nêutrons têm massa quase idêntica ($m_p = m_n = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$), posso determinar o número N de prótons e nêutrons dividindo a massa do pente por m_p . Dado que a maioria dos átomos contém aproximadamente o mesmo número de prótons e nêutrons, posso dizer que o número de prótons $N_p \approx N/2$.

3. EXCUTAR PLANO (a) Substituindo os valores dados na Eq. 1.2, eu entendo

$$\begin{aligned} F_{12}^E &= k \frac{q_1 q_2}{r_{pe}^2} \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(1.0 \times 10^{-8} \text{ C})(1.0 \times 10^{-8} \text{ C})}{(1.0 \text{ m})^2} \\ &= 9.0 \times 10^{-7} \text{ N} \end{aligned}$$

(b) O número de prótons mais nêutrons no pente é

$$N = \frac{0.020 \text{ kg}}{1.7 \times 10^{-27}} = 1.2 \times 10^{25} \quad (1.7)$$

e então $N_p \approx N/2 = 6 \times 10^{24}$. O número de elétrons é igual para o número de prótons, e então há 6×10^{24} elétrons em cada pente para começar. Adicionar um elétron excedente para cada 10^{11} elétrons significa adicionar $(6 \times 10^{21}/(1 \times 10^{11})) = 6 \times 10^{13}$ elétrons a cada pente; esses elétrons carregam uma carga combinada de $(6 \times 10^{13})(-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) = -9.6 \times 10^{-6} \text{ C}$. A magnitude da força elétrica repulsiva entre os favos é então

$$\begin{aligned} F_{12}^E &= k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(9.6 \times 10^{-6} \text{ C})(9.6 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1.0 \text{ m})^2} \\ &= 1 \text{ N} \end{aligned}$$

4. AVALIAR RESULTADO Minha resposta da parte (a) é uma força muito pequena para ser sentida, que é o que espero com base na experiência (dois pentes passados pelo cabelo não exercem uma força apreciável um no outro). Em contraste, minha resposta da parte (b) é fenomenalmente grande para uma força elétrica. A magnitude da aceleração inicial adquirida pelos pentes seria $a_1 = F_{21}^E/m_1 = (1 \text{ N})/(0.020 \text{ kg}) = 50 \text{ m/s}^2$, ou cerca de cinco vezes a aceleração da gravidade! Mesmo que a fração de elétrons removidos-um em 100 bilhões seja muito pequena, o fator k na Eq. 1.2 é tão grande que a força resultante também é grande. De fato, aprendi na Tabela 7.1 que a interação eletromagnética é 36 ordens de magnitude mais forte do que a interação gravitacional, então minha resposta é razoável.

Checkpoint 22.16 Duas esferas condutoras idênticas, uma com carga $+q$ e outra com carga $+3q$, estão inicialmente separadas por uma distância d . As esferas são colocadas em contato brevemente e voltam a ficar afastadas pela distância d . A força exercida de uma esfera sobre a outra depois do contato é maior, igual ou menor do que a força exercida uma sobre a outra antes do contato?

A força elétrica, assim como a força gravitacional, é *central*. Isto é, a linha de ação é ao longo da linha conectando as duas partículas carregadas que estão interagindo. Considere, por exemplo, as duas partículas com cargas q_1 e q_2 da figura 1.27. O vetor $\vec{r}_{12} \equiv \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ dá a posição da partícula 2 em relação a partícula 1: o vetor aponta da partícula 1 para a partícula 2. Podemos definir um vetor unitário apontando na mesma direção dividindo \vec{r}_{12} pelo seu valor absoluto

$$\hat{r}_{12} \equiv \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{r_{12}} \quad (1.8)$$

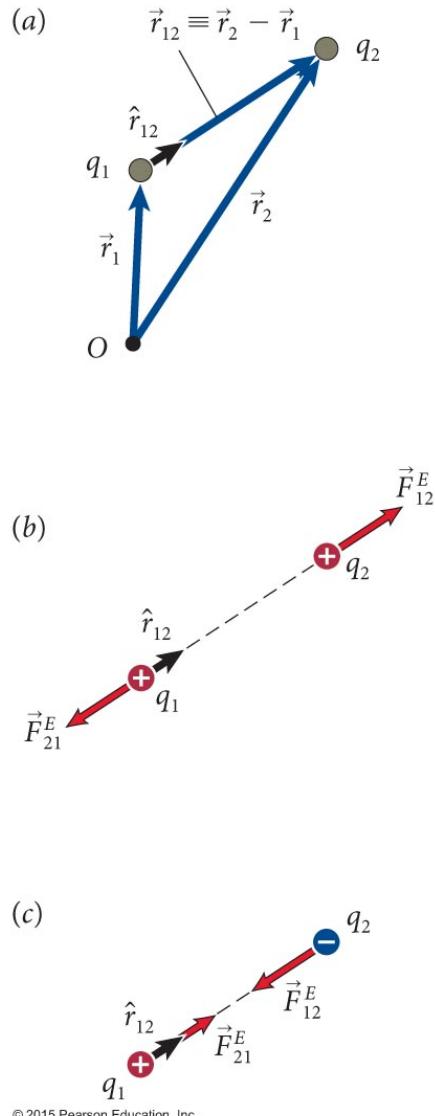


Figura 1.27: (a) Vetores de posição para duas partículas carregadas. (b) Forças repulsivas atuando em cada uma das duas partículas com cargas idênticas. (c) Forças atrativas atuando em cada uma das duas partículas carregando cargas opostas.

Dependendo do sinal algébrico das cargas, a força elétrica pode ser atrativa ou repulsiva. Para cargas de mesmo sinal ($q_1 q_2 > 0$), a força é repulsiva. Nesse caso, a força \vec{F}_{12}^E exercida pela partícula 1 na partícula 2 aponta na mesma direção do vetor unitário \hat{r}_{12} (Figura 1.27(b)). Para cargas com sinais opostos ($q_1 q_2 < 0$), a força é atrativa, e \vec{F}_{12}^E aponta na direção oposta a direção de \hat{r}_{12} (Figura 1.27(c)). Em ambos os casos, podemos escrever \vec{F}_{12}^E na forma

$$\vec{F}_{12}^E = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}. \quad (1.9)$$

Como $r_{12} = r_{21}$ e $\hat{r}_{21} = -\hat{r}_{12}$, a força \vec{F}_{21}^E exercida pela partícula 2 na partícula 1, a qual aponta na direção oposta da direção da força \vec{F}_{12}^E , é obtida simplesmente trocando os índices 1 e 2 na equação anterior:

$$\vec{F}_{21}^E = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} (-\hat{r}_{12}) = -\vec{F}_{12}^E, \quad (1.10)$$

o que é esperado para uma interação entre pares.

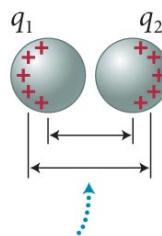
Antes de continuarmos, devemos mencionar uma limitação da lei de Coulomb. Sendo estritamente preciso, ela só se aplica para partículas carregadas. Isto porque a distância r_{12} só é bem definida quando o tamanho dos objetos carregados é desprezível quando comparada com a distância entre os objetos. Quando os objetos carregados não são partículas, a distância r_{12} não é igual a distância entre seus centros-de-massa. Podemos observar isso com a ajuda da figura 1.28. Na figura 1.28(a) as cargas estão distribuídas uniformemente na superfície de duas esferas metálicas separadas por uma grande distância. Como a distribuição de carga nas esferas metálicas da figura 1.28(a) é uniforme, o centro de cada distribuição de carga coincide com o centro da esfera e, nesse caso, r_{12} é bem definido. Quando aproximamos as esferas, como na figura 1.28(b), as cargas de mesmo tipo repelem-se e movem-se para o lado mais distante de cada esfera. Nesse caso, os centros de das distribuições de carga não coincide mais com o centro das esferas e r_{12} (distância entre os centros das distribuições de carga) não é mais simplesmente a separação entre os centros dos dois condutores. Observação importante: não basta conhecermos o centro geométrico da distribuição de cargas para aplicarmos a lei de Coulomb. Veremos a seguir que é necessário saber a distribuição das cargas no espaço.

(a) Charged spheres separated by a distance large compared to the sphere radii



Distance between centers of charge distributions same as distance between sphere centers

(b) Charged spheres separated by a distance small compared to the sphere radii



Charge repulsion causes distance between centers of charge distributions to differ from distance between sphere centers.

© 2015 Pearson Education, Inc.

Figura 1.28: A razão pela qual a lei de Coulomb não pode ser aplicada em sentido estrito para objetos macroscópicos carregados. A lei é aproximadamente correta se os objetos estão suficientemente distantes em comparação com o seu tamanho. (a) Esferas metálicas carregadas separadas por uma distância grande quando comparada com o raio das esferas. (b) Esferas metálicas carregadas separadas por uma distância pequena quando comparada com o raio da esfera.

1.6 Forças exercidas por uma distribuição de cargas

A força de Coulomb lida apenas com *pares* de objetos carregados. Para calcular a força exercida por um conjunto de objetos carregados, q_2, q_3, q_4, \dots sobre um objeto 1 com carga q_1 , temos que calcular a soma vetorial das forças exercidas independentemente por cada um dos outros objetos carregados:

$$\sum \vec{F}_1^E = \vec{F}_{21}^E + \vec{F}_{31}^E + \vec{F}_{41}^E + \dots, \quad (1.11)$$

onde cada termo é obtido pela lei de Coulomb

$$\sum \vec{F}_1^E = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} + k \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} \hat{r}_{31} + k \frac{q_1 q_4}{r_{41}^2} \hat{r}_{41} + \dots \quad (1.12)$$

Em outras palavra, nós calculamos a força exercida pelo objeto 2 sobre o objeto 1, em seguida a força exercida pelo objeto 3 sobre o objeto 1, e assim por diante, e somamos todas as forças. Isso significa que, se conhecemos os detalhes da distribuição de cargas dos objetos, nós podemos calcular a força exercida por essa distribuição de objetos carregados em uma partícula carregadas simples. Para distribuições que contêm um grande número de objetos carregados, a somatória pode ser realizada por meio de integração. Nós vamos limitar nossa discussão aqui ao caso simples de alguns poucos objetos carregados.

A limitação básica da lei de Coulomb continua a valer quando analizamos uma coleção de objetos carregados: a equação anterior só é válida para *partículas* carregadas e não se aplica para objetos carregados que possuem uma dimensão geométrica significativa. Consideremos a figura 1.29 e substituímos cada uma das partículas carregadas por esferas condutoras carregando a mesma carga de cada partícula. Consideraremos inicialmente a interação entre as esferas 1 e 2. Quando essas esferas carregadas com cargas de sinais opostos são colocadas próximas uma da outra, os portadores de carga das duas esferas se reorganizam para ficar o mais próximo possível uma das outras (ver figura 1.30(a)). De forma similar, uma reorganização das cargas ocorre quando colocamos as esferas 1 e 3 próximas uma da outra (figura 1.30(b)). Quando todas as três esferas são colocadas próximas uma das outras, a carga positiva da esfera 3 empurra para cima a carga positiva da esfera 2 e puxa para baixo a carga negativa da esfera 1 (figura 1.30(c)). Consequentemente, as forças que as esferas exercem uma sobre as outras não é a mesma que as forças exercidas pelos pares individuais (compare as figuras 1.29 e 1.30).

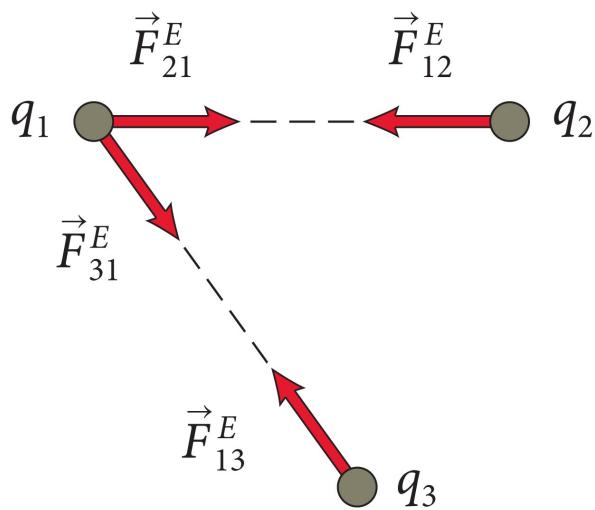


Figura 1.29: Forças exercidas por duas partículas carregadas 2 e 3 sobre a partícula carregada 1.

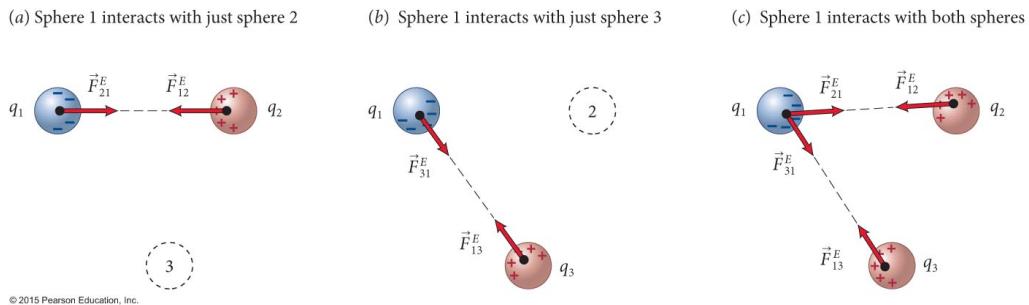
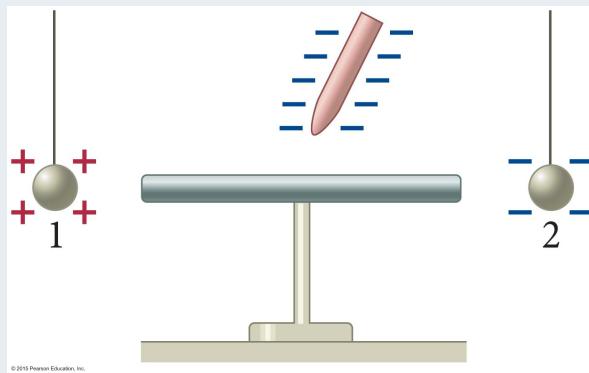


Figura 1.30: (a) Esfera 1 interage somente com a esfera 2. (b) Esfera 1 interage somente com a esfera 3. (c) Esfera 1 interage com ambas as esferas 2 e 3.

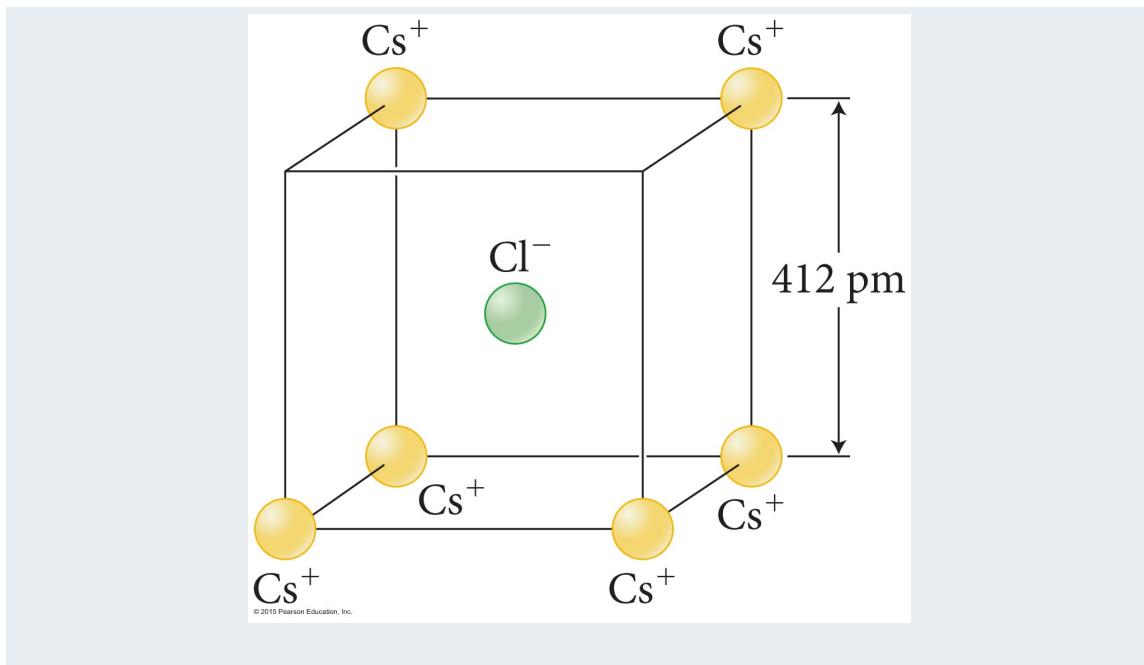
1.7 Problemas

Atividade 1.1 Você tem duas hastes A e B, ambas feitas com material não condutor. Inicialmente, nenhuma das hastes está carregada. Uma esfera carregando 100 unidades de carga positiva em excesso é colocada próxima da extremidade esquerda da haste A. Uma extremidade da haste B toca o lado direito da haste A durante algum tempo e é removida a seguir. Qual é a carga final da haste B?

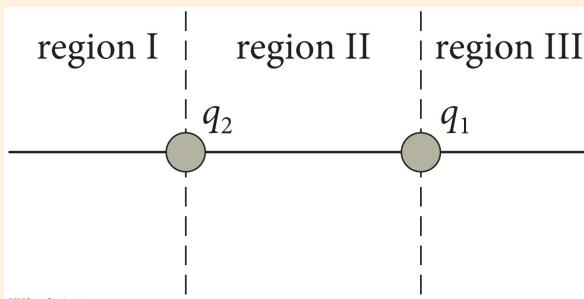
Atividade 1.2 Uma haste metálica eletricamente neutra (ver figura) está colocada entre duas bolas ("pith") carregadas. Uma haste de borracha carregada negativamente é raspada no centro da haste metálica. Faça um diagrama de corpo-livre para cada bola depois que a haste de borracha é afastada.



Atividade 1.3 Cloreto de césio (CsCl) é um sal cristalino que forma uma rede com estrutura cúbica, na qual você põe um íon de Cs^+ em cada um dos cantos do cubo e um íon de Cl^- no centro. A aresta do cubo mede 412 pm. Assuma que na aresta do cristal dois átomos de césio foram extraídos de cantos adjacentes do cubo, como mostra a figura. Qual é a soma vetorial das forças elétricas exercida no íon de cloro pelos seis íons de Cs^+ remanescentes no cubo?

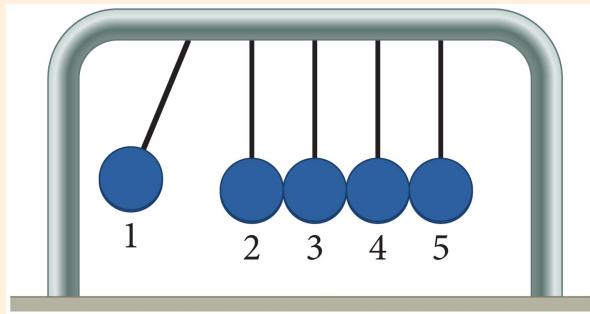


Exercício 1.1 Considere na figura $|q_2| > |q_1| > 0$ podendo as cargas serem de mesmo sinal ou de sinal oposto. Uma terceira partícula com carga q_3 é colocada no sistema ao longo do eixo de tal forma que a soma vetorial das forças elétricas na terceira partícula é zero. Em qual região - I, II, ou III - pode isso ser possível se (a) q_1 e q_2 tiverem o mesmo sinal e (b) q_1 e q_2 tiverem sinais opostos? (c) Sob quais circunstâncias pode a terceira partícula ser colocada na região I e ter a soma vetorial das forças elétricas igual a zero?

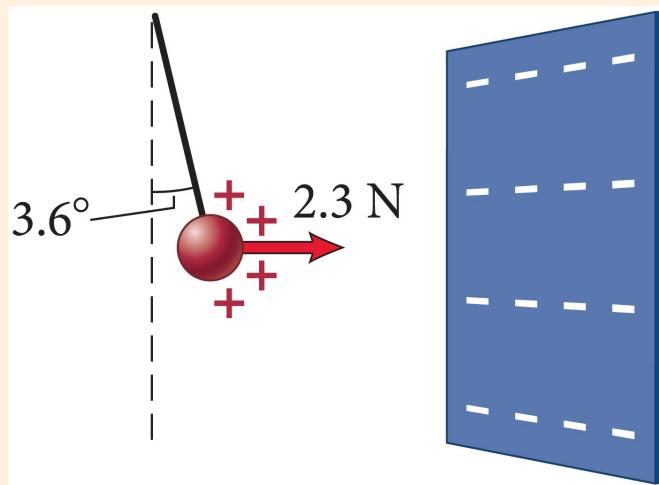


Exercício 1.2 O dispositivo da figura é conhecido como pêndulo de Newton. Quando você levanta a esfera de aço 1 e a solta, o seu momento é transferido para as outras quatro esferas de aço. Essa transferência de momento faz a esfera 5 subir. Quando ela cai, o momento é novamente transferido pela cadeia de esferas e a esfera 1 sobe e cai, e assim sucessivamente. Considere agora uma modificação no dispositivo colocando um fio carregado de tal maneira que cada vez que uma esfera de metal em uma extremidade sobe, ela toca o fio metálico e adquire 10 unidades de carga. Você levanta a esfera 1 e permite que ela toque o fio uma primeira vez e adquira 10 unidades de carga. A seguir você solta a esfera e ela colide com as outras, transferindo momento e fazendo

com que a esfera 5 suba. A esfera 5 toca o fio carregado, desce, colide com as esferas, e transfere seu momento para a esfera 1 que sobe novamente e toca o fio pela segunda vez. Quantas unidades de carga a esfera 1 possui (a) pouco antes de tocar o fio pela segunda vez e (b) pouco antes de tocar o fio novamente após mais uma rodada dessa transferência de momento?



Exercício 1.3 Uma esfera pequena carregada está pendurada por um fio fino próxima a uma placa carregada com carga de sinal oposta e sofre uma força elétrica atrativa de $2,3\text{ N}$ (ver figura). Se a corda faz um ângulo de $3,6^\circ$ com a vertical, qual é a massa da esfera?

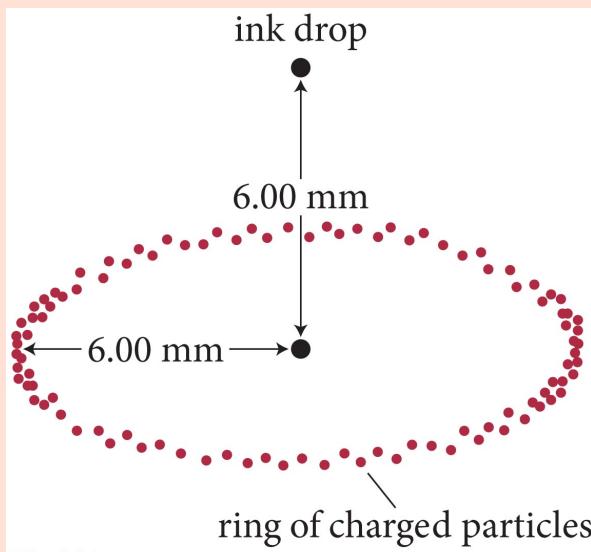


Exercício 1.4 Em um modelo simplista do átomo de hidrogênio, o elétron orbita em torno do próton em um círculo de raio 53 pm . Qual é o período orbital do elétron, em segundos, se a força responsável pela atração próton-elétron é (a) gravitacional e (b) elétrica?

Problema 1.1 Uma esfera metálica é aterrada por meio de um único fio. Uma extremidade de uma haste plástica possui carga positiva e é mantida próxima da esfera. (a) Se o fio terra é removido enquanto a haste e a esfera estão próximas uma da outra, sem se tocar, há alguma força entre as duas? Justifique. (b) Se a extremidade da haste está

em contato com a esfera e então o fio terra é removido, há alguma força elétrica entre a haste e a esfera depois que elas são separadas? Justifique.

Problema 1.2 Você está trabalhando como engenheiro de *design* de impressoras *ink-jet*. Seu chefe veio com um design de impressora que utiliza gotas de tinta carregadas eletricamente, que experimentam uma força exercida por 100 pequenas partículas carregadas, fixas. Como mostra a figura, essas partículas estão organizadas em um anel de raio de 6,00 mm e cada uma carrega uma carga de 1,00 nC. Uma gota de tinta é solta de um ponto distante 6,00 mm do plano do anel e ao longo do eixo central do anel. Seu chefe desiste de calcular a força exercida inicialmente na gota carregada mas você decide dar uma olhada e percebe que pode calculá-la em menos de um minuto. (a) Explique como você pode calcular tão rapidamente, mesmo envolvendo 100 forças independentes. (b) Determine a grandeza e direção da força inicial na gota que carrega uma carga de 8,00 nC. (c) Se a impressora acrescenta para cada gota de tinta uma carga igual a 1,00 C por kilograma de massa de tinta, qual é a aceleração inicial de cada gota?



Problema 1.3 Trabalhando em um sistema de coletor de energia solar, você está tentando movimentar partículas carregadas através do interior aberto de um anel carregado uniformemente. Um colega lembra-se vagamente do argumento de Newton e Priestley que a força eletrostática exercida em uma partícula carregada no interior de uma esfera uniformemente carregada é nula. Ele sugere que o mesmo deve ser verdade para um anel carregado. Assim, você pode enviar as partículas por qualquer parte do interior do anel carregado sem que as partículas sintam força elétrica e possam ser desviadas por ela. Você está cético, considerando se deve haver, pelo menos, alguma restrição em relação ao caminho pelo qual você pode enviar as partículas sem que elas sintam uma força elétrica. Você pode resolver essa dúvida? Discuta.

Lista de problemas escolhidos para aula exploratória:

Todas as Atividades, todos os Exercícios e todos os Problemas da lista acima.