Lista Avaliativa 3

MC358 — Fundamentos Matemáticos para Computação
Prof. Pedro J. de Rezende
2º Semestre de 2021

HONESTIDADE ACADÊMICA

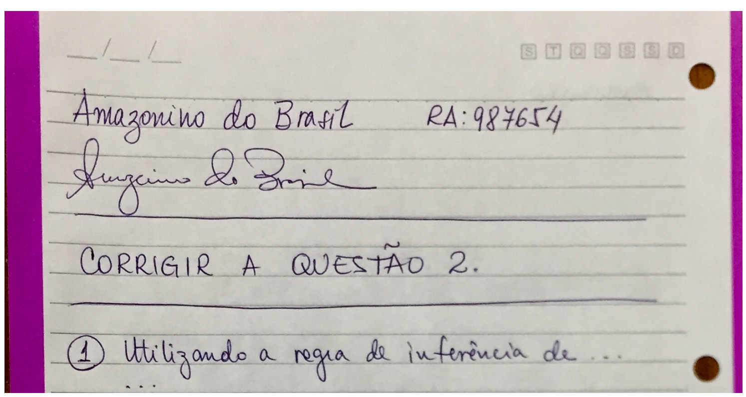
1. **Por se tratar de avaliação de conhecimentos adquiridos por cada aluno, a resolução desta Lista Avaliativa deve ser um trabalho individual sem consulta direta or indireta a outras pessoas.**
2. Qualquer tentativa de cola ou fraude acarretará nota zero nesta Lista para todos os implicados, além das sanções previstas no Regimento Geral da UNICAMP (em particular, o Art. 227, inciso VII, e os Art. 228 a 231).

CORREÇÃO

3. Das três questões desta Lista, apenas duas serão corrigidas e valerão um total de 10 pontos.
   - Indique **exatamente UMA** das questões para ser corrigida pelo PED, a qual valerá nota de 0 a 5.
   - A segunda questão a ser corrigida será escolhida pelo PED, a qual também valerá nota entre 0 e 5. Se alguma questão estiver em branco, esta será a escolhida pelo PED.
4. **Justifique cuidadosamente todas as respostas.**

SUBMISSÃO DE RESOLUÇÕES

5. **Só serão aceitas** submissões de resoluções desta Lista Avaliativa na plataforma Google Classroom, e elas devem seguir **estritamente** o seguinte formato:
   (a) As resoluções devem ser **manuscritas**, sem rasuras, escaneadas, formando **um único** documento PDF.
   (b) No topo da primeira página das suas resoluções, coloque seu nome e RA de forma bem legível e, em seguida, a sua assinatura conforme esta consta em seu RG ou CNH. Veja modelo abaixo:



   (c) É sua responsabilidade garantir que o arquivo escaneado seja legível. Para isso, recomenda-se o uso de um aplicativo para celular (`Android` ou `iOS`) como `Adobe Scan` (ou `CamScanner` ou `Office Lens` ou similar) para escanear as páginas manuscritas e, em seguida, fazer os devidos ajustes de contraste. Esses Apps facilitam a inclusão de múltiplas páginas em um único PDF.
   (d) Submissões constituídas meramente de arquivos de fotos (`jpg`, `png`, etc.), serão desconsideradas e receberão nota zero.

DOS PRAZOS

6. O prazo regular para submissão das resoluções desta Lista Avaliativa estará indicado no Google Classroom no momento de sua postagem.
7. Resoluções submetidas até 2hs após o encerramento do prazo regular de submissão serão corrigidas e não sofrerão penalidade na nota.
8. Resoluções enviadas até 22hs após o término da extensão descrita no item anterior serão corrigidas e receberão nota, mas com 50% de penalidade. Submissões com atraso superior a 24hs após prazo regular receberão nota zero.

---

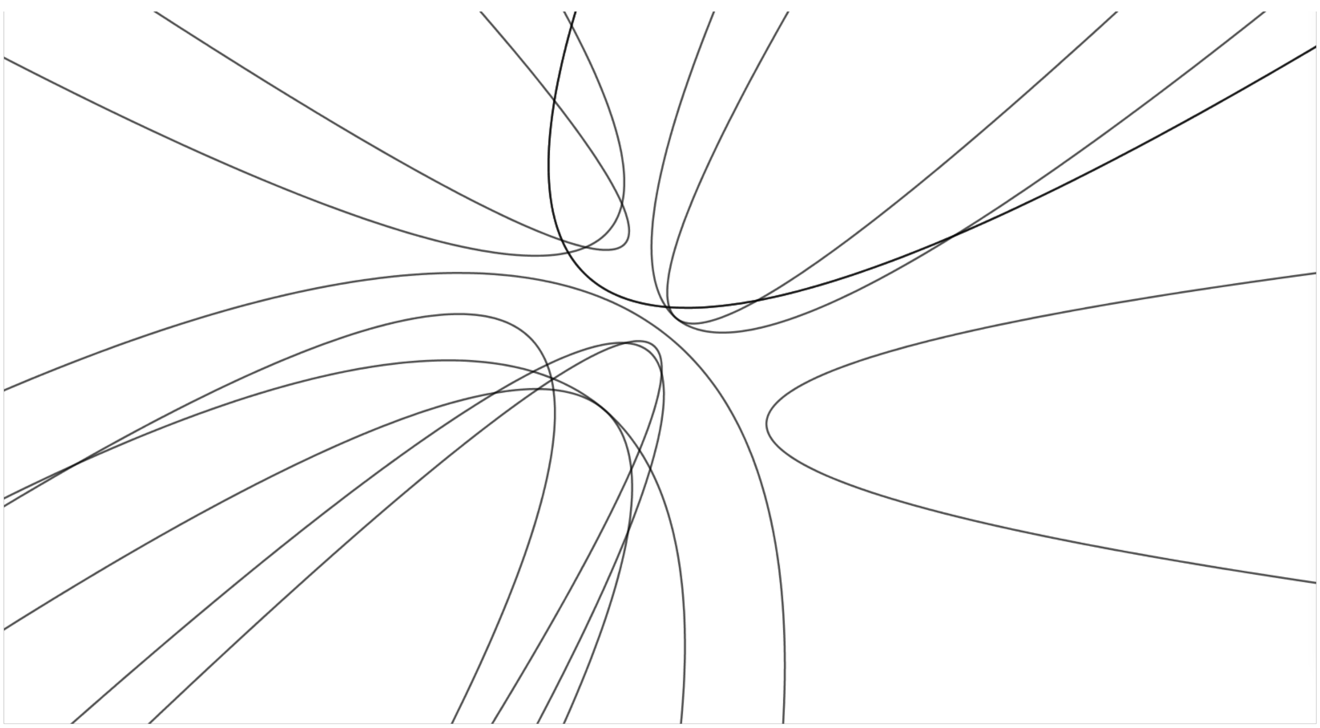
1. Na resolução desta questão, **você deve, necessariamente, utilizar indução**.
   Prove que se ℓ é um número natural positivo arbitrário, então ℓ divide a soma: $S(\ell) = 3 + 5 + 7 + \ldots + (2\ell + 1)$.
   Obs: eventuais resultados intermediários não triviais que você utilize devem também ser provados.

---

2. Seja $S = \langle s_1 s_2 \ldots s_n \rangle$ uma sequência de $n \geq 1$ valores booleanos. As seguintes duas operações podem ser executadas sobre os valores de S:
   (a) Se $i < n$ e s_i é V, pode-se fazer $s_i := F$ e $s_{i+1} := \neg s_{i+1}$.
   (b) Se s_n é V pode-se fazer $s_n := F$.
   Prove **por indução** em n que, dada uma sequência **arbitrária** $S = \langle s_1 s_2 \ldots s_n \rangle$ de $n \geq 1$ valores booleanos, pode-se aplicar a S as duas operações acima para se obter $S' = \langle s'_1 s'_2 \ldots s'_n \rangle$, onde $s'_i = F$ para todo i entre 1 e n.
   Exemplo: $\langle \underline{V}VVFV \rangle \stackrel{(a)}{\to} \langle FFVF\underline{V} \rangle \stackrel{(b)}{\to} \langle FF\underline{V}FF \rangle \stackrel{(a)}{\to} \langle FFF\underline{V}F \rangle \stackrel{(a)}{\to} \langle FFFF\underline{V} \rangle \stackrel{(b)}{\to} \langle FFFFF \rangle$.

---

3. O *exemplo* da figura abaixo *ilustra* esta questão. Dadas $n \geq 1$ parábolas (quaisquer) no plano[1], prove **por indução** em n que todas as regiões (bidimensionais) em que o plano (inteiro) fica particionado por essas n parábolas podem ser coloridas usando-se apenas duas cores de modo que todo par de regiões vizinhas[2] recebe cores distintas.



[1]Duas parábolas podem se intersectar ou não. Se se intersectam, elas podem: se cruzar, gerando um ponto de interseção em cada cruzamento; ou se tangenciar, gerando um ponto de interseção.
[2]Duas regiões são vizinhas se elas compartilham um *arco* de parábola em suas respectivas fronteiras.