

Lista Avaliativa 7

MC358 — Fundamentos Matemáticos para Computação

Prof. Pedro J. de Rezende

2º Semestre de 2021

HONESTIDADE ACADÊMICA

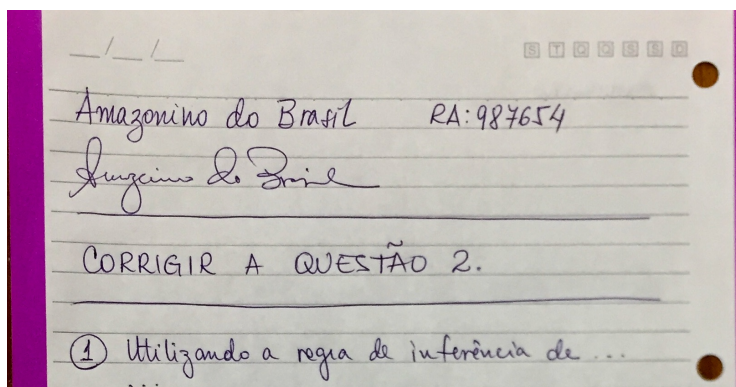
1. Por se tratar de avaliação de conhecimentos adquiridos por cada aluno, a resolução desta Lista Avaliativa deve ser um trabalho individual sem consulta direta or indireta a outras pessoas.
2. QUALQUER TENTATIVA DE COLA OU FRAUDE ACARRETERÁ NOTA ZERO NESTA LISTA PARA TODOS OS IMPLICADOS, ALÉM DAS SANÇÕES PREVISTAS NO REGIMENTO GERAL DA UNICAMP (EM PARTICULAR, O ART. 227, INCISO VII, E OS ART. 228 A 231).

CORREÇÃO

3. Das três questões desta Lista, apenas duas serão corrigidas e valerão um total de 10 pontos.
 - Indique **exatamente UMA** das questões para ser corrigida pelo PED, a qual valerá nota de 0 a 5.
 - A segunda questão a ser corrigida será escolhida pelo PED, a qual também valerá nota entre 0 e 5. Se alguma questão estiver em branco, esta será a escolhida pelo PED.
4. Justifique cuidadosamente todas as respostas.

SUBMISSÃO DE RESOLUÇÕES

5. **Só serão aceitas** submissões de resoluções desta Lista Avaliativa na plataforma Google Classroom, e elas devem seguir **estritamente** o seguinte formato:
 - (a) As resoluções devem ser **manuscritas**, sem rasuras, escaneadas, formando **um único** documento PDF.
 - (b) No topo da primeira página das suas resoluções, coloque seu nome e RA de forma bem legível e, em seguida, a sua assinatura conforme esta consta em seu RG ou CNH. Veja modelo abaixo:



- (c) É sua responsabilidade garantir que o arquivo escaneado seja legível. Para isso, recomenda-se o uso de um aplicativo para celular (**Android** ou **iOS**) como **Adobe Scan** (ou **CamScanner** ou **Office Lens** ou similar) para escanear as páginas manuscritas e, em seguida, fazer os devidos ajustes de contraste. Esses Apps facilitam a inclusão de múltiplas páginas em um único PDF.
- (d) Submissões constituídas meramente de arquivos de fotos (**jpg**, **png**, etc.), serão desconsideradas e receberão nota zero.

DOS PRAZOS

6. O prazo regular para submissão das resoluções desta Lista Avaliativa estará indicado no Google Classroom no momento de sua postagem.
7. Resoluções submetidas até 2hs após o encerramento do prazo regular de submissão serão corrigidas e não sofrerão penalidade na nota.
8. Resoluções enviadas até 22hs após o término da extensão descrita no item anterior serão corrigidas e receberão nota, mas com 50% de penalidade. Submissões com atraso superior a 24hs após prazo regular receberão nota zero.

-
1. Seja A um conjunto finito, com $|A| \geq 2$, e seja R uma relação simétrica sobre A .

Definição 1: Um subconjunto $S \subseteq A$ é *independente* (com respeito a R) se entre os elementos de S não há dois distintos que se relacionam (por R).

Prove **por indução** que existe um subconjunto independente $S \subseteq A$ tal que $\forall a \in A - S, \exists b \in S, (a, b) \in R$.

Identifique claramente o parâmetro da indução, a Base, a Hipótese e o Passo.

2. **Definição 2:** Para $n \in \mathbb{N}^*$, denotamos por $\beta_n = (V, E)$ o grafo que tem o conjunto de todas as 2^n cadeias de bits de comprimento n como seu conjunto de vértices V , e $E = \{\{b_1, b_2\} \subseteq V \mid b_1 \text{ e } b_2 \text{ diferem por exatamente um bit}\}$ como seu conjunto de arestas.

Prove que $\forall n \in \mathbb{N}^*, \beta_n$ é bipartido.

Obs: se você preferir utilizar alguma definição alternativa para os grafos β_n , você deverá, antes, provar que ela é equivalente à apresentada acima.

3. **Definição 3:** Dois grafos simples não dirigidos (V, E) e (V, F) são chamados *complementares* se eles têm o mesmo conjunto de vértices V , e para qualquer par de vértices distintos $u, v \in V$, a aresta $\{u, v\} \in E$ se e somente se $\{u, v\} \notin F$.

Definição 4: Um grafo simples não dirigido $G = (V, E)$ é denominado *autocomplementar* se G é isomorfo ao seu grafo complementar.

Prove que se $G = (V, E)$, com $|V| \leq 50$, é autocomplementar, então:

$$|V| \in \{1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 24, 25, 28, 29, 32, 33, 36, 37, 40, 41, 44, 45, 48, 49\}.$$

A resolução não requer trabalho exaustivo envolvendo explicitamente os números acima.
