EXERCÍCIOS CONCEITUAIS

1. Mostre que se um carregamento distribuído ao longo de um comprimento tem intensidade $w(x)$, então o carregamento estático equivalente tem intensidade:

$$F_R = \int_0^L w(x)dx$$

Dica: reduza o carregamento distribuído a um carregamento pontual agindo sobre um elemento diferencial de comprimento dx e mostre que a intensidade total desse carregamento resulta na expressão acima.

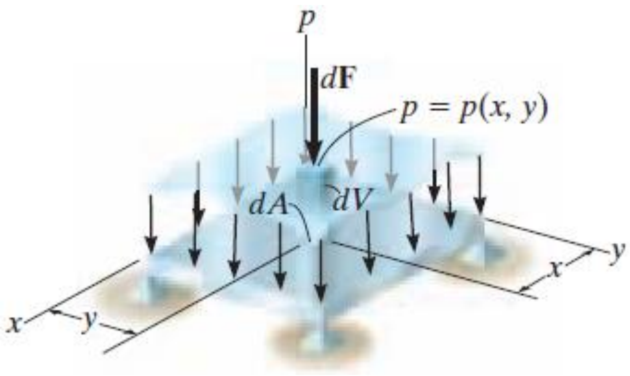
2. Mostre que se um carregamento distribuído de intensidade $w(x)$ tem intensidade resultante F_R, a posição $\bar{x}$ da linha de ação de F_R é dada por:

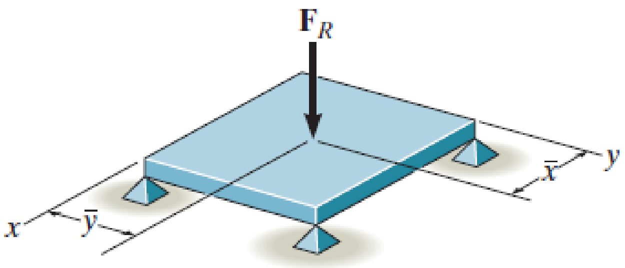
$$\bar{x} = \frac{\int_0^L xw(x)dx}{\int_0^L w(x)dx}$$

Dica: iguale os momentos da força resultante F_R e da força distribuída agindo num elemento dx.

3. A partir da análise dos exercícios anteriores, mostre que, para o caso geral de uma força bidimensional distribuída sobre uma área finita de intensidade $p = p(x, y)$, com unidades de força por unidade de área [N/m²], a intensidade da força resultante e sua localização são dadas por:

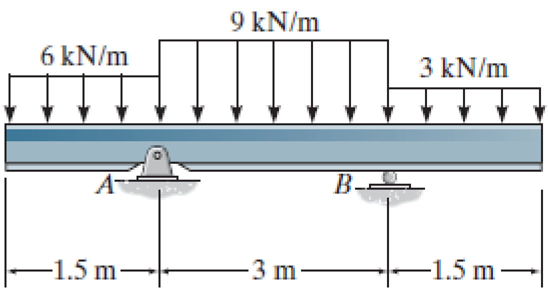
$$F_R = \int_A p(x,y)dA\,, \quad \bar{x} = \frac{\int_A xp(x,y)dA}{\int_A p(x,y)dA} \quad \bar{y} = \frac{\int_A yp(x,y)dA}{\int_A p(x,y)dA}$$

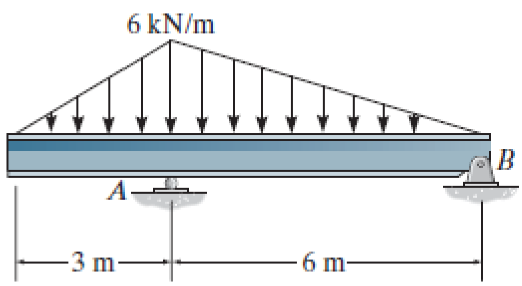




EXERCÍCIOS FUNDAMENTAIS

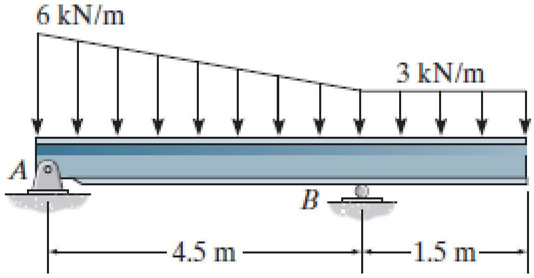
1. Determine o carregamento estático equivalente e sua localização medida a partir da extremidade esquerda da viga para cada carregamento mostrado.

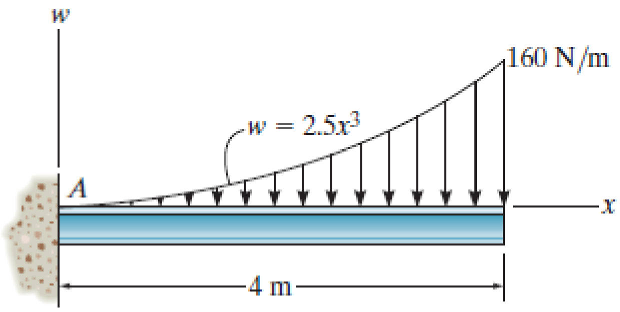




$F_R = 40.5\ kN \downarrow, d = 2.75\ m$

$F_R = 27\ kN \downarrow, d = 4\ m$

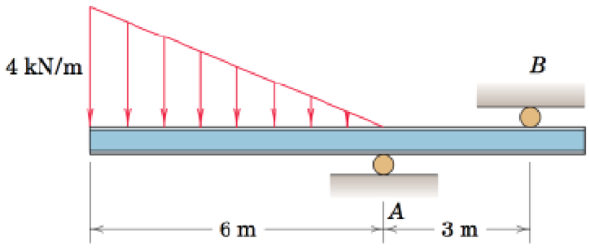




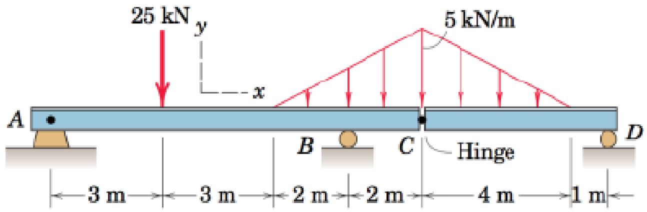
$F_R = 24.75\ kN \downarrow, d = 2.59\ m$

$F_R = 160\ N, d = 3.20\ m$

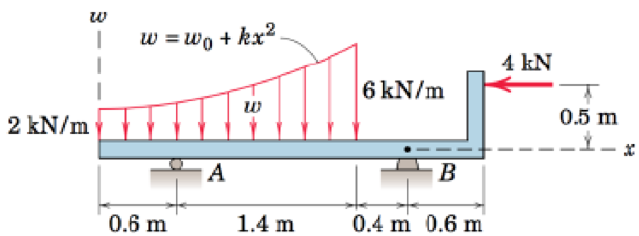
4. Determine as reações nos suportes A, B e D das estruturas mostradas abaixo.

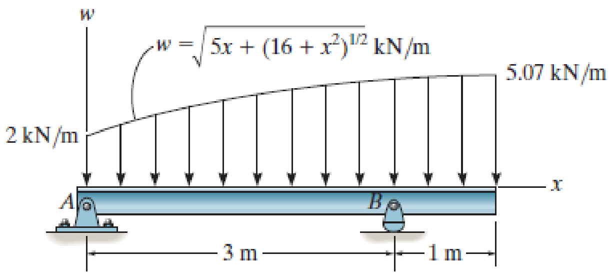


$A_y = 28\ kN \uparrow, B_y = 16\ kN \downarrow$



$A_y = 12.96\ kN \uparrow, B_y = 29.4\ kN \uparrow, D_y = 2.67\ kN \uparrow$

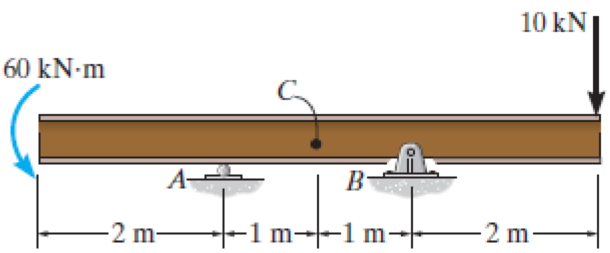


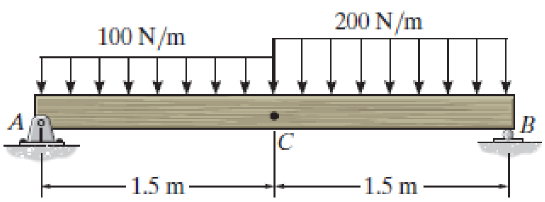


$A_y = 5.56\ kN \uparrow, B_x = 4kN \rightarrow, B_y = 1.111\ kN \uparrow$

$A_y = 3.63\ kN, B_y = 11.27\ kN$ (avalie a integral numericamente)

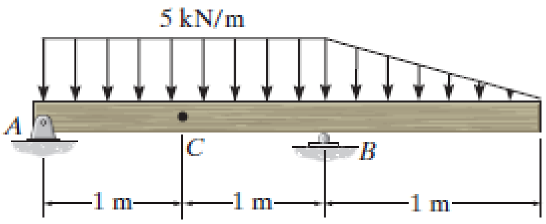
5. Obtenha os esforços internos resultantes (força normal, torque, esforço cortante e momento fletor) agindo no ponto C, mostrado nas figuras abaixo.

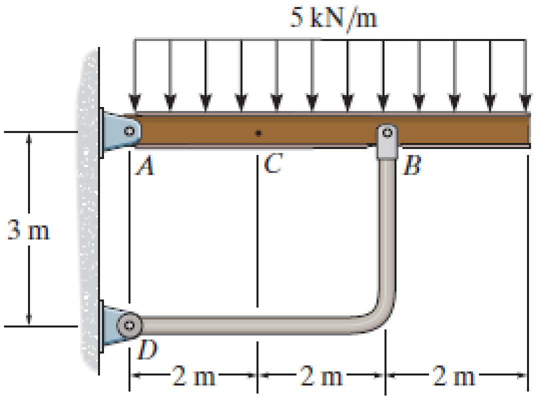




$N_C = 0, T_c = 0, V_C = 20\ kN \downarrow, M_C = 40\ kN.m \curvearrowright$

$N_c = 0, T_c = 0, V_c = 37.5\ N, M_c = 169\ N.m \curvearrowright$

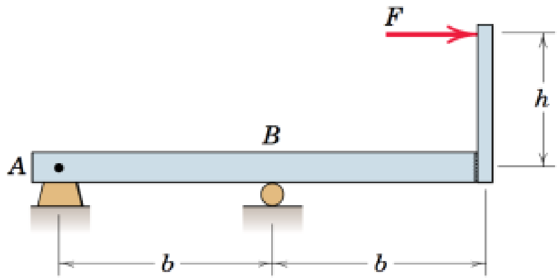




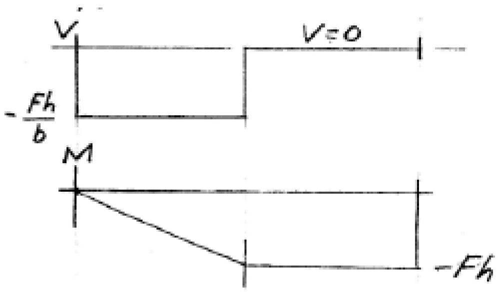
$N_C = 0, T_c = 0, V_C = 0.471\ kN \uparrow, M_C = 2.08\ kN.m \curvearrowleft$

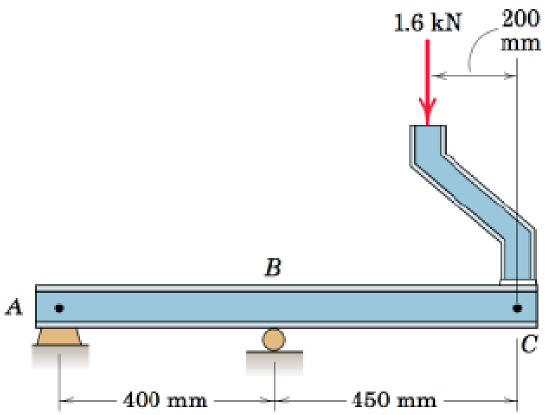
$N_c = 30\ kN, T_c = 0, V_c = 2.5\ kN \uparrow, M_c = 5\ kN.m \curvearrowright$

6. Determine os esforços internos ($N_x(x)$, $T_x(x)$, $V_y(x)$ e $M_z(x)$) em função da posição ao longo das vigas mostradas abaixo.

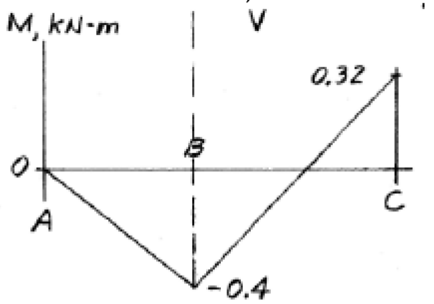


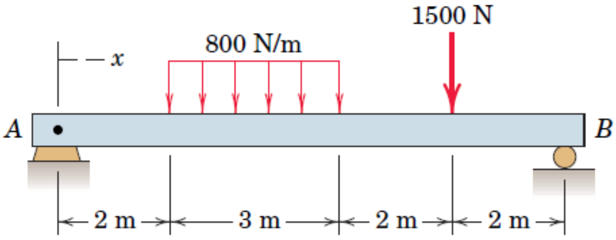
a) $N(x) = F,$ $T(x) = 0,$ $V_y(x) = \begin{cases} -\frac{Fh}{b}, & 0 < x < b \\ 0, & b < x < 2b \end{cases},$ $M_z(x) = \begin{cases} -\frac{Fh}{b}x, & 0 < x < b \\ -Fh, & b < x < 2b \end{cases}$



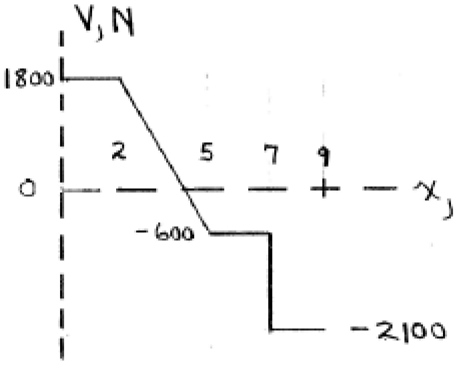


b) $M_z(x) = \begin{cases} -x, & 0 < x < 0.4 \\ 1.6x - 1.04, & 0.4 < x < 0.85 \end{cases}$





c) $V_y(x) = \begin{cases} 1800, & 0 < x < 2 \\ -800x + 3400, & 2 < x < 5 \\ -600, & 5 < x < 7' \\ -2100, & 7 < x < 9 \end{cases}$ $\quad M_z(x) = \begin{cases} 1800x, & 0 < x < 2 \\ -400x^2 + 3400x - 1600, & 2 < x < 5 \\ 8400 - 600x, & 5 < x < 7 \\ -2100x + 18900, & 7 < x < 9 \end{cases}$



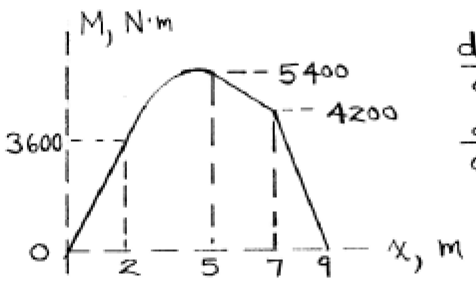
At $x = 6$ m:

$V = \underline{-600 \text{ N}}$

$M = 8400 - 600(6)$

$= \underline{4800 \text{ N·m}}$

For M_{max},



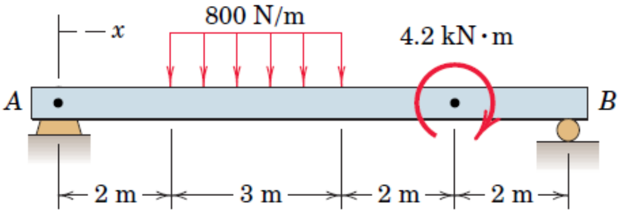
$\dfrac{dM}{dx} = 0$

$\dfrac{d}{dx}\left(-400x^2 + 3400x - 1600\right)$

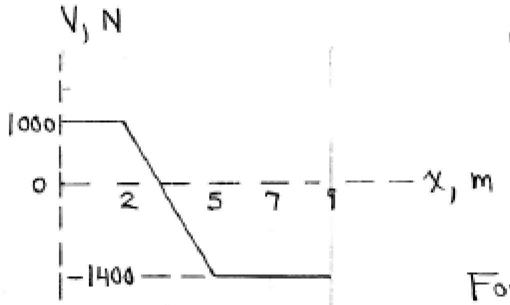
$= -800x + 3400 = 0$

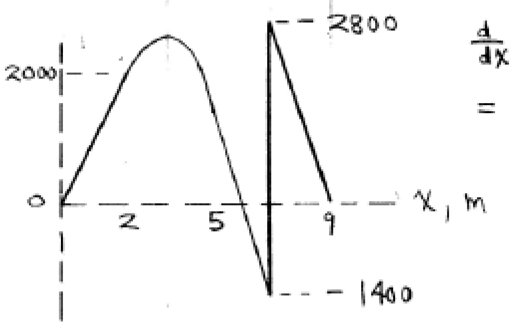
$\underline{x = 4.25 \text{ m}}$

$M_{max} = -400(4.25)^2 + 3400(4.25) - 1600 = \underline{5620 \text{ N·m}}$



d) $V_y(x) = \begin{cases} 1000, & 0 < x < 2 \\ -800x + 2600, & 2 < x < 5 \\ -1400, & 5 < x < 7' \\ -1400, & 7 < x < 9 \end{cases}$ $\qquad M_z(x) = \begin{cases} 1000x, & 0 < x < 2 \\ -400x^2 + 2600x - 1600, & 2 < x < 5 \\ 8400 - 1400x, & 5 < x < 7 \\ -1400x + 12600, & 7 < x < 9 \end{cases}$





At $x = 6$ m,

$\underline{V = -1400 \text{ N}}$

$M = 8400 - 1400(6)$

$\underline{= 0}$

For M_{max}, $\frac{dM}{dx} = 0$

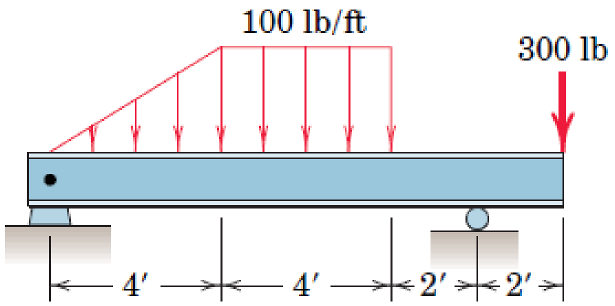
$\frac{d}{dx}\left(-400x^2 + 2600x - 1600\right)$

$= -800x + 2600 = 0$

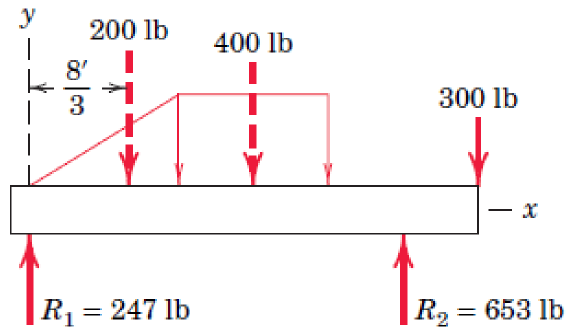
$x = 3.25$ m

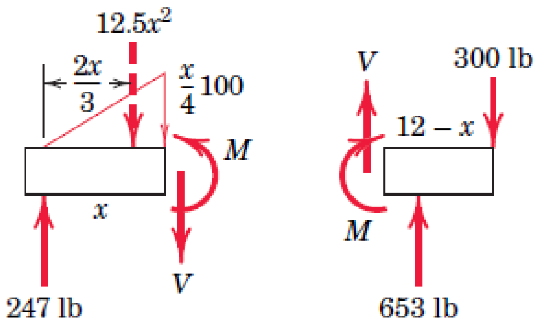
$M_{x=3.25} = -400(3.25)^2 + 2600(3.25) - 1600 = 2625$ N·m

So $\underline{M_{max} = 2800 \text{ N}\cdot\text{m}}$



e) $V_y(x) = \begin{cases} -12.5x^2 + 247, & 0 < x < 4 \\ -100x + 447, & 4 < x < 8 \\ -353, & 8 < x < 10 \\ 300, & 10 < x < 12 \end{cases}$, $M_z(x) = \begin{cases} -4.17x^3 + 247x, & 0 < x < 4 \\ -50x^2 + 447x - 267, & 4 < x < 8 \\ -353x + 2930, & 8 < x < 10 \\ 300x - 3600, & 10 < x < 12 \end{cases}$





f)