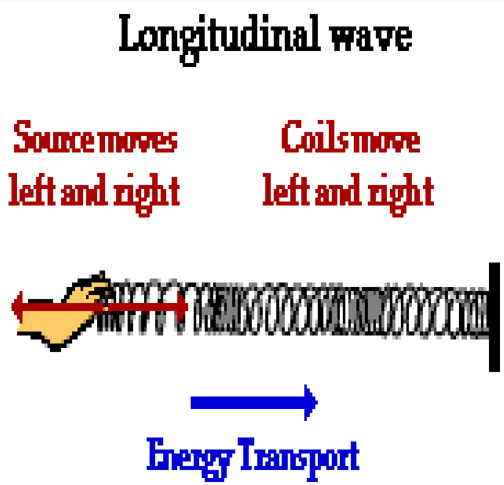
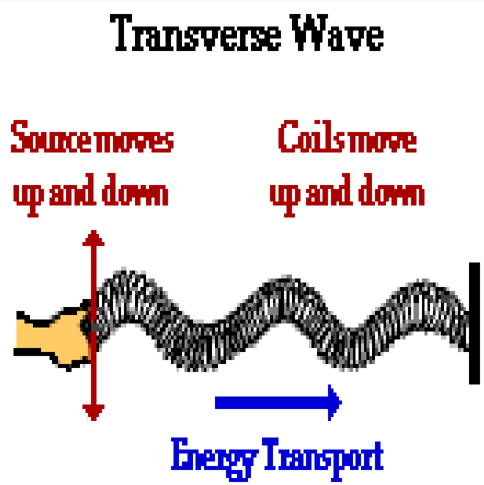
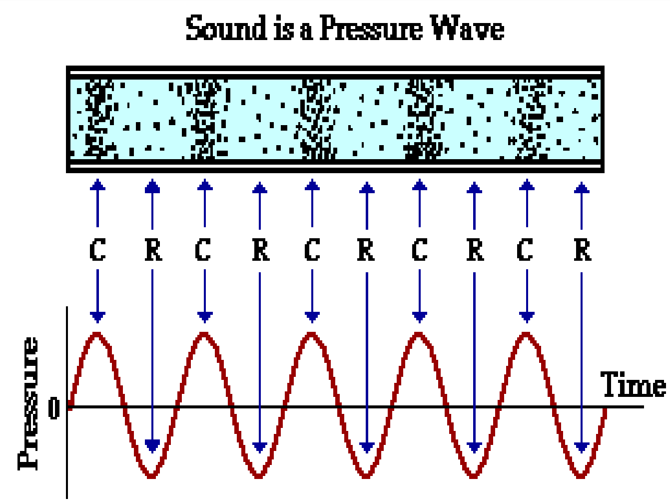
Aula-8
Ondas II

Física Geral II - F 228

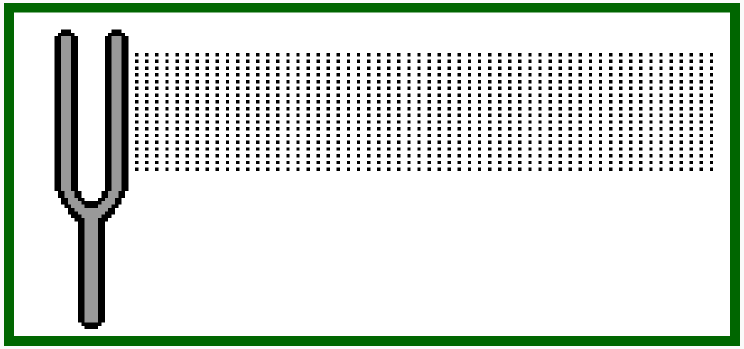
1º semestre, 2021

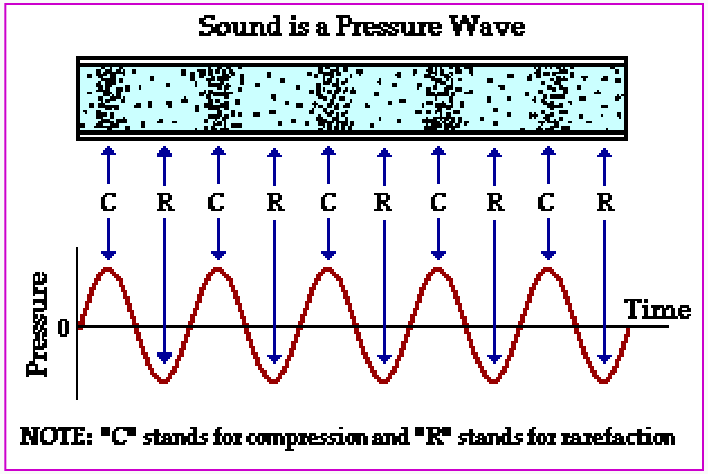






Som





- INFRASOM: $f < 20$ Hz
- SOM: audição humana : $20 \text{ Hz} < f < 20.000 \text{ Hz}$

  No ar: $v_{som} \sim$ 340 m/s $\rightarrow$ λ : 1,7 cm a 17 m ; $\boxed{v = \lambda f}$

- ULTRASOM: $f > 20,000$ Hz

Velocidade do som

Qual é a distância aproximada de uma tempestade quando você nota uma diferença de 3 segundos entre ver o raio e ouvir o trovão?

$v_{luz} >> v_{som} \sim 340$ m/s

$\Delta x = v_{som} \times \Delta t = 340 \times 3 = 1020 \text{ m} \approx 1 \text{ km}$

Velocidade do Som

Já vimos (corda):

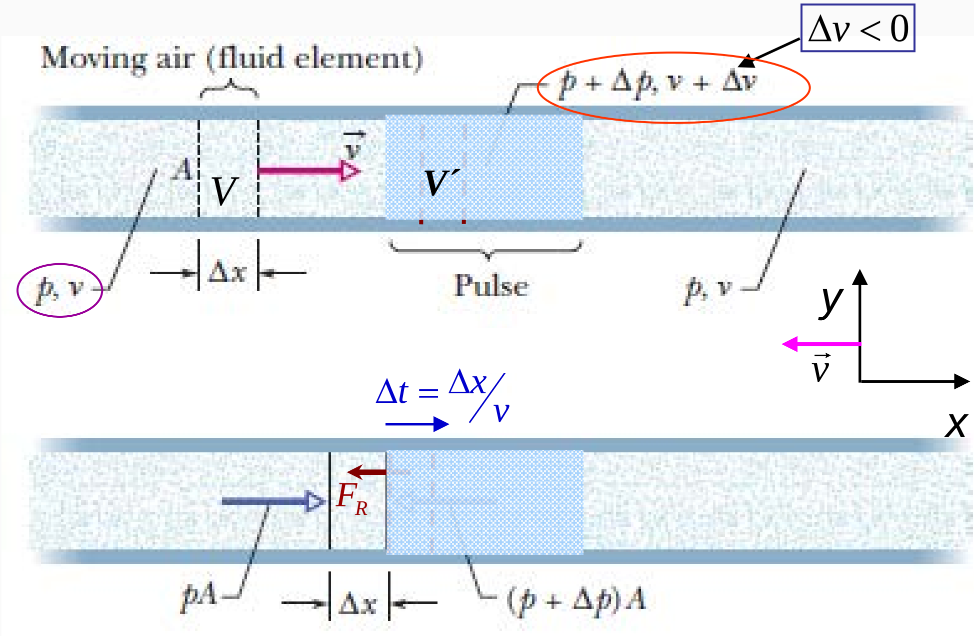
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{fator\ elástico}{fator\ de\ inércia}}$$

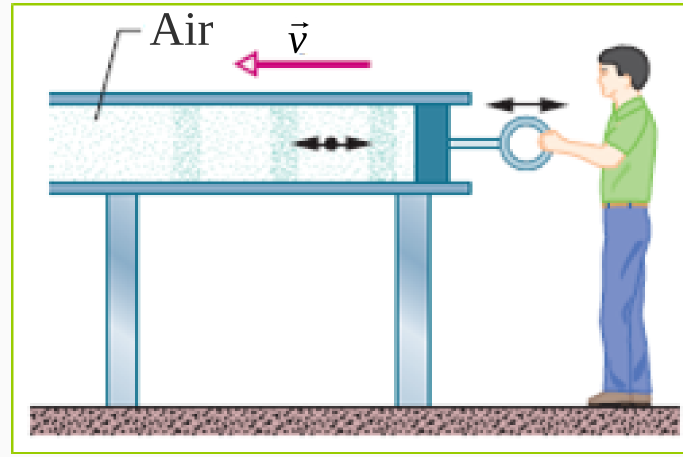
Para o som:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

(demonstrada a seguir)

Velocidade do Som





massa e aceleração do elemento:

$$\Delta m = \rho V = \rho A \Delta x = \rho A v \Delta t$$

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\overline{F}_R = pA - (p+\Delta p)A = -\Delta p A$$

$$\overline{F}_R = (\Delta m)\overline{a} \quad \rightarrow \quad -\Delta p \cancel{A} = (\rho \cancel{A} v \cancel{\Delta t})\frac{\Delta v}{\cancel{\Delta t}}$$

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v / v} = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \equiv B \quad ; \quad \Rightarrow$$

$$V' = V - \Delta V \; ; \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{A(\Delta v \Delta t)}{A(v \Delta t)} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$V = A(v\Delta t) \longrightarrow \Delta V = A(\Delta v \Delta t)$$

$$v^2 = \frac{B}{\rho} \; ; \qquad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: módulo volumétrico

Velocidade do Som

(CNTP)	Bulk Modulus (B) [Pa]	Density (ρ) [kg/m^3]
Water	$2{,}2\times10^9$	1000
Methanol	$8{,}23\times10^8$	424
Air (Adiabatic)	$1{,}42\times10^5$	~ 1,21
Air (Constant Temp.)	$1{,}01\times10^5$	~ 1,21

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

No ar (adiabático): $v_{ar} = \sqrt{\dfrac{0{,}142\times10^6}{1{,}21}} \approx 342 \text{ m/s}$

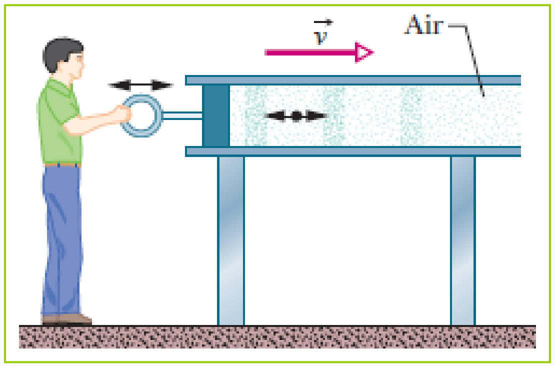
Na água: $v_{água} = \sqrt{\dfrac{2{,}2\times10^9}{10^3}} \approx 1483 \text{ m/s}$

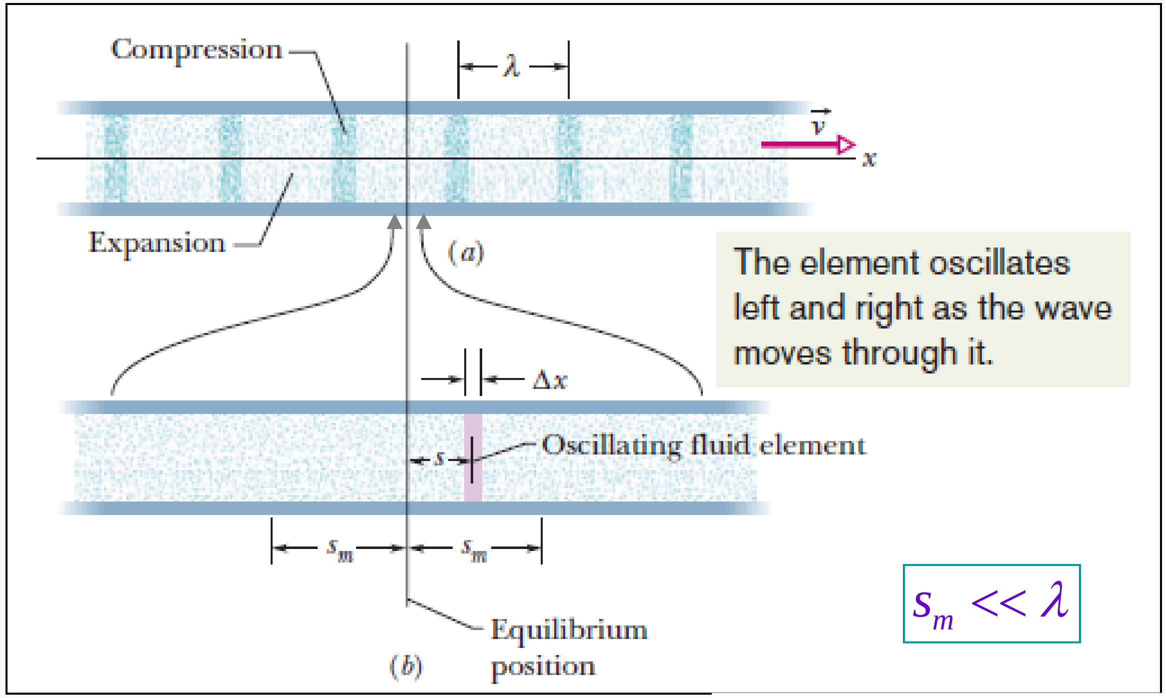
Em sólidos a velocidade atinge valores da ordem de 3000 m/s !

Ondas de Som Progressivas

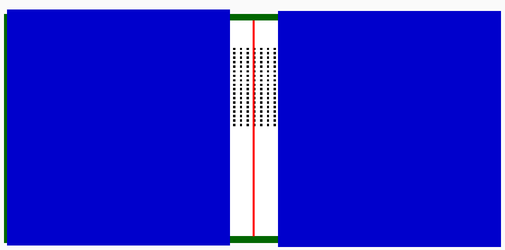
Equação de Onda:

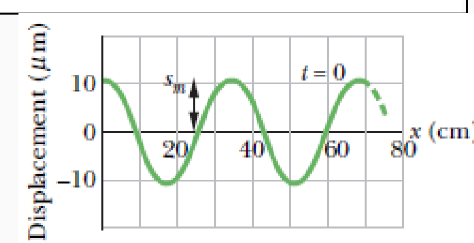
$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = 0$$





$$s_m \ll \lambda$$

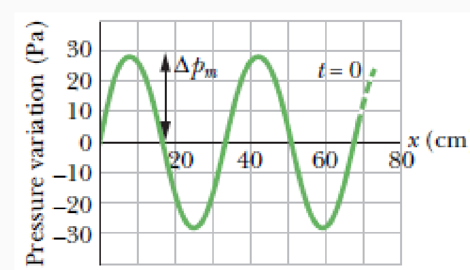




Deslocamento: $s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$

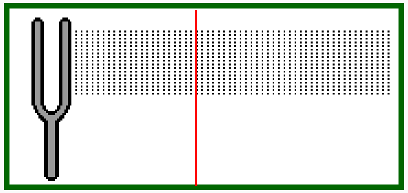
Variação de pressão : $\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$

(Demonstrar!) $\Delta p_m \ll p(x,t)$!

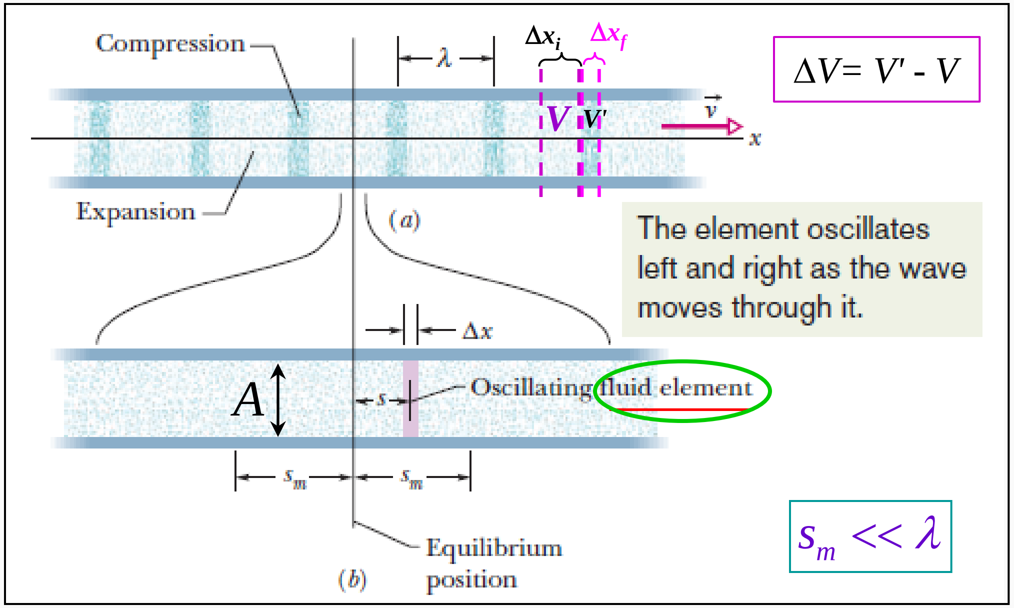


Ondas de Som Progressivas

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$



$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$



Para um elemento do fluido:

$$\Delta p = -B\frac{\Delta V}{V} \quad ; \quad V = A\Delta x$$

$$\Delta V = A\Delta s \quad ; \quad \Delta s = \Delta x_f - \Delta x_i$$

$$\Delta p = -B\frac{\Delta s}{\Delta x} \xrightarrow[\text{infinitesimal}]{\text{limite}} -B\frac{\partial s}{\partial x}$$

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

mas: $$\frac{\partial s(x,t)}{\partial x} = -ks_m \sin(kx - \omega t)$$

Defasados de $\pi/2$

$$\Rightarrow \Delta p(x,t) = Bks_m \sin(kx - \omega t) \Rightarrow \Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$$

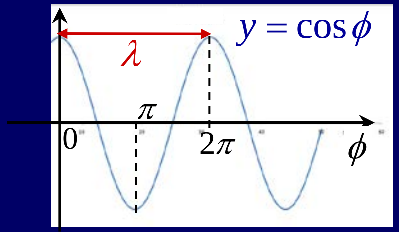
onde: $$\Delta p_m = (Bk)s_m = (v^2\rho k)s_m = (v\rho\omega)s_m \quad ; \quad B = \rho v^2 \qquad v = \frac{\omega}{k}$$

Interferência

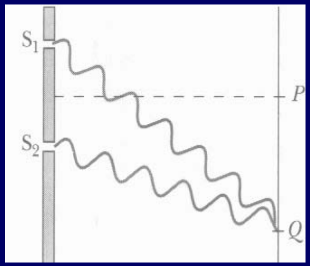
(Para som é análogo a ondas em cordas !)

$$y(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t)=A\sin(kx-\omega t)+A\sin(kx-\omega t+\phi)$$

$$y(x,t)=2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx-\omega t+\frac{\phi}{2}\right)$$

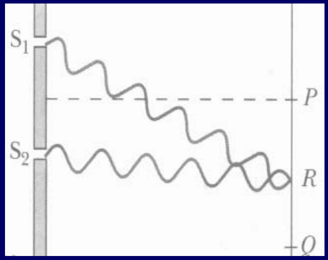


Se: $\phi=n\,(2\pi)$ $\rightarrow$ Amplitude = 2A $\rightarrow$ Interferência construtiva:



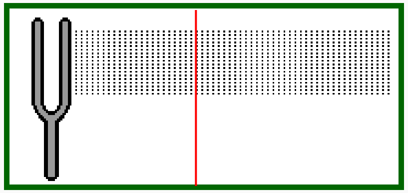
Como: $\dfrac{\phi}{2\pi}=\dfrac{\Delta L}{\lambda}$ $\rightarrow$ $\dfrac{\Delta L}{\lambda}=n=0,1,2,\ldots$

Se: $\phi=(2n+1)\pi$ $\rightarrow$ Amplitude = 0 $\rightarrow$ Interferência destrutiva:



Daí: $\dfrac{\Delta L}{\lambda}=\dfrac{(2n+1)}{2}=\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2},\ldots$

Som: Potência e Intensidade



Força sobre um elemento do fluido:

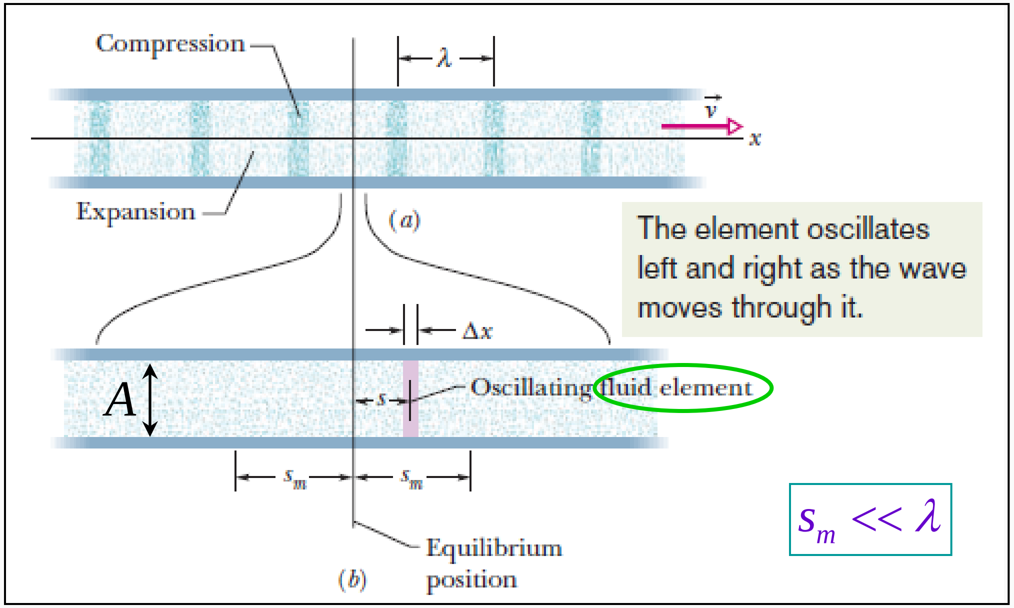
$$F = \Delta p(x,t)A = A\Delta p_m \sin(kx - \omega t) \quad ; \quad \Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$$

Potência: $$P(x,t) = Fv(x,t) = F\frac{\partial s(x,t)}{\partial t} = \omega A s_m \Delta p_m \sin^2(kx - \omega t)$$

$$\overline{P}(x,t) = \overline{\omega A s_m \Delta p_m}\ \overline{\sin^2(kx - \omega t)}$$

$$\overline{P}(x,t) = \frac{1}{2}\omega A s_m \Delta p_m$$

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$



The element oscillates left and right as the wave moves through it.

$$s_m << \lambda$$

Intensidade:

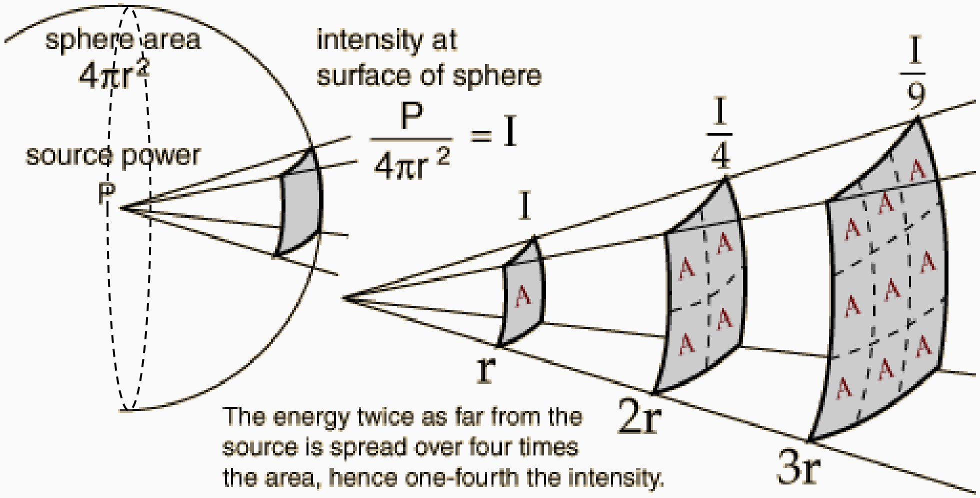
$$I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{1}{2}\omega s_m \Delta p_m$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2}$$

Energia transportada pelas ondas

➢ Intensidade (I) de uma onda: É a potência transportada por unidade de área perpendicular ao fluxo de energia.

$$I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2$$



➢ No caso de ondas esféricas a energia flui para todas as direções. A intensidade fica:

$$I = \frac{\overline{P}}{4\pi r^2}$$

Audição humana

- O ouvido humano pode detectar sons com amplitude de deslocamento tão baixa quanto 10^{-11} m (limiar de audibilidade) e tão alta quanto 10^{-5} m (limiar da dor).

- Para sons com f ~ 1,1 kHz (ω ~ 6,91×10³ rad/s) e considerando as propriedades típicas do ar (CNTP) : ρ ~ 1,3 kg/m³ e v ~ 340 m/s, a intensidade será:

$$\boxed{I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2}$$

$$\begin{cases} I_{\min} \approx \dfrac{1{,}3 \times 340 \times (6{,}91 \times 10^3)^2 \times (10^{-11})^2}{2} \approx 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2} \\ I_{m\acute{a}x} \approx \dfrac{1{,}3 \times 340 \times (6{,}91 \times 10^3)^2 \times (10^{-5})^2}{2} \approx 1\ \mathrm{W/m^2} \end{cases}$$

- Ou seja, o ouvido humano pode detectar uma enorme variação de intensidade sonora:

$$\frac{I_{m\acute{a}x}}{I_{\min}} \approx 10^{12}$$

Audição humana

- É conveniente definirmos a medida do nível sonoro, β, como:

$$\beta(I) = (10\,\mathrm{dB})\log\frac{I}{I_{\min}}$$

$$I_{máx} \approx 1\,\mathrm{W/m^2}$$

$$I_{\min} \approx 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$$

Onde dB é a abreviação para *decibel*.

1 dB = 0,1 B ; sendo B (*bel*) a unidade de nível sonoro.

Assim:

$$\begin{cases} I = I_{\min} \quad \rightarrow \quad \beta(I_{\min}) = 0\ \mathrm{dB} \\ I = I_{máx} \quad \rightarrow \quad \beta(I_{máx}) = 120\ \mathrm{dB} \end{cases}$$

$$\frac{I_{máx}}{I_{\min}} \approx 10^{12}$$

O decibel

dB

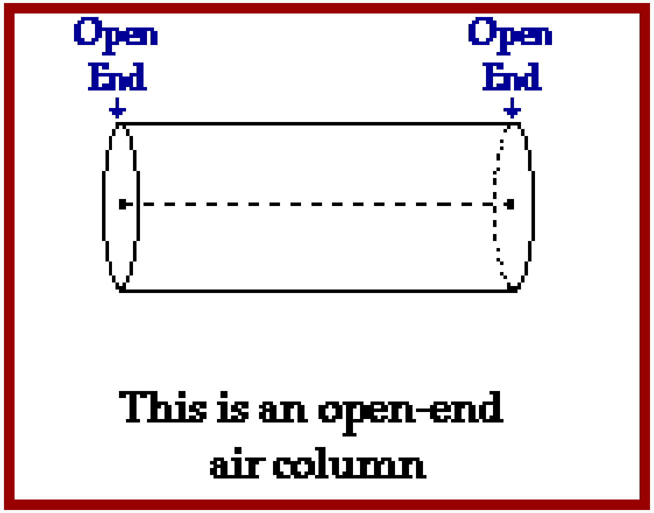
160
Turbina de avião; Caixa de bateria a 10 cm
150
140
Som de uma banda de rock
130
120 --- **Limiar da dor**
110
100 --- Máximo de um piano
--- 94 dB SPL, teste de sensibilidade de microfones
90
--- Violão dedilhado (a 30 cm)
80 --- 74 dB SPL, teste de sensibilidade de microfones
70 --- Bate papo normal
60
50
40
--- Cochicho
30
--- Nível de ruído em um estúdio de gravação
20
10
0 --- Limiar da audição para jovens (I ~ 10^{-12} watt/m^2)

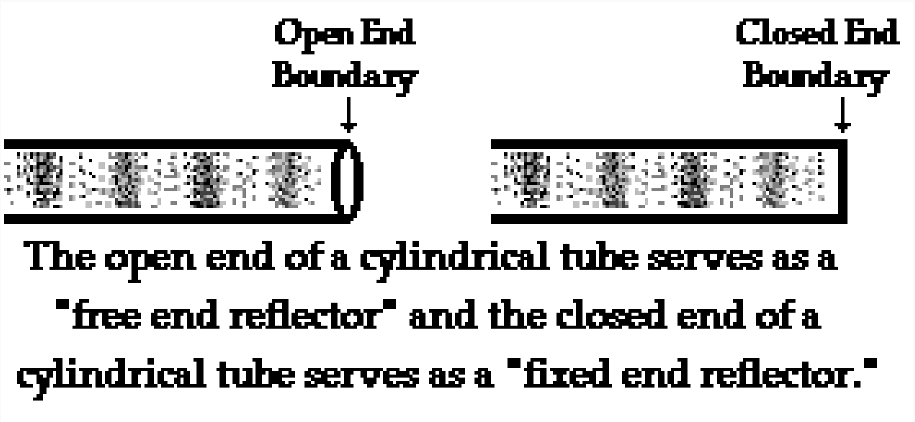
Sons musicais

• Os instrumentos de corda produzem ondas estacionárias para certos valores de comprimentos de onda. Nesta situação de ressonância a corda oscila com grande amplitude, produzindo assim um som audível.

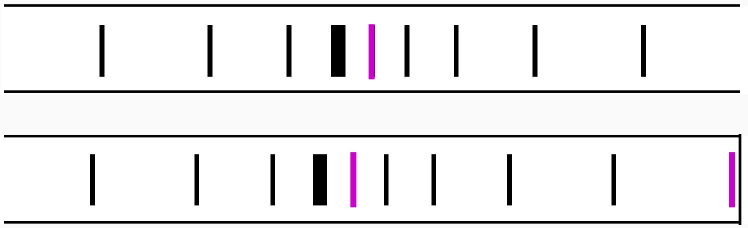
• Nos instrumentos de sopro as ondas se propagam no interior de um tubo, que pode ser aberto nas duas extremidades ou somente em uma. Cada caso permitirá a ocorrência de ondas estacionárias que produzem sons ressonantes, com oscilações do ar em grandes amplitudes.

Ondas estacionárias: tubos



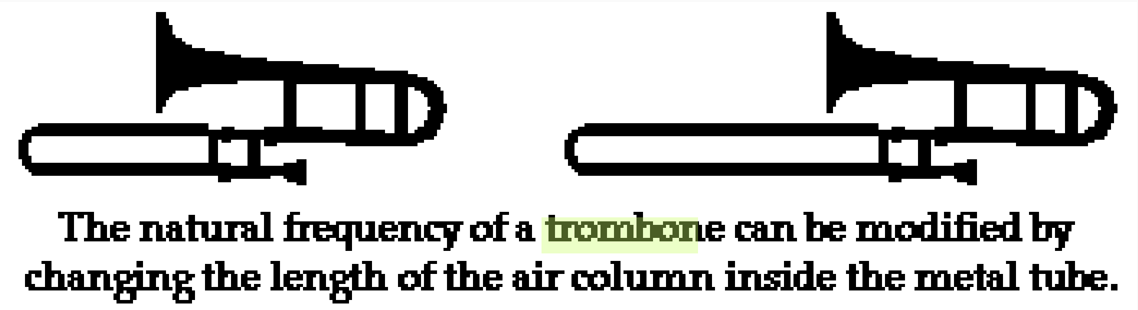


Ex.: 1º harmônico



: Open

: Closed

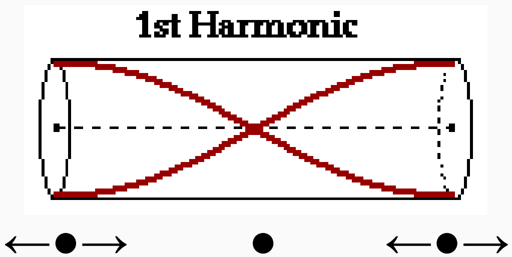


Ondas estacionárias: tubos abertos

$$L = n\left(\frac{\lambda_n}{2}\right) \qquad f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

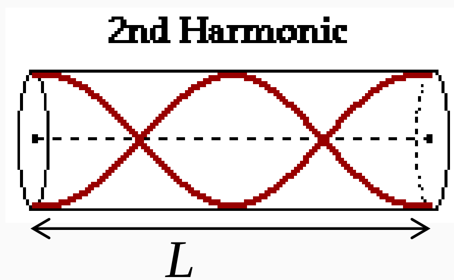
$$L = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$



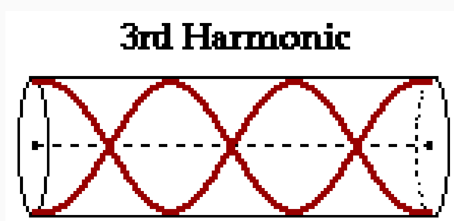
$$L = \lambda_2$$

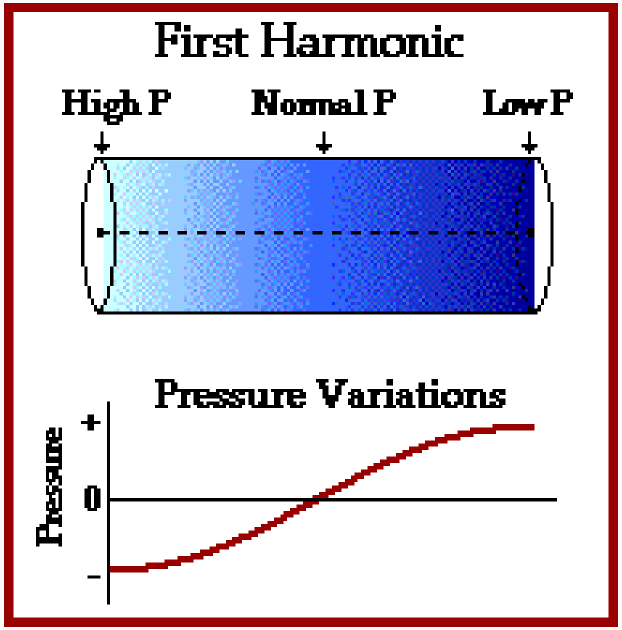
$$f_2 = \frac{v}{L} = 2\,f_1$$



$$L = \frac{3}{2}\lambda_3$$

$$f_3 = \frac{3v}{2L} = 3\,f_1$$



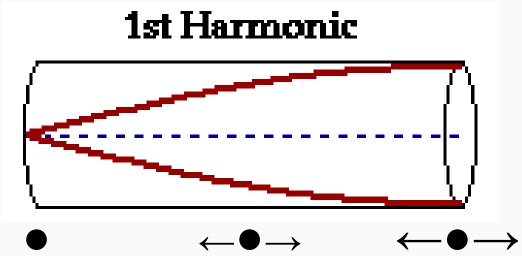


(Descrição feita em termos dos deslocamentos de ar.)

Ondas estacionárias: tubos com uma extremidade fechada

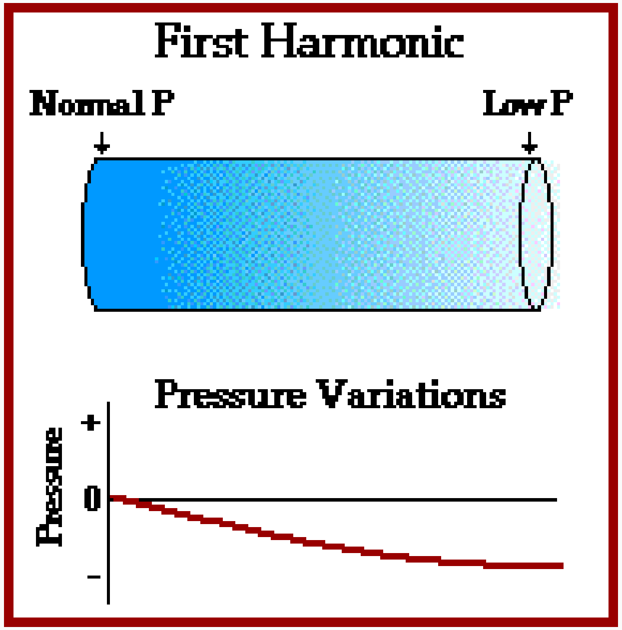
$$L = \frac{\lambda_1}{4}$$

$$f_1 = \frac{v}{4L}$$



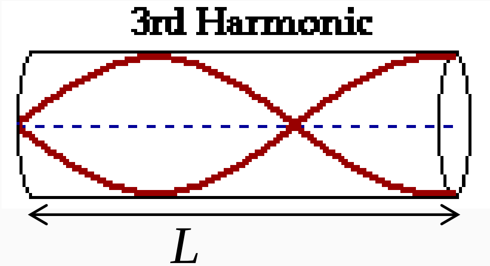
$$L = n\left(\frac{\lambda_n}{4}\right) \qquad f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{4L}$$

$n = 1, 3, 5, \ldots$ (ímpares)



$$L = \frac{3}{4}\lambda_3$$

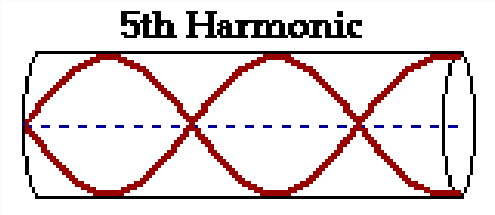
$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$



(Descrição feita em termos dos deslocamentos de ar)

$$L = \frac{5}{4}\lambda_5$$

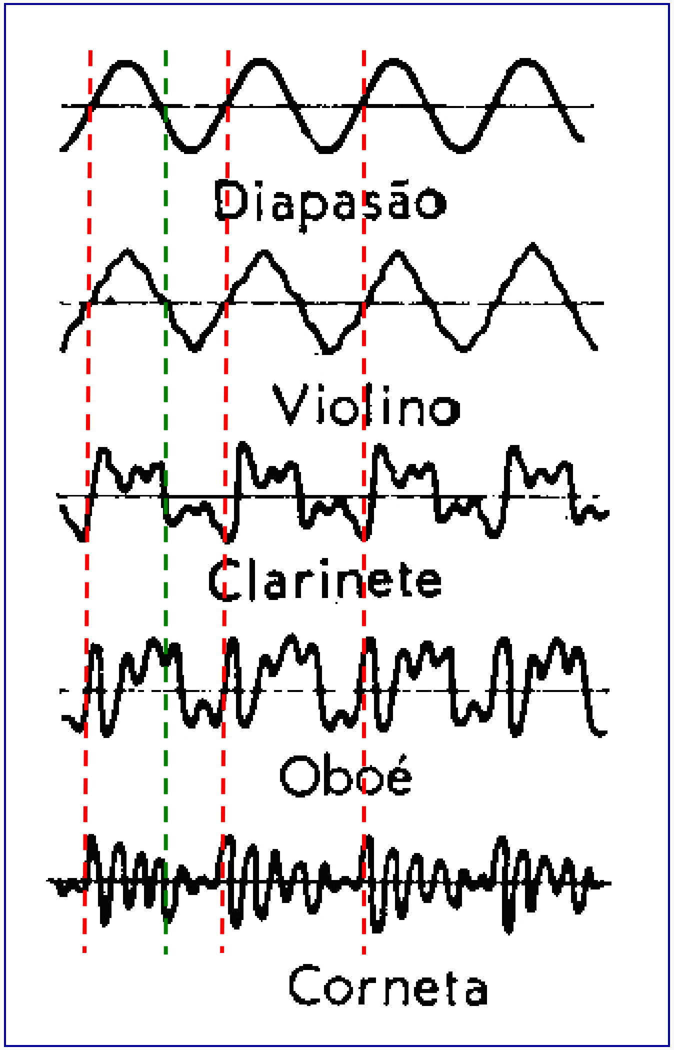
$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$



Não tem harmônicos pares!

Timbres

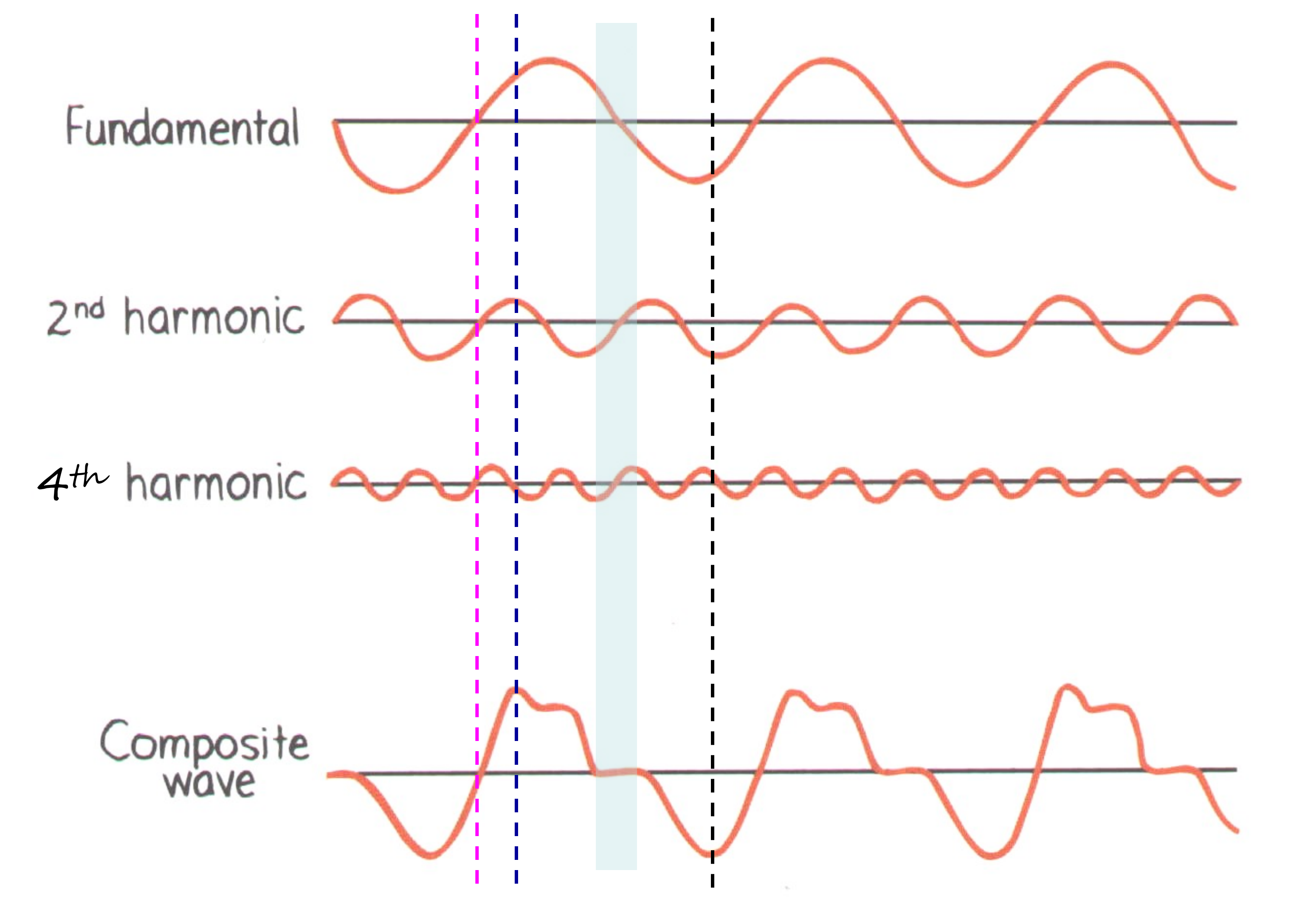
Nota emitida por
diferentes instrumentos



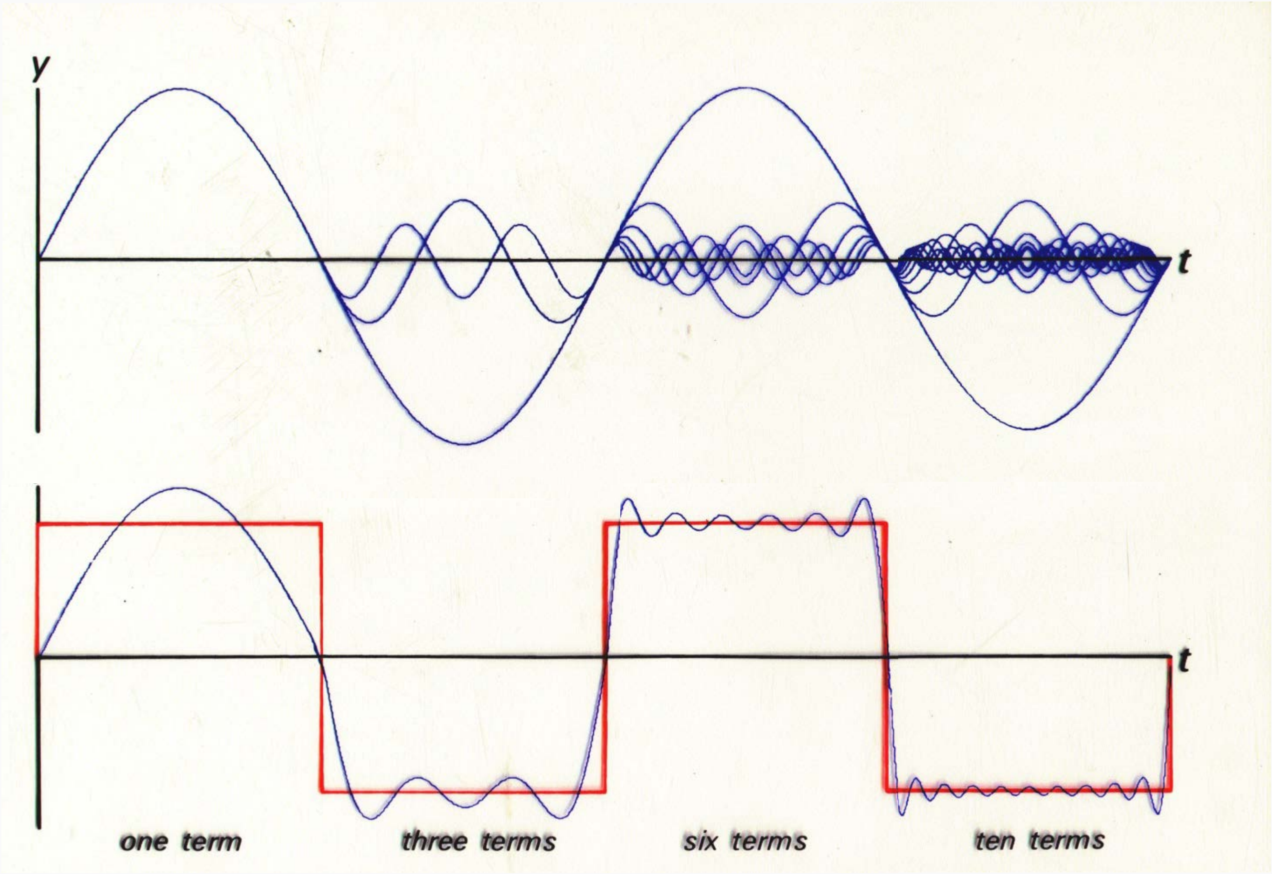
- Quando um instrumento emite uma nota musical, várias ondas harmônicas são superpostas, produzindo uma onda resultante diferente de uma senóide.

- Esta característica de cada instrumento é chamada de timbre, permitindo sua fácil identificação pelo ouvido humano.

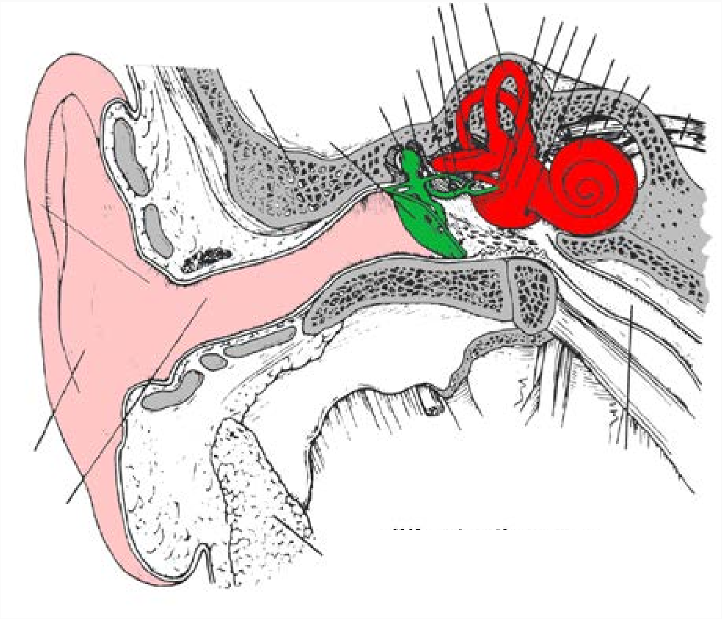
Ondas Compostas



Séries de Fourier



Ouvido humano

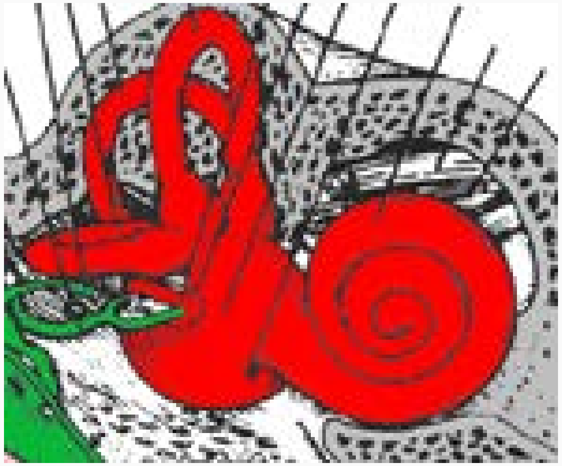


Ouvido externo
Ondas estacionárias e ressonância

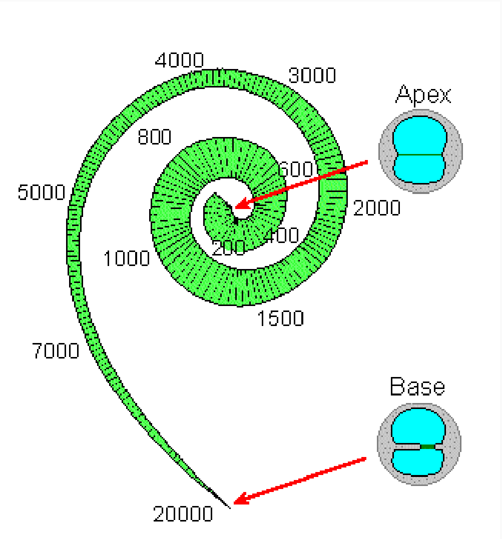
"atuador" (Tímpano)

Análise de Fourier (Cóclea)

- A cóclea funciona como um analisador de freqüências!

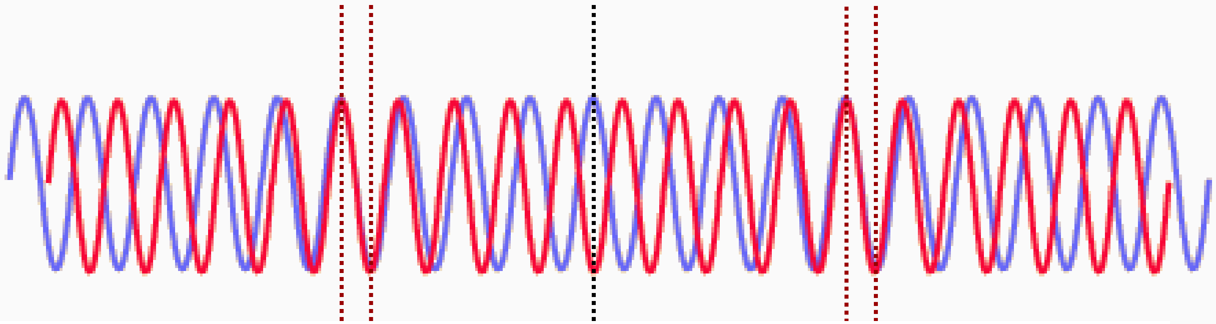


Cóclea



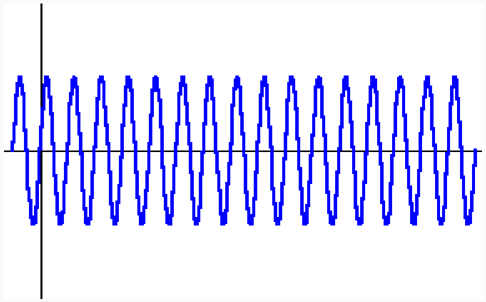
Batimento

- <u>Batimentos</u> – variação periódica da Intensidade de dois sons tocados juntos.
- A <u>frequência de batimento</u> é igual à diferença na frequência dos dois sons.



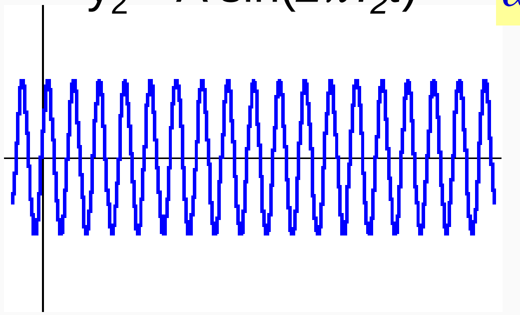
Batimento

$y_1 = A\sin(2\pi f_1 t)$ $\omega_1 = 2\pi f_1$

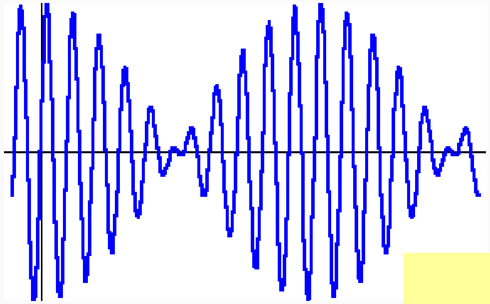


+

$y_2 = A\sin(2\pi f_2 t)$ $\omega_2 = 2\pi f_2$



=



$$y = y_1 + y_2 = \left[\overbrace{2A\cos 2\pi\left(\underbrace{\frac{f_1 - f_2}{2}}_{f_{bat}/2}\right)t}^{\text{Envoltória}}\right]\sin 2\pi\left(\underbrace{\frac{f_1 + f_2}{2}}_{f_{med}}\right)t$$

$$sen\,a + sen\,b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

- Se: $f_1 = 340\text{ Hz}$ e $f_2 = 330\text{ Hz}$ $\longrightarrow$

$\longrightarrow$ $f_{med} = \dfrac{f_1 + f_2}{2} = 335\,\text{Hz}$; $f_{bat} = f_1 - f_2 = 10\,\text{Hz}$

- Batimentos são usados para afinar instrumentos. A freqüência desejada é comparada com a freqüência do instrumento. Se um batimento é ouvido, significa que o instrumento está desafinado. Quanto maior a freqüência de batimento, mais desafinado estará o instrumento.

Efeito Doppler do Som

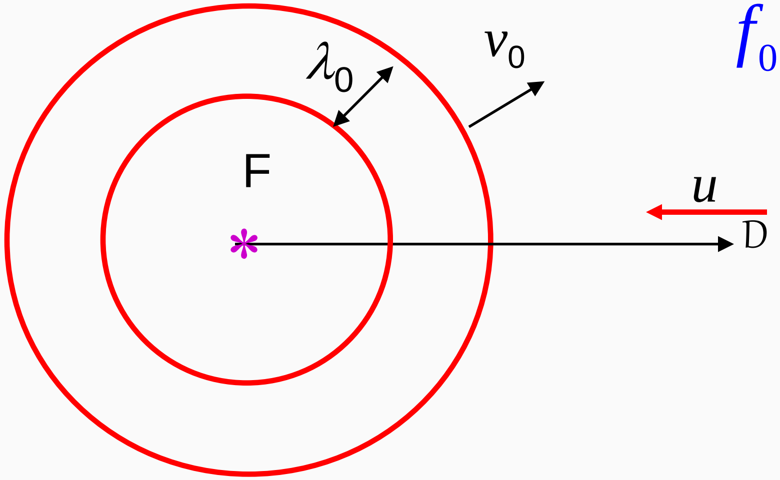
- É a mudança na frequência da onda devida ao movimento relativo entre a fonte e observador.
- A variação na frequência da onda é notada, pois a altura (*grave ou agudo*) do som muda.

Efeito Doppler do Som

- <u>Fonte parada</u>, <u>Detector com velocidade</u> u

$$\boxed{v_0 = \lambda_0 f_0}$$

$$f_0 = \frac{v_0}{\lambda_0}$$



$$f' = \frac{v_0 + u}{\lambda_0} = \frac{v_0}{\lambda_0}\left(1 + \frac{u}{v_0}\right)$$

$$f' = f_0\left(1 + \frac{u}{v_0}\right)$$

A frequência aumenta!

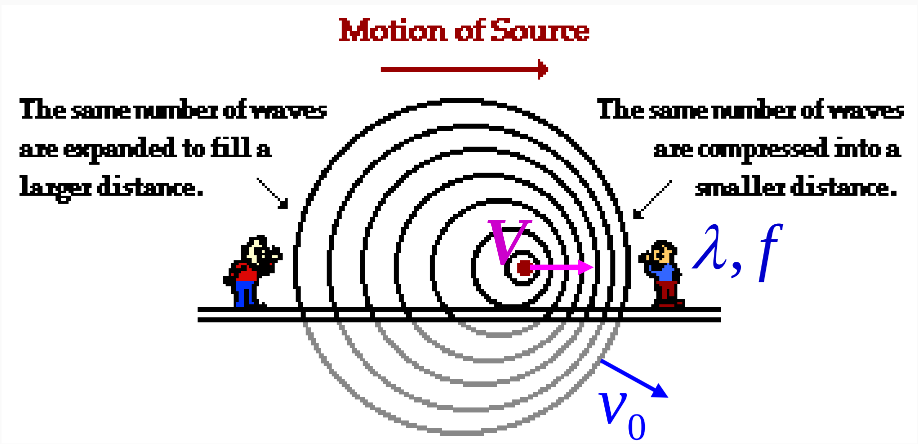
$$f' = f_0\left(1 \pm \frac{u}{v_0}\right) = f_0\,\frac{v_0 \pm u}{v_0}$$

\+ aproximação

\- afastamento

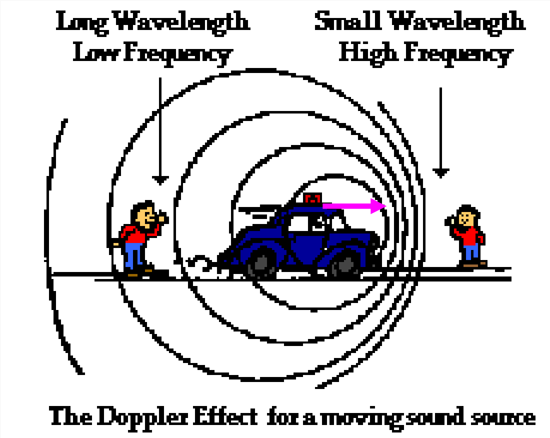
Efeito Doppler do Som

- <u>Fonte se aproximando</u> com velocidade V e <u>Detector parado</u>:



$$\lambda = \underbrace{v_0 T_0}_{\lambda_0} - \underbrace{V T_0}_{\Delta\lambda}$$

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{V}{v_0} \right)$$



Em termos de frequências:

$$f = \frac{f_0}{\left(1 - \frac{V}{v_0}\right)} = f_0 \frac{v_0}{v_0 - V}$$

$$v_0 = \lambda_0 f_0 = \lambda f$$

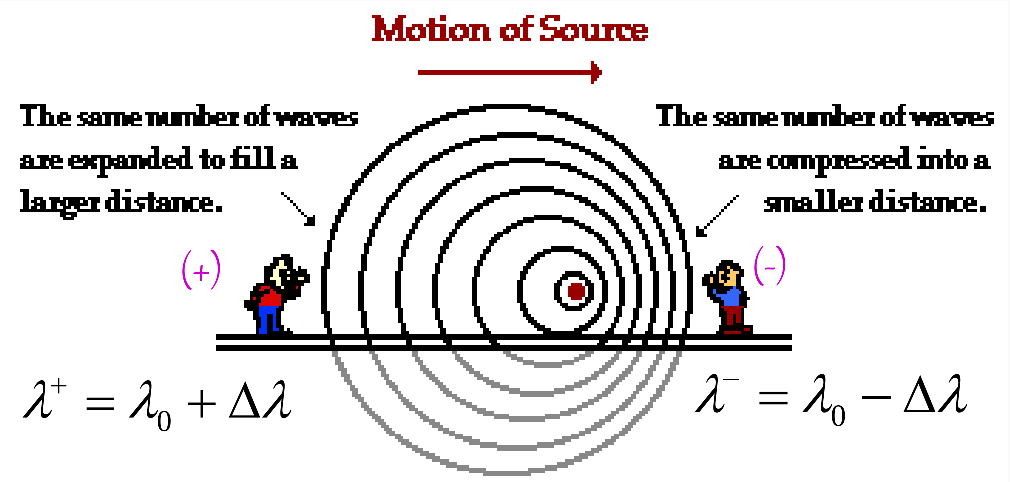
Efeito Doppler do Som

- Fonte se aproximando ou afastando com velocidade *V* com Detector parado:

$$f = \frac{f_0}{\left(1 \mp \frac{V}{v_0}\right)} = f_0 \frac{v_0}{v_0 \pm V}$$

- aproximação

\+ afastamento



$$\lambda^{+} = \lambda_0 + \Delta\lambda \qquad \lambda^{-} = \lambda_0 - \Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda = VT_0$$

Caso geral:

$$f = f_0 \frac{\left(1 \pm \frac{u}{v_0}\right)}{\left(1 \mp \frac{V}{v_0}\right)} = f_0 \frac{v_0 \pm u}{v_0 \pm V}$$

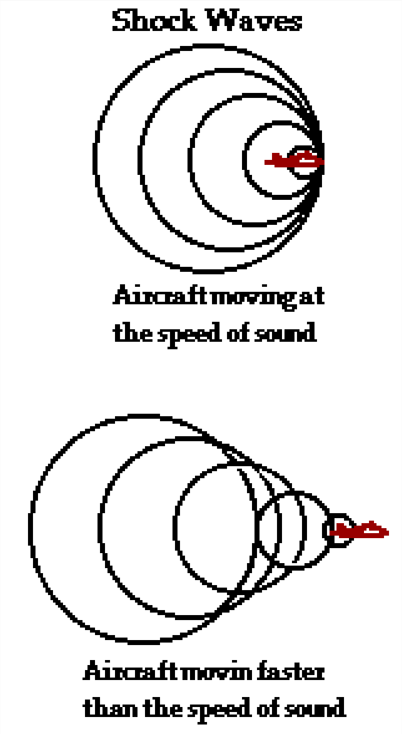
Questão

Um apito de trem em repouso tem uma frequência de 3000 Hertz. Se você está parado e ouve o apito com uma frequência de 3010 Hertz, então você conclui que...

- *a) O trem está se distanciando de você.*
- *b) O trem está se aproximando de você.*

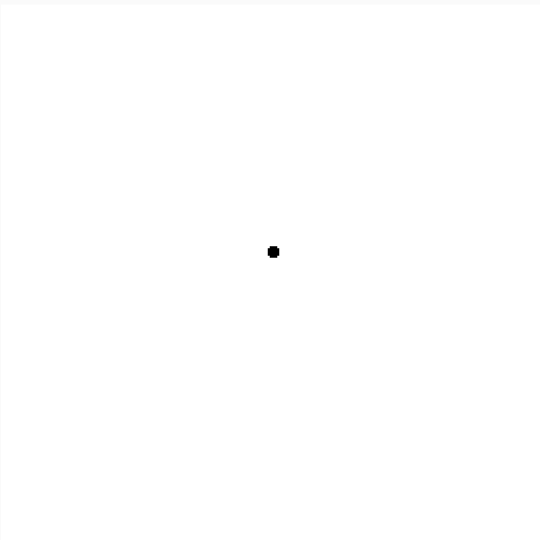
Velocidade do Som

- Subsônico: Mais lento que a velocidade do som
- Supersônico: Mais rápido que a velocidade do Som
- Número Mach = $\dfrac{\textit{Velocidade do objeto}}{\textit{Velocidade do som}}$

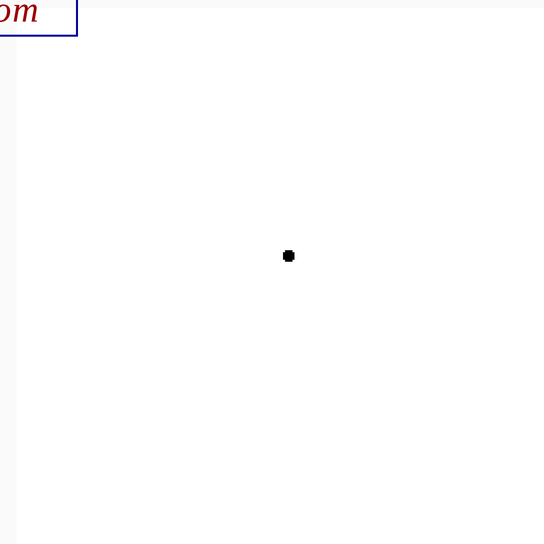


Número de Mach

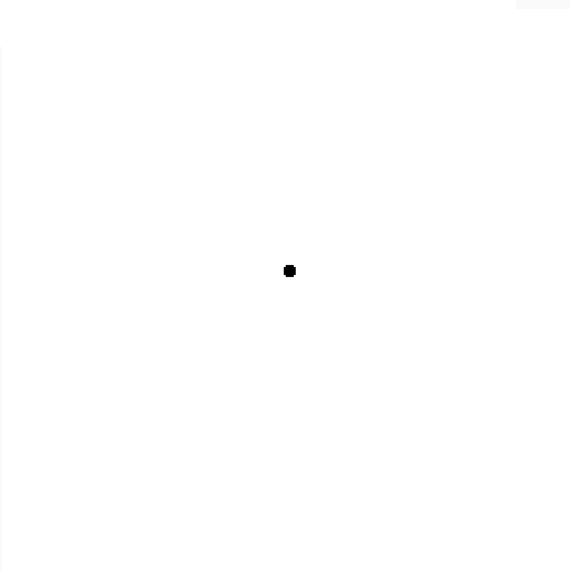
$$Mach = \frac{v_{objeto}}{v_{som}}$$



Mach 0



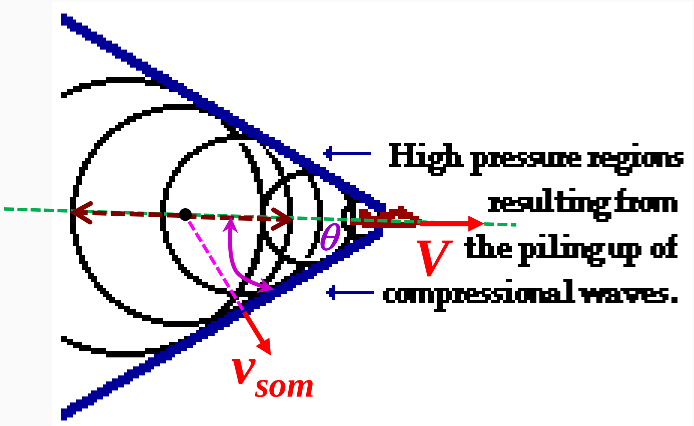
Mach 0,7

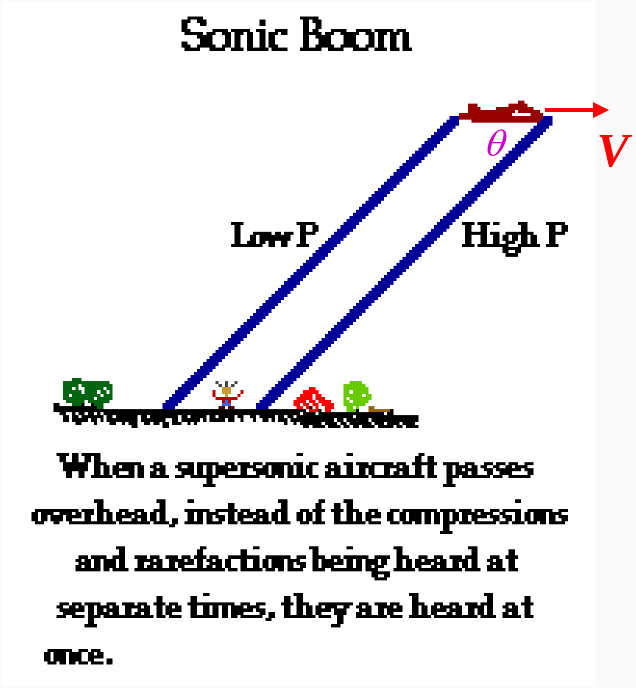


Mach 1

Mach > 1

Ondas de Choque





- Ondas esféricas emergem de um objeto que se desloca. Se o objeto se desloca a uma velocidade maior que a das ondas, o resultado é uma onda de choque em forma de cone.

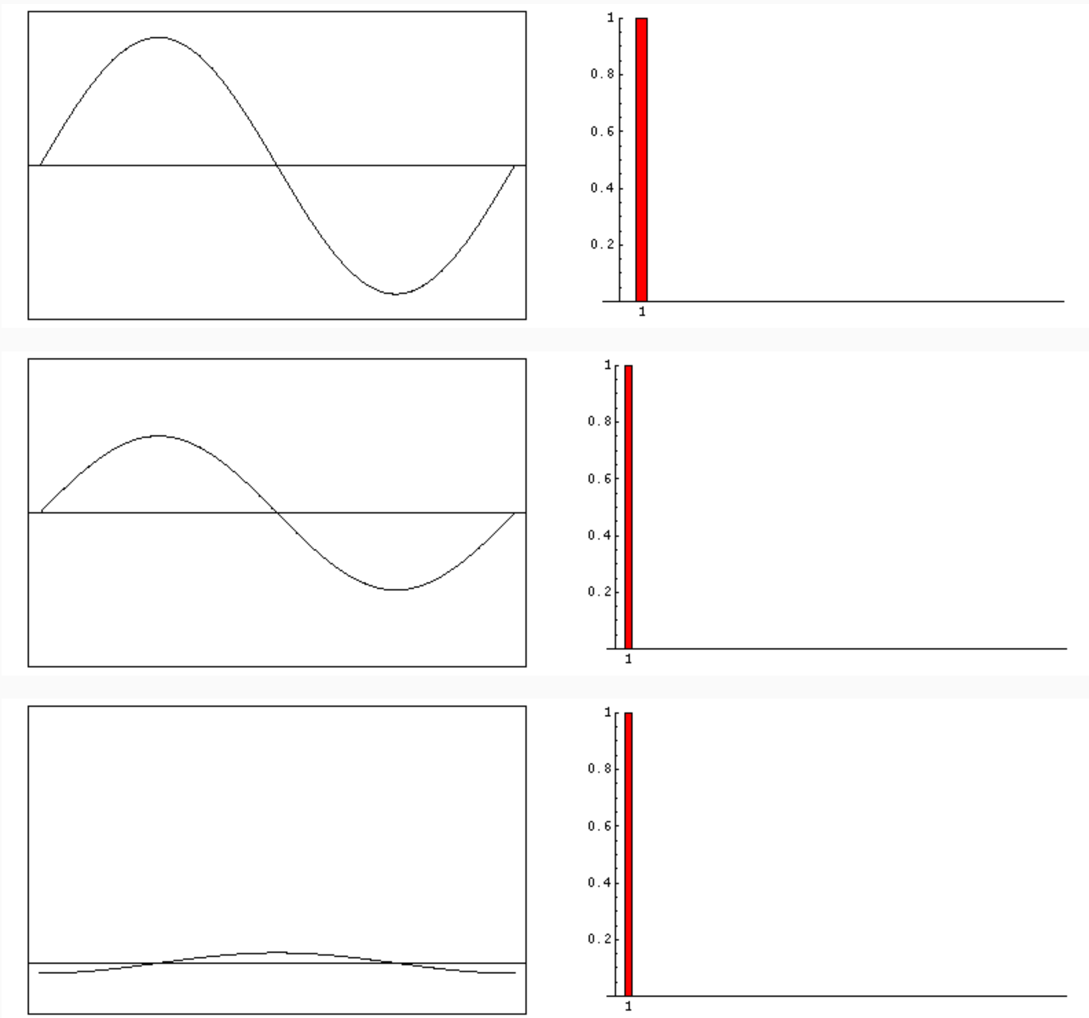
$$f = f_{som}\frac{v_{som}}{v_{som} - V} \xrightarrow{V \to v_{som}} \infty$$

- Ângulo do cone de Mach: θ

$$\mathrm{sen}\,\theta = \frac{v_{som}\,t}{V\,t} = \frac{v_{som}}{V}$$

- Ouvem-se dois estrondos, um da frente do objeto voador, e o outro da parte de trás.

Análise Harmônica: Ondas Compostas



Ondas estacionárias: órgãos

- Qual é a freqüência fundamental e os três primeiros harmônicos de um tubo de órgão de 26 cm de comprimento, se ele for **(a)** aberto ou **(b)** fechado em uma das pontas?

(a) Harmônico fundamental: $f_1 = \dfrac{v}{2L} = \dfrac{343\,\text{m/s}}{2\times(0{,}26\text{m})} = 660\,\text{Hz}$

- Três primeiros harmônicos: 660 Hz, 1320 Hz, 1980 Hz.

(b) Harmônico fundamental: $f_1 = \dfrac{v}{4L} = \dfrac{343\,\text{m/s}}{4\times(0{,}26\text{m})} = 330\,\text{Hz}$

- Três primeiros harmônicos (apenas ímpares): 330 Hz, 990 Hz, 1650 Hz.

Velocidade do Som

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V}$$

- Pode também ser expressa em termos da variação da densidade do fluido ($\Delta\rho$):

$$\rho = \frac{M}{V} \Longrightarrow \Delta\rho = -M\frac{\Delta V}{V^2} = -\frac{M}{V}\frac{\Delta V}{V} = -\rho\frac{\Delta V}{V} \Longrightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} = -\frac{\Delta V}{V}$$

daí:

$$B = \rho\left(\frac{\Delta P}{\Delta\rho}\right) \Longrightarrow v = \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{\Delta\rho}\right)}$$

Velocidade do Som

Já vimos (corda):

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{\textit{fator elástico}}{\textit{fator de inércia}}}$$

Para o som:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

(demonstrada mais adiante)

onde:

$$\underbrace{B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}}_{\text{Módulo de elasticidade volumétrico}}$$

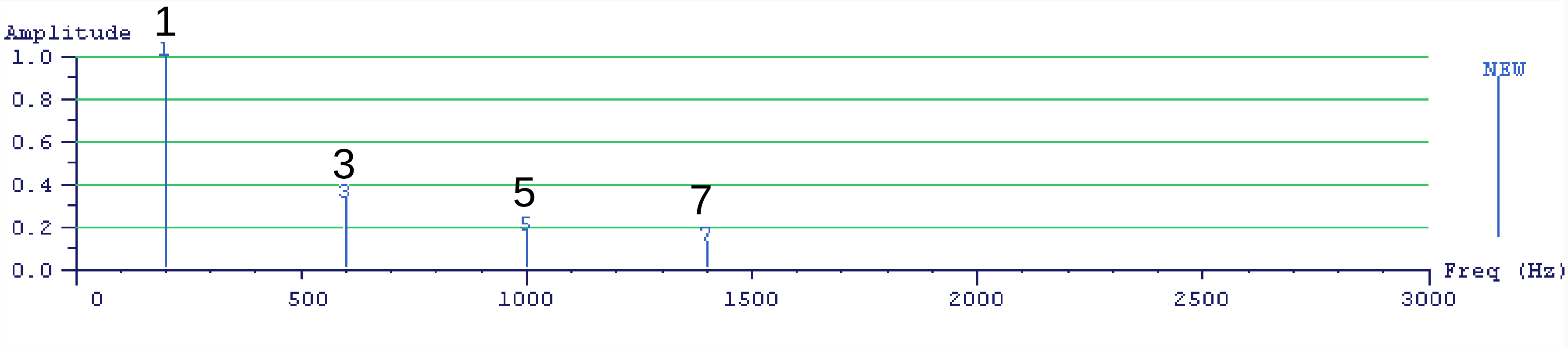
[Unidade: pascal ou Pa]

Módulo de elasticidade volumétrico

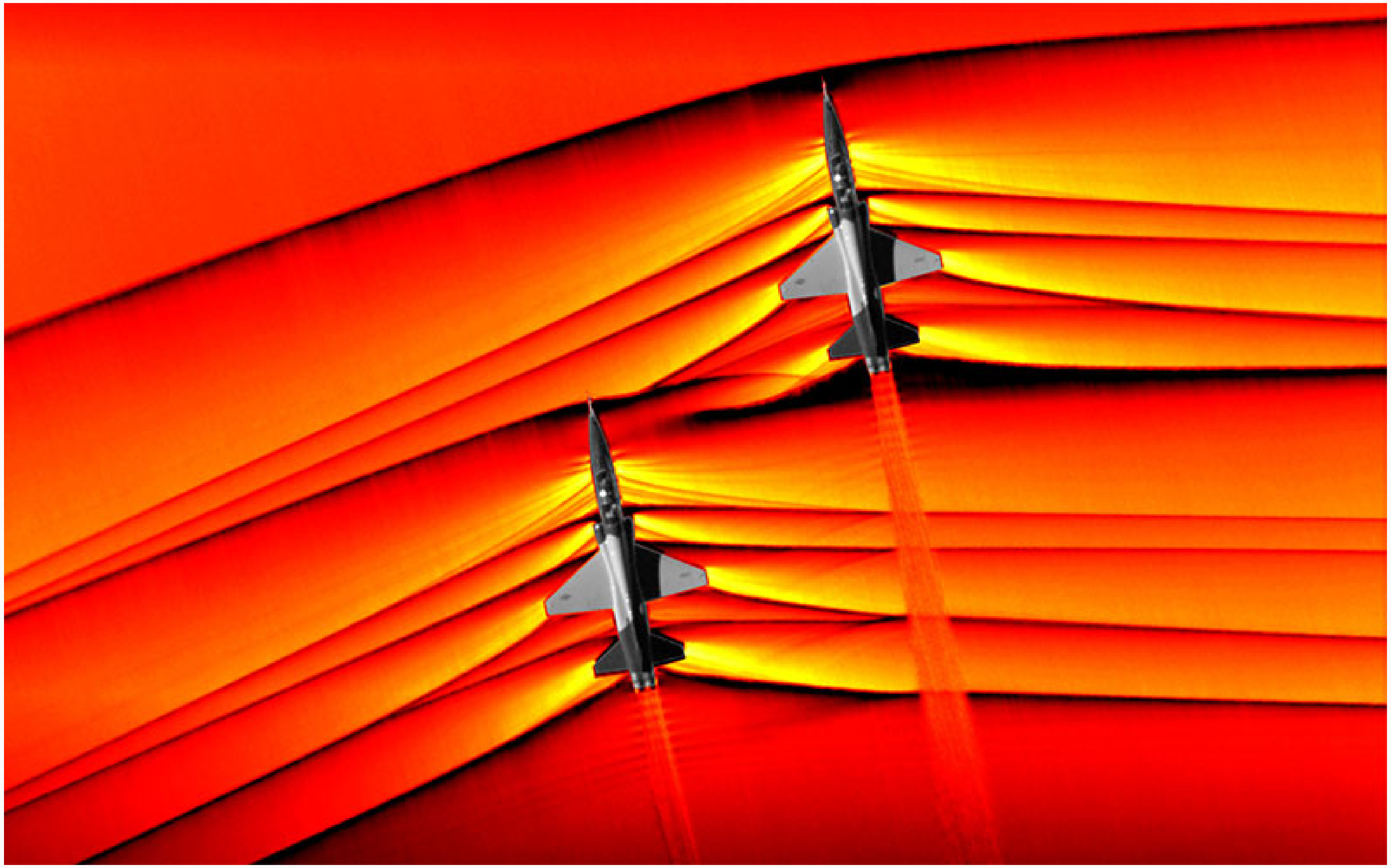
Análise Harmônica

- Gráfico do resultado de uma análise harmônica

"Espectro":



  - Freqüência do Harmônico: eixo horizontal
  - Amplitude do Harmônico: eixo vertical
  - Fase do Harmônico: não mostrada



Good vibrations. This false-colour image shows shockwaves emanating from supersonic US T-38 Talon aircraft, used to train fighter pilots. During the flights, at NASA's Armstrong Flight Research Center in Edwards, California, space-agency staff tested a system that captured high-quality images of the shockwaves. These rapid changes in air pressure cause people to hear 'sonic booms' on the ground. The data from the imaging system will help aeronautical engineers to design a 'quiet' supersonic craft.   NATURE NEWS – April 09, 2019 .

(A redução brusca da pressão do ar fez com que moléculas de vapor d´água se condensassem, formando uma nuvem)