4 Matrizes Quadradas

1. Encontre a inversa de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Resposta:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Calcular a inversa da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Resposta:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Para cada matriz abaixo encontre a inversa (se existe):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} \cos(x) & \sin(x) \\ -\sin(x) & \cos(x) \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Resposta:

- $$A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$
- Se $a^2 + b^2 \neq 0$ $B^{-1} = \frac{1}{(a^2+b^2)} \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$
- $C^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(x) & -\sin(x) \\ \sin(x) & \cos(x) \end{pmatrix}$

- $D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$
- $E^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{-1}{9} \\ \\ \frac{2}{9} & \frac{-1}{9} & \frac{2}{9} \\ \\ \frac{-1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix}$
- $F^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Verifique se a afirmação a seguir é verdadeira ou falsa: Se A e B são duas matrizes tais que AB está definido e resulta numa matriz invertível, então A e B são quadradas e invertíveis. Justifique.

   Resposta: (FALSO)