

Roteiro 1: Resposta em frequência de circuitos RC em série

Neste experimento serão investigados um circuito contendo 1 resistor e 1 capacitor. Aqui a amplitude e a fase de uma onda senoidal são modificadas pela presença de R e C no circuito. Para compreender este fenômeno é importante entender a resposta em frequência de resistores e capacitores. Uma previsão da variação do circuito com a frequência pode ser feita a partir da abordagem da impedância complexa e da Lei de Ohm para impedâncias. Mais detalhes sobre estes tópicos podem ser encontrados nos livros e apostilas sugeridos na bibliografia do curso.

Objetivos de Aprendizagem

- Construir um circuito elétrico usando resistores e capacitores (RC) a partir de um diagrama.
- Observar, quantificar e analisar como a amplitude e a fase da tensão de saída variam em relação à amplitude e fase da tensão de entrada à medida que a frequência de oscilação é variada.
- Usar os instrumentos de medição: cabos BNC/banana, osciloscópio e gerador de função. Estes serão usados para investigar o comportamento dos circuitos.
- Observar e analisar como os valores das resistências e capacitâncias influenciam o comportamento do circuito.

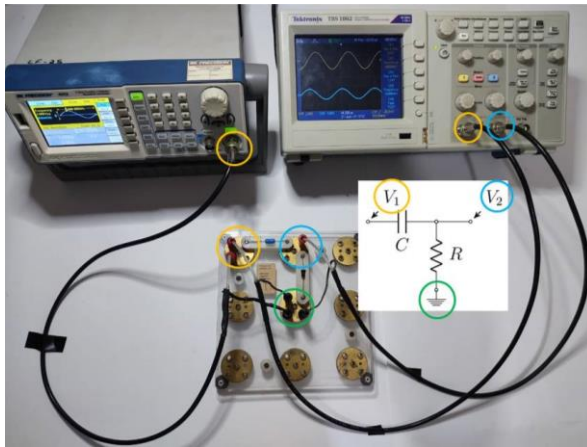
Procedimento Experimental

Neste roteiro, analisaremos a resposta em frequência dos circuitos RC nas duas configurações ilustradas na Figura 1. Ambas configurações serão alimentadas por um sinal senoidal fornecido por um gerador de função e a frequência será variada para observarmos a resposta em cada um dos circuitos utilizando o osciloscópio. O circuito deve ser alimentado com uma tensão AC senoidal fornecida por um gerador de função, como mostrado na Figura 1, e as tensões de entrada (V_1) e saída (V_2) devem ser monitoradas no osciloscópio em ambas configurações como ilustrado nas Figura 1(a) e Figura 1(b).

Todas as tensões medidas no osciloscópio têm como referência o terra (ponto de tensão nula). A tensão de entrada produzida pelo gerador em ambos experimentos deve ser medida no canal 1 do osciloscópio, e a frequência desse sinal de entrada deve ser variada. Para cada valor de frequência escolhida, as amplitudes dos sinais de entrada e saída, suas frequências e atraso temporal entre os dois sinais devem ser medidos. Neste primeiro relatório, o valor da frequência deve ser determinado através

do período determinado a partir da escala temporal na tela do osciloscópio ([material de apoio no Moodle](#)).

a)



b)

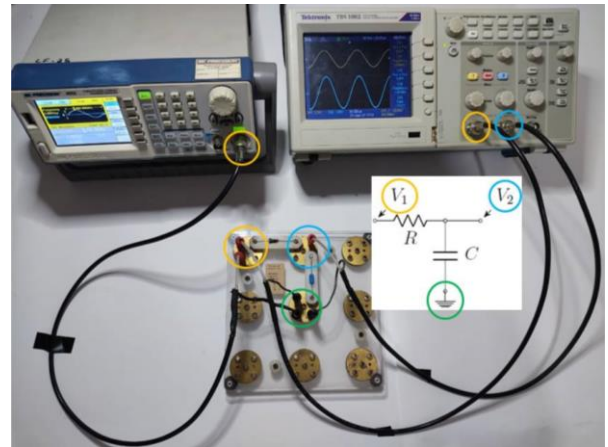


Figura 1: a) Circuito RC em série com sinal de saída medido no resistor; b) Circuito RC em série com sinal de saída medido no capacitor;

Primeira parte: Resposta em frequência

Uma combinação de resistência e capacitância deve ser escolhida para a realização de uma medida em função da frequência para as duas configurações. O valor da resistência deve ser escolhido entre 500 e 1000 ohms e o valor da capacitância entre 100 e 500 nF.

Nesta primeira parte do experimento, é esperado que vocês obtenham os parâmetros (amplitude, frequência e fase relativa) dos sinais AC medidos no osciloscópio para cada valor de frequência do sinal de entrada. O relatório deve conter no mínimo a apresentação dos dados e discussões listada a seguir:

1. Na descrição do procedimento experimental, explique qual a função de cada conexão feita na montagem do circuito.
2. Gráfico da razão V_2 / V_1 em função da frequência (Hz) em escala logarítmica no eixo da frequência (**um gráfico para cada configuração**).
3. Gráfico da fase entre os sinais de entrada e de saída em função da frequência (Hz) em escala logarítmica no eixo da frequência (**um gráfico para cada configuração**).
4. Tabela com os seguintes parâmetros e suas respectivas incertezas: amplitudes (V_1 e V_2),

frequência, fase entre V_1 e V_2 . Esta tabela deve conter no mínimo 10 valores de frequência distintos distribuídos no intervalo de frequências investigado. Exemplo de organização da tabela:

V_1 (v)	ΔV_1 (v)	V_2 (v)	ΔV_2 (v)	v (Hz)	Δv (Hz)	φ (rad)	$\Delta \varphi$ (rad)
valor	valor	valor	valor	valor	valor	valor	valor

Usando os gráficos solicitados acima, analisem o comportamento do circuito em relação à variação da frequência do sinal de entrada. Exemplos de perguntas relevantes para responder nesta análise são:

1. Que propriedades da tensão de saída mudam com a frequência do sinal de entrada?
2. Qual a explicação física para o ocorrido? Consultar bibliografia.

Qualquer resposta deve estar baseada, ao menos parcialmente, nos dados extraídos durante o experimento.

Sugestão intervalo frequência: 10 Hz, 20 Hz, 50 Hz, 100 Hz, 200 Hz, 500 Hz, 1000 Hz, ..., 100kHz

Frequências equidistantes em escala log:

https://moodle.ggte.unicamp.br/pluginfile.php/3091145/mod_resource/content/1/ESCOLHA%20FREQU%C3%84NCIAS%20EQUIDISTANTES%20ESCALA%20LOG.jpg

Segunda parte: Frequência de corte

A frequência de corte em circuitos RC em série corresponde a frequência na qual temos $V_{saída}(\omega) = V_{entrada}(\omega)/\sqrt{2}$ e a fase entre os sinais é de 45 graus (+ ou – dependendo da configuração). Caracterizem a frequência de corte **para uma das configurações** mostradas na Fig.1, tanto em função da resistência como em função da capacitância. Para isso devem ser feitos dois conjuntos de medidas:

- Medida 1: 1 resistência fixa (1 k Ω) e 4 capacitâncias
- Medida 2: 1 capacitância fixa (220 nF) e 4 resistências

Para cada medida deve ser apresentado um gráfico do inverso da frequência de corte em função do valor da capacitância (**medida 1**) e da resistência (**medida 2**).

- Qual a dependência observada experimentalmente entre a frequência de corte e os valores de resistência (capacitância)? Esta dependência está de acordo com o modelo que descreve o valor da frequência de corte em função da resistência (capacitância)?

- Faça um ajuste da curva obtida em função do valor do componente variado e obtenha o valor do componente que foi mantido fixo. A comparação entre o valor obtido pelo ajuste e o valor nominal do componente mantido fixo pode auxiliar na análise da validade do modelo para frequência de corte.

Apêndice:

Como medir a fase entre sinal de entrada e saída?

A maneira mais simples de pensar na fase que a saída acumula em relação à entrada é como um atraso temporal, conforme mostrado na Figura 2. Quando duas ondas de mesma frequência andam juntas a fase entre elas é nula. No link <https://www.desmos.com/calculator/wt7xfezamk> é possível visualizar de forma dinâmica o efeito da fase em um sinal senoidal.

Quando um sinal senoidal se atrasa em relação a outro de mesma frequência, podemos medir este atraso τ e calcular a fase relativa entre os dois sinais. A fase entre as duas ondas é a razão entre o atraso (τ) entre as ondas e o período destas ondas (T) multiplicada por 2π como explicado na Fig.2.

Como medir a fase entre duas tensões senoidais?

Quando duas ondas de mesma frequência andam juntas, a fase entre elas é nula. Quando uma delas se atrasa em relação a outra, podemos medir este atraso em termos de tempo ou fase, estando os dois relacionados através do período da onda. A fase entre as duas ondas é a razão entre o atraso (τ) entre as ondas e o período destas ondas (T) multiplicada por 2π :

$$\varphi = 2\pi \frac{\tau}{T}$$

Na exemplo da figura ao lado, o sinal do canal 2 (azul) está adiantado em relação ao sinal no canal 1 (amarelo) em $\tau = 250\mu\text{s}$ e temos um período $T = 6.6 \times 250\mu\text{s} = 1650\mu\text{s} = 1.65\text{ ms}$. Portanto temos a fase entre os sinais igual a:

$$\varphi = 2\pi \frac{250\mu\text{s}}{1650\mu\text{s}} \sim 0.95 \text{ rad} = 54 \text{ graus}$$

ATENÇÃO: Caso o canal 2 (azul) estivesse deslocado para direita em relação ao canal 1 (amarelo), os sinais do atraso τ e fase φ seriam negativos!!!

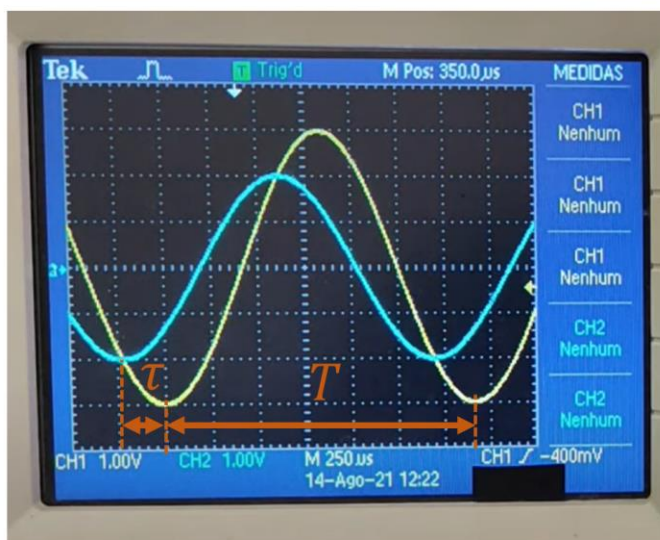


Figura 2: Tela do osciloscópio mostrando os sinais de entrada (em amarelo) e de saída (em azul) e procedimento para cálculo da fase a partir do atraso τ e período T .

Conforme explicado na figura 2, o cálculo da fase entre o sinal de entrada e saída, ambos com período T com base no atraso temporal entre os dois sinais (τ), é dado por:

$$\varphi = 2\pi \frac{\tau}{T} \quad (1)$$

Os sinais de tensão senoidais defasados entre si podem ser descritos pelas seguintes expressões em termos da defasagem φ e do atraso τ :

$$V_1 = A_1 \cos(\omega t) \quad (2)$$

$$V_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi) = A_2 \cos\left(2\pi \left(\frac{t+\tau}{T}\right)\right) \quad (3)$$

; $\omega = 2\pi/T$ é a frequência angular dos dois sinais e relacionada com a frequência em Hertz (ciclos por segundo ou s^{-1}) pela expressão $\omega = 2\pi\nu$, sendo ν é a frequência em Hertz.

Função transmitância, Diagrama de Bode e Frequência de corte

Função transmitância: Todo circuito de corrente alternada pode ser caracterizado por uma função de transferência $H(\omega)$, também conhecida como resposta espectral, definida a seguir:

$$H(\omega) = \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} = \left| \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} \right| \exp(i\varphi(\omega)) \quad (4)$$

sendo $V_{saída}(\omega)$ e $V_{entrada}(\omega)$ os sinais de entrada e saída em sua forma complexa, ou seja, contendo informações de amplitude, frequência e a fase relativa entre os dois sinais. Nos experimentos de circuitos de corrente alternada, $V_{saída}(\omega)$ corresponde à queda de tensão medida em um dos componentes do circuito, e $V_{entrada}(\omega)$ à queda de tensão total no circuito imposta pelo gerador de função. Em muitas situações práticas estamos interessados na resposta do circuito em termos de potência transmitida, que é proporcional ao quadrado da queda de tensão medida ($[V_{saída}(\omega)]^2$) na resistência. Sendo assim, uma forma mais comum de caracterização de um circuito é dada pela *Transmitância*:

$$T_{linear}(\omega) = |H(\omega)|^2 = \left| \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} \right|^2 \quad (5)$$

$$T_{dB}(\omega) = 10 \log(|H(\omega)|^2) = 20 \log \frac{|V_{saída}(\omega)|}{|V_{entrada}(\omega)|} \quad (6)$$

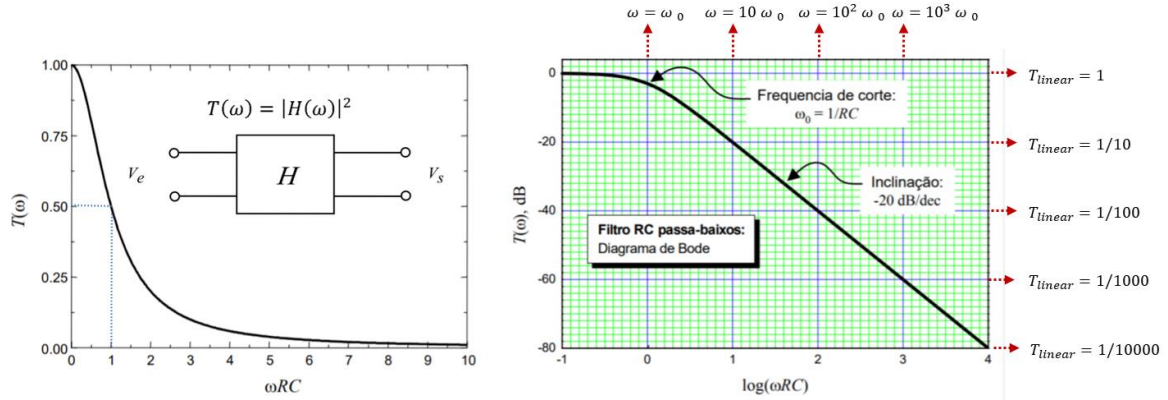


Figura 3 – Gráfico da transmitância em função da frequência angular normalizada pela frequência de corte (esquerda), e gráfico da transmissão em decibéis em função do log da frequência angular normalizada pela frequência de corte (direita). Adaptado de [1]

Diagrama de Bode: A representação da resposta espectral de um circuito em corrente alternada (AC) em termos do gráfico de transmissão em dB (Figura 2.b), e da fase relativa entre os sinais $V_{saída}(\omega)$ e $V_{entrada}(\omega)$, é denominado Diagrama de Bode. Esta representação contém a informação completa da resposta espectral do circuito AC em um formato que possibilita a identificação rápida e clara da resposta do circuito (transmissão e fase) em um amplo intervalo de frequência (composto por várias décadas). Uma década corresponde a um intervalo de frequência no qual a frequência vai de um determinado valor a 10 vezes este valor inicial. Como pode ser observado na Figura 3 à direita, cada unidade no eixo de frequências corresponde a uma década.

Frequência de Corte: Um conceito comumente utilizado na caracterização de circuitos RC que funcionam como filtros que permitem a transmissão de baixas (filtro RC passa-baixa) ou altas frequências (filtro RC passa-alta) é a frequência de corte. Este parâmetro do circuito RC em série corresponde a frequência da tensão de entrada em que a transmitância $T_{linear}(\omega)$ é igual a 0.5 ($T_{linear}(\omega) = \left| \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} \right|^2$) o que corresponde a $|V_{saída}(\omega)|^2 = |V_{entrada}(\omega)|^2/2$ ou $V_{saída}(\omega) = V_{entrada}(\omega)/\sqrt{2}$. Em termos de potência dissipada no circuito, na frequência de corte, metade da potência disponível é dissipada no resistor. Utilizando a lei de Kirchof e com auxílio formalismo de impedância complexa [1] é possível mostrar que a frequência de corte é dada por:

$$\omega_{corte} = 2\pi\nu_{corte} = 1/RC \quad (\text{rad/s}) \quad (7)$$

sendo R e C os valores da resistência e capacitância do circuito, respectivamente. Perceba que o argumento do logaritmo presente no eixo de frequências na Figura 2 corresponde a $\omega/\omega_{corte} = \omega/(1/RC) =$

ωRC sendo, portanto, adimensional. Estejam atentos ao fato que existem diferentes formas de representar a resposta em função da frequência, e a forma utilizada na Figura 3 é uma representando a resposta espectral de qualquer filtro RC passa-baixa, **independente do valor da frequência de corte específica deste filtro**, pois neste caso, está representada em unidades de ω_{corte}

