

F228 – Lista 1 – Gravitação

1) Como mostra a figura 1, duas esferas de massa m e uma terceira esfera de massa M formam um triângulo equilátero e uma quarta esfera de massa m_4 ocupa o centro do triângulo. A força gravitacional sobre a esfera central é nula.

a) Qual é o valor de M em termos de m ?

b) Se dobrarmos o valor de m_4 , qual será o novo módulo da força gravitacional a que está submetida a esfera central?

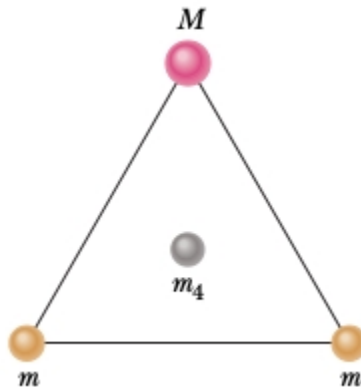


Figura 1

2) Três estrelas, cada uma com a massa do Sol, formam um triângulo equilátero com lados de 10×10^{12} m. (Este triângulo se encaixaria com precisão na órbita de Júpiter). O triângulo precisa girar, pois do contrário, as estrelas colidiriam no centro. Qual é o período de rotação? Expresse sua resposta em anos.

3) A figura 2 mostra uma cavidade esférica no interior de uma esfera de chumbo de raio $R = 4,00$ cm; a superfície da cavidade passa pelo centro da esfera e “toca” o lado direito da esfera. A massa da esfera antes de ser criada a cavidade era $M = 2,95$ kg. Com que força gravitacional a esfera de chumbo com a cavidade atrai uma pequena esfera de massa $m = 0,431$ kg que se encontra a uma distância $d = 9,00$ cm do centro da esfera de chumbo, sobre a reta que liga os centros das esferas e o centro da cavidade?

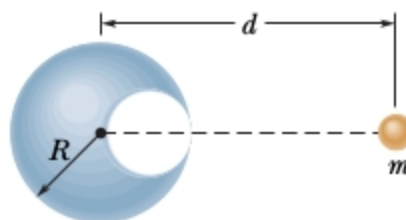


Figura 2

4) Acredita-se que algumas estrelas de nêutrons (estrelas extremamente densas) estão girando a cerca de 1 rev/s. Se uma dessas estrelas tem um raio de 20 km, qual deve ser, no mínimo, a sua massa para que uma partícula na superfície da estrela permaneça no lugar apesar da rotação?

5) Suponha que um planeta é uma esfera homogênea de raio R que (de alguma forma) possui um túnel radial estreito que passa pelo centro do planeta (figura 3). Suponha também que é possível posicionar uma maçã em qualquer lugar do túnel ou do lado de fora do planeta. Seja F_R o módulo da força gravitacional experimentada pela maçã quando está na superfície do planeta. A que distância da superfície está o ponto no qual o módulo da força gravitacional que o planeta exerce sobre a maçã é $F_R/2$ se a maçã for deslocada:

- a) Para longe do planeta?
- b) Para dentro do túnel?

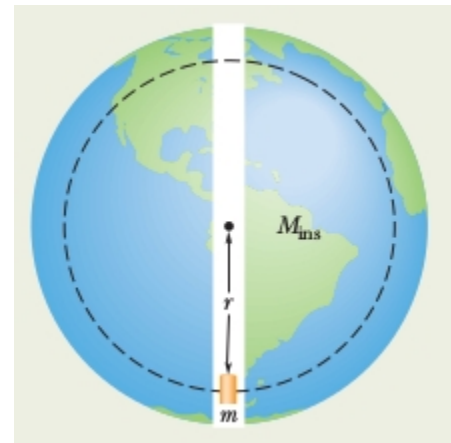


Figura 3

6) Qual é o módulo e qual é a direção da força gravitacional resultante sobre a massa de 20,0 kg da figura 4?

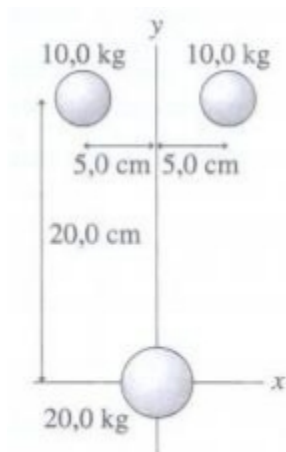


Figura 4

7) Suponha que a Terra de repente parasse de girar em torno do Sol. A força gravitacional a atrairia diretamente para o Sol. Qual seria a velocidade da Terra quando colidisse com ele?

8) Plutão se movimenta em uma órbita claramente elíptica em torno do Sol. A velocidade de Plutão em seu ponto mais próximo, $4,43 \times 10^9$ km do Sol é de 6.12 km/s. Qual é a velocidade de Plutão no ponto mais distante de sua órbita, onde se encontra a $7,30 \times 10^9$ km do Sol?

9) Duas estrelas de nêutrons estão separadas por uma distância de $1,0 \times 10^{10}$ m. Ambas tem uma massa de $1,0 \times 10^{30}$ kg e um raio de $1,0 \times 10^5$ m. As estrelas se encontram inicialmente em repouso relativo. Com que velocidade estarão se movendo, em relação a este referencial de repouso:

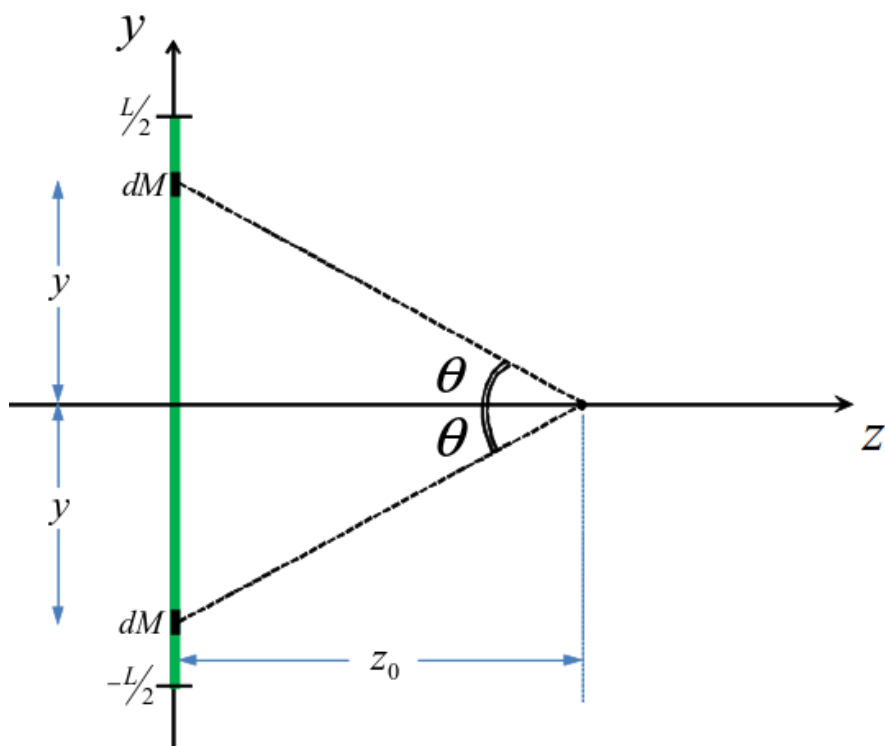
- a) Quando a distância for metade do valor inicial?
- b) Quando estiverem na iminência de colidir?

10) Um satélite está em uma órbita circular de raio r em torno da Terra. A área A delimitada pela órbita é proporcional a r^2 , já que $A = \pi r^2$. Determine a forma de variação com r das seguintes propriedades do satélite:

- a) O período;
- b) A energia cinética;
- c) O momento angular;
- d) A velocidade escalar.

EXTRA:

A figura abaixo representa uma barra vertical delgada e homogênea de comprimento L com densidade linear de massa $\rho(y) = 4M|y|/L^2$. Uma massa pontual m está situada a uma distância fixa z_0 do centro da barra. Dois elementos infinitesimais de massa dM , situados em pontos simétricos em relação ao eixo- z que passa pelo centro da barra. Estes infinitesimais de massa exercem forças gravitacionais sobre a massa pontual em z_0 ao longo das linhas pontilhadas formando um ângulo θ em com eixo- z , como ilustrado na figura.



- Calcule o módulo da força resultante gravitacional infinitesimal dF_G que atua sobre a massa pontual m devido à presença das massas infinitesimais dM .
- Qual é o módulo da força gravitacional resultante F_G sofrida pela massa pontual m devido, agora, à presença de toda a barra?

Respostas:

1) (a) $M = m$; (b) 0

2) $T = 315,74$ anos

3) $F = 8,31 \times 10^{-9}$ N

4) $M = 5 \times 10^{24}$ kg

5) a) $0.414R$; b) $R/2$

6) $F_R = 6.09 \times 10^{-7} \hat{y}$ N

7) $v = 6.13 \times 10^5$ m/s

8) $v_2 = 3,71$ km/s

9) (a) $v = 82$ km/s (b) $v = 1,8 \times 10^4$ km/s

10) (a) $r^{3/2}$ (b) r^{-1} (c) $r^{1/2}$ (d) $r^{-1/2}$

EXTRA:

$$(a) dF_G = \frac{2Gm}{r^2} dM \cos(\theta) \quad (b) F_G = \frac{8GMm}{L^2} z_0 \left[\frac{1}{z_0} - \frac{1}{\sqrt{z_0^2 + (L/2)^2}} \right]$$