EA513-U — Circuitos Elétricos — 2^0 Semestre de 2021

Exercícios – Conversas 6 & 7

1. Considere o circuito representado na página 105 da nossa *Conversa 6*, com resistores lineares, uma fonte ideal de corrente constante ($2A$), uma fonte ideal de tensão constante ($2V$) e um bipolo não linear, para o qual deseja-se conhecer a tensão v_e entre os seus terminais e a corrente i_e que o atravessa. Suponha que o bipolo não linear tem a seguinte característica: $v_e = (i_e)^2, se i_e \geq 0$; $v_e = -(i_e)^2, se i_e < 0$. Para encontrar a tensão v_e e a corrente i_e desenvolva a sequência de etapas a seguir.

   (a) Determine o resistor equivalente (R_T) para o circuito à esquerda do bipolo não linear (com as fontes anuladas).

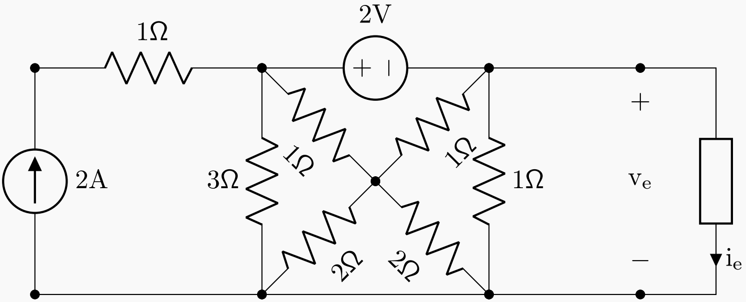
   (b) Determine a tensão em circuito aberto E (tensão da fonte no circuito de Thévenin), para o circuito à esquerda do bipolo não linear; para determinar E, use o Teorema da Superposição, avaliando separadamente o efeito de cada uma das fontes.

   (c) Usando os resultados acima, defina o equivalente de Thévenin para o circuito linear à esquerda do bipolo não linear.

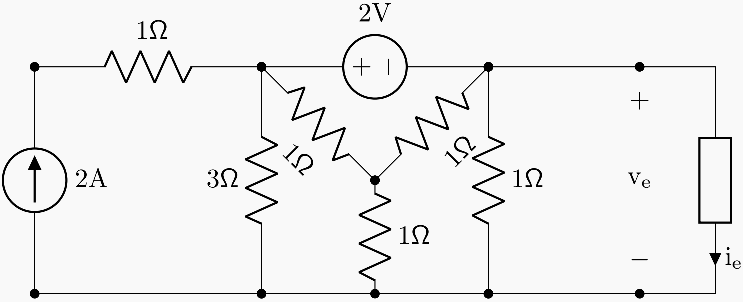
   (d) Usando o equivalente de Thévenin, encontre a tensão v_e e a corrente i_e para o bipolo não linear.

   (e) Calcule as potências em cada um dos bipolos e verifique se as potências satisfazem às condições especificadas pelo Teorema de Tellegen.

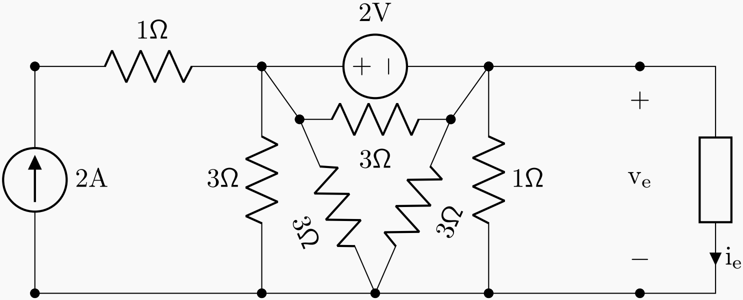
Um exemplo simples de aplicação de equivalentes $Y - \Delta$ é na obtenção de um equivalente de Thévenin para o circuito à esquerda do bipolo com característica não linear.



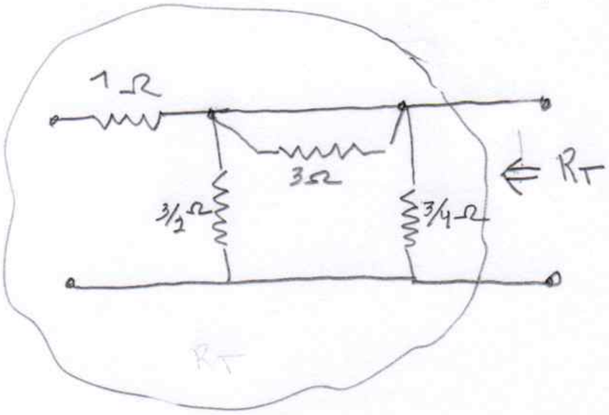
Numa primeira inspeção, observa-se que os dois resitores de 2Ω abaixo da fonte de tensão estão em paralelo e podem ser substituídos por um único resistor de 1Ω. Após a substituição, identificamos uma conexão de 3 resistores iguais de 1Ω em Y, que podem ser substituídos por uma conexão equivalente de 3 resistores iguais em Δ para facilitar a obtenção de um equivalente de Thévenin para o circuito à esquerda do bipolo com característica não linear.



Fazendo-se a substituição Y $-$ Δ com $R_{\Delta} = 3 \cdot R_Y = 3\Omega$, tem-se:



1)

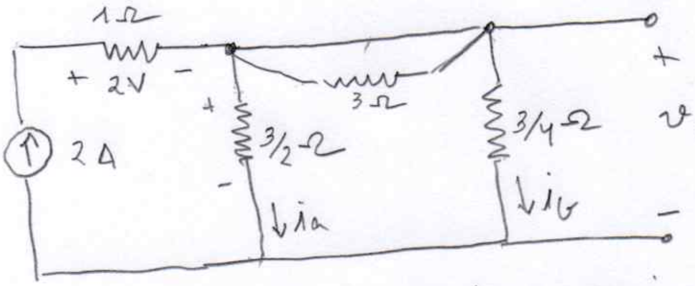


$R_T = 3/2\,\Omega \,//\, 3/4\,\Omega$

$$R_T = \frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}+\frac{3}{4}} = \frac{9/8}{9/4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}\,\Omega$$

$$\boxed{R_T = \frac{1}{2}\,\Omega}$$

2)

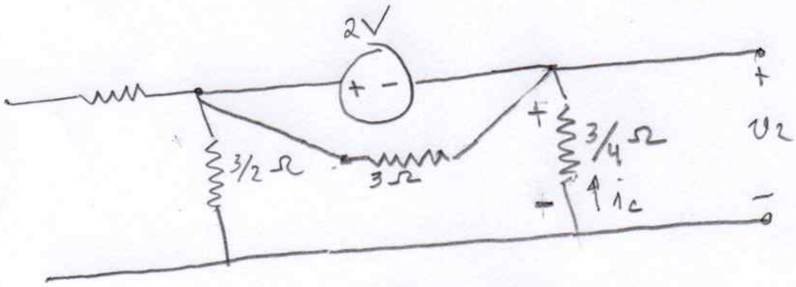


$E = v_1 + v_2$

$\frac{3}{2}\, i_a = \frac{3}{4}\, i_b \quad , \quad i_a + i_b = 2 \Rightarrow i_a = 2 - i_b$

$(2 - i_b)\,\frac{3}{2} = \frac{3}{4}\, i_b \Rightarrow 3 = \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right) i_b = \frac{9}{4}\, i_b$

$1 = \frac{3}{4}\, i_b \Rightarrow i_b = \frac{4}{3}\,A \Rightarrow v_1 = \left(\frac{3}{4}\,\Omega\right)\left(\frac{4}{3}\,A\right) \Rightarrow \boxed{v_1 = 1V}$

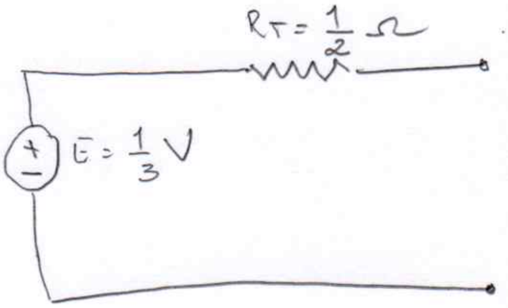


$$i_c = \frac{2}{\frac{3}{2} + \frac{3}{4}} = \frac{2}{9/4} = \frac{8}{9}\,A$$

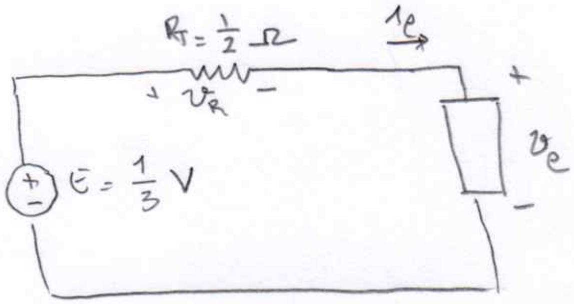
$v_2 = -\left(\frac{3}{4}\,\Omega\right)\left(\frac{8}{9}\,A\right) = -\frac{2}{3}\,V \Rightarrow \boxed{v_2 = -\frac{2}{3}\,V}$

$E = v_1 + v_2 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{3}\,V}$

3)



4)



$$-E + v_R + v_e = 0$$

$$-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} i_e + (i_e)^2 = 0$$

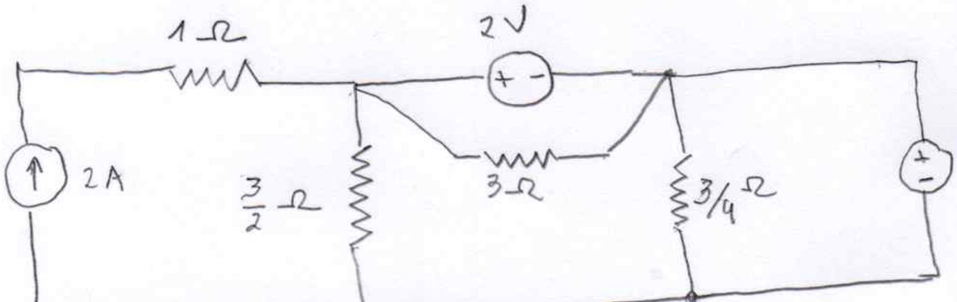
$$6(i_e)^2 + 3 i_e - 2 = 0$$

$$i_e = \frac{-3 \pm \sqrt{9+48}}{12} = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{12} = \frac{-3 \pm 7{,}55}{12} = \begin{cases} \boxed{0{,}38\ A} \\ \cancel{-0{,}88} \end{cases}$$

$$v_e = (i_e)^2 = 0{,}14 \Rightarrow \boxed{v_e = 0{,}14\ V}$$

OBS: $\left[(-0{,}33) + (0{,}19) + (0{,}14) = 0\right]$ ok

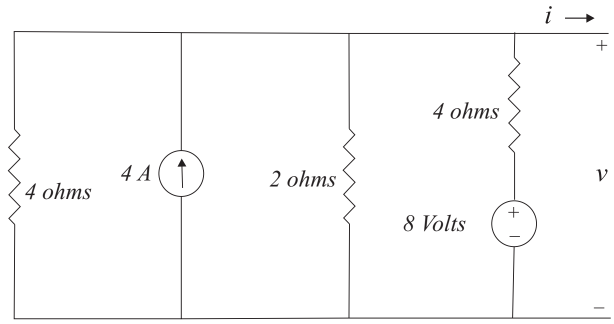
5)



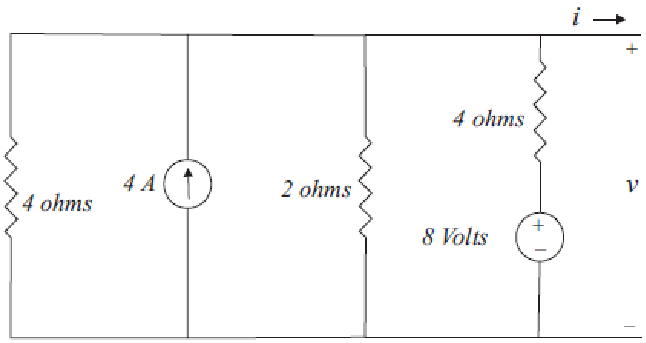
TEOR. SUBSTITUIÇÃO

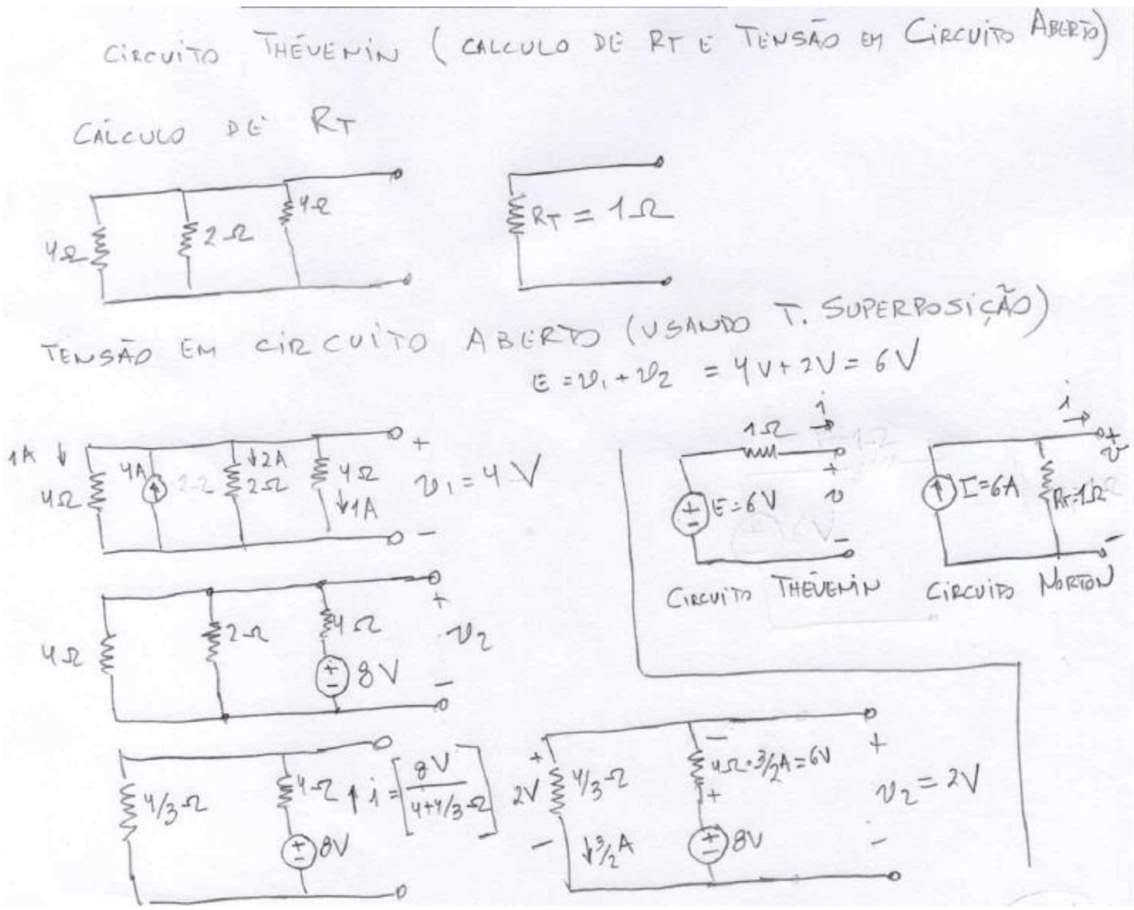
$v_e = 0{,}14 \times (1)$ V

2. Considere o circuito representado na figura a seguir. Obtenha um Equivalente de Thévenin e um Equivalente de Norton para o circuito.



2. Considere o circuito representado na figura a seguir. Obtenha um Equivalente de Thévenin e um Equivalente de Norton para o circuito.

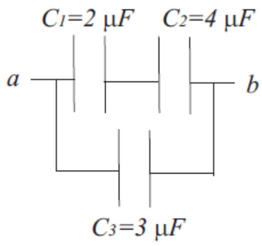


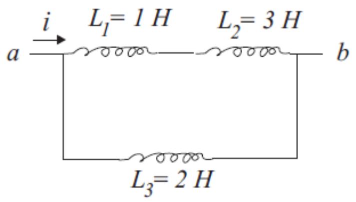


3. Considere as associações de capacitores e de indutores lineares representadas abaixo.

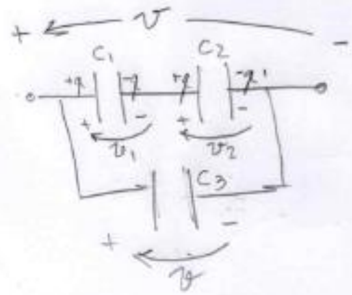
   (a) Calcule a energia armazenada na associação de capacitores quando a tensão entre os terminais a e b for de 100 Volts.

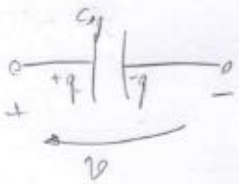
   (b) Calcule a energia armazenada na associação de indutores quando a corrente i que atravessa a associação for de 10 amperes.





(a)





$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \cdot 4}{2+4} = \frac{8}{6}\,\mu F$$

$$C_{eq} = \frac{4}{3}\,\mu F.$$

$$q = C_{eq} v = C_1 v_1 = C_2 v_2$$

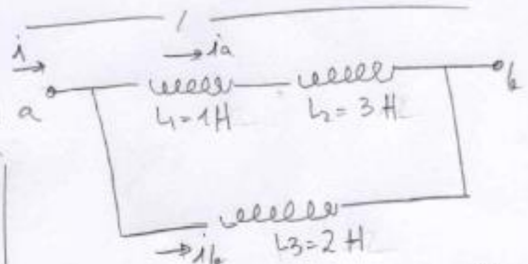
$$v_1 = \frac{C_{eq}}{C_1} v, \quad v_2 = \frac{C_{eq}}{C_2} v$$

$$v_1 = \frac{4/3}{2} v = \frac{2}{3} v \qquad v_2 = \frac{4/3}{4} v = \frac{1}{3} v$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} C_1 (v_1)^2 = \frac{1}{2} (2\mu F) \left(\frac{2}{3} 100\right)^2$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{1}{2} (4\mu F) \left(\frac{1}{3} 100\right)^2$$

$$\mathcal{E}_3 = \frac{1}{2} (3\mu F) (100)^2$$



$$(L_1 + L_2)\, i_a = L_3 i_b \Rightarrow 4 i_a = 2 i_b \Rightarrow$$

$$i_b = 2 i_a \qquad i_a + i_b = 10\,A \Rightarrow i_a + 2 i_a = 10$$

$$\boxed{i_a = \frac{10}{3} A}, \ \boxed{i_b = \frac{20}{3} A}$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} (1) \left(\frac{10}{3}\right)^2 W$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{1}{2} (3) \left(\frac{10}{3}\right)^2 W$$

$$\mathcal{E}_3 = \frac{1}{2} (2) \left(\frac{20}{3}\right)^2 W$$