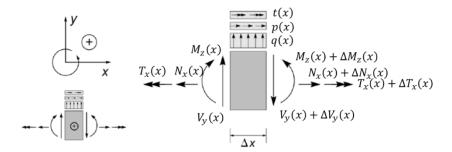
## **EXERCÍCIOS CONCEITUAIS**

1. Mostre que para um elemento diferencial de uma estrutura, conforme mostrado abaixo, se o carregamento interno agindo na face esquerda do elemento é dado por  $N_x(x)$ ,  $T_x(x)$ ,  $V_y(x)$  e  $M_z(x)$ , então o carregamento interno na face direita pode ser expresso, sem perda de generalidade, por  $N_x(x) + \Delta N_x(x)$ ,  $T_x(x) + \Delta T_x(x)$ ,  $V_y(x) + \Delta V_y(x)$  e  $M_z(x) + \Delta M_z(x)$ .



Dica: lembrando que a série de Taylor de uma função f(x) em torno do ponto  $x_0$  é dada por:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \cdots$$

Utilize a série de Taylor para cada uma das funções (esforços internos), ao redor do ponto x, e mostre que os carregamentos na face direita do elemento, para  $\Delta x$  pequeno, são os mostrados na figura.

2. Mostre que os esforços externos distribuídos p(x), t(x) e q(x) podem ser considerados aproximadamente constante para o volume elementar mostrado na figura do exercício anterior.

Dica: o carregamento externo total é dado por

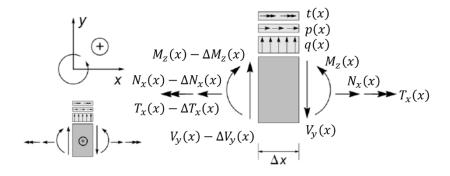
$$W = \int_{x}^{x + \Delta x} w(x) dx$$

Já o valor médio da função carregamento externo é

$$\overline{W} = \frac{1}{\Delta x} \int_{x}^{x + \Delta x} w(x) dx$$

Prossiga daí...

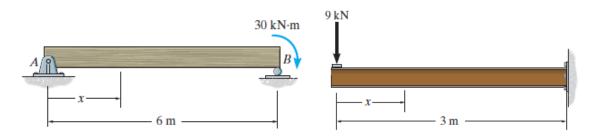
3. Os esforços internos no diagrama de corpo livre de um volume elementar da estrutura também podem ser definidos em função dos esforços na face direita do elemento. Mostre que, mesmo com essa definição, as equações diferenciais de equilíbrio do sistema são as mesmas obtidas no caso anterior.



4. Verifique que todos os exercícios resolvidos na Aula 03 podem ser classificados como sistemas isostáticos. Para esses sistemas, calcule o carregamento externo estático equivalente e determine as reações a partir das equações de equilíbrio da Estática. Compare os resultados com os resultados obtidos em aula a partir das equações diferenciais.

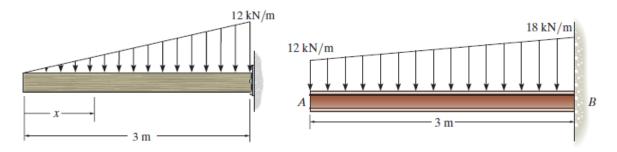
## **EXERCÍCIOS FUNDAMENTAIS**

1. Obtenha os esforços internos resultantes para cada uma das estruturas mostradas abaixo em termos da distância x, utilizando o método das equações diferenciais de equilíbrio.



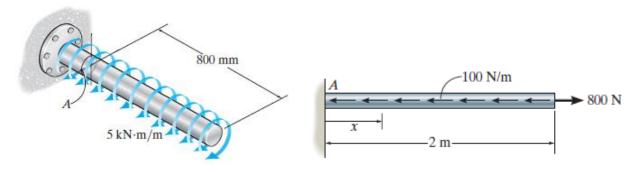
a. 
$$V_v(x) = -5 \text{ kN}, M_z(x) = -5x \text{ kN.m}$$

b. 
$$V_y(x) = -9 \text{ kN}, M_z(x) = -9x \text{ kN.m}$$



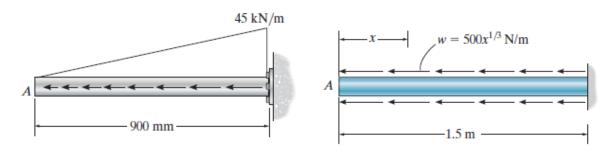
c. 
$$V_y(x) = -2x^2 \text{ kN}, M_z(x) = -\frac{2}{3}x^3 \text{ kN.m}$$

c. 
$$V_y(x) = -2x^2$$
 kN,  $M_z(x) = -\frac{2}{3}x^3$  kN.m  
d.  $V_y(x) = -x^2 - 12x$  kN,  $M_z(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 6x^2$  kN.m



e. 
$$T(x) = 5x - 4$$

f. 
$$N(x) = 100x + 600$$



g. 
$$N(x) = 25x^2$$

h. 
$$N(x) = 375x^{4/3}$$