

# Projeto 01: Campo Magnético Produzido por Ímãs

Ana Livia Viscondi Silva - RA 173183

Pedro Sader Azevedo - RA 243245

Yasmim Freitas Santos- RA 248535

Yuan Shi Ki - RA 195766

## 1. TEXTO PRINCIPAL

Este experimento teve como objetivo analisar a intensidade de um campo magnético  $B$  produzido por um ímã permanente a distância  $y$ , que pode ser modelada pela função

$$B(y) = \frac{\mu_0 m}{2\pi y^n}. \quad (1)$$

A partir desse modelo matemático, elaboramos um procedimento experimental cuja variável independente foi a distância entre o ímã e o magnetômetro de um smartphone e a variável dependente foi a intensidade do campo magnético. Para isso, fixamos uma folha de papel milimetrado em uma tábua de madeira com fita adesiva (longe de quaisquer objetos metálicos para evitar distorções no campo magnético). Em seguida, posicionamos o smartphone na folha e traçamos seu contorno a lápis. Como a silhueta do smartphone é simétrica, distinguimos sua orientação na folha anotando “esquerda”, “direita”, “superior”, e “inferior”.

Depois disso, identificamos o magnetômetro em seu interior usando um vídeo de *teardown* (Fig. 1a) e estimamos sua posição com relação a dois parafusos visíveis no exterior do smartphone (Fig. 1b). Conferimos a posição do magnetômetro passando um ímã próximo a ele, averiguando picos nas medidas de campo magnético (Fig 2). Feito isso, traçamos também a posição do magnetômetro no papel milimetrado, respeitando as anotações de orientação do smartphone.

O próximo passo foi determinar os eixos de coordenadas do magnetômetro. Para isso, movimentamos o ímã permanente com relação ao smartphone e, utilizando o aplicativo *Physics Toolbox*, descobrimos as direções em que apenas uma das componentes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  se alteravam. Traçamos a direção e o sentido de  $y$  no papel milimetrado, passando pela aresta do traço do magnetômetro. O magnetômetro tem menos de um milímetro de comprimento e de largura, que contabilizamos como componente de incerteza de  $y$  (Tab ), então consideramos razoável usar um de seus cantos como referência.

Para garantir que o efeito do campo magnético da Terra ( $\vec{B}_T$ ) em nossas medidas fosse previsível, posicionamos o smartphone em sua devida posição e orientação no papel milimetrado na tábua de madeira, abrimos o *Physics Toolbox*, e rotacionamos e inclinamos a tábua lentamente até que  $x$  e  $z \approx 0$  (sua inclinação foi mantida com um pedaço de massinha de modelar). Isto pois, nessas condições, a soma vetorial dos campos equivale à soma algébrica, então basta subtrair de nossas medidas a intensidade do campo magnético da Terra para obter a parte efetivamente gerada pelo ímã.

Outro cuidado importante foi evitar a saturação do magnetômetro. Para isso, aproximamos o ímã do celular até que a leitura de intensidade do campo magnético não mais se alterasse, indicando saturação do sensor, tanto do canto superior quanto do canto inferior. No primeiro, isso ocorreu a 4cm e, no segundo, isso não ocorreu (afinal, o magnetômetro se encontrava mais perto do topo do dispositivo). Chegar mais próximo do sensor com o ímã pode danificar o aparelho celular, portanto 5,5 cm foi a distância usada para não diminuir a vida útil do aparelho. Por fim, como última precaução antes de iniciar o experimento, tiramos medidas de intensidade de campo magnético com o celular estacionário e sem a presença do ímã a fim de averiguar a incerteza devida a flutuações no campo. A avaliação dessa incerteza pode ser conferida na Tab 3. Além de avaliar incertezas, usamos esses dados livres de influência de ímãs para determinar o campo magnético da Terra, cuja importância foi explicada no parágrafo anterior.

Com isso, fizemos quatro experimentos no total, aproximando e afastando o ímã dos cantos superior e inferior do celular e tirando medidas de 1 em 1cm. Buscamos manter o momento dipolar do ímã alinhado ao eixo  $y$ , mesmo que a escolha de um ímã achatado tenha dificultado um pouco esse processo (voltaremos a isso mais adiante). Os dados experimentais podem ser conferidos na Tab. 1 e na Fig. 3. A primeira coisa que se destaca nos dados brutos é que a relação entre intensidade de campo magnético e distância foi muito mais expressiva no canto superior do que no canto inferior. Percebe-se também que a intensidade do campo magnético cresce com a distância se o campo do ímã tem sentido oposto ao campo da Terra (“ida” no canto superior) e decresce caso contrário (“volta” no canto

superior), resultado obtido ao trocar o sentido do ímã nos dois casos. Ademais, o teste de saturação do sensor que mencionamos antes serviu para que evitássemos isso acontecer, o que de fato funcionou:

$$\log B(y) = \log \frac{\mu_0 m}{2\pi y^3} = \log \mu_0 m - \log 2\pi y^3 = \log \mu_0 m - n \log 2\pi y$$

$$Y(X) = \log B(y)$$

$$X = \log 2\pi y$$

$$C = \log \mu_0 m$$

$$Y(X) = C - nX \quad (2)$$

Com base nessa linearização (e removendo os dados espúrios marcados em vermelho na Tab. 1) foi obtido o gráfico que consta na Fig. 3. Os coeficientes obtidos foram os seguintes:

- superior (ida):  $n = 2.139542243878641$ ,  $C = 0.9743230595358153$
- superior (volta):  $n = 2.181303782909686$ ,  $C = 0.5958638808369311$
- inferior (ida):  $n = 0.3349874097550225$ ,  $C = 0.6751223628720631$
- inferior (volta):  $n = 0.6633192380881163$ ,  $C = 0.6652092597022606$

Note que os coeficientes no caso “superior” são consistentes, indicando que provavelmente não houve histerese neste caso.

Já que a incerteza das ordenadas não é constante (vide Calc. 1 e 2), e não temos uma fórmula para incerteza dos coeficientes nesse caso, calculamos as incertezas dos coeficientes angular e linear usando o avaliação do tipo B. Nesse caso, desconsideramos os dados coletados no canto inferior do celular, pois eles claramente destoam do esperado. Assim, os valores finais dos coeficientes foram:  $n = 2,16 \pm 0,01$  e  $C = 0,7 \pm 0,1$ . Agora, usando a nossa definição  $C = \log \mu_0 m$ , temos:

$$10^C = \mu_0 m \Rightarrow m = \frac{10^C}{\mu_0}$$

Isso nos leva ao valor  $m = 3,27 \pm 0,02 \text{ J}/\mu\text{T}$ .

Por mais que  $n$  tenha sido relativamente próximo ao valor esperado de 3, certamente há possibilidade de melhora. Acreditamos que isso tenha ocorrido, pois não nos adequamos perfeitamente às condições do modelo matemático que adotamos. Isto, pois o modelo assume que o comprimento do ímã é muito maior que suas outras dimensões, que não foi o caso do ímã achatado que escolhemos. Ao menos atendemos a outra condição do modelo, que era que o comprimento do ímã fosse muito menor que a distância entre seu centro e o sensor (nesse aspecto, o ímã chato foi adequado). Por fim, fizemos um gráfico comparando o campo magnético na direção paralela e perpendicular ao eixo do ímã.

## 2. FIGURAS E TABELAS

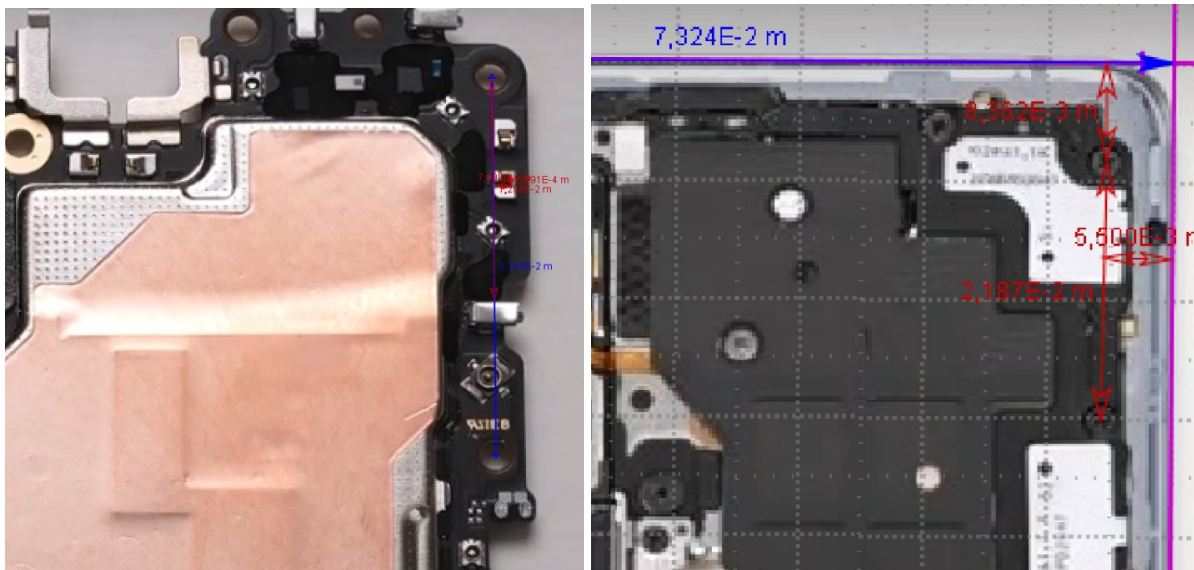


Fig. 1 (a, b): Posição do magnetômetro no vídeo de teardown (a), e posição correspondente usando parafusos externamente visíveis como referência (b).

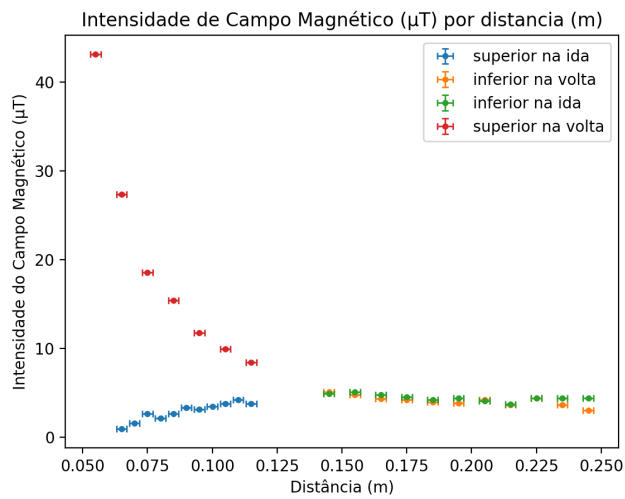


Fig. 2: Dados brutos

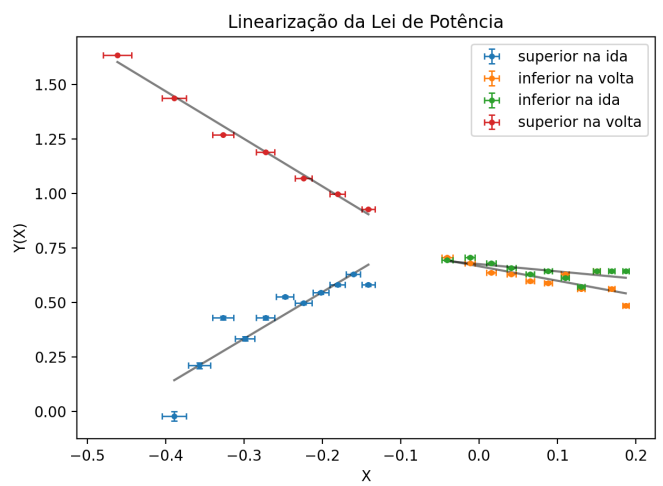


Fig. 3: Dados linearizados

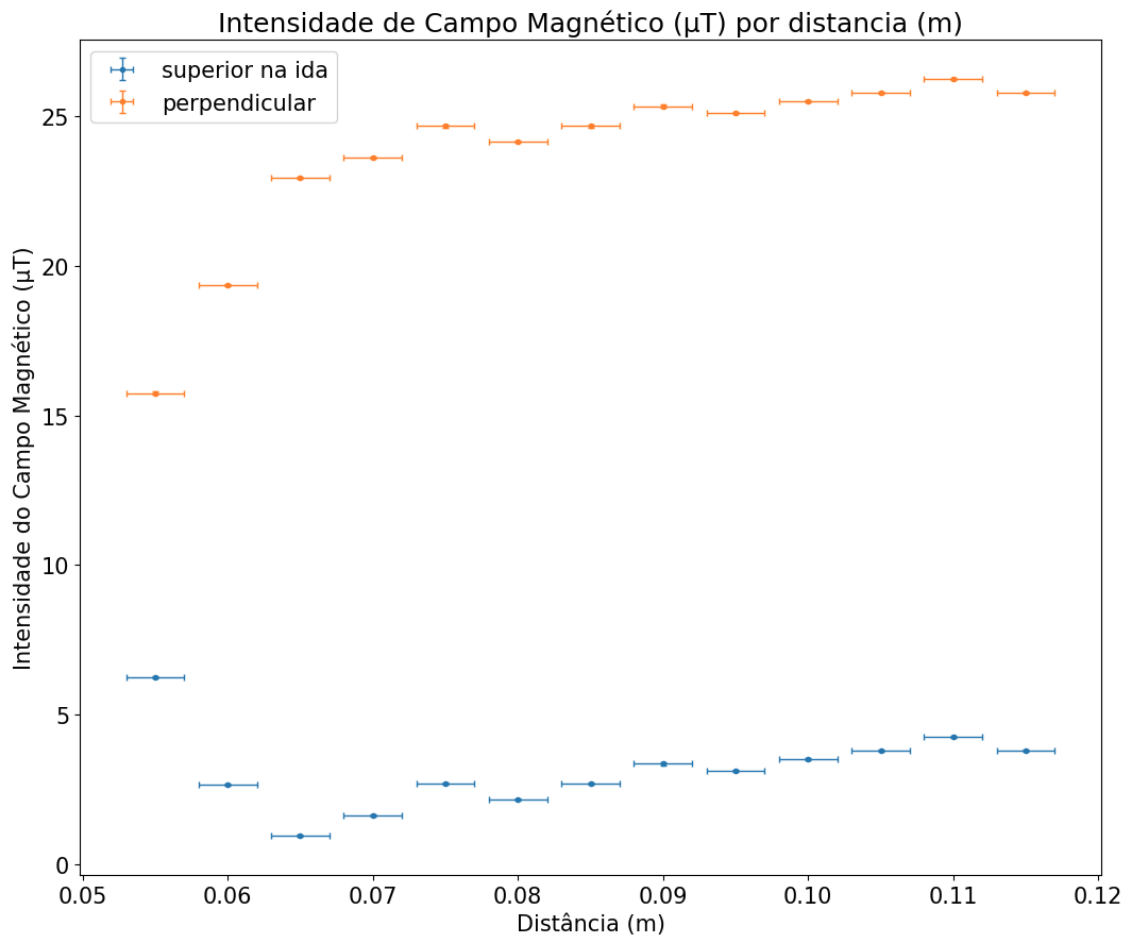


Fig. 4: Linearização dos dados, usando a Lei de Potência  $Y(X)$  e  $X$

Tab. 1: Dados Experimentais

| Distância<br>( $10^2 m$ ) | Intensidade do<br>campo<br>magnético<br>inferior na ida<br>( $\mu T$ ) | Intensidade do<br>campo<br>magnético<br>inferior na volta<br>( $\mu T$ ) |
|---------------------------|--|--|
| 14,5                      | 26,9   | 27,1   |

| Distância<br>( $10^2 m$ ) | Intensidade<br>do campo<br>magnético<br>superior na<br>ida ( $\mu T$ ) | Linearização<br>dos dados de<br>campo<br>superior na<br>ida, $Y(X)$ | Intensidade do<br>campo<br>magnético<br>superior na<br>volta ( $\mu T$ ) |
|---------------------------|--|---|--|
| 5,5                       | 15,8   | 0,795   | 65,1   |

|      |      |      |
|------|------|------|
| 15,5 | 27,1 | 26,8 |
| 16,5 | 26,8 | 26,3 |
| 17,5 | 26,6 | 26,2 |
| 18,5 | 26,2 | 26,0 |
| 19,5 | 26,4 | 25,9 |
| 20,5 | 26,1 | 26,2 |
| 21,5 | 25,7 | 25,6 |
| 22,5 | 26,4 | 26,4 |
| 23,5 | 26,4 | 25,6 |
| 24,5 | 26,4 | 25,0 |

|      |      |       |      |
|------|------|-------|------|
| 6,0  | 19,4 | 0,423 | N/A  |
| 6,5  | 23,0 | 0.022 | 49,4 |
| 7,0  | 23,6 | 0.209 | N/A  |
| 7,5  | 24,7 | 0,428 | 40,6 |
| 8,0  | 24,2 | 0,332 | N/A  |
| 8,5  | 24,7 | 0,428 | 37,4 |
| 9,0  | 25,4 | 0,525 | N/A  |
| 9,5  | 25,1 | 0,495 | 33,8 |
| 10,0 | 25,5 | 0,544 | N/A  |
| 10,5 | 25,8 | 0,579 | 32,0 |
| 11,0 | 26,2 | 0,628 | N/A  |
| 11,5 | 25,8 | 0,579 | 30,4 |

### 3. INCERTEZAS

**Tab. 2:** Incerteza associada às medidas de campo magnético.

| Fonte de incerteza  | f.d.p.     | Tipo de avaliação | Referência                              | Faixa de valores plausíveis ( $10^{-6}T$ ) | Incerteza-padrão ( $10^{-6}T$ )         |
|---|------------|-------------------|---|--|---|
| Leitura do magnetômetro   | Retangular | B                 | Physics Toolbox                         | $a = 0,01$                                 | $\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,003$     |
| Precisão do magnetômetro  | Retangular | B                 | Ficha técnica do magnetômetro (AK09918) | $a = 0,15$                                 | $\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,040$     |
| Flutuações de campo magnético   | Gaussiana  | A                 | Medidas repetidas                       | $\sigma = 0,299756^*$                      | $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx 0,005$ |
| Incerteza-padrão combinada: $u_B = 0,043 \cdot 10^{-6}T$<br>apenas um algarismo significativo não nulo $\rightarrow u_B = 0,040 \cdot 10^{-6}T$ |            |                   |   |  |   |

\* Esse valor de desvio padrão foi obtido utilizando um programa de Python, publicamente disponível neste [link](#). Não incluímos essa tabela no relatório, pois ela ficou com 3662 linhas.

**Tab. 3:** Incerteza associada às medidas de distância.

| Fonte de incerteza           | f.d.p.     | Tipo de avaliação | Referência                     | Faixa de valores plausíveis ( $m$ ) | Incerteza-padrão ( $m$ )             |
|------------------------------|------------|-------------------|--------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| Leitura do papel milimetrado | Triangular | B                 | Gradação do papel              | $a = 0,001$                         | $\frac{a}{2\sqrt{6}} \approx 0,0002$ |
| Posição do sensor            | Retangular | B                 | Teardown do celular (Vivo x60) | $a = 0,005$                         | $\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,0010$ |
| Tamanho do sensor            | Retangular | B                 | Ficha técnica do magnetômetro  | $a = 0,001$                         | $\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,0003$ |

|  |            |   |                |             |                                      |
|--|------------|---|----------------|-------------|--------------------------------------|
|  |            |   | (AK09918)      |             |                                      |
| Tamanho do ímã   | Retangular | B | Medição do ímã | $a = 0,002$ | $\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,0006$ |
| Incerteza-padrão combinada: $u_y = 0,0016\ m$<br>apenas um algarismo significativo não nulo $\rightarrow u_i = 0,002\ m$ |            |   |                |             |                                      |

**Calc. 1:** Propagação de incerteza de intensidade de campo magnético linearizada ( $B'$ )

$$u_{B'}^2 = \left( \frac{\partial}{\partial B} (\log_{10} B) u_B \right)^2 = \left( \frac{u_B}{B \ln 10} \right)^2 = \left( \frac{0,040 \cdot 10^{-6}}{2,3 B} \right)^2 \Rightarrow u_{B'} = \frac{0,017}{B} \times 10^{-6}$$

$$\text{apenas um algarismo significativo não nulo} \rightarrow u_{B'} = \frac{0,020}{B} \times 10^{-6}$$

**Calc. 2:** Propagação de incerteza de intensidade de distância linearizada ( $y'$ )

$$u_{y'}^2 = \left( \frac{\partial}{\partial y} (\log_{10} y) u_y \right)^2 = \left( \frac{u_y}{y \ln 10} \right)^2 = \left( \frac{0,002}{2,3 y} \right)^2 \Rightarrow u_{y'} = \frac{0,00086}{y}$$

$$\text{apenas um algarismo significativo não nulo} \rightarrow u_{B'} = \frac{0,001}{y}$$