Lista Avaliativa 6

MC358 — Fundamentos Matemáticos para Computação

Prof. Pedro J. de Rezende

2º Semestre de 2021

HONESTIDADE ACADÊMICA

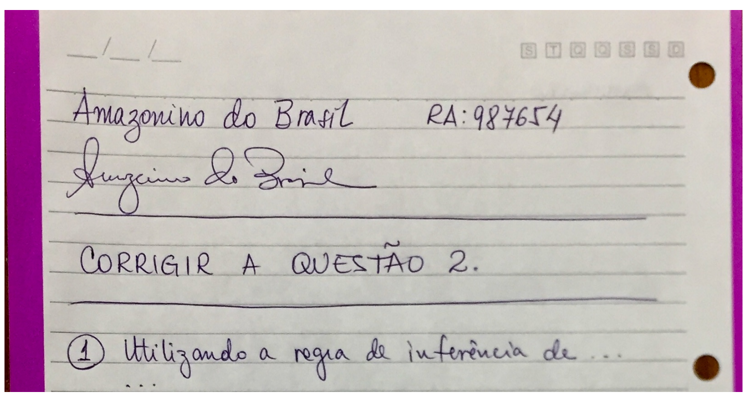
1. **Por se tratar de avaliação de conhecimentos adquiridos por cada aluno, a resolução desta Lista Avaliativa deve ser um trabalho individual sem consulta direta or indireta a outras pessoas.**
2. Qualquer tentativa de cola ou fraude acarretará nota zero nesta Lista para todos os implicados, além das sanções previstas no Regimento Geral da UNICAMP (em particular, o Art. 227, inciso VII, e os Art. 228 a 231).

CORREÇÃO

3. Das três questões desta Lista, apenas duas serão corrigidas e valerão um total de 10 pontos.
   - Indique **exatamente UMA** das questões para ser corrigida pelo PED, a qual valerá nota de 0 a 5.
   - A segunda questão a ser corrigida será escolhida pelo PED, a qual também valerá nota entre 0 e 5. Se alguma questão estiver em branco, esta será a escolhida pelo PED.
4. **Justifique cuidadosamente todas as respostas.**

SUBMISSÃO DE RESOLUÇÕES

5. **Só serão aceitas** submissões de resoluções desta Lista Avaliativa na plataforma Google Classroom, e elas devem seguir **estritamente** o seguinte formato:
   (a) As resoluções devem ser **manuscritas**, sem rasuras, escaneadas, formando **um único** documento PDF.
   (b) No topo da primeira página das suas resoluções, coloque seu nome e RA de forma bem legível e, em seguida, a sua assinatura conforme esta consta em seu RG ou CNH. Veja modelo abaixo:



   (c) É sua responsabilidade garantir que o arquivo escaneado seja legível. Para isso, recomenda-se o uso de um aplicativo para celular (`Android` ou `iOS`) como `Adobe Scan` (ou `CamScanner` ou `Office Lens` ou similar) para escanear as páginas manuscritas e, em seguida, fazer os devidos ajustes de contraste. Esses Apps facilitam a inclusão de múltiplas páginas em um único PDF.
   (d) Submissões constituídas meramente de arquivos de fotos (`jpg`, `png`, etc.), serão desconsideradas e receberão nota zero.

DOS PRAZOS

6. O prazo regular para submissão das resoluções desta Lista Avaliativa estará indicado no Google Classroom no momento de sua postagem.
7. Resoluções submetidas até 2hs após o encerramento do prazo regular de submissão serão corrigidas e não sofrerão penalidade na nota.
8. Resoluções enviadas até 22hs após o término da extensão descrita no item anterior serão corrigidas e receberão nota, mas com 50% de penalidade. Submissões com atraso superior a 24hs após prazo regular receberão nota zero.

---

1. Prove **por indução** em n que o número de relações que são simultaneamente anti-simétricas e reflexivas sobre um conjunto não vazio X de n elementos é $3^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

---

2. Nesta questão, todas as funções têm como domínio e contra-domínio o conjunto dos naturais positivos.

$$\text{Sabemos que se } f_1 \in O(g_1) \text{ e } f_2 \in O(g_2)\text{, então } (f_1 + f_2) \in O(\max\{g_1, g_2\}).$$

Prove ou disprove a seguinte afirmação:

$$\text{Se } n \geq 2 \text{ e } f_i \in o(g_i) \text{ para } i = 1, 2, \ldots, n\text{, então } \left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right) \in O(\max\{g_1, g_2, \ldots, g_n\}).$$

---

3. Considere a relação de recorrência:

$$T(n) = 9T(n/3) + 9(n^2 + n \log n)$$

$$T(1) = c\text{, onde } c \text{ é uma constante.}$$

Assuma que n é uma potência de 3.

- Chitoró afirma que consegue uma forma de aplicar o Teorema Master abaixo para provar que $T(n) \in O(n^2 \log n)$.
- Xorãozinho afirma que consegue uma forma de aplicar o Teorema Master abaixo para provar que $T(n) \in \Omega(n^2 \log n)$.

Teorema 2 (Teorema 3.4 [2])

Dada uma relação de recorrência da forma $T(n) = aT(n/b) + cn^k$, onde $a, b \in \mathbb{N}$, $a \geq 1$, $b > 1$ e c, k são constantes, com $c > 0$ e $k \geq 0$,

então: $$T(n) \in \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}), & \text{se } a > b^k \\ \Theta(n^k \log n), & \text{se } a = b^k \\ \Theta(n^k), & \text{se } a < b^k \end{cases}$$

(a) Prove que a afirmação de Chitoró é verdadeira.

(b) Prove que a afirmação de Xorãozinho é verdadeira.
