Aula 01 – Revisão de Estática

Thales Freitas Peixoto

thalesfp@fem.unicamp.br

Bloco FE2 – Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR) – FEM

Objetivos da Aula

- Fazer uma revisão dos principais conceitos de estática:
  - Definir o que é um vetor e como representá-lo por suas componentes retangulares.
  - Definir vetor força.
  - Definir vetor momento (de uma força).
  - Definir binário e sistemas força-binário.
  - Diagramas de Corpo Livre.
  - Equações de equilíbrio do corpo rígido extenso.

Introdução

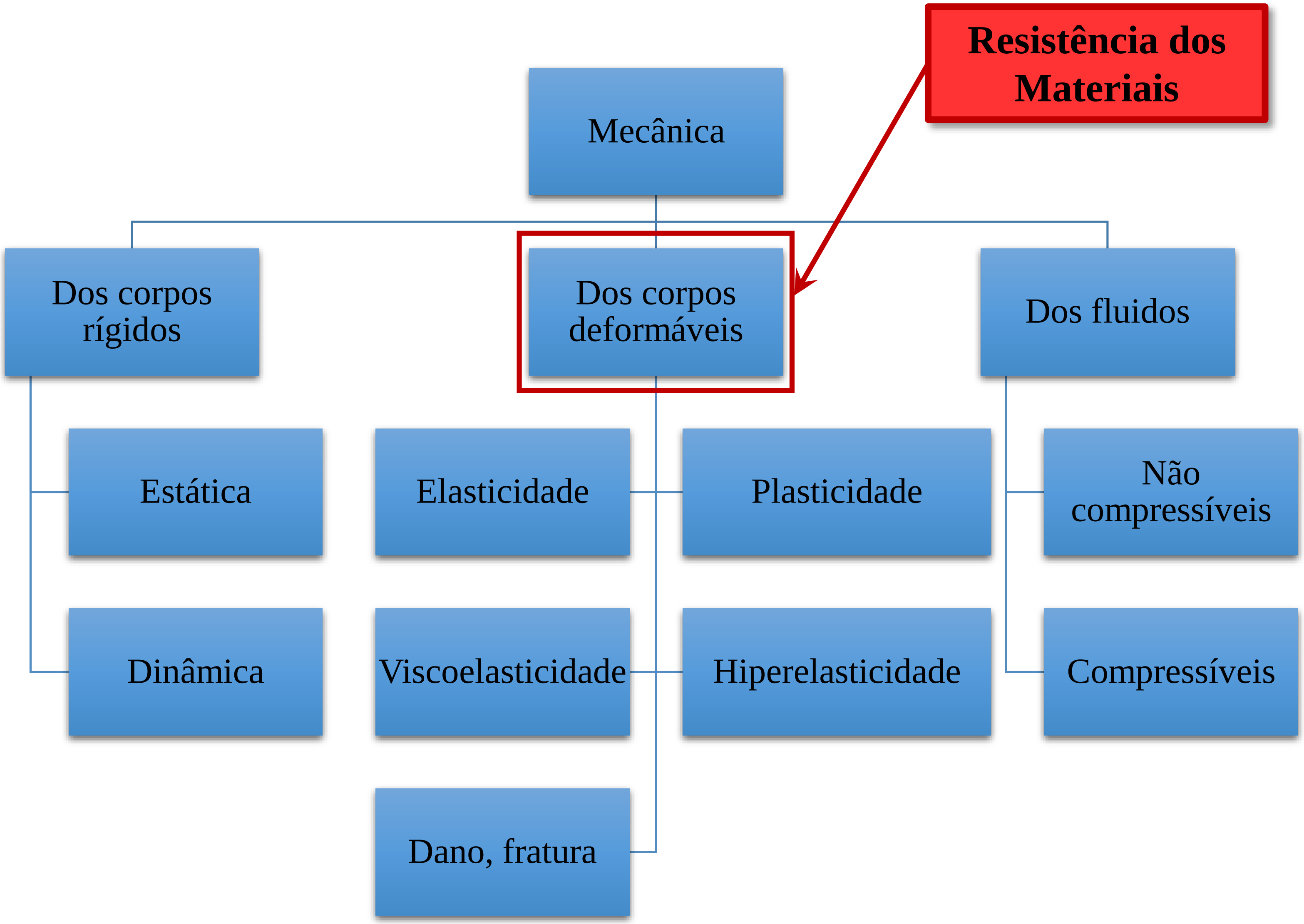
- **Mecânica:** ramo das ciências físicas que estuda o estado de repouso ou movimento de corpos sujeitos à ação de forças. Pode ser divida em:

1. Mecânica do corpo rígido (Estática e Dinâmica)
2. Mecânica do corpo deformável (Resistência dos Materiais)
3. Mecânica dos fluidos (Dinâmica dos Fluidos)

- A mecânica do corpo rígido pode ser dividida em duas áreas:

1. Estática: estuda o equilíbrio do corpo (corpos em repouso ou se movendo a uma velocidade constante)
2. Dinâmica: estuda o movimento acelerado do corpo

Introdução



Resistência dos Materiais
Mecânica
Dos corpos rígidos
Dos corpos deformáveis
Dos fluidos
Estática
Dinâmica
Elasticidade
Plasticidade
Viscoelasticidade
Hiperelasticidade
Dano, fratura
Não compressíveis
Compressíveis

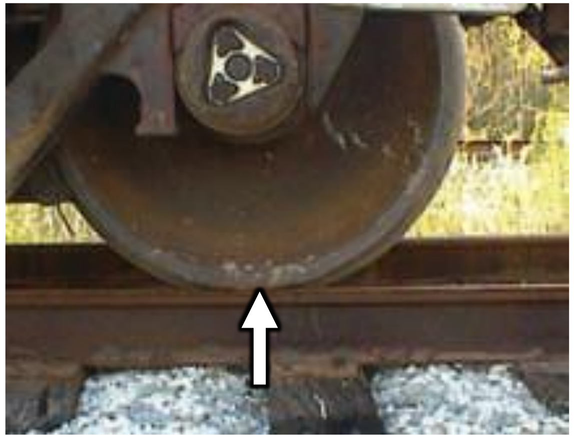
Conceitos Fundamentais – Quantidades Básicas

- *Comprimento* (L, m, mm): usado para localizar a posição de um ponto no espaço e descrever o tamanho de um sistema físico;
- *Tempo* (T, s, h): é concebido como uma sucessão de eventos;
- *Massa* (M, kg): medida da quantidade de matéria usada para comparar a ação de um corpo com a de outro;
- *Força* (F, N, kN): pode ser considerada como um “empurrão” ou “puxão” exercido por um corpo sobre outro e é completamente caracterizada pela sua intensidade, direção e ponto de aplicação.

Conceitos Fundamentais – Idealizações

- *Partícula*: possui massa, mas seu tamanho pode ser desprezado;
- *Corpo rígido*: é a combinação de um grande número de partículas que permanecem a uma distância fixa umas das outras, tanto antes como depois da aplicação de uma carga.
  - O modelo de corpo rígido é importante, pois as propriedades de qualquer corpo assumido como rígido não precisam ser consideradas quando se estudam os efeitos das forças atuando sobreo corpo.
- *Força concentrada*: representa o efeito de uma carga agindo supostamente em um ponto do corpo (quando a área sobre a qual a força é aplicada é pequena).

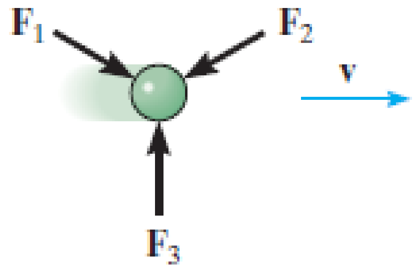
As forças agindo no anel se encontram num ponto, então para qualquer análise de força, o anel pode ser representado como uma partícula.



A roda do trem pode ser considerada rígida, já que se deforma muito pouco ao ser carregada. A força de contato entre a roda e o trilho pode ser considerada uma força concentrada.

Leis de Newton

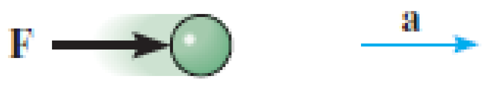
- Primeira lei: uma partícula originalmente em repouso ou movendo-se em linha reta, com velocidade constante, tende a permanecer nesse estado, desde que não seja submetida a uma força em desequilíbrio.



Equilibrium

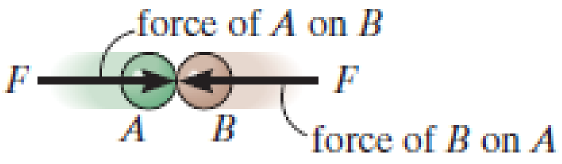
- Segunda lei: uma partícula sob a ação de uma força em desequilíbrio F sofre uma aceleração a que possui mesma direção da força e intensidade diretamente proporcional à força.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$



Accelerated motion

- Terceira lei: as forças mútuas de ação e reação entre as duas partículas são iguais, opostas e colineares.



Action – reaction

Grandezas Escalares e Vetoriais

- **Escalar**: quantidade física positiva ou negativa que pode ser completamente especificada por sua *intensidade* (exemplos: comprimento, massa e tempo).
- **Vetor**: quantidade física que requer uma *intensidade* e *direção* para sua completa descrição (exemplos: força, posição e momento).
  - Pode ser representado pela multiplicação de seu módulo A por um vetor unitário $\hat{n}$.

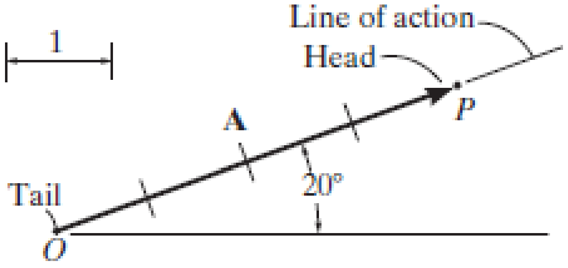
$$\vec{A} = \boldsymbol{A} = A\hat{n} = A\boldsymbol{n}$$

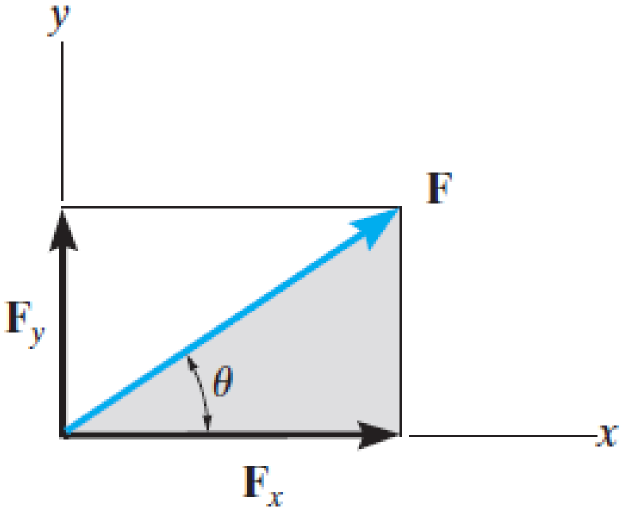
$$\boldsymbol{n} = \frac{\overrightarrow{OP}}{\left\|\overrightarrow{OP}\right\|}$$

  - As componentes retangulares da força $\boldsymbol{F}$ são:

$$\boldsymbol{F} = F_x\boldsymbol{i} + F_y\boldsymbol{j}$$

$$F_x = F\cos\theta\,, \quad F_y = F\sin\theta$$





Forças resultantes

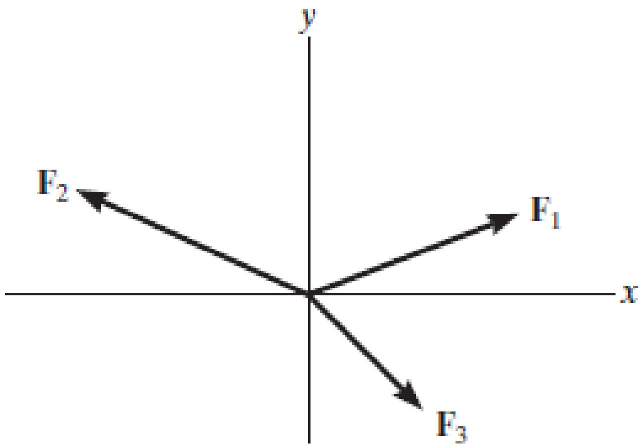
- A resultante de várias forças coplanares é a soma vetorial:

$$\boldsymbol{F}_R = \sum_i \boldsymbol{F}_i$$

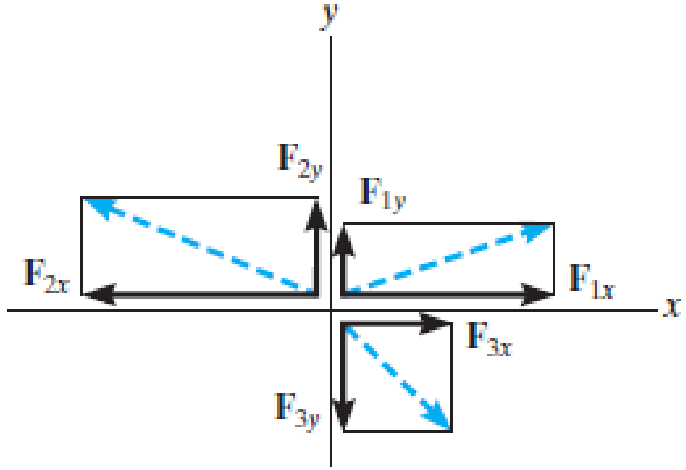
- As componentes da força resultante também podem ser obtidas pela soma algébrica das componentes das forças:

$$(F_R)_x = \sum_i (F_i)_x$$

$$(F_R)_y = \sum_i (F_i)_y$$



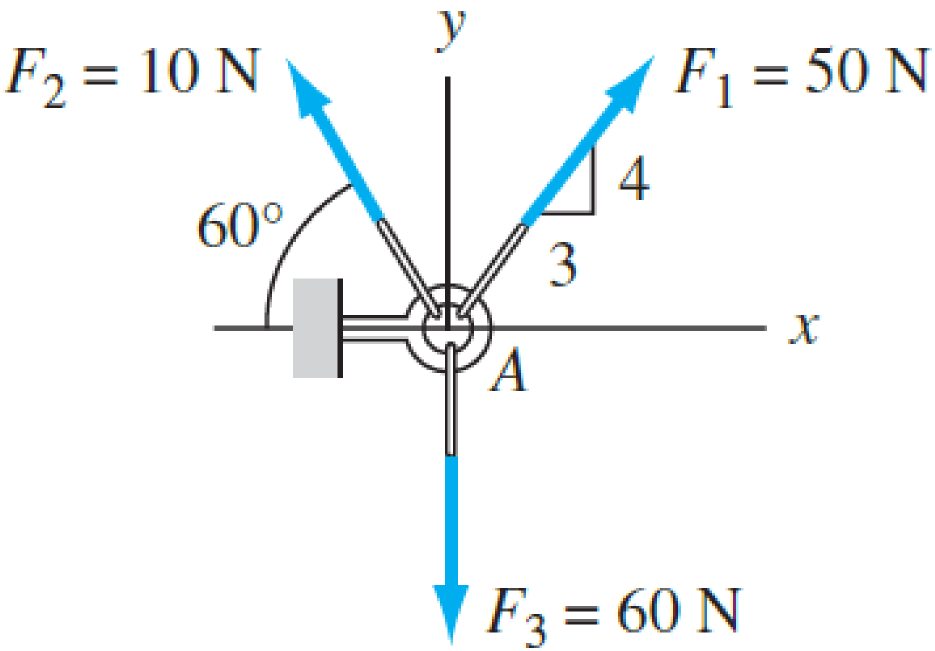
(a)



(b)

Exercício 01

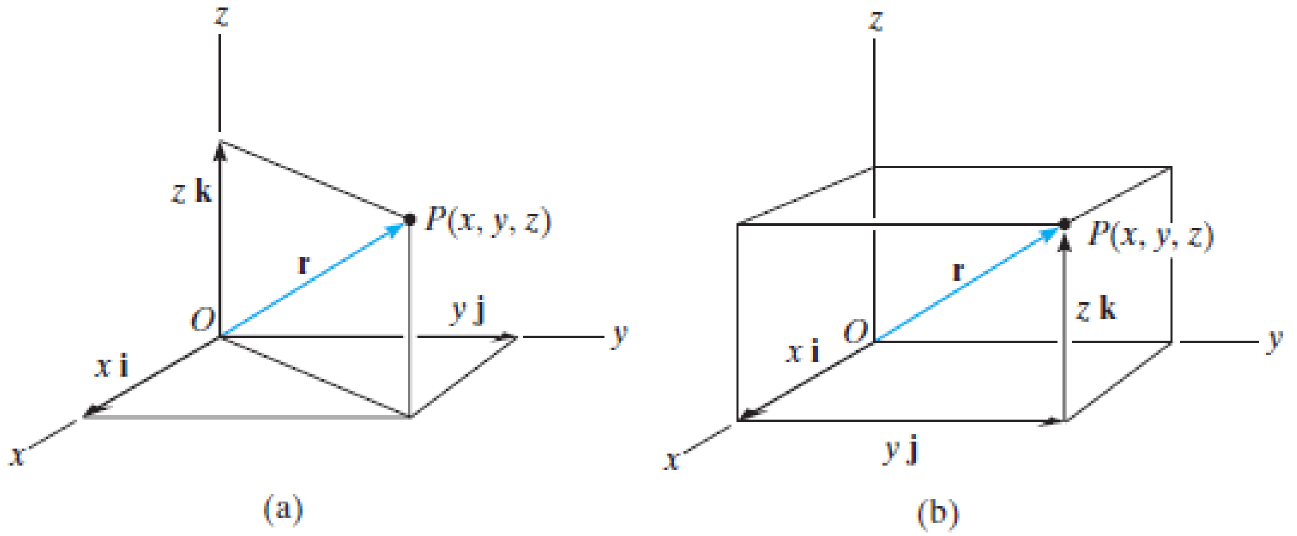
- Determine a resultante das três forças agindo no parafuso mostrado na figura.



Vetor posição

- O vetor posição é um vetor fixo que posiciona um ponto no espaço em relação a outro.
- Se $\boldsymbol{r}$ estende-se da origem O até o ponto P, o vetor posição $\boldsymbol{r}$ pode ser expresso como:

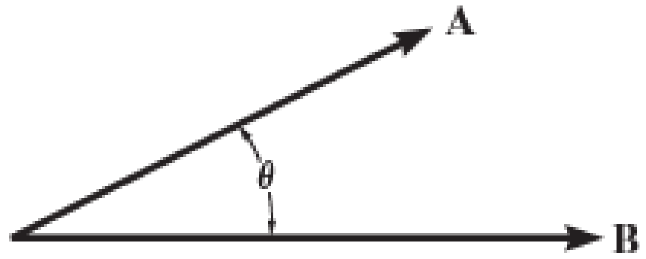
$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$



Operações com vetores

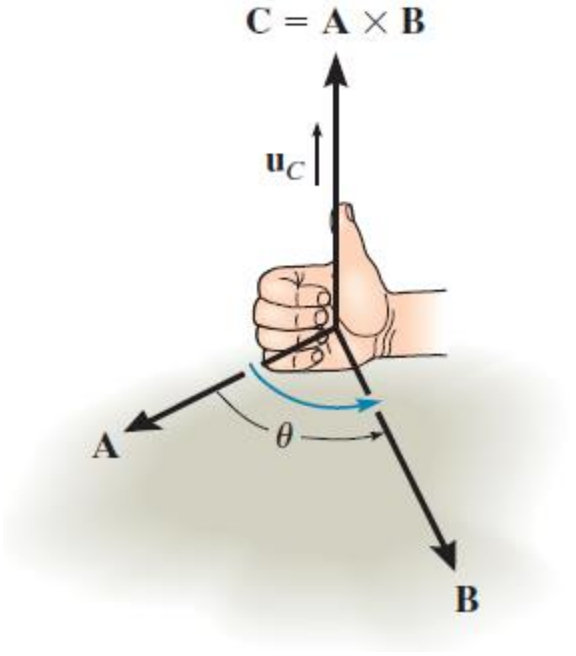
- Produto escalar:

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = AB\cos\theta$$
$$= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

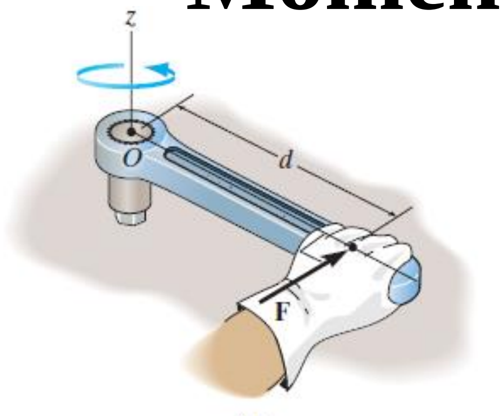


- Produto vetorial:

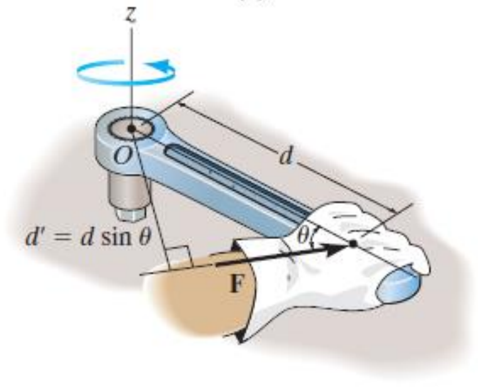
$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = (AB\sin\theta)\boldsymbol{u}_C$$
$$= \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$



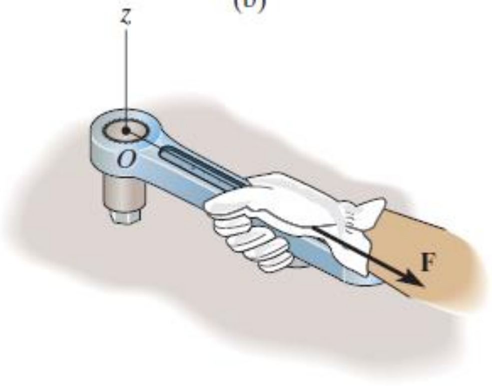
Momento de uma força



(a)



(b)

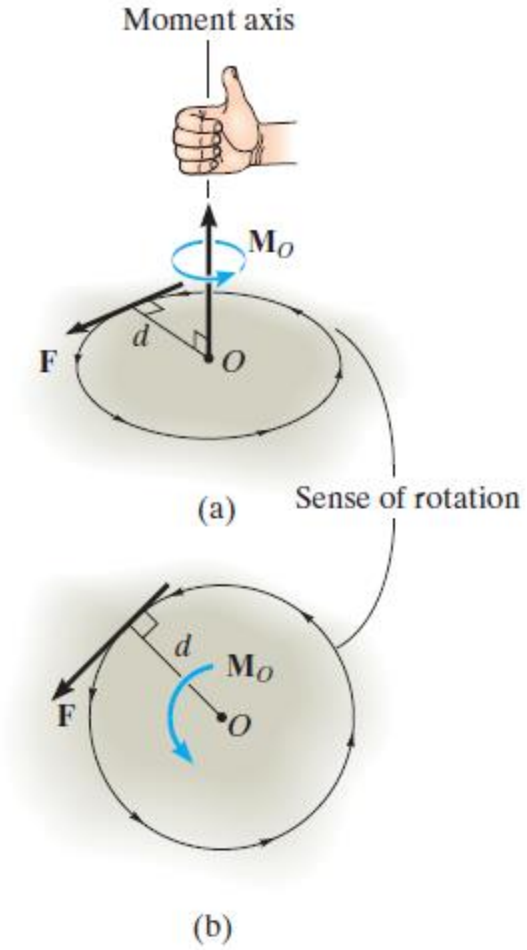


- Uma força aplicada a um corpo produz uma tendência de rotação do corpo em torno de um ponto que não está na linha de ação da força.
- Essa tendência é denominada *momento*.

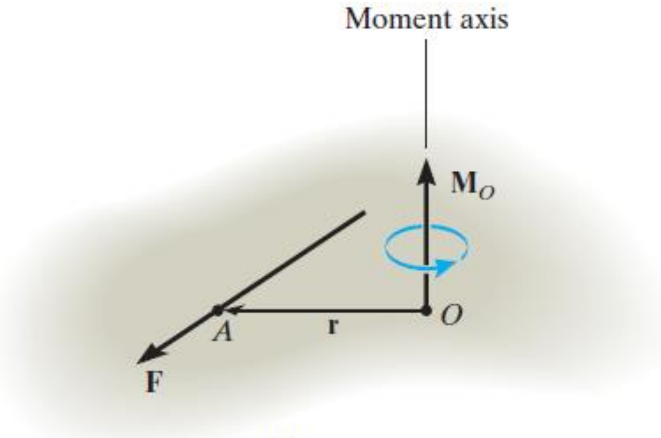
- A intensidade do momento é diretamente proporcional à intensidade de $\boldsymbol{F}$ e à distância *perpendicular* d:

$$M_O = Fd$$

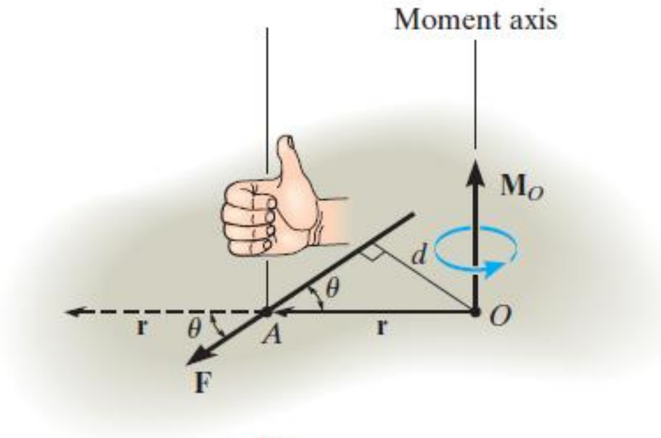
- A direção de M_O é definida pelo seu eixo de momento, perpendicular ao plano que contém a força $\boldsymbol{F}$ e seu braço de momento d.



Momento – Formulação Vetorial



(a)



(b)

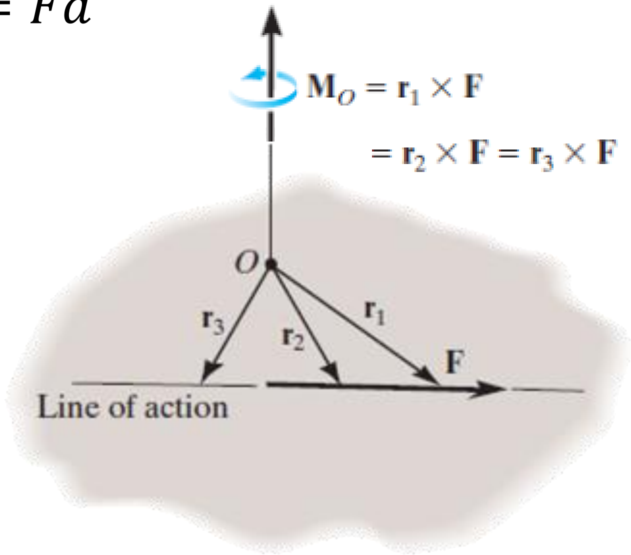
- O momento de uma força $\boldsymbol{F}$ em relação a um eixo passando por um ponto O e perpendicular ao plano que contém O e $\boldsymbol{F}$ é:

$$\boldsymbol{M}_O = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

- O vetor $\boldsymbol{r}$ representa o vetor posição de O até *qualquer* ponto sobre a linha de ação de $\boldsymbol{F}$.
- Magnitude do momento:

$$M_O = rF \sin\theta = F(r \sin\theta) = Fd$$

- *Princípio da transmissibilidade*: qualquer vetor posição $\boldsymbol{r}$ medido a partir de O até qualquer ponto sobre a linha de ação da força $\boldsymbol{F}$ pode ser usado. Como $\boldsymbol{F}$ pode ser aplicado em qualquer ponto ao longo da sua linha de ação e ainda gerar o mesmo momento em torno do ponto O, $\boldsymbol{F}$ pode ser considerado um *vetor deslizante*.



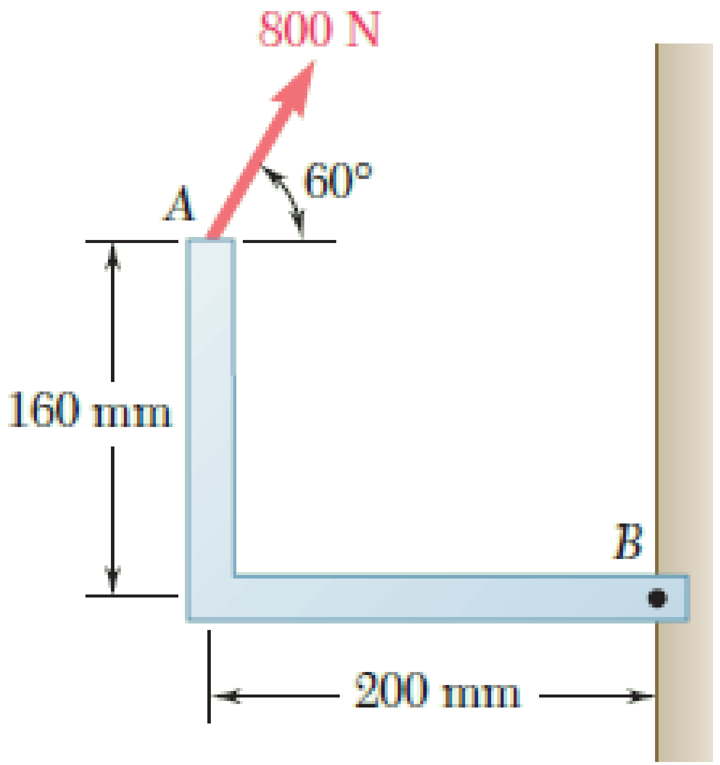
Momento de uma força

(a) Small force (b) Large force

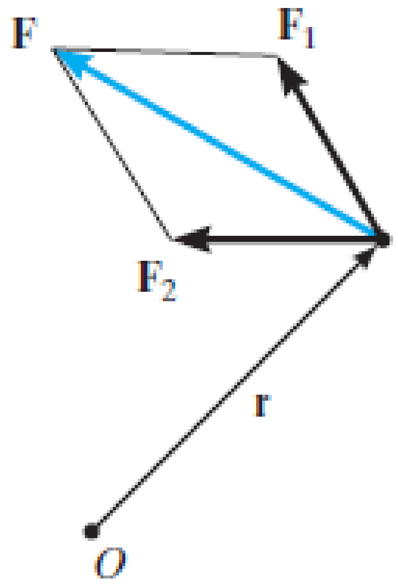
(c) Small moment arm (d) Large moment arm

Exercício 02

- A força de 800 N é aplicada ao suporte, como mostrado na figura. Determine o momento dessa força em relação ao ponto B.



Princípio dos momentos



- Teorema de Varignon:

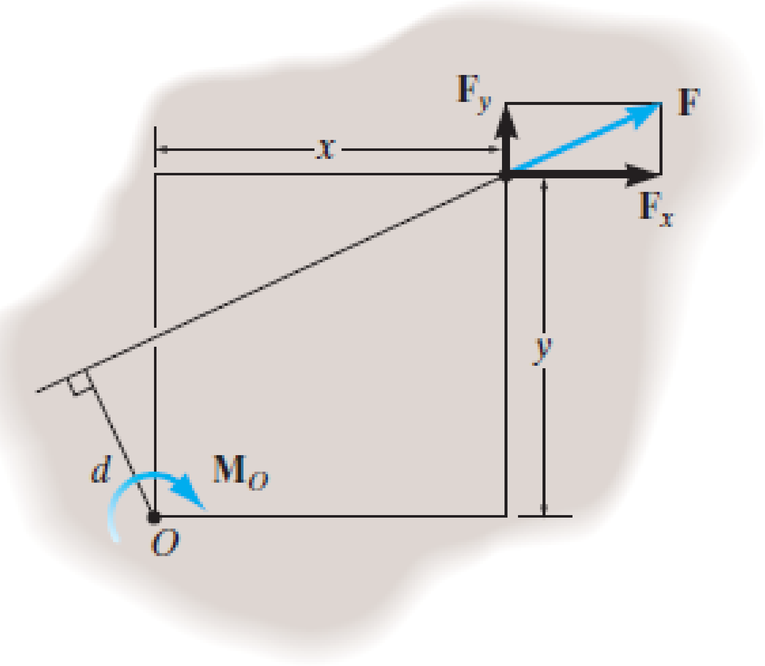
"O momento de uma força em relação a um ponto é igual à soma dos momentos dos componentes desta força em relação ao mesmo ponto."

- Se $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$, então

$$\boldsymbol{M}_O = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2) = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}_2$$

- Para problemas bidimensionais, a força pode ser decomposta em suas componentes retangulares e determinar o momento usando as componentes escalares:

$$M_O = F_x y - F_y x$$



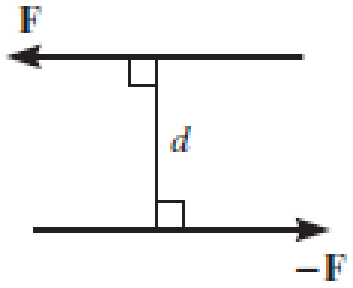
Momento de um binário

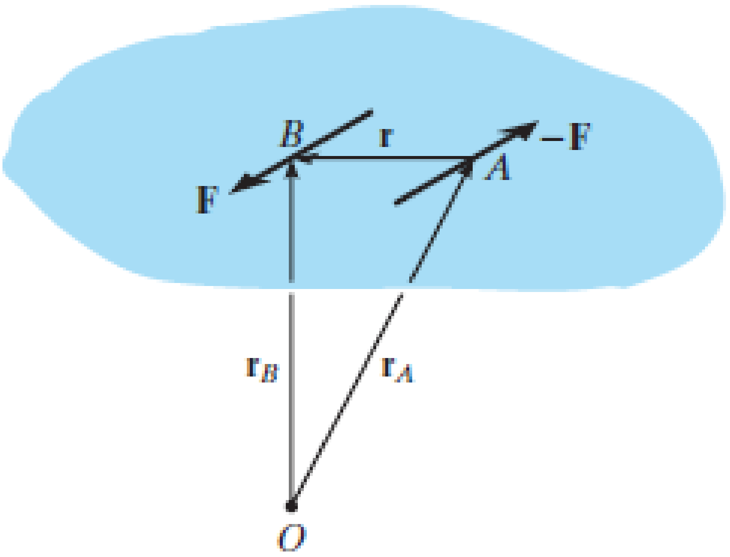
- Um binário é definido como duas forças paralelas, com a mesma intensidade, mas direções opostas, separadas por uma distância d.
- A força resultante é zero, portanto o único efeito de um binário é produzir uma rotação (ou tendência de rotação).
- O momento produzido por um binário é chamado de *momento de um binário*.

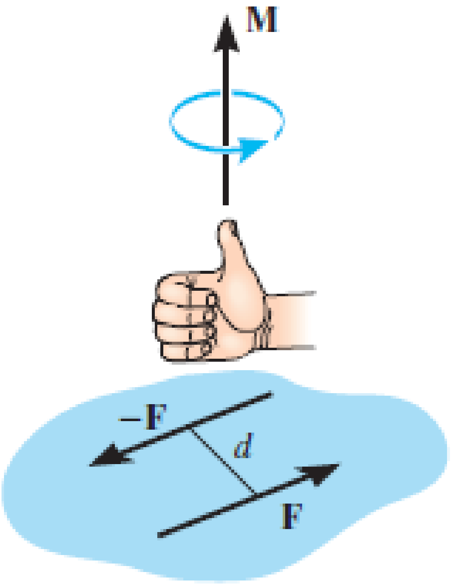
$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

- A intensidade do momento de um binário é:

$$M = Fd$$

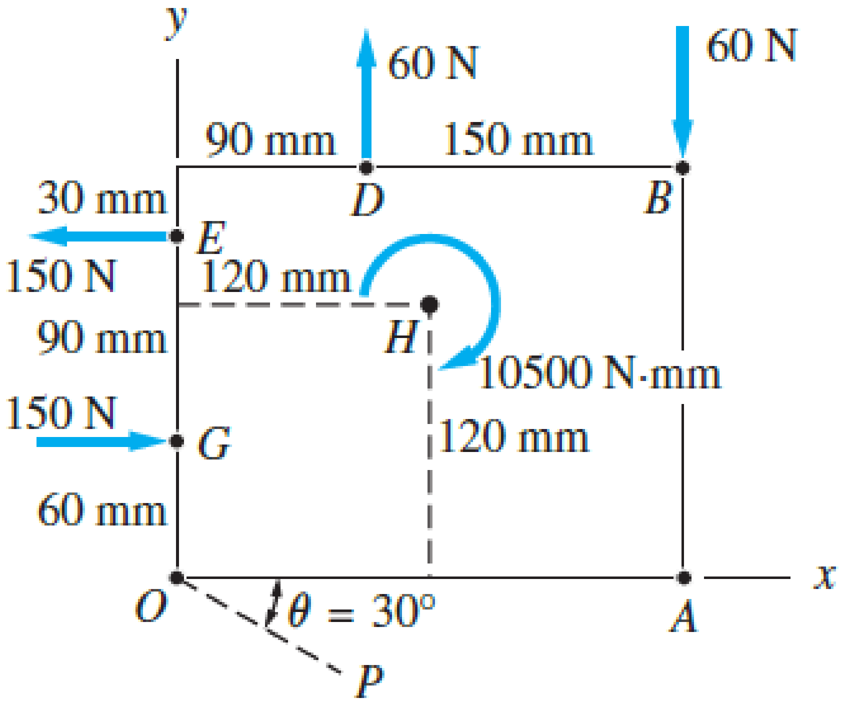






Exercício 03

- Para a placa plana mostrada na figura, substitua os três binários mostrados por um único binário equivalente.

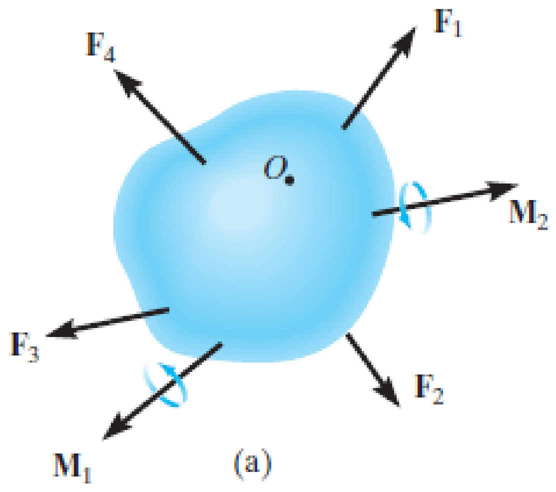


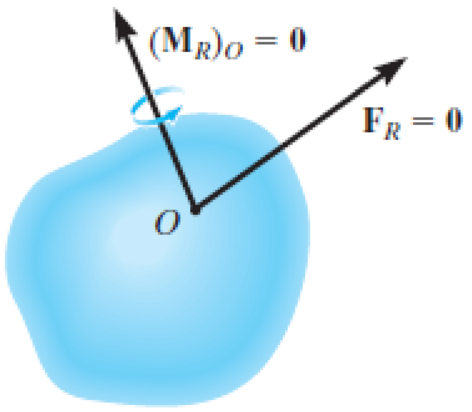
Equilíbrio de um Corpo Rígido

- Considere um corpo sujeito a um sistema externo de forças e momentos de binário (momentos livres concentrados).
- O sistema de forças e momentos de binário atuando sobre o corpo podem ser reduzidos a uma força resultante $\boldsymbol{F}_R$ e a um momento de binário resultante $(\boldsymbol{M}_R)_O$.
- As equações necessárias e suficientes para estabelecer o equilíbrio do corpo rígido são:

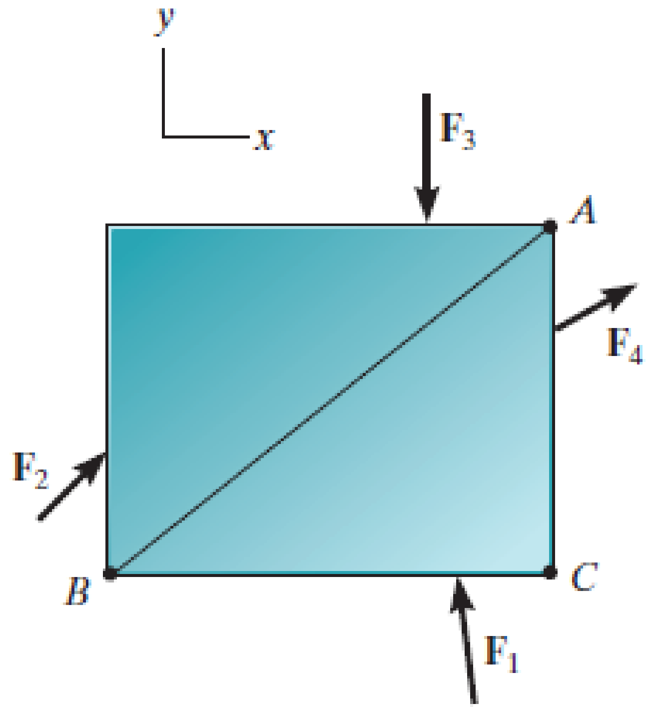
$$\boldsymbol{F}_R = \sum \boldsymbol{F} = \mathbf{0}$$

$$(\boldsymbol{M}_R)_O = \sum \boldsymbol{M}_O = \mathbf{0}$$





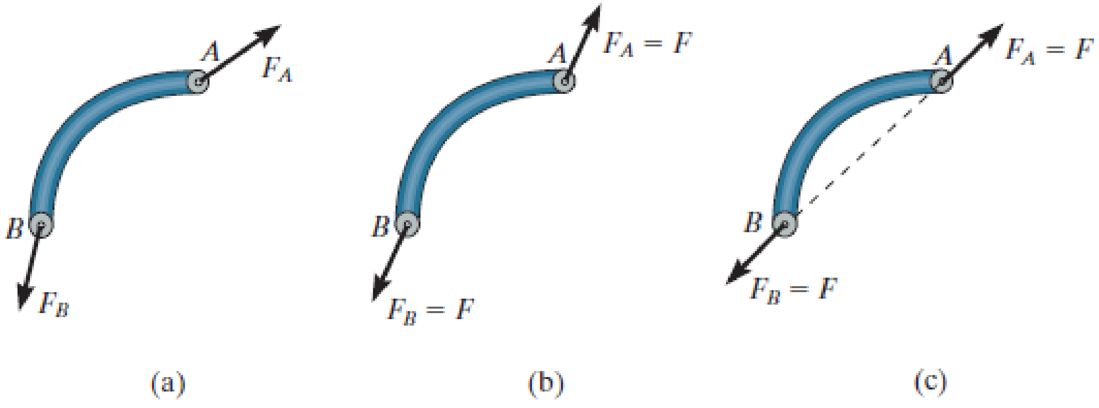
Equações de Equilíbrio



- Se um corpo está sujeito a um sistema de forças, todas situadas no plano xy, as forças podem ser decompostas em suas componentes cartesianas e as condições para o equilíbrio em duas dimensões são:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_O = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{cases}$$

- Um membro de duas forças (um corpo que possui forças aplicadas em apenas dois pontos) está em equilíbrio se, e somente se, as duas forças agindo sobre o membro *têm a mesma intensidade, agem em direções opostas e possuem a mesma linha de ação direcionada ao longo da linha que une os dois pontos por onde essas forças atuam.*



Two-force member

Diagrama de Corpo Livre (DCL)

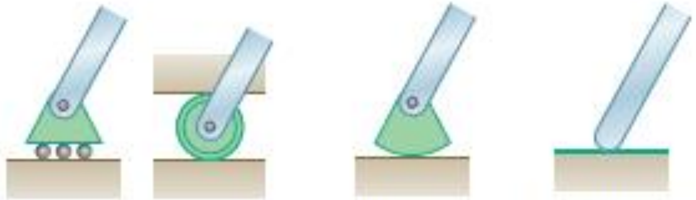
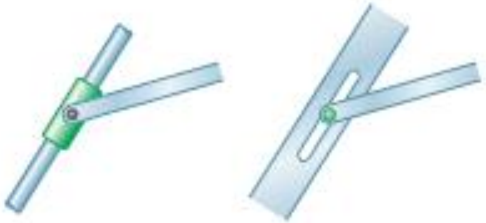
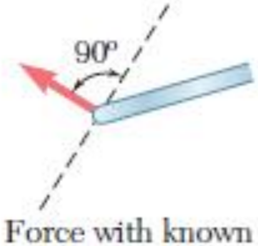
O diagrama de corpo livre é o passo mais importante na solução de problemas em mecânica.

- **Passo 1:** Escolha qual sistema deve ser isolado.
- **Passo 2:** Isole o sistema escolhido desenhando um diagrama que represente completamente seu contorno externo.
- **Passo 3:** Identifique todas as forças que atuam no sistema isolado devidas aos corpos removidos, que façam contato ou que exerçam atração, e as represente em suas posições adequadas no diagrama do sistema isolado.
- **Passo 4:** Mostre a escolha dos eixos ordenados diretamente no diagrama.

Vínculos, restrições e suas idealizações

- Graus de liberdade: número de deslocamentos generalizados, independentes entre si, necessários para descrever completamente o movimento do corpo.
- Vínculos restringem/eliminam *graus de liberdade* do sistema.
- Como regra geral:
  - Se um suporte previne a translação em uma direção, então uma força de reação é exercida no corpo naquela direção.
  - Se rotação é prevenida, um momento é exercido no corpo.
- Um corpo é suportado de tal forma que o movimento de alguns pontos desse corpo é restrito.
- Diz-se que, nesses pontos, existe uma *restrição*.
- As forças que provêm essas restrições são chamadas de *reações*:
  - Uma reação num ponto é *a força necessária para satisfazer uma dada restrição correspondente* (isto é, para prevenir um movimento prescrito) *de um corpo ou estrutura num ponto*.

Reações de suportes e conexões

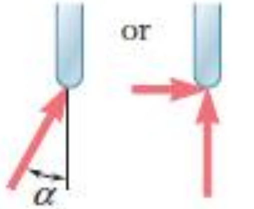
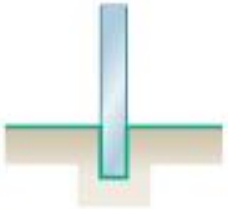
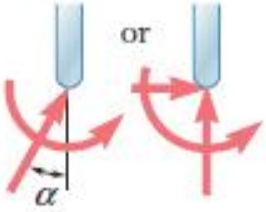
Support or Connection	Reaction	Number of Unknowns
 Rollers Rocker Frictionless surface	 Force with known line of action perpendicular to surface	1
 Short cable Short link	 Force with known line of action along cable or link	1
 Collar on frictionless rod Frictionless pin in slot	 Force with known line of action perpendicular to rod or slot	1

This rocker bearing supports the weight of a bridge. The convex surface of the rocker allows the bridge to move slightly horizontally.

Links are often used to support suspended spans of highway bridges.

Force applied to the slider exerts a normal force on the rod, causing the window to open.

Reações de suportes e conexões

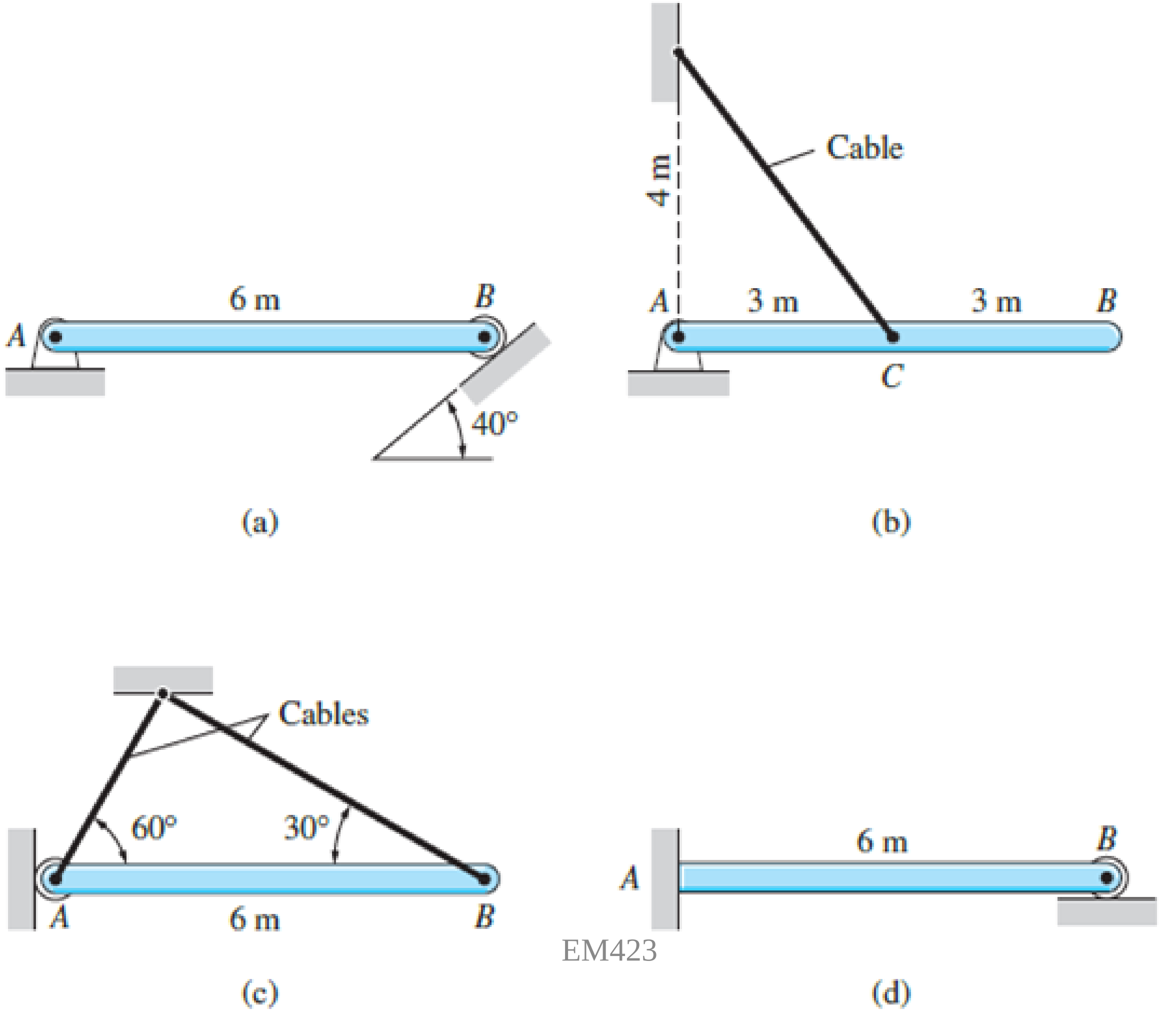
 Frictionless pin or hinge; Rough surface	 Force of unknown direction	2
 Fixed support	 Force and couple	3

Pin supports are common on bridges and overpasses.

This cantilever support is fixed at one end and extends out into space at the other end.

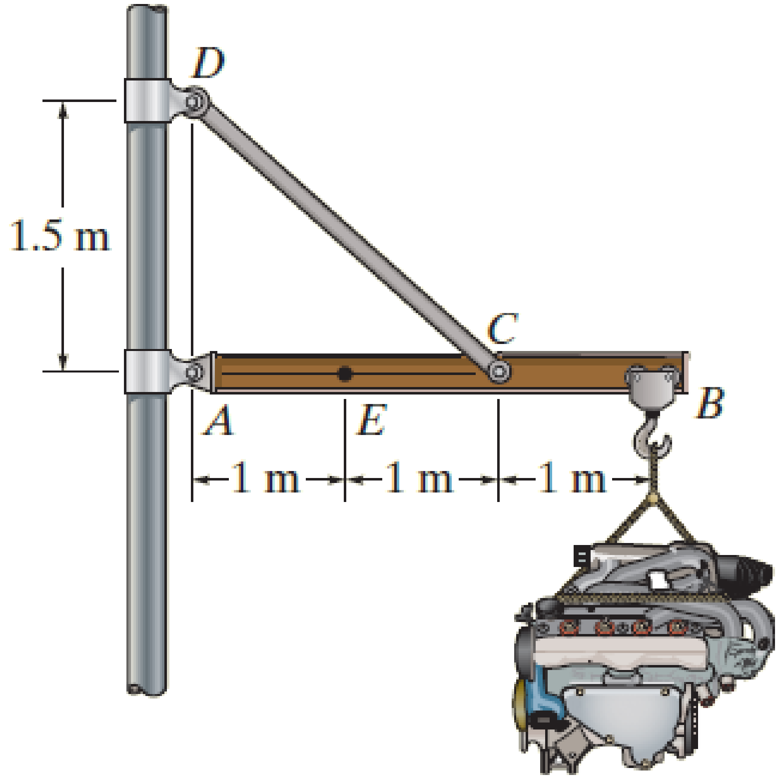
Exercício 04

- A barra homogênea AB pesa 2000 N. Para cada um dos suportes mostrados, faça um Diagrama de Corpo Livre do sistema e identifique o número de incógnitas.



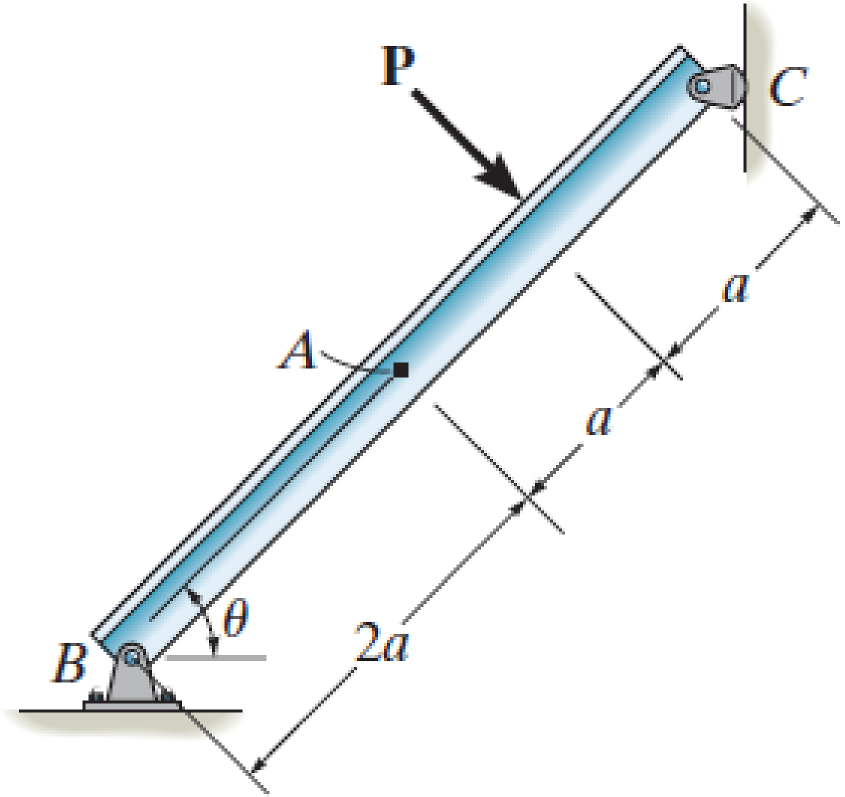
Exercício 05

- O motor de 500 kg é suspenso pelo guindaste mostrado na figura. Determine a força de reação em A e a força interna agindo no elemento CD do guindaste.



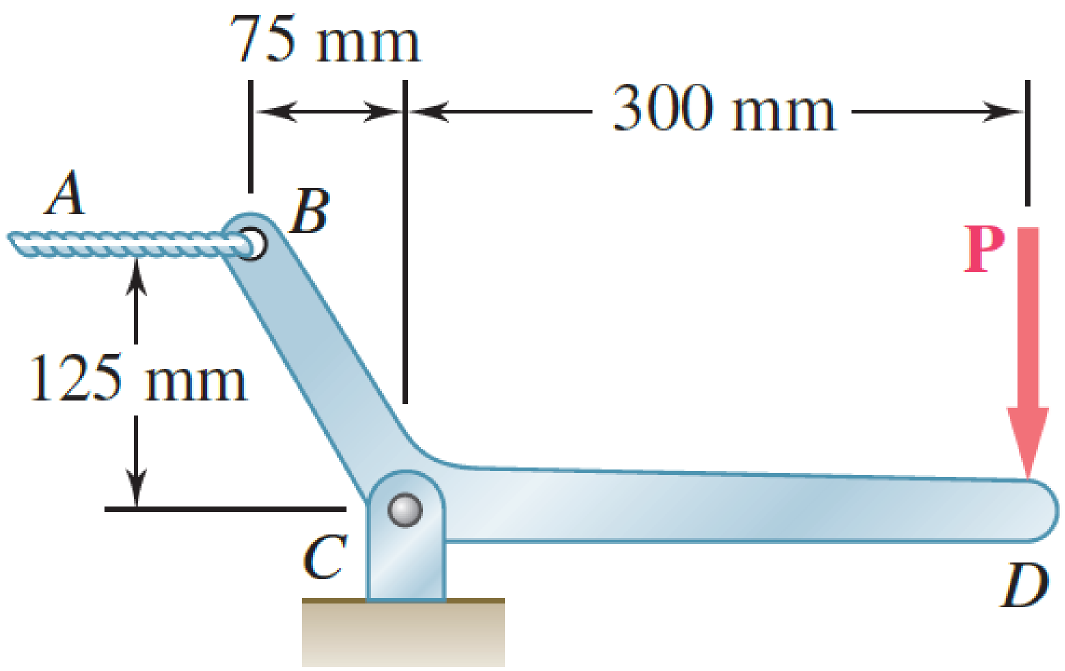
Exercício 06

- Determine as reações nos apoios B (apoio por pino) e C (apoio deslizante).



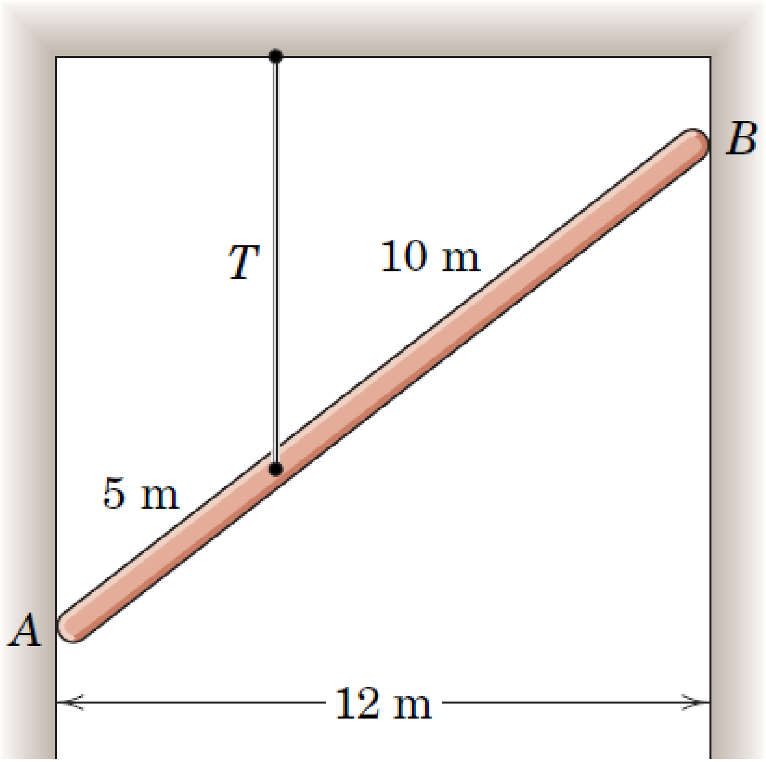
Exercício 07

- Determine a força trativa no cabo AB e a força de reação resultante no apoio em C e sua direção, se $P = 500$ N.



Exercício 08

- A barra uniforme de 15 m tem massa 150 kg e está apoiada em suas extremidades lisas contra as paredes verticais e sustentada pela força trativa T do cabo vertical. Determine as reações em A e B.



Resumo Aula 01

- Corpos rígidos são idealizações de sistemas reais que não consideram a deformação dos corpos reais.
- A Estática estuda o equilíbrio do corpo rígido.
- As equações de equilíbrio de um corpo estabelecem que, para que um corpo rígido esteja em equilíbrio, a força externa resultante e o momento de um binário externo resultante sejam nulos.
- Para sistemas bidimensionais, o equilíbrio de forças e momentos podem ser equacionados algebricamente (somatório de forças nas duas direções cartesianas igual à zero e somatório de momentos das forças em torno de algum ponto do corpo igual à zero).
- O Diagrama de Corpo Livre é a ferramenta utilizada para representar todas as forças agindo no corpo e, a partir dele, podemos determinar as reações do sistema que estabelecem o equilíbrio do mesmo.

Bibliografia sugerida

- HIBBELER, R. C. **Estática: mecânica para engenharia**. 12. ed. Pearson. E-BOOK. (532 p.). ISBN 9788576058151. Disponível em: https://middleware-bv.am4.com.br/SSO/uecamp/9788576058151.
- MERIAM, J. L. **Mecânica para engenharia**: estática. Coautoria de L. G. Kraige. 6. ed. Rio de Janeiro, RJ: Livros Técnicos e Científicos, 2009. 2 v., il. ISBN 9788521617181 (broch.).
- JOHNSTON JR, E. Russell; MAZUREK, David F. (co-autor). **Mecânica vetorial para engenheiros, v. 1**: estática, com unidades no sistema internacional. 11. ed. Porto Alegre: AMGH, 2019. E-BOOK. (1 recurso online). ISBN 9788580556209. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788580556209.