PEDRO SADER AZEVEDO RA: 243245

Pedro Sader Azevedo

CORRIGIR A QUESTÃO 3

(1.) A BASE DA INDUÇÃO FOI $n=0$, ENTÃO ASSUMIMOS A HIPÓTESE DE INDUÇÃO $H(K)$ PARA $K \in \mathbb{N}$, $0 \leq K \leq n$, OU SEJA, $\boxed{n \geq 0}$

NO ENTANTO, NO PASSO DE INDUÇÃO, A HIPÓTESE DE INDUÇÃO FOI APLICADA A 2^{n-1}, ISTO É, QUANDO $K = n-1$

COMO $n \geq 0$ TEMOS $n-1 \geq -1 \equiv n-1 \geq 0 \vee -1 \leq n-1 < 0$
ISSO SIGNIFICA QUE $n-1$ NÃO NECESSARIAMENTE ESTÁ NO INTERVALO $[0, n]$ PARA O QUAL ASSUMIMOS A HIPÓTESE DE INDUÇÃO COMO VÁLIDA ENTÃO NÃO PODEMOS USAR $H(K)$ PARA $K = n-1$

(2.) PRINCÍPIO DA BOA ORDENAÇÃO: TODO CONJUNTO NÃO VAZIO DE NÚMEROS NATURAIS TEM UM MENOR ELEMENTO

$P(K) \equiv (\forall K \in \mathbb{N},\ \{0,1,2,\dots,K\} \in \mathbb{C} \rightarrow K+1 \in \mathbb{C}) \rightarrow \mathbb{C} = \mathbb{N}$

VAMOS ABREVIAR $(\forall K \in \mathbb{N},\ \{0,1,2,\dots,K\} \in \mathbb{C} \rightarrow K+1 \in \mathbb{C})$ COMO $I(K)$

CASO 1. $I(K) \equiv F$

ENTÃO $P(K) \equiv T$, POR VACUOSIDADE

CASO 2. $I(K) \equiv T$

PROVA POR CONTRADIÇÃO

ASSUMA, PARA FINS DE CONTRADIÇÃO, QUE EXISTE UM CONJUNTO NÃO VAZIO $\mathbb{D}$ DE NÚMEROS NATURAIS n TAL QUE:

$$\mathbb{D} = \{ n \mid n \notin \mathbb{C} \}$$

PELO PRINCÍPIO DA BOA ORDENÇÃO, $\mathbb{D}$ TEM UM MENOR ELEMENTO m

COMO $0 \in \mathbb{C}$ SABEMOS QUE $m \geq 1$, ENTÃO $m-1 \geq 0$ E $m-1 \in \mathbb{N}$. CONSIDERANDO QUE m É O MENOR ELEMENTO DE $\mathbb{D}$, TEMOS QUE $m-1 \notin \mathbb{D}$ ENTÃO $m-1 \in \mathbb{C}$

USANDO $I(K)$ E ESCOLHENDO $K = m-1$ TEMOS QUE $(m-1)+1 \in \mathbb{C}$ OU SEJA $m \in \mathbb{C}$. CHEGAMOS A UMA CONTRADIÇÃO POIS

$$\mathbb{D} \cap \mathbb{C} = \emptyset \quad \text{E} \quad m \in \mathbb{C} \quad \text{E} \quad m \in \mathbb{D}$$

ENTÃO ESTÁ PROVADA $P(K)$ ■

(3.) SEJA $P(n)$ A PROPOSIÇÃO DE QUE POLÍGONOS CONVEXOS COM n VÉRTICES TEM A SOMA S DE SEUS ÂNGULOS INTERNOS DADA POR $S = (n-2)\,180°$

PROVA POR INDUÇÃO FORTE

BASE: $n = 3$ (O POLÍGONO CONVEXO COM MENOS VÉRTICES É O TRIÂNGULO)

$$S = (3-2)\,180° = 1 \cdot 180° = 180°$$

DE FATO, A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO É $180°$

HIPÓTESE DE INDUÇÃO FORTE: $P(K)$, PARA $3 \leq K \leq n$

PASSO DE INDUÇÃO: QUEREMOS PROVAR $P(n+1)$, COM $n+1 \geq 4$

COMO O NÚMERO DE VÉRTICES DO POLÍGONO É AO MENOS 4, É CERTO QUE ELE TEM AO MENOS UMA DIAGONAL. QUANDO TRAÇAMOS UMA DIAGONAL, SEPARAMOS O POLÍGONO ORIGINAL EM DOIS NOVOS POLÍGONOS COM $l+1$ VÉRTICES E $n-l+1$ VÉRTICES PARA $2 \leq l \leq n-2$

COMO $3 \leq l+1 \leq n-2$ E $3 \leq n-l+2 \leq n-2$ TEMOS, PELA HIPÓTESE DE INDUÇÃO, $S_1 = (l+1-2)\,180°$ E $S_2 = (n-l+2-2)\,180°$

ENTÃO A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DO POLÍGONO ORIGAL É:

$$S = S_1 + S_2 = (l+1-2)\,180° + (n-l+2-2)\,180° = ((n+1)-2)\,180°$$

■