

1 Como dois dos três pontos dados têm $x=3$, convém definir nosso polinômio $p(x)$ em base $(x-3)$, assim:

$$p(x) = \alpha (x-3)^2 + \beta (x-3) + \gamma$$

Para derivar esse polinômio e obter $p'(x)$ sem precisar fazer a distributiva dos termos, vamos usar uma troca de variáveis e a regra da cadeia:

$$y = x - 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 1$$

$$p(y) = \alpha y^2 + \beta y + \gamma \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dx} p(x) = \frac{dy}{dx} \frac{d}{dy} p(y) = 2\alpha y + \beta \\ = 2\alpha(x-3) + \beta$$

Portanto, temos que resolver o seguinte sistema

$$\begin{cases} p(2) = -1 \\ p(3) = 1 \\ p'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha(2-3)^2 + \beta(2-3) + \gamma = -1 \\ \gamma = 1 \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = 0 \\ \gamma = 1 \end{cases}$$

Então $p(x) = -2(x-3)^2 + 1$

2 Resolvido em Julia, na próxima página 😊