15 Parametrização de Superfícies

1. Seja S a superfície com equação (em coordenadas cartesianas)

$$S\colon\ -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Determinar equações paramétricas para a superfície S.

Resposta:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x' & = & \sinh(t)\cos(s) \\ y' & = & \cosh(t) \\ z' & = & \sinh(t)\sin(s) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcl} x' & = & \sinh(t)\cos(s) \\ y' & = & -\cosh(t) \\ z' & = & \sinh(t)\sin(s) \end{array}\right.$$

para $t \in [0,\infty)$ e $s \in [0,2\pi)$.

2. (a) Determine a equação da superfície cilíndrica com curva diretriz

$$\mathcal{C}=\left\{\begin{array}{cl} x^2-y^2 & =1 \\ z & =0 \end{array}\right.$$

e vetor paralelo as retas geratrizes $W=(0,2,-1)$.

(b) Dada a equação da curva diretriz

$$\mathcal{C}=\left\{\begin{array}{cl} y-x^2 & =0 \\ z & =2 \end{array}\right.$$

determine a equação da superfície cônica que tem vértice na origem $O=(0,0,0)$

(c) Mostre que a equação $x^2+y^2-z^3=0$ representa uma superfície de revolução e ache uma parametrização dela.

Resposta:

a) $x^2-(y+2z)^2=1$.

b) $x^2+y^2=z^3$. Superfície de revolução.

c)

$$\left\{\begin{array}{rc} x= & r\cos(\theta) \\ y= & r\sin(\theta) \\ z= & r^{2/3} \end{array}\right. \qquad r\in[0,\infty),\ \theta\in[0,2\pi)$$