

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Física "Gleb Wataghin"

Planejamento Experimental 3

Ondas sonoras

Gabriel Humberto Dias Coelho, 234864
Pedro José Silva dos Santos, 204675
Pedro Sader Azevedo, 243245
Rodrigo Velásquez Solha, 165538
Stella Riko Uchidomari Nakamura, 193953
Yuan Shi Ki, 195766

Campinas, SP
2021

| | |
|--|----------|
| Objetivo | 3 |
| Fundamentação Teórica | 3 |
| Tubos | 3 |
| Ressonadores de Helmholtz | 4 |
| Experimentos | 5 |
| Experimento dos Tubos | 5 |
| Materiais | 5 |
| Procedimento | 5 |
| Experimento do Ressonador de Helmholtz | 10 |
| Materiais | 10 |
| Procedimento | 10 |
| Resultados Preliminares | 11 |
| Resultados do Experimento dos Tubos | 11 |
| Resultados do Experimento do Ressonador de Helmholtz | 12 |
| Dúvidas Restantes | 13 |

Objetivo

O experimento descrito neste documento tem como objetivo a determinação empírica da velocidade de propagação do som no ar (v), tirando medidas diretas de frequência (f) mas não de comprimento de onda (λ). Essa restrição torna o experimento mais desafiante e mais interessante, do ponto de vista científico, pois impede a solução trivial de obter valores para a velocidade do som aplicando diretamente a Equação Fundamental da Ondulatória.

Fundamentação Teórica

Tendo em vista o que foi exposto anteriormente, planejamos empregar propriedades da ressonância para medir a velocidade do som. Para isso, utilizaremos dois dispositivos cujas interações com as ondas sonoras são previsíveis e mensuráveis, ou seja, adequadas ao contexto de laboratório. Esses dispositivos são:

Tubos

Cilindros ocos cujo comprimento (L) é muito maior que o diâmetro (D) são chamados de tubos. Quando uma onda de comprimento pequeno ($\lambda \ll D$) atravessa um tubo, podemos aproximá-la para uma onda plana, facilitando drasticamente a modelagem da situação. Vale ressaltar que essa aproximação só é válida quando as condições acima mencionadas são cumpridas, então devemos nos esforçar ao máximo para reproduzi-las em nosso experimento.

Sabemos pelo Guia do Laboratório que as seguintes equações se aplicam a tubos aberto-aberto e aberto-fechado, respectivamente:

$$\text{Em tubos aberto-aberto: } kL = n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Em tubos aberto-fechado: } kL = \frac{1}{2}n\pi, n \in \mathbb{Z} \text{ e } n \text{ é ímpar}$$

Onde:

k : número de onda

n : modo harmônico

L : comprimento do tubo

Sabendo que $k = 2\pi/\lambda$ e que $v = \lambda f$ é trivial deduzir que a frequência do som em função do modo harmônico obedece às seguintes relações:

$$\text{Em tubos aberto-aberto: } f_{\text{harm}}(n) = \frac{vn}{2L}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Em tubos aberto-fechado: } f_{\text{harm}}(n) = \frac{vn}{4L}, n \in \mathbb{Z} \text{ e } n \text{ é ímpar}$$

Além dessas equações (específicas para movimentos harmônicos), há também equações mais genéricas que funcionam tanto para movimentos harmônicos quanto para movimentos não-harmônicos. São elas:

$$\text{Em tubos aberto-aberto: } f(n) = \frac{v}{2L}, n \in \mathbb{R}^+$$

Em tubos aberto-fechado: $f(n) = \frac{v}{4L}, n \in R^+$ e n é ímpar

Observe que as fórmulas específicas para as frequências harmônicas (f_{harm}) em um tubo relacionam a velocidade do som à frequência da onda sem depender do comprimento de onda. Isso nos leva a hipótese de que podemos utilizar medidas de frequências harmônicas para calcular a velocidade do som no ar. O procedimento que pretendemos utilizar para tal finalidade será detalhado mais adiante.

Ressoadores de Helmholtz

Recipientes que possuem um gargalo ($V_{gargalo} \ll V_{principal}$) interagem com ondas sonoras de forma muito particular. Quando uma onda se propaga no interior desse tipo de objeto, o ar se comporta como um corpo rígido, permitindo (em grande medida) a aplicação do modelo massa-mola para o estudo de ressonâncias. Por esse motivo, esses recipientes são chamados de Ressoadores de Helmholtz.

Assim como os tubos, Ressoadores de Helmholtz têm uma fórmula que relaciona frequência a velocidade do som sem depender do comprimento de onda. Essa fórmula é a seguinte

$$\omega = v \sqrt{\frac{\pi r^2}{LV_{principal}}}$$

Onde:

$V_{principal}$: volume do recipiente, excluindo o volume do gargalo

v : velocidade do som no ar

L : comprimento do gargalo

r : raio do gargalo

$\omega = 2\pi f$: frequência angular (proporcional a frequência)

Sabendo que haverá interferência construtiva nos anti-nós que se formarão na abertura do gargalo, é possível hipotetizar que podemos utilizar picos na pressão do ar medida nessa em resposta às oscilações de uma fonte de frequência variável, a que ressoa para dentro do recipiente a partir do mesmo ponto.

Obs: para prever valores para as frequências sonoras expressas nas equações acima, podemos utilizar um parâmetro de velocidade do som. Isso é uma tarefa relativamente simples na modernidade, visto que o único esforço que nos custou foi digitar algumas informações no site Wolfram Alpha. Assim obtivemos o valor $v = 340,42 \text{ m/s}$, para a altitude e a umidade relativa do local em que se encontra o membro do grupo responsável por conduzir os experimentos.

Input information:

sound speed in moist air

| | |
|----------------------|-------------------------|
| elevation | 760 meters |
| dry bulb temperature | 17 °C (degrees Celsius) |
| relative humidity | 87% |

Result:

| | |
|-------------|---|
| sound speed | 340.27 m/s (meters per second) = 761.17 mph (miles per hour) |
|-------------|---|

Experimentos

Com base nos fundamentos teóricos descritos acima, elaboramos um experimento para cada tipo de aparato. Essa sessão é portanto dedicada ao detalhamento dos materiais e procedimentos que pretendemos seguir para investigar as interações ondulatórias em tubos e em Ressonadores de Helmholtz. Vale destacar que as medidas aqui expostas têm o mero propósito de nos orientar quando chegar a hora de fazer os experimentos (ex: não confundir um cano de 20 cm com um cano de 1 m), então elas serão expressas sem suas incertezas. Sem mais delongas, vamos aos experimentos:

Experimento dos Tubos

Materiais

- Tubo de comprimento 1 m
- Tubo de comprimento 0,22 m
- Fone de ouvido com microfone
- Celular
- Fita adesiva

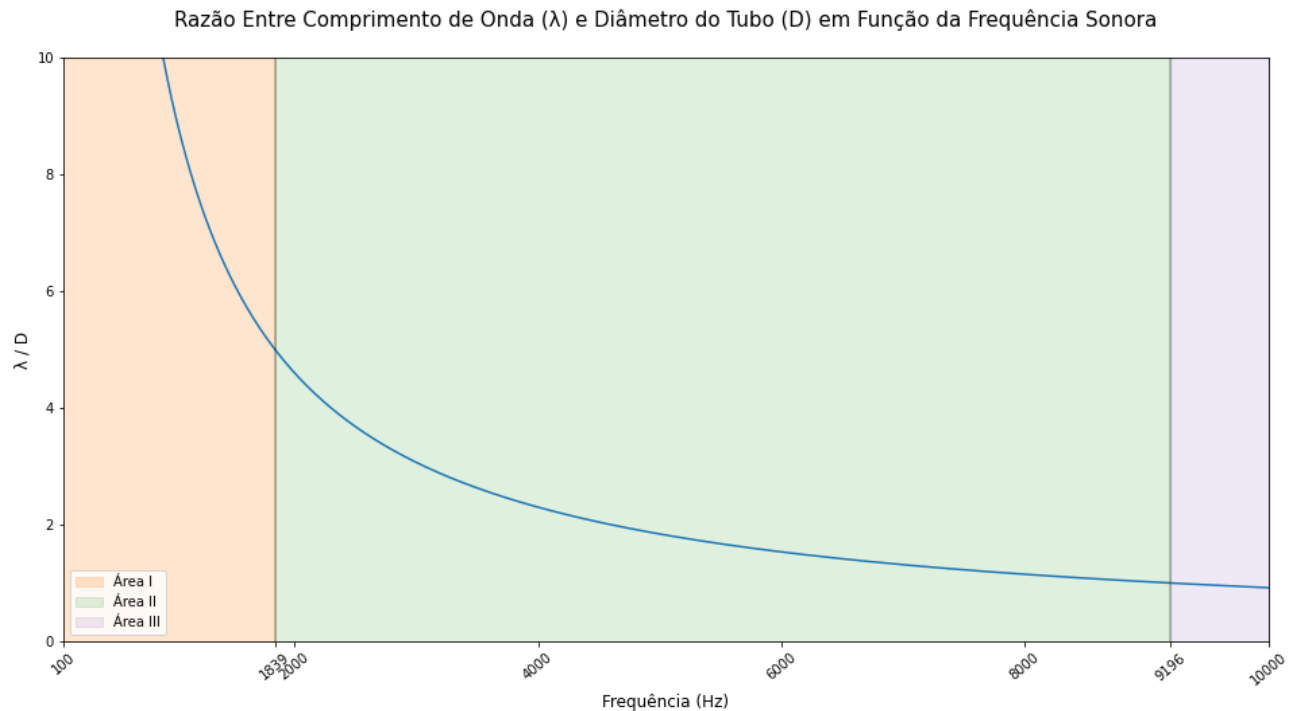
Procedimento

O primeiro passo para realização deste experimento será medir a geometria dos objetos relevantes. Para isso, será necessário mensurar o comprimento e o raio dos tubos (nunca confie nas especificações do fabricante!) e anotar as incertezas de cada medida para podermos propagá-las em nossos cálculos. Em seguida, montaremos o aparato experimental, que consiste no auto-falante e no microfone do fone de ouvido fixados com fita adesiva a uma das extremidades um de um tubo (o mesmo procedimento será repetido no outro tubo). O fone de ouvido se conectará a um celular, que utilizará o aplicativo Phyphox para atuar simultaneamente como emissor e como sensor de ondas sonoras. Para regular no Phyphox a faixa de frequências sobre a qual o auto-falante do fone oscilará, devemos levar em consideração as duas condições impostas pelas suposições que assumimos na sessão de Fundamentação Teórica:

1. O comprimento da onda deve ser menor que o diâmetro do tubo ($\lambda \ll D$)
2. Devemos passar pelo maior número de modos harmônicos que pudermos

Para a primeira condição, convém a utilização do gráfico a seguir, que divide o espectro de frequências emitidas pelo celular em três áreas:

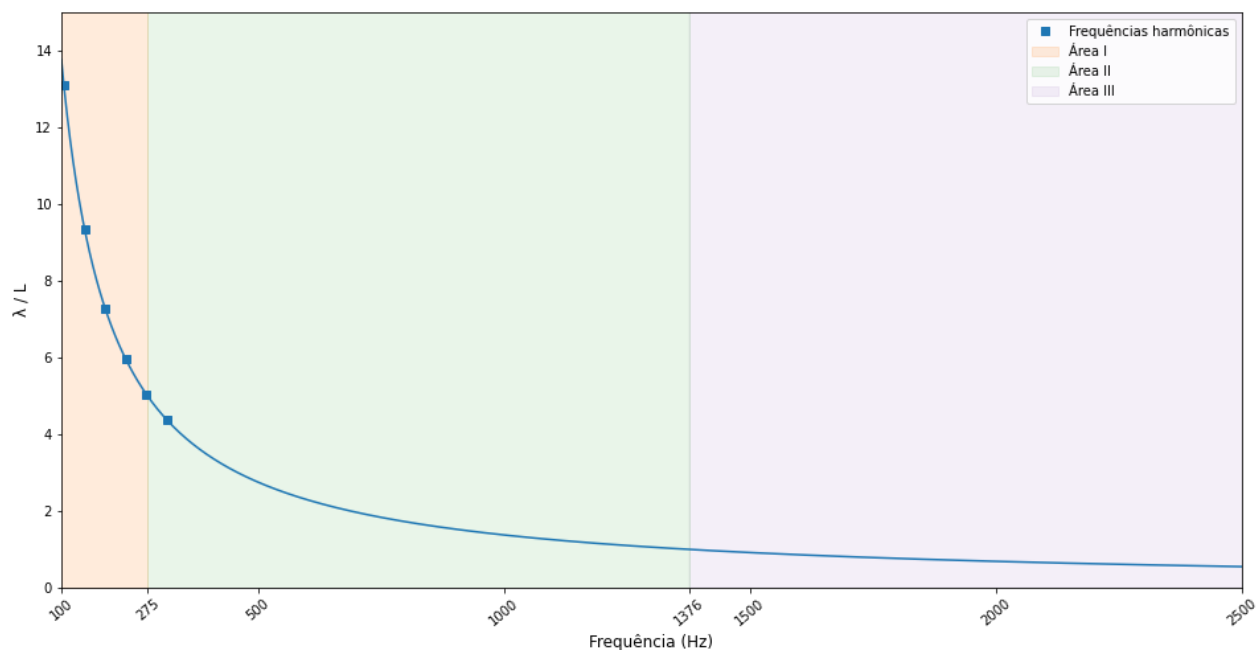
- I. $\frac{\lambda}{D} < 1$
- II. $1 \leq \frac{\lambda}{D} < 5$
- III. $\frac{\lambda}{D} \geq 5$



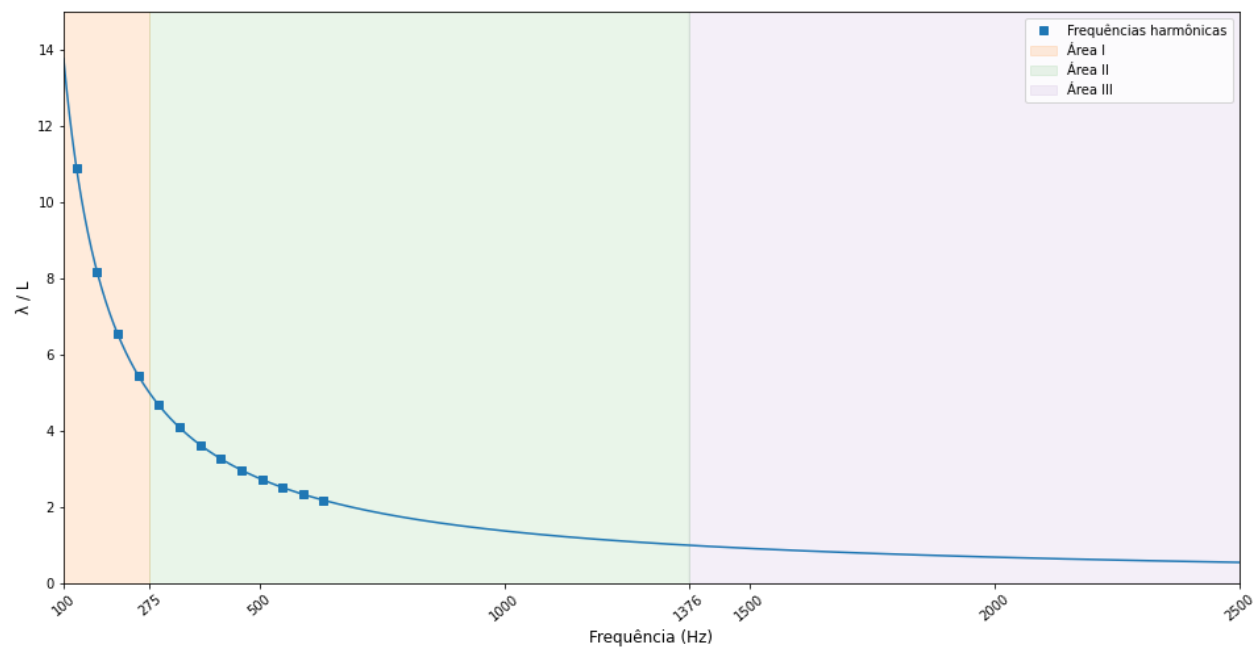
Observe que as frequências as quais cumprem a primeira condição estão abaixo de 1839 Hz, então utilizaremos um número menor que esse como limite máximo de frequência para nosso oscilador.

Quanto à segunda condição, as tabelas e gráficos abaixo deixam claro que tubos aberto-aberto são melhores que tubos aberto-fechado e que tubos grandes são melhores que tubos pequenos. A mesma divisão em três área foi utilizada nos gráficos a seguir, pois, nas regiões II e III, L e λ tem dimensões comparáveis. Isso significa que devemos tentar nos ater a valores de frequência que estejam simultaneamente dentro da região II ou III dos gráficos a seguir e dentro da região I do gráfico anterior.

Razão Entre Comprimento de Onda (λ) e Comprimento do Tubo Pequeno aberto-fechado (L) em Função da Frequência Sonora



Razão Entre Comprimento de Onda (λ) e Comprimento do Tubo Pequeno aberto-aberto (L) em Função da Frequência Sonora

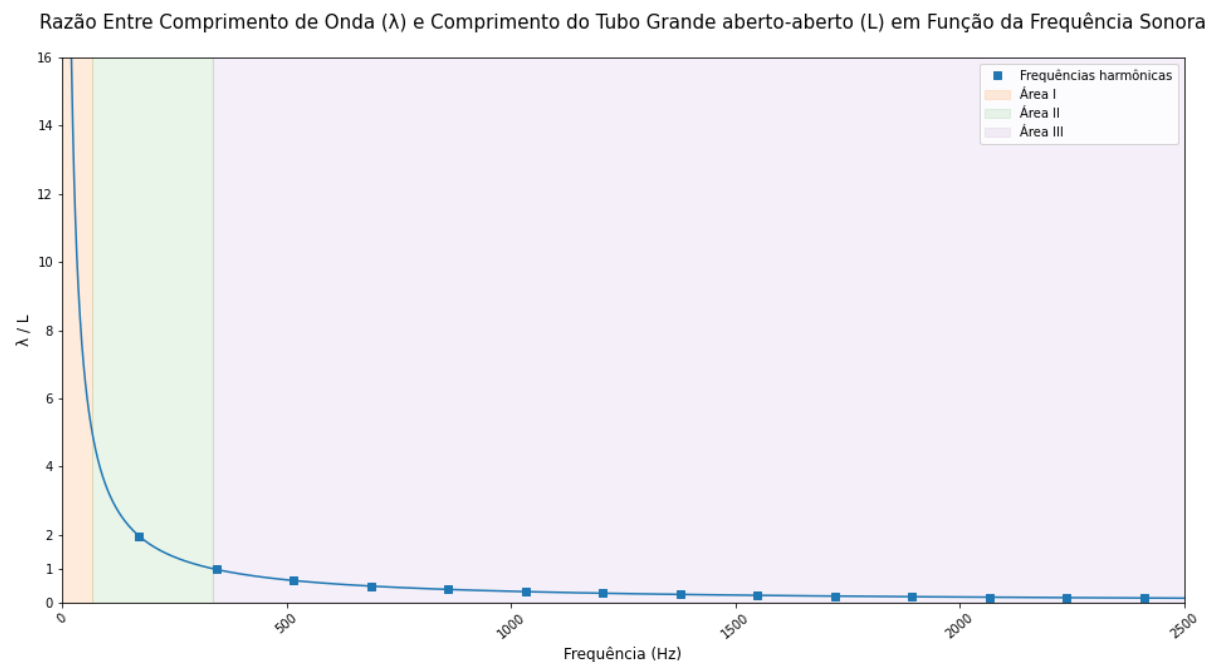


Frequências Esperadas para os Harmônicos no Tubo Pequeno

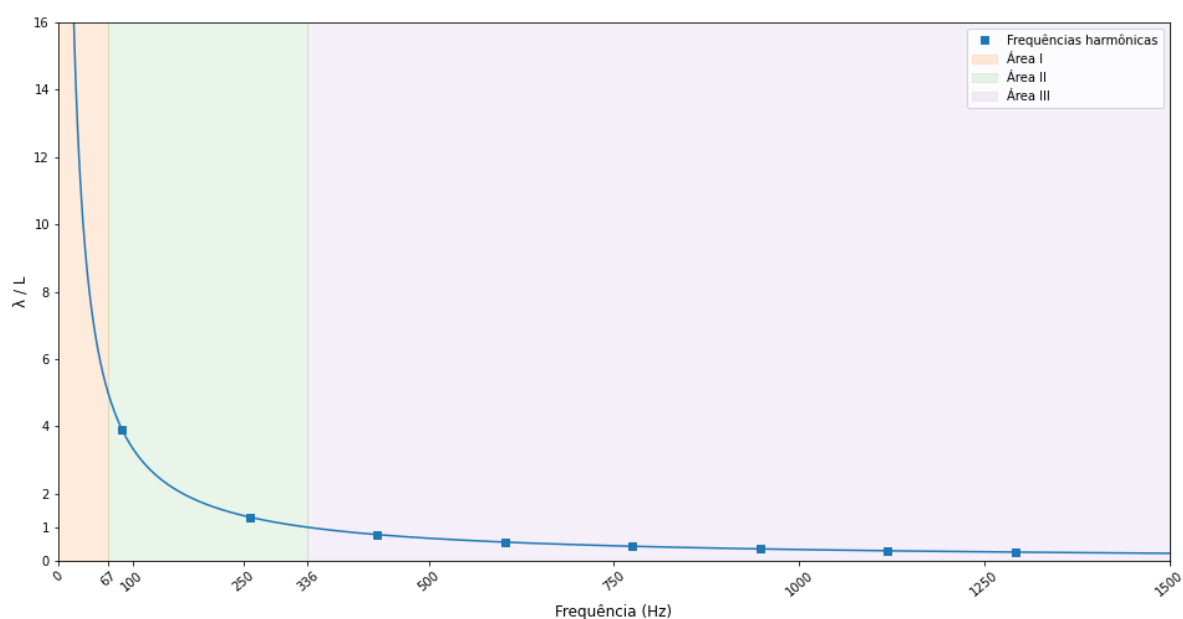
| Modo harmônico | Frequência esperada no tubo aberto-aberto (Hz) | Frequência esperada em tubo aberto-fechado (Hz) |
|----------------|--|---|
| 1 | 42 | 21 |
| 2 | 84 | n não ímpar |

| | | |
|----|-----|-------------|
| 3 | 126 | 63 |
| 4 | 168 | n não ímpar |
| 5 | 210 | 105 |
| 6 | 252 | n não ímpar |
| 7 | 294 | 147 |
| 8 | 336 | n não ímpar |
| 9 | 378 | 189 |
| 10 | 420 | n não ímpar |

Na comparação entre tubos do mesmo tamanho (no caso acima, tubos de comprimento), fica evidente que tubos abertos em suas duas extremidades são melhores para o experimento. Isso ocorre, porque o ar em tubos com uma única abertura vibra de forma harmônica somente quando n é ímpar, tornando as frequências harmônicas mais raras. Vamos a comparação com um tubo de tamanho diferente:



Razão Entre Comprimento de Onda (λ) e Comprimento do Tubo Grande aberto-fechado (L) em Função da Frequência Sonora



Frequências Esperadas para os Harmônicos no Tubo Grande

| Modo harmônico | Frequência esperada no tubo aberto-aberto (Hz) | Frequência esperada em tubo aberto-fechado (Hz) |
|----------------|--|---|
| 1 | 172 | 86 |
| 2 | 344 | n não ímpar |
| 3 | 516 | 258 |
| 4 | 688 | n não ímpar |
| 5 | 860 | 430 |
| 6 | 1033 | n não ímpar |
| 7 | 1205 | 602 |
| 8 | 1377 | n não ímpar |
| 9 | 1549 | 774 |
| 10 | 1721 | n não ímpar |

Perceba que as frequências harmônicas no tubo grande estão mais “espalhadas”, de forma que será mais fácil identificar picos nas medidas. Além disso, todas essas frequências estão abaixo de 1839 Hz, mesmo para o caso do tubo aberto, que naturalmente possui mais frequências harmônicas.

Nesse ponto do planejamento, cabe uma observação importante. Sistemas oscilatórios reais só chegam a estados estacionários (ou “harmônicos”) quando a energia dissipada pelo sistema equivale à energia acrescentada pela fonte. Por esse motivo, hipotetizamos que não conseguiremos atingir modos harmônicos de dois dígitos com o equipamento que temos disponível.

Enfim, dando sequência ao procedimento, escolheremos a faixa de frequências para nossa fonte de oscilações por meio do aplicativo Phyphox levando em conta as ideias e medidas

expostas acima. Tendo obtido as medidas de pressão do ar por frequência, traçaremos gráficos em um programa de planilhas, onde identificaremos picos. A partir disso, utilizaremos equações que relacionam velocidade do som à frequência do som em harmônicos para determinar a velocidade do som no ar.

Experimento do Ressonador de Helmholtz

Materiais

- Garrafa cujo gargalo é bem definido (ex: garrafa de vinho)
- Fone de ouvido com microfone
- Celular
- Fita adesiva

Procedimento

Assim como no experimento anterior, o primeiro passo será medir as dimensões relevantes da garrafa, isto é, comprimento e raio do gargalo, bem como volume total. O aparato experimental será também montado de forma análoga ao Experimento dos Tubos, com a fixação do auto-falante e do microfone do fone-de-ouvido à abertura do gargalo.

Sabemos, pelo Guia de Laboratório, que o ar no interior de um Ressonador de Helmholtz “pode se comportar como o ar contido em um tubo aberto em ambas as extremidades e formar ondas estacionárias quando a frequência da fonte de sinal satisfizer a condição de ressonância”. Levando em conta isso e a necessidade de aplicar uma pequena correção numérica a L (pois as ondas não são refletidas exatamente no final do tubo, como assume a fórmula que usaremos a seguir), temos o seguinte valor para a frequência teórica do harmônico fundamental no Ressonador de Helmholtz.

$$L_{\text{efetivo}} = L + 1,45r$$

$$D = 2r = 0,025m$$

$$L = 0,100m$$

$$\Rightarrow L_{\text{efetivo}} = 0,100 + 1,45 \times (0,025 \div 2) = 0,118m$$

Considerando o gargalo do Ressonador de Helmholtz como um tubo aberto-aberto:

$$v = \lambda f$$

$$L_{\text{efetivo}} = \frac{1}{2}\lambda \Rightarrow f = \frac{v}{2L_{\text{efetivo}}} = \frac{340,27}{2 \times 0,118} \Rightarrow f = 1441,82 \text{ Hz}$$

O equipamento que temos consegue chegar tranquilamente a essa frequência, então não esperamos ter problemas quanto a isso.

Faremos o auto-falante do fone de ouvido oscilar em uma banda de frequências que inclua a frequência acima. As pressões captadas pelo microfone serão registradas e exportadas para um programa de planilhas. A partir disso, faremos um gráfico onde buscaremos picos

nas medidas, os quais serão relacionados às fórmulas de velocidade do som no ar em função da frequência. Assim, pretendemos determinar empiricamente a grandeza v .

Resultados Preliminares

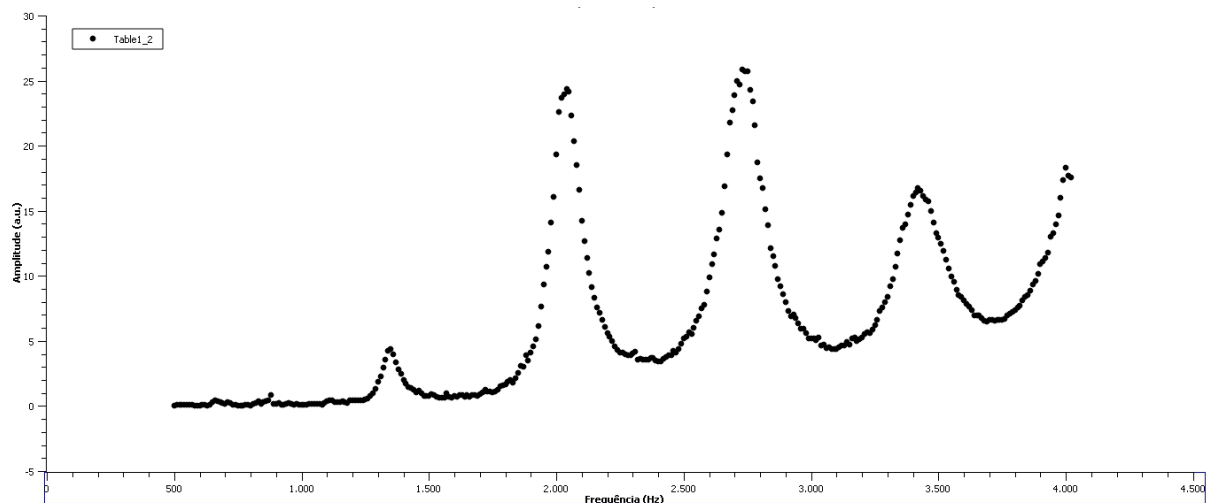
Realizamos versões simplificadas dos Experimentos do Tubo e do Oscilador de Helmholtz para identificar empecilhos que surgem naturalmente na prática, mas não na teoria. São versões simplificadas, pois não atribuímos incertezas a nenhuma medida.

Uma conclusão que se aplica a ambos os experimentos é que vibrações externas afetam os resultados severamente. Obras urbanas são a principal fonte desse tipo de perturbação no contexto em que realizaremos nossos experimentos, então será produtivo fazê-los em um Domingo, já que a maioria das construtoras não atua nesse dia da semana.

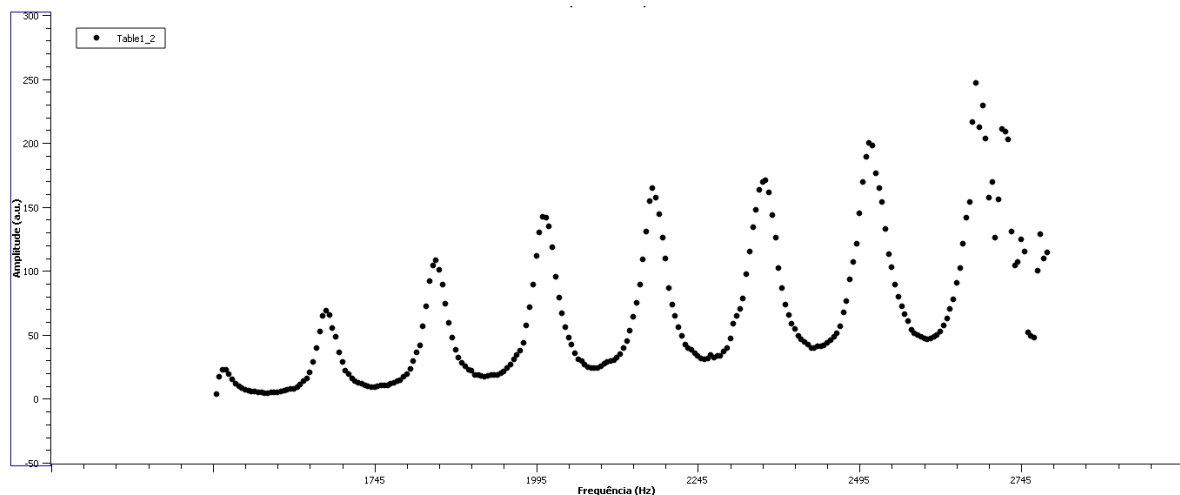
Resultados do Experimento dos Tubos

Como previsto, o tubo maior forneceu resultados muito mais satisfatórios que o tubo menor. Isso fica evidente pela nitidez e pela regularidade dos picos de amplitude formados pelas medidas no tubo maior.

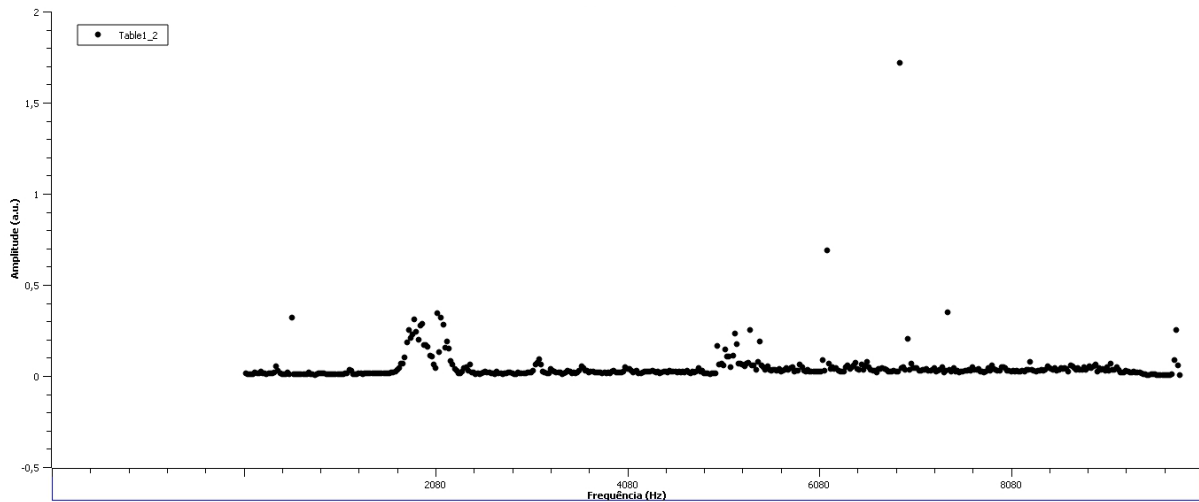
Amplitude x Frequência no Tubo Pequeno (0,23m)



Amplitude x Frequência no Tubo Grande (1m)



Amplitude x Frequência para Calibração do Tubo Pequeno

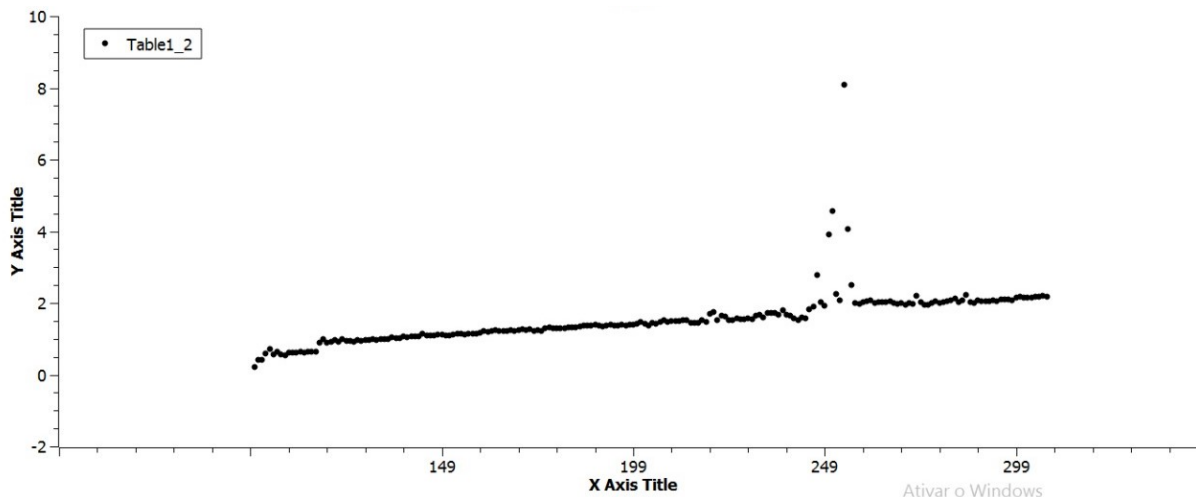


Experimentaremos uma linearização dos dados acima, utilizando que frequências harmônicas no tubo são dadas pela equação $f_{harm} = \frac{nv}{2L}$ (n representando o número da ressonância e L o comprimento do tubo) e a fórmula: Y = f; A = v; X = n/2.

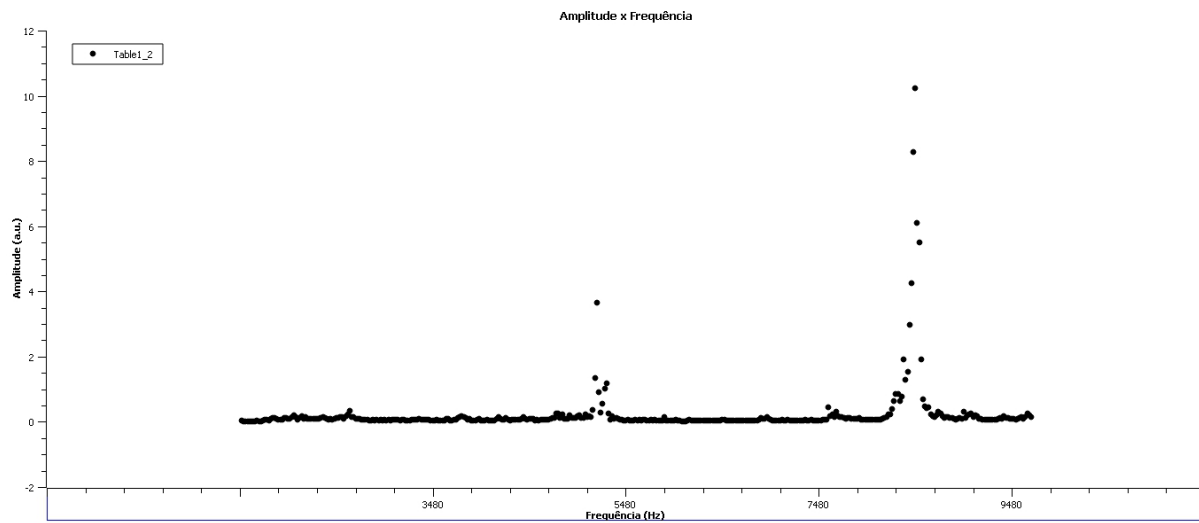
Resultados do Experimento do Ressonador de Helmholtz

Esse experimento foi o mais prejudicado pelas vibrações externas antes mencionadas. Além disso, suspeitamos que o pico na curva de calibração seja devido a coincidência da frequência emitida por nossa fonte com a frequência natural de algum material ou objeto que empregamos em nosso aparato experimental. Por precaução, evitaremos essas frequências em nosso experimento final.

Amplitude x Frequência no Ressonador de Helmholtz



Amplitude x Frequência para Calibração do Ressorador de Helmholtz



Dúvidas Restantes

- Em que contexto a linearização é uma forma produtiva de análise de dados nesses experimentos?
- Que aspecto do nosso planejamento está fazendo com que as medidas em tubos sejam muito melhores que as medidas em garrafas?
- Como devemos utilizar a curva de calibração? Devemos os valores dessa curva dos pontos correspondentes?
- A modelagem do gargalo como um tubo aberto-aberto está correta? Se não, como é possível calcular a frequência do harmônico fundamental para o Ressorador de Helmholtz?