

Projeto 02: Capacitor e Circuito RC

Pedro Sader Azevedo- RA 24324

1. TEXTO PRINCIPAL

O objetivo deste trabalho foi determinar empiricamente a constante de tempo τ de circuitos RC com diferentes valores de resistência e de capacitância (variáveis independentes). Para isso, associamos um capacitor eletrolítico a um resistor e a um buzzer cujo nível de pressão sonora (variável dependente) serviu de parâmetro para a tensão no circuito. Em nossos testes iniciais, utilizamos uma variação dessa montagem, substituindo o buzzer por um LED cuja intensidade luminosa serviu de parâmetro para a corrente no circuito. Aos dois tipos de circuito, foi incluída uma chave para carregar o capacitor ligando-o a uma bateria de 9V.

Feito isso, para cada configuração de resistência e capacitância mostrados na Tab. 1, ligamos a capacitor à bateria por 10 minutos (para garantir recarga completa) e, em seguida, ao buzzer. O ruído emitido foi gravado por um smartphone, mantido em mesma posição relativa ao buzzer por um suporte confeccionado com folha sulfite e papelão, como mostra a Fig. 1. Os dados obtidos foram então exportados para um programa de análise de dados, com o qual determinamos o coeficiente angular m do ajuste linear aos dados experimentais de nível de pressão sonora por tempo. Por fim, utilizamos a fórmula abaixo para calcular a constante de tempo:

$$\tau_{exp} = -20 \frac{\log_{10} e}{m} \quad (1)$$

Comparamos os resultados obtidos dessa maneira com a previsão teórica do valor da constante de tempo (com unidade de medida ΩF), obtida pelo produto dos valores de capacitância e de resistência total:

$$\tau_{teo} = (R + R_{buz})C \quad (2)$$

Vale ressaltar que a resistência total inclui a resistência interna do buzzer, a qual calculamos com base no coeficiente angular da curva característica dada pelas especificações do fabricante, disposta na Fig. 3. Para avaliar a incerteza associada a essa incerteza, consideramos o tamanho dos “quadrinhos” no gráfico como intervalo de valores plausíveis.

No decorrer dos experimentos, foi possível perceber qualitativamente o efeito das variáveis independentes no som do buzzer e na luz do LED. O aumento da resistência e da capacitância tiveram o mesmo efeito, de aumentar o tempo necessário para o som do buzzer ficar inaudível e para a luz do LED ficar imperceptível. Essas impressões sensoriais foram corroboradas pelo gráfico dos dados experimentais na Fig. 2 para diferentes configurações do circuito RC, evidenciando não apenas que o nível de pressão sonora tende a decrescer com o tempo, mas também que ele o faz mais lentamente conforme a resistência e a capacitância aumentam.

Ao fazer os ajustes lineares, obtivemos o valor do coeficiente angular m (com unidade de medida dB/s) e o coeficiente linear b (com unidade de medida dB). Utilizando o primeiro coeficiente, calculamos as constantes de tempo e suas respectivas incertezas, as quais podem ser lidas na Tab. 1. Nessa tabela, percebemos que a τ_{exp} obtida com o maior valor de resistência foi a mais exata, com erro relativo de 2,1%, e a mais precisa, com incerteza relativa de 0,4%. No entanto, os demais valores obtidos experimentalmente tiveram erros relativos muito maiores, variando entre 20% e 35%.

Esses erros provavelmente se devem à dificuldade em se adequar a algumas condições assumidas pelo modelo que adotamos, em particular a condição de sistema sonoramente isolado. Mesmo tendo calibrado as medições de nível de pressão sonora no aplicativo Phyphox, muitos ruídos aleatórios (latidos de cachorro, barulhos de obra, cantos de passarinhos, combustão de veículos, etc) comprometem severamente a qualidade das medições. Fazer o experimento à noite foi uma maneira de mitigar esse problema, mas mesmo assim alguns veículos pesados, como caminhões de entulho e de lixo, só podem circular na cidade de São Paulo a esse horário. Apesar disso, os resultados que obtivemos foram positivamente surpreendentes, considerando que nem sequer utilizamos medidores “apropriados” para tensão ou corrente elétrica. Fiquei impressionado!

2. FIGURAS E TABELAS

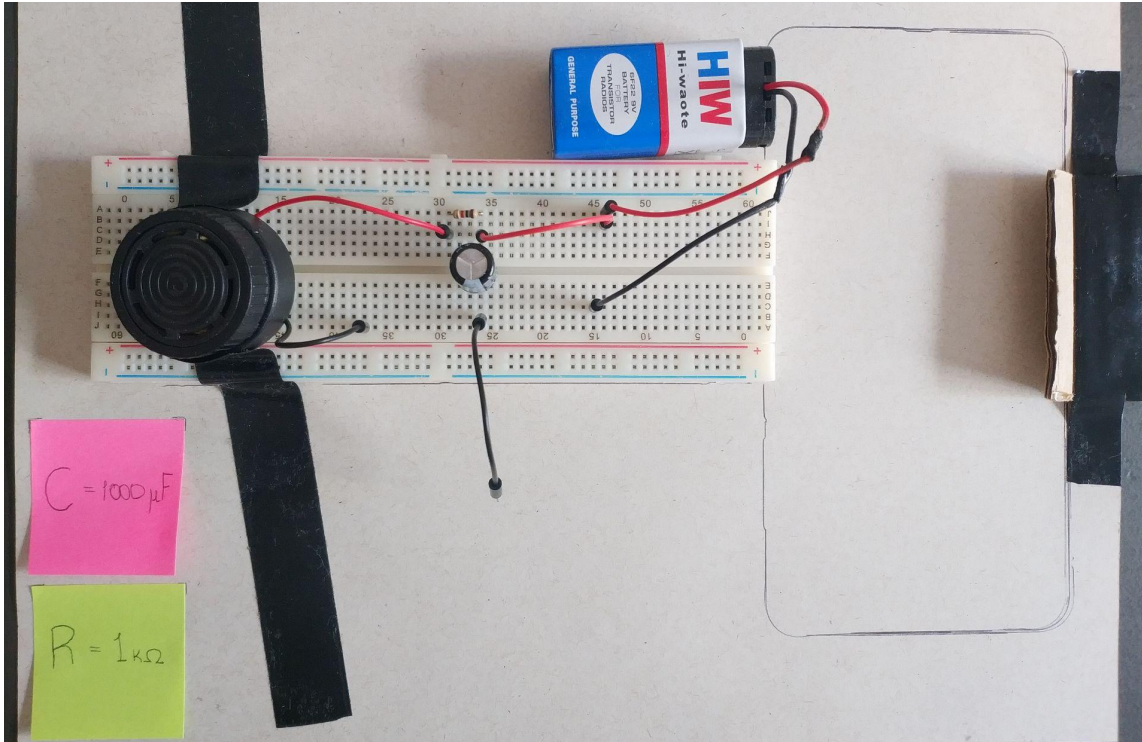


Fig. 1: Montagem experimental

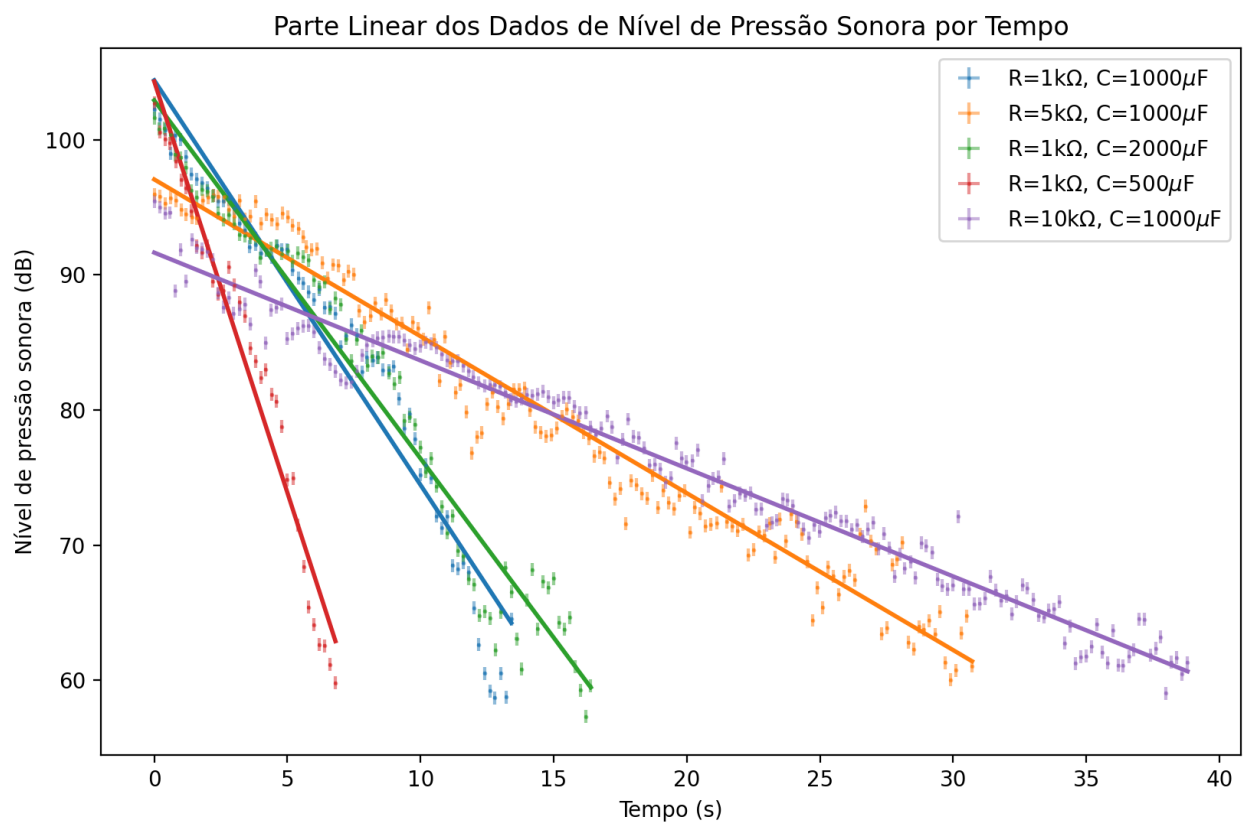


Fig. 2: Dados experimentais e suas linearizações

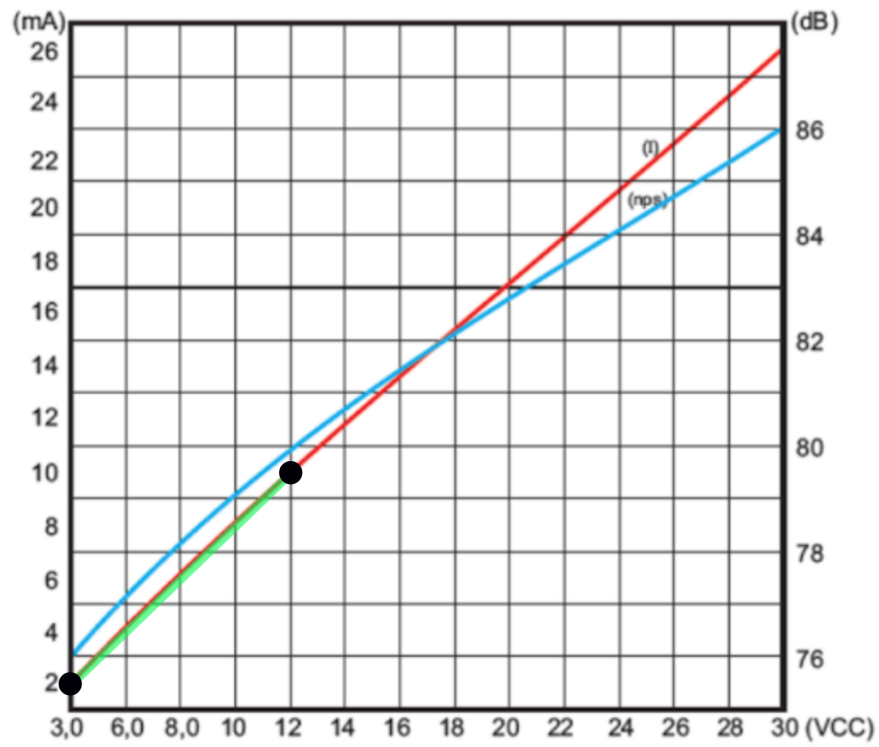


Fig. 3: Curva característica do buzzer

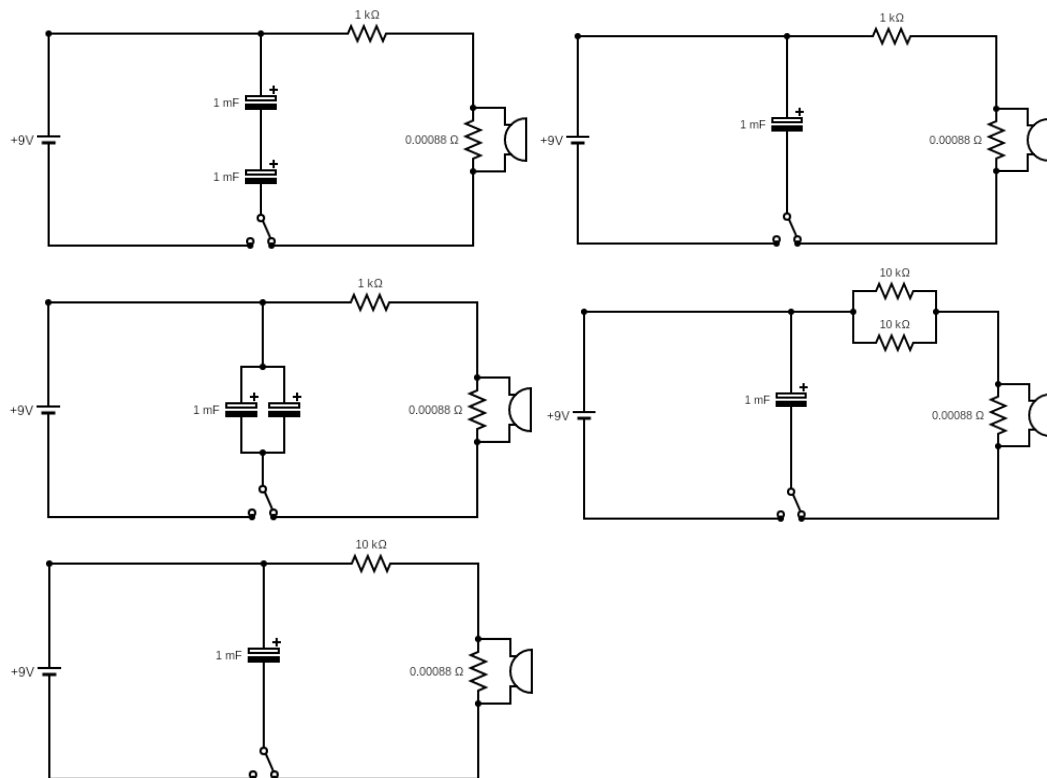


Fig. 4: Configurações de circuitos RC, na mesma ordem que as linhas da Tab. 1

Tab. 1: Incerteza associada à capacitância do capacitor eletrolítico de $1000\mu F$

Resistência ($k\Omega$)	Capacitância (μF)	R_{buz} (Ω)	τ_{teo} (ΩF)	τ_{exp} (ΩF)	Erro relativo
1	500	$1125,0 \pm 0,1$	$1,06 \pm 0,04$	$1,43 \pm 0,01$	34,9%
1	1000	$1125,0 \pm 0,1$	$2,12 \pm 0,07$	$2,90 \pm 0,01$	36,8%
1	2000	$1125,0 \pm 0,1$	$4,25 \pm 0,14$	$3,28 \pm 0,01$	29,6%
5	1000	$1125,0 \pm 0,1$	$6,12 \pm 0,24$	$7,48 \pm 0,03$	22,2%
10	1000	$1125,0 \pm 0,1$	$11,10 \pm 0,40$	$10,87 \pm 0,04$	2,1%

3. INCERTEZAS E CÁLCULOS

Tab. 2: Incerteza associada à capacitância do capacitor eletrolítico de $1000\mu F$

Fonte de incerteza	f.d.p.	Tipo de avaliação	Referência	Faixa de valores plausíveis (F)	Incerteza-padrão (F)
Imperfeições de fabricação	Retangular	B	Especificações do fabricante	$a = 1 \times 10^{-5}$	$\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 30 \times 10^{-6}$
Incerteza-padrão combinada: $u_c = 30 \times 10^{-6} F$					
Medida final: $C = (1000 \pm 30) \times 10^{-6} F$					

Tab. 3: Incerteza associada à resistência dos resistores de $1k\Omega$

Fonte de incerteza	f.d.p.	Tipo de avaliação	Referência	Faixa de valores plausíveis (Ω)	Incerteza-padrão (Ω)
Imperfeições de fabricação	Retangular	B	Especificações do fabricante	$a = 100$	$\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 30$
Incerteza-padrão combinada: $u_R = 30 \Omega$					
Medida final: $R = (1000 \pm 30) \Omega$					

Tab. 4: Incerteza associada ao nível de pressão sonora

Fonte de incerteza	f.d.p.	Tipo de avaliação	Referência	Faixa de valores plausíveis (dB)	Incerteza-padrão (dB)
Resolução do medidor	Retangular	B	Menor dígito do Phypox	$a = 0,1$	$\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,03$
Posição do microfone	Retangular	B	N/A*	$a = 0,1$	$\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,03$
Flutuações aleatórias	Gaussiana	A	Medições de controle	$\sigma = 3,35$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx 0,48$
Incerteza-padrão combinada: $u_{NPS} = 0,50 dB$					

* estimei uma incerteza baixa, pois o suporte manteve a posição do smartphone com relação ao buzzer invariante entre os experimentos.

Tab. 5: Incerteza associada ao tempo

Fonte de incerteza	f.d.p.	Tipo de avaliação	Referência	Faixa de valores plausíveis (s)	Incerteza-padrão (s)
Resolução do medidor	Retangular	B	Intervalo de tempo entre medidas	$a = 0,20$	$\frac{a}{2\sqrt{3}} \approx 0,06$
Incerteza-padrão combinada: $u_t = 0,06 \text{ s}$					

Calc. 1: Incerteza de $a + b$

Para incerteza da associação em série de resistores e em paralelo de capacitores:

$$u^2 = \left(\frac{\partial}{\partial a}(a + b)\right)^2 u_a^2 + \left(\frac{\partial}{\partial b}(a + b)\right)^2 u_b^2 = (1)^2 u_a^2 + (1)^2 u_b^2 = u_a^2 + u_b^2$$

Calc. 2: Incerteza de a/b

Para incerteza da resistência interna do buzzer:

$$u^2 = \left(\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{a}{b}\right)\right)^2 u_a^2 + \left(\frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{a}{b}\right)\right)^2 u_b^2 = \left(\frac{1}{b}\right)^2 u_a^2 + \left(\frac{-a}{b^2}\right)^2 u_b^2 = \frac{u_a^2}{b^2} + \frac{a^2 u_b^2}{b^4}$$

Calc. 3: Incerteza de $a \times b$

Para ajudar a deduzir a última fórmula:

$$u^2 = \left(\frac{\partial}{\partial a}(a \times b)\right)^2 u_a^2 + \left(\frac{\partial}{\partial b}(a \times b)\right)^2 u_b^2 = b^2 u_a^2 + a^2 u_b^2$$

Calc. 4: Incerteza de $(a \times b)/(a + b)$

Para incerteza da associação em paralelo de resistores e em série de capacitores:

Seja $\alpha = a \times b$ e $\beta = a + b$

$$u^2 = \frac{u_\alpha^2}{\beta^2} + \frac{\alpha^2 u_\beta^2}{\beta^4}$$

$$\Rightarrow u^2 = \frac{\sqrt{b^2 u_a^2 + a^2 u_b^2}}{(a+b)^2} + \frac{(a \times b)^2 \sqrt{u_a^2 + u_b^2}}{(a+b)^4}$$

Calc. 4: Incerteza de $(a \times b)/(a + b)$

Utilizando as fórmulas deduzidas em Calc. 1 e Calc. 2, e a curva característica na Fig. 3:

$$R_{buzz} = \frac{(12-3)V}{(10,0 \pm 0,5) - (2,0 \pm 0,5) \times 10^{-3} A} = 1125,0 \pm 0,1$$