

Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Física "Gleb Wataghin"

# Relatório experimental 3

Ondas sonoras

Gabriel Humberto Dias Coelho, 234864  
Pedro José Silva dos Santos, 204675  
Pedro Sader Azevedo, 243245  
Rodrigo Velásquez Solha, 165538  
Stella Riko Uchidomari Nakamura, 193953  
Yuan Shi Ki, 195766

Campinas, SP  
2021

<b>Resumo</b>	<b>3</b>
<b>Objetivo</b>	<b>4</b>
<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>4</b>
Tubos	4
Ressoadores	5
<b>Metodologia</b>	<b>6</b>
Experimento dos Tubos	6
Materiais	6
Procedimento	6
Previsões	6
Experimento do Ressoador	6
Materiais	6
Procedimento	7
Previsões	7
<b>Resultados</b>	<b>7</b>
Resultados do Experimento dos Tubos	7
<b>Discussão e Conclusão</b>	<b>8</b>
<b>Anexos</b>	<b>9</b>
Tabelas	9
Planilhas de Incerteza	10
Gráficos	12
Fotos das medidas	15

## Resumo

O experimento descrito neste documento teve como objetivo a determinação empírica da velocidade de propagação do som no ar ( $v$ ), tirando medidas diretas de frequência ( $f$ ) mas não de comprimento de onda ( $\lambda$ ). Isso foi feito a partir de medições de frequência de ressonância usando dois aparelhos distintos: tubos e ressoadores de Helmholtz. Em ambos os casos, a grandeza desejada pode ser calculada a partir do coeficiente angular de retas obtidas com a linearização dos dados coletados.

Avaliamos o resultado obtido usando tubos como satisfatório, visto que foi razoavelmente próximo do valor real da velocidade do som no ar (alta exatidão) e teve um valor baixo de incerteza (alta precisão). Por outro lado, o valor de velocidade obtido com ressoadores não foi próximo do esperado, mesmo que com baixa incerteza. Atribuímos essa diferença à dificuldade em reproduzir a geometria ideal dos ressoadores, em contraste com a geometria mais simples e menos “exigente” dos tubos .

## Abstract

With the experiment henceforth described, the researchers had the goal of determining the speed of sound in the air ( $v$ ) by directly measuring frequency ( $f$ ) but not wavelength ( $\lambda$ ). This was made possible by taking multiple measurements of resonant frequencies in tubes and in Helmholtz resonators. In both cases, the speed of sound could be obtained from the slope of the line of best fit to our data.

The results obtained from tubes were considered satisfactory, since they were close to the expected value of the speed of sound in the air (high accuracy) and had a low value of uncertainty (high precision). In contrast, the speed of sound evaluated using resonators was not close to its expected value, but was also precise. We believe this is due to the complex geometry of ideal resonators, which are much harder to recreate than the simple shape of tubes.

## Objetivo

O objetivo deste experimento é medir a velocidade de propagação do som no ar ( $v$ ). Isso seria uma tarefa trivial se pudéssemos medir frequência ( $f$ ) e comprimento de onda ( $\lambda$ ), pois assim bastaria aplicar a Equação Fundamental da Ondulatória. No entanto, medir o comprimento de onda diretamente é uma tarefa bastante árdua, ainda mais em um meio translúcido, como o ar. Por esse motivo, utilizamos de propriedades de ressonância para correlacionar medidas de frequência e de intensidade do som com a sua velocidade.

## Fundamentação Teórica

Tendo em vista o que foi exposto anteriormente, utilizaremos dois dispositivos cujas interações com as ondas sonoras são previsíveis e mensuráveis, ou seja, adequadas ao contexto de laboratório. Esses dispositivos são:

### Tubos

Cilindros ocos cujo diâmetro é muito menor que o comprimento ( $D \ll L$ ) são chamados de tubos. Quando um tubo é atravessado por uma onda de comprimento comparável às suas dimensões ( $D \leq \lambda < L$ ), podemos aproximá-la para uma onda plana, o que facilita drasticamente a modelagem da situação. Sabemos, pelo Guia do Laboratório, que as seguintes equações se aplicam a tubos aberto-aberto e aberto-fechado, respectivamente:

$$kL = n\pi, n \in \mathbb{Z} \quad (1.1)$$

$$kL = \frac{1}{2}n\pi, n \in \mathbb{Z} \text{ e } n \text{ é ímpar} \quad (1.2)$$

Onde  $k$  é o número de onda,  $n$  é o modo harmônico,  $L$  é o comprimento efetivo do tubo.

Dessas equações, é possível depreender que tubos aberto-aberto são mais adequados para o experimento. Neles, observaremos um número maior de harmônicos na mesma faixa de frequências visto que aceitam modos harmônicos pares e ímpares. Aplicaremos uma pequena correção ao valor medido de comprimento, visto que o modelo assume que as reflexões de onda ocorrem exatamente nas terminações do tubo.

Assim, usando  $k = 2\pi/\lambda$  e  $v = \lambda f$ , fica fácil deduzir as seguintes equações para modelar frequências harmônicas em tubos aberto-aberto:

$$f_{harm}(n) = \frac{vn}{2L}, n \in \mathbb{Z} \quad (1.3)$$

Observe que a fórmula acima relaciona velocidade do som a frequências harmônicas, sem depender de comprimento de onda. Poderemos identificar essas frequências harmônicas a partir de máximos locais (ou “picos”) em medidas de pressão do ar na abertura de um tubo, visto que um anti-nó ocorre nessa região quando uma onda estacionária se forma. A partir disso, realizaremos uma linearização e calcularemos a velocidade do som sabendo que:

$$\frac{d}{dn} f_{harm}(n) = \frac{d}{dn} \frac{vn}{2L} = \frac{v}{2L} \frac{d}{dn} n = \frac{v}{2L} \quad (1.4)$$

Isso significa que bastará multiplicar o coeficiente angular da reta obtida pelo dobro do comprimento do tubo utilizado para obter a velocidade do som. A fim de minimizar a influência de flutuações aleatórias (ou seja, incertezas do Tipo A) na determinação desse coeficiente angular, buscaremos maximizar o número de modos harmônicos a serem observados.

Vale mencionar, por fim, que precisamos aplicar uma pequena correção ao valor medido do comprimento do tubo, pois o modelo matemático escolhido supõe que as ondas refletem exatamente nas terminações do tubo (o que não acontece na vida real). Assim, para tubos aberto-aberto temos:

$$L = L_{medido} + 1,2 \times r \quad (1.5)$$

## Ressoadores

Recipientes que possuem um gargalo ( $V_{gargalo} \ll V$ ) interagem com ondas sonoras de forma muito particular. Quando uma onda se propaga no interior desse tipo de objeto, o ar se comporta como um corpo rígido, permitindo (em grande medida) a aplicação do modelo massa-mola para o estudo de ressonâncias. Esses recipientes são chamados de ressoadores de Helmholtz e, assim como os tubos, têm uma fórmula que relaciona frequência a velocidade do som sem depender de comprimento de onda:

$$\omega_{harm} = 2\pi f_{harm}(V) = vr\sqrt{\frac{\pi}{LV}} \quad (2.1)$$

$$L = L_{medido} + 1,45 \times r \quad (2.2)$$

Onde:  $V$  é volume do recipiente excluindo o volume do gargalo,  $L$  é o comprimento efetivo do gargalo,  $r$  é raio do gargalo e  $\omega$  é a frequência angular do harmônico fundamental.

De forma semelhante aos tubos, será medido um pico de pressão na abertura do ressoador quando o harmônico fundamental ( $n = 1$ ) se estabelecer no interior do mesmo. Como a fórmula acima só funciona para esse harmônico e uma única medida seria insuficiente para determinar a velocidade do som de forma satisfatória, vamos variar o volume interno do ressoador para encontrar vários pares de valores de  $\omega$  e  $V$ . A partir disso, faremos uma regressão linear usando a seguinte substituição:

$$h(V) = \sqrt{\frac{1}{V}} \quad (2.2)$$

$$f_{harm}(h) = v(\frac{r}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi}{L}})h \quad (2.3)$$

$$\frac{d}{dh} f_{harm}(h) = v(\frac{r}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi}{L}}) \quad (2.4)$$

Novamente, o coeficiente angular da reta será proporcional à velocidade do som no ar. Nesse caso, bastará dividi-lo pelo termo entre parênteses na equação (2.3) para obter a grandeza desejada.

## Metodologia

Com base nos fundamentos teóricos descritos acima, elaboramos um experimento para cada tipo de aparato. Essa sessão é portanto dedicada ao detalhamento dos materiais e procedimentos que seguimos para investigar as interações ondulatórias em tubos e em ressoadores de Helmholtz, respectivamente. A avaliação das incertezas sistemáticas (ou seja, do tipo B) associadas a cada medida está documentada nas planilhas de incerteza anexadas. Fotos do aparato experimental também se encontram nos anexos.

### Experimento dos Tubos

#### Materiais

Tubo de comprimento  $(1001 \pm 1) \times 10^{-3} \text{ m}$  e diâmetro  $(37 \pm 2) \times 10^{-3} \text{ m}$ , fone de ouvido com microfone, celular , e fita adesiva.

#### Procedimento

Primeiramente medimos a geometria do tubo utilizado, prestando atenção às fontes de incerteza sistemáticas (efeito paralaxe, leitura do instrumento, etc). Feito isso, fixamos o auto-falante e o microfone do fone de ouvido a uma das extremidades do tubo usando fita adesiva. Essa configuração é importante para garantir que o microfone está posicionado onde se formam anti-nós.

Em seguida, conectamos o fone de ouvido a um aparelho celular. Utilizamos o aplicativo *Phyphox* para atribuir a esse celular as funcionalidades de sensor e de emissor de ondas sonoras. Isto é, o celular (em interface com o fone de ouvido) foi responsável por emitir sons na faixa de frequências relevantes para o experimento, bem como por captar e registrar a pressão do ar na abertura do tubo. Medimos também uma calibração, sem o aparato experimental, mas mantendo o microfone na mesma posição em relação ao auto-falante. Por fim, as medições foram exportadas para um arquivo .csv, para facilitar a análise dos dados.

#### Previsões

Utilizando as medidas de geometria do tubo e um parâmetro de velocidade do som obtido no sistema Wolfram Alpha ( $v = 340,27 \text{ m/s}$ ), foi possível aplicar a fórmula 1.3 para calcular valores teóricos de frequências harmônicas para nosso aparato experimental. Nos anexos, a tabela 1.1 contém esses valores teóricos.

# Experimento do Ressoador

## Materiais

Garrafa com volume interno  $(76 \pm 3) \times 10^{-5} m^3$  e gargalo de comprimento  $(100 \pm 3) \times 10^{-3} m$  e de diâmetro  $(25 \pm 2) \times 10^{-3} m$ , fone de ouvido com microfone, celular, e fita adesiva.

## Procedimento

Primeiramente, medimos a geometria da garrafa que usamos como ressoador e anotamos as fontes de incerteza sistemática associadas a cada uma delas. Depois disso, fixamos o auto-falante e o microfone do fone de ouvido à abertura da garrafa usando fita adesiva. A razão para esse posicionamento é a mesma do experimento anterior: é onde se formam os anti-nós no ressoador.

O fone de ouvido foi conectado ao celular e novamente empregamos o aplicativo Phyphox para usar o celular (em interface com o fone de ouvido) simultaneamente como gerador de frequências e como sensor de pressão do ar. Finalmente, medimos uma calibração e exportamos todos os dados para um arquivo .csv.

## Previsões

Podemos prever frequências fundamentais para o ressoador substituindo os valores obtidos para sua geometria na fórmula 2.1 e variando o *input* de volume de 40mL em 40mL (o mesmo que a gradação do nosso medidor de volume). A tabela 2.1 contém as frequências que obtivemos usando esse método.

## Resultados

### Resultados do Experimento dos Tubos

Ao final da realização do procedimento acima descrito, obtivemos uma tabela de pressão do ar em unidades arbitrárias (u.a.) por frequência (Hz). Para remover “ruídos” dos dados, convertemos nossas medidas de unidades arbitrárias para decibéis (dB) usando a seguinte fórmula.

$$I_{dB} = 10 \log\left(\frac{I_{experimental}}{I_{calibração}}\right) \quad (3.1)$$

O gráfico 1.1 mostra as intensidades experimental e de calibração e pode ser encontrado na seção de anexos. Nesse gráfico é possível observar mínimos locais, que ocorrem quando a frequência experimental é menor que a frequência de calibração. Uma possível explicação para isso é fenômeno de interferência destrutiva. A partir desse gráfico percebemos que picos só eram evidentes em frequências acima de 400 Hz e abaixo de 2000 Hz (gráfico 1.2), então restringimos nossa análise a essa faixa. Isso provavelmente ocorre devido ao amortecimento, que não é contabilizado pelo modelo que usamos. Enfim, a partir do gráfico 1.2 e da tabela 1.1, foi trivial encontrarmos as frequências de ressonância.

Por fim, fizemos um gráfico de frequência por modo harmônico ( $n \in [3; 12]$ ) e utilizamos o método dos mínimos quadrados para encontrar a linha de melhor ajuste (gráfico 1.3). O

coeficiente angular obtido foi  $164 \pm 1 \text{ s}^{-1}$ , que quando multiplicado por  $2L$  (com as devidas propagações de incerteza e remoções de algarismos insignificantes) resultou em  $v_{tubo} = 329 \pm 2 \text{ m/s}$ . Esse foi o valor obtido para a velocidade do som no ar.

## Resultado do Experimento do Ressoador

Após a realização do experimento, minimizamos o “ruído” em nossas medidas de pressão do ar (a.u.) dividindo-as pela medida de calibração. A partir disso, fizemos o gráfico 2.1 de frequência sonora (Hz) por intensidade de pressão relativa (a.u.), onde identificamos picos usando o *script* de python providenciado pelo docente (o *output* do programa encontra-se nos anexos). Esses picos representam as frequências fundamentais do ressoador para cada medida de volume.

Em seguida, usando a fórmula 2.3, traçamos uma curva de frequências fundamentais em função de volume (para ressoadores com gargalo de mesmas dimensões). Nesse mesmo gráfico, representamos os pares de frequência fundamental e volume que observamos nos picos do gráfico 2.1. Por fim, traçamos uma curva experimental deslocando a curva teórica de forma a minimizar (visualmente e sem artifícios matemáticos) sua distância aos pontos experimentais. Assim, obtivemos o gráfico 2.2.

Finalmente, fizemos o gráfico 2.3 de frequência em função de  $\sqrt{1/V}$ , como explicamos com as equações 2.2 a 2.4 na seção de Fundamentação Teórica. A partir disso, fizemos uma regressão linear nos dados e obtivemos para a velocidade do som o valor  $v_{ressoador} = 242 \pm 16 \text{ m/s}$ .

## Discussão e Conclusão

É evidente que obtivemos resultados muito melhores usando tubos ao invés de ressoadores. Atribuímos essa diferença à complexidade da geometria dos ressoadores de Helmholtz ideais e à dificuldade de reproduzir essa característica de forma no contexto de laboratório (ainda mais no contexto de ensino a distância, em que temos menos materiais disponíveis). A foto 3.1 exibe ressoadores de Helmholtz cuja geometria é mais próxima da ideal, e muito distantes da garrafa de vinho que utilizamos.

Os tubos, por outro lado, tem uma geometria muito mais simples, o que explica a facilidade que tivemos para encontrar um aparato que cumprisse as condições expostas da seção de Fundamentação Teórica.

Uma questão a ser investigada mais a fundo em pesquisas futuras sobre o uso de ressonâncias no cálculo da velocidade do som no ar é a influência do contexto urbano nos resultados. Toda cidade tem constantes vibrações, seja de obras civis ou de veículos de passageiros, por isso acreditamos que repetir o experimento em um cenário menos turbulento possa ser produtivo e levar a resultados mais confiáveis.

## Anexos

### Tabelas

Tabela 1.1: Previsões e medições de frequências harmônicas em tubos

Modo harmônico	Frequência esperada no tubo aberto-aberto grande (Hz)
1	172
2	344
3	516
4	688
5	860
6	1033
7	1205
8	1377
9	1549
10	1721
11	1893

Tabela 1.2: Previsões e medições para frequências fundamentais em ressoadores

Volume ( $10^{-5}m^3$ )	Frequência fundamental prevista (Hz)	Frequência fundamental medida (Hz)
16	276	231 (duvidoso)
20	247	
24	225	
28	208	174
32	195	
36	184	
40	174	148
44	166	
48	159	
52	153	126
56	147	
60	142	
64	138	117
68	134	
72	130	
76	127	104

## Planilhas de Incerteza

Planilha de incertezas 1.1: comprimento do tubo

Componente de incerteza	Inceteza-padrão ( $m$ )	Função de densidade de probabilidade
Leitura da fita métrica	$2 \times 10^{-3} / \sqrt{6}$	Triangular
Terminação do tubo	$2 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Efeito paralaxe	$1 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Inceteza-padrão combinada: $u_c = 1 \times 10^{-3}$		
Medida final: $L_{tubo} = (1001 \pm 1) \times 10^{-3} m$		

Planilha de incertezas 1.2: diâmetro do tubo

Componente de incerteza	Inceteza-padrão ( $m$ )	Função de densidade de probabilidade
Leitura da fita métrica	$2 \times 10^{-3} / \sqrt{6}$	Triangular
Terminação da abertura	$1 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Alinhamento da régua com o diâmetro do tubo	$4 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Efeito paralaxe	$2 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Inceteza-padrão combinada: $u_c = 2 \times 10^{-3}$		
Medida final: $D_{tubo} = (37 \pm 2) \times 10^{-3} m$		

Planilha de incertezas 1.3: frequência harmônica do tubo

Componente de incerteza	Inceteza-padrão (Hz)	Função de densidade de probabilidade
Identificação visual do pico	$20 / \sqrt{6}$	Triangular
Inceteza-padrão combinada: $u_c = 8 \text{ Hz}$		

Observação: os picos de pressão no tubo foram muito bem definidos, então consideramos as duas frequências anteriores e posteriores a frequência em que o pico é atingido como os valores mínimos e máximos plausíveis. Consideramos distribuição probabilística triangular.

Planilha de incertezas 2.1 comprimento do gargalo ressoador de Helmholtz

Componente de incerteza	Inceteza-padrão ( $m$ )	Função de densidade de

		probabilidade
Leitura da régua	$1 \times 10^{-3} / \sqrt{6}$	Triangular
Terminação do gargalo	$5 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Efeito paralaxe	$2 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Incerteza-padrão combinada: $u_c = 3 \times 10^{-3} m$		
Medida final: $L_{gargalo} = (100 \pm 3) \times 10^{-3} m$		

Planilha de incertezas 2.2: diâmetro do gargalo do ressoador de Helmholtz

Componente de incerteza	Incerteza-padrão ( $m$ )	Função de densidade de probabilidade
Leitura da régua	$1 \times 10^{-3} / \sqrt{6}$	Triangular
Terminação da abertura	$1 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Alinhamento da régua com o diâmetro do gargalo	$4 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Efeito paralaxe	$1 \times 10^{-3} / \sqrt{3}$	Retangular
Incerteza-padrão combinada: $u_c = 2 \times 10^{-3} m$		
Medida final: $D_{gargalo} = (25 \pm 2) \times 10^{-3} m$		

Planilha de incertezas 2.3: volume do ressoador de Helmholtz

Componente de incerteza	Incerteza-padrão ( $m^3$ )	Função de densidade de probabilidade
Leitura do medidor de volume	$4 \times 10^{-5} / \sqrt{6}$	Triangular
Fim do volume e início do gargalo	$4 \times 10^{-5} / \sqrt{3}$	Retangular
Incerteza-padrão combinada: $u_c = 4 \times 10^{-5} m^3$		
Medida final: $V = (76 \pm 3) \times 10^{-5} m^3$		

Observação: utilizamos como medidor de volume um utensílio de cozinha, impróprio para uso científico. A gradação do medidor era apenas de 40mL em 40mL ( $= 4 \times 10^{-5} m^3$ ). Consideramos esse intervalo para o cálculo da incerteza-padrão da leitura do medidor e da delimitação do início do gargalo.

Planilha de incertezas 2.4: frequência fundamental do ressoador de Helmholtz

Componente de incerteza	Incerteza-padrão (Hz)	Função de densidade de probabilidade
Identificação visual do pico	$7/\sqrt{6}$	Triangular
Incerteza-padrão combinada: $u_c = 3 \text{ Hz}$		

Observação: o número usado para delimitar a faixa de valores possíveis para a frequência fundamental do ressoador (7, no caso acima) foi calculado a partir de um regressão não-linear para a função Lorentziana, usando o programa de python providenciado pelo professor. Abaixo está o output do programa (consideramos o maior valor de *Full Width at Half Maximum*):

```
Amplitude 27.75, Center 104.44, FWHM 6.71
Amplitude 12.63, Center 117.97, FWHM 5.61
Amplitude 85.25, Center 126.09, FWHM 7.49
Amplitude 54.15, Center 147.83, FWHM 6.16
Amplitude 249.63, Center 173.96, FWHM 7.18
Amplitude 427.91, Center 231.54, FWHM 7.46
```

## Gráficos

Gráfico 1.1

Intensidade Relativa do Som e Calibração por Frequência em tubo aberto-aberto

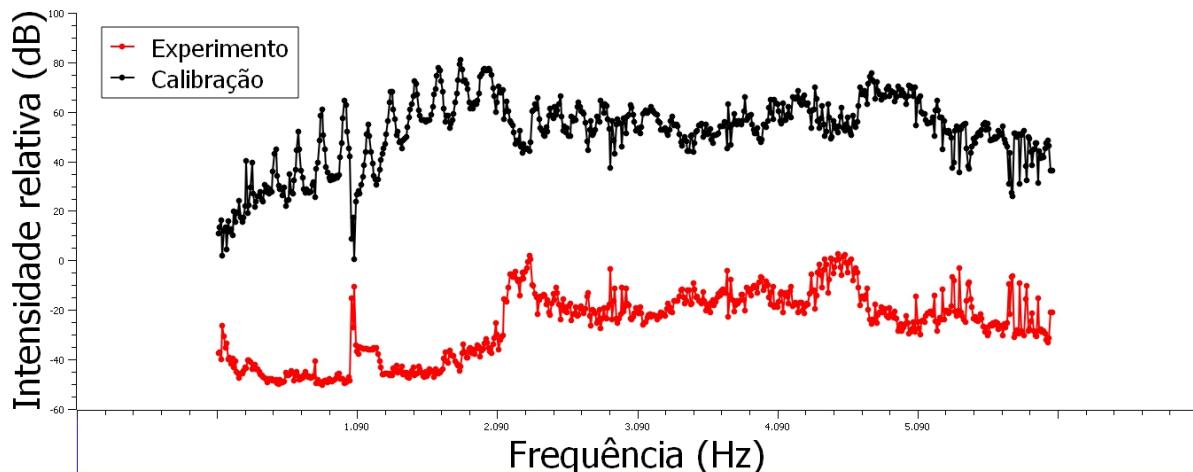


Gráfico 1.2

Intensidade Relativa por Frequência em Tubo aberto-aberto

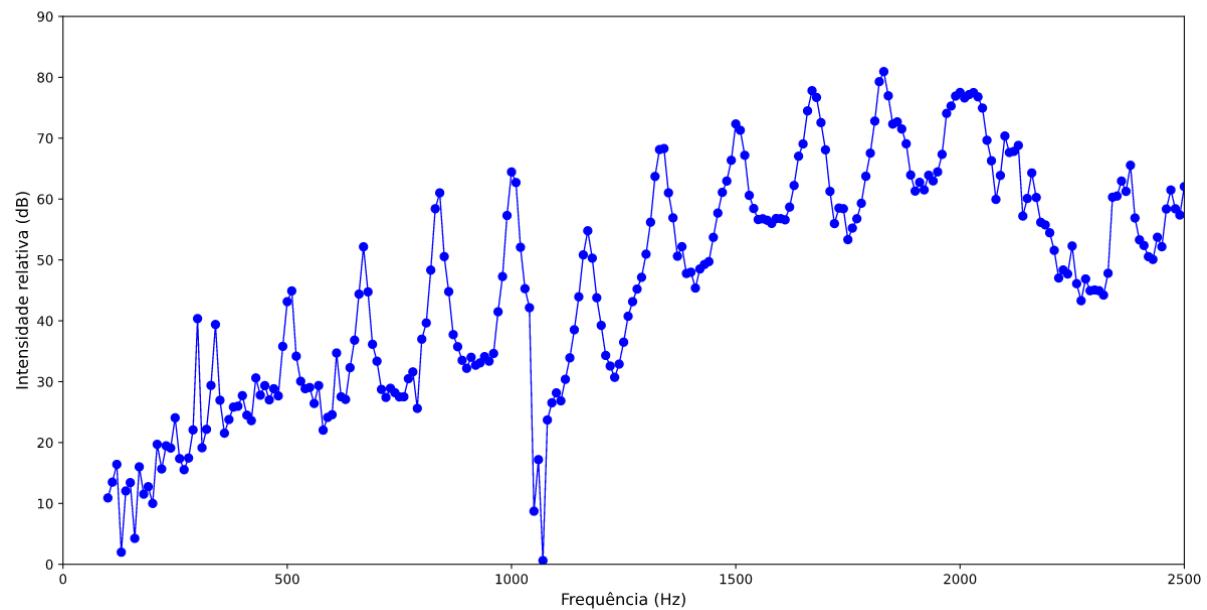
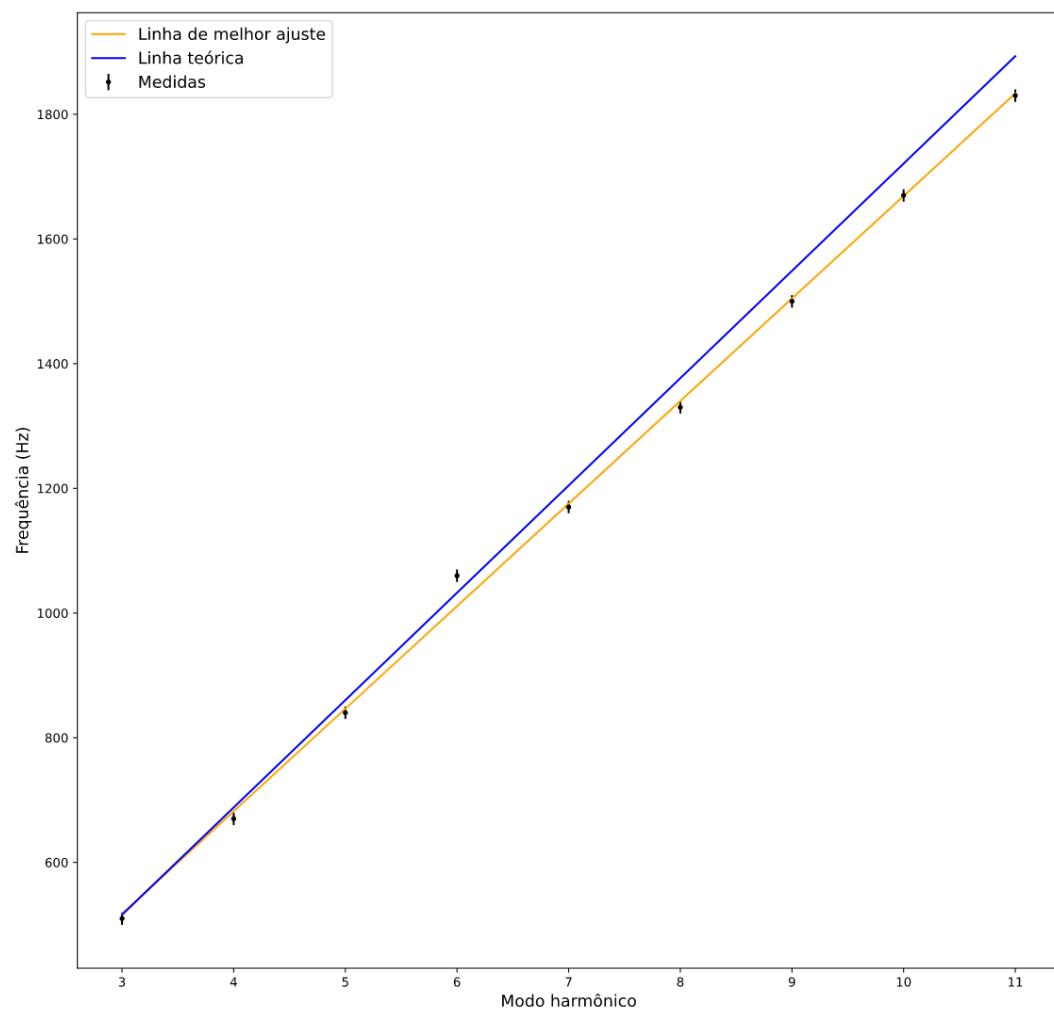


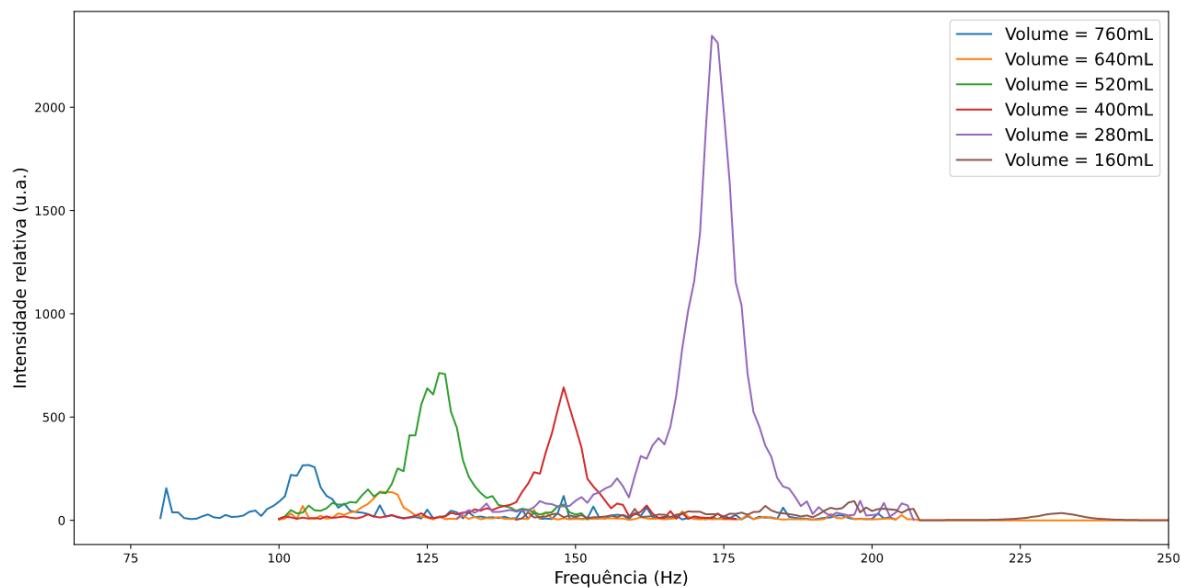
Gráfico 1.3

Intensidade Relativa por Frequência em Tubo aberto-aberto



## Gráfico 2.1

Razão Entre Comprimento de Onda ( $\lambda$ ) e Comprimento do Tubo Pequeno aberto-fechado ( $L$ ) em Função da Frequência Sonora



## Gráfico 2.2

Frequências fundamentais por Volume de um Resssoador de Helmholtz

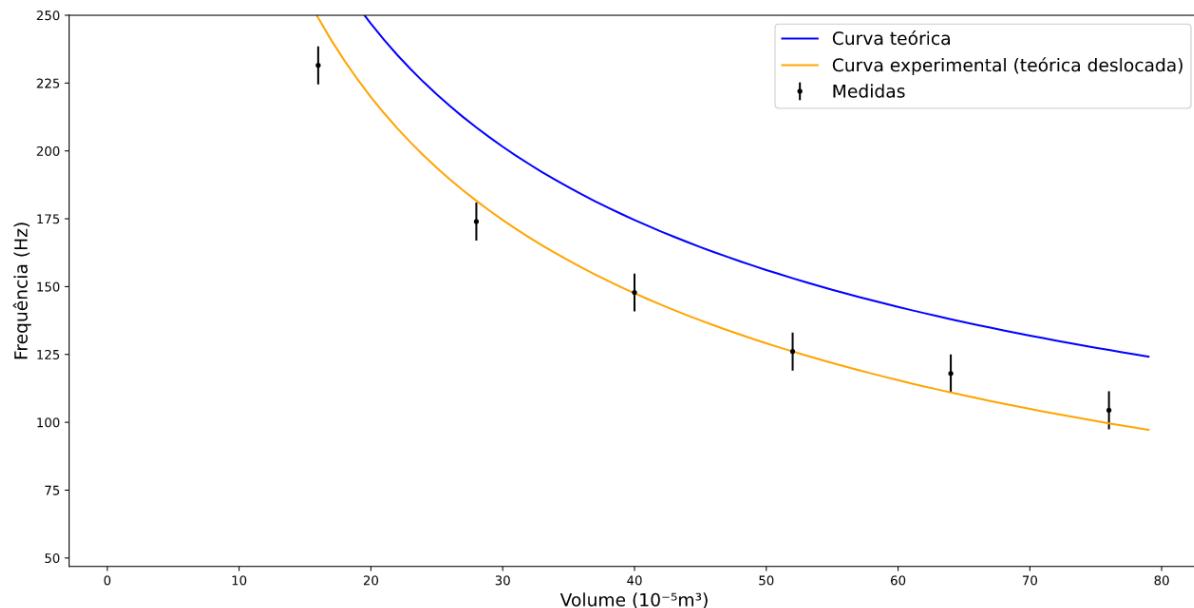
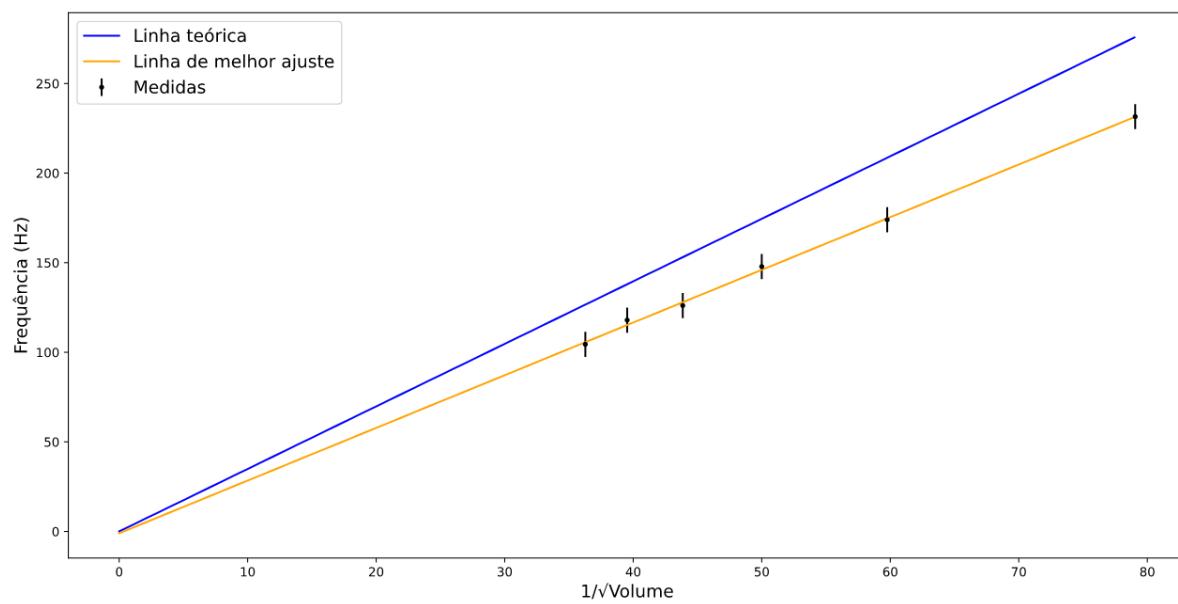


Gráfico 2.3

Linearização de Frequências fundamentais por Volume de um Resssoador de Helmholtz



## Fotos das medidas

Fotos 1.1, 1.2 e 1.3: medidas da geometria do tubo



Fotos 2.1, 2.2 e 2.3: medidas da geometria do ressoador



Foto 3.1: a geometria ideal dos ressoadores de Helmholtz



Fonte: [discoverhove.org](http://discoverhove.org)