PEDRO SADER AZEVEDO   RA: 243245

Pedro Sader Azevedo

CORRIGIR A QUESTÃO (1)

---

1. PROVAREMOS QUE $a \to (b \to c) \equiv \neg c \to (b \to \neg a)$ USANDO REGRAS DE EQUIVALÊNCIA LÓGICA:

$a \to (b \to c)$	$\equiv \neg a \vee (b \to c)$	DEFINIÇÃO DE IMPLICAÇÃO
	$\equiv \neg a \vee (\neg b \vee c)$	DEFINIÇÃO DE IMPLICAÇÃO
	$\equiv (\neg a \vee \neg b) \vee c$	ASSOCIATIVIDADE DA DISJUNÇÃO
	$\equiv c \vee (\neg a \vee \neg b)$	COMUTATIVIDADE DA DISJUNÇÃO
	$\equiv c \vee (\neg b \vee \neg a)$	COMUTATIVIDADE DA DISJUNÇÃO
	$\equiv \neg c \to (\neg b \vee \neg a)$	DEFINIÇÃO DE IMPLICAÇÃO
	$\equiv \neg c \to (\neg(\neg b) \to \neg a)$	DEFINIÇÃO DE IMPLICAÇÃO
	$\equiv \neg c \to (b \to \neg a)$	DUPLA NEGAÇÃO

2. PARA PROVAR A COMPLETUDE DE $\{\nrightarrow, \vee\}$, RE-ESCREVEREMOS AS PROPOSIÇÕES

(a) $p \wedge q$, (b) $\neg p$, (c) $p \to q$

COMO $\vee \in \{\nrightarrow, \vee\}$ NÃO SERÁ NECESSÁRIO RE-ESCREVER $p \vee q$

(a)	$p \wedge q \equiv$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$	PRIMEIRA LEI DE MORGAN
		$\neg(p \to \neg q)$	DEFINIÇÃO DE IMPLICAÇÃO
		$\neg(q \nrightarrow p)$	DEFINIÇÃO DE $\nrightarrow$
		$(q \nrightarrow p) \nrightarrow T$	CONCLUSÃO DO ITEM (b)
(b)	$\neg p \equiv$	$F \vee \neg p$	IDENTIDADE DA DISJUNÇÃO
		$\neg T \vee \neg p$	NEGAÇÃO DE F OU T
		$T \to \neg p$	DEFINIÇÃO DE IMPLICAÇÃO
		$p \nrightarrow T$	DEFINIÇÃO DE $\nrightarrow$

ⓒ $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ DEFINIÇÃO DE IMPLICAÇÃO

$(p \nleftarrow T) \vee q$ CONCLUSÃO DO ITEM ⓑ

ASSIM, ESTÁ PROVADA A COMPLETUDE DE $\{\nleftarrow, \vee\}$

3. SEJAM $A(x,y,z) = x \vee y \vee z$ E $B(x,y,z) = x \vee y \vee \neg z$, DE TAL FORMA QUE TEMOS A SEGUINTE TABELA VERDADE

x	y	z	A(x,y,z)	B(x,y,z)	A(x,y,z) ∧ B(x,y,z)
F	F	F	F	T	F
F	F	T	T	F	F
F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	T	T	T	T	T

NOTE QUE, PARA CADA "3-CLÁUSULA", EXISTE APENAS UMA COMBINAÇÃO DE VALORES DE x, y, z QUE AS TORNA FALSA. ISSO FICA BEM CLARO NA TABELA ACIMA, ONDE APENAS UMA LINHA DE CADA "3-CLÁUSULA" É F.

PERCEBA QUE PODERÍAMOS FACILMENTE DEFINIR $C(x,y,z)$, $D(x,y,z)$ ..., $H(x,y,z)$ CUJOS ÚNICOS VALORES QUE RESULTAM EM F SÃO AS 6 COLUNAS RESTANTES DA TABELA VERDADE. ASSIM, TERÍAMOS:

$$A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge G \wedge H \equiv F$$

PORTANTO, 8 É O NÚMERO MÍNIMO DE "3-CLÁUSULA"S NECESSÁRIAS PARA CHEGAR A UMA CONTRADIÇÃO VISTO QUE CADA UMA DELAS É FALSA PARA UMA ÚNICA COMBINAÇÃO DE x, y, z ENTRE AS 8 POSSÍVEIS.

$$\boxed{k_{\text{MÍNIMO}} = 8}$$