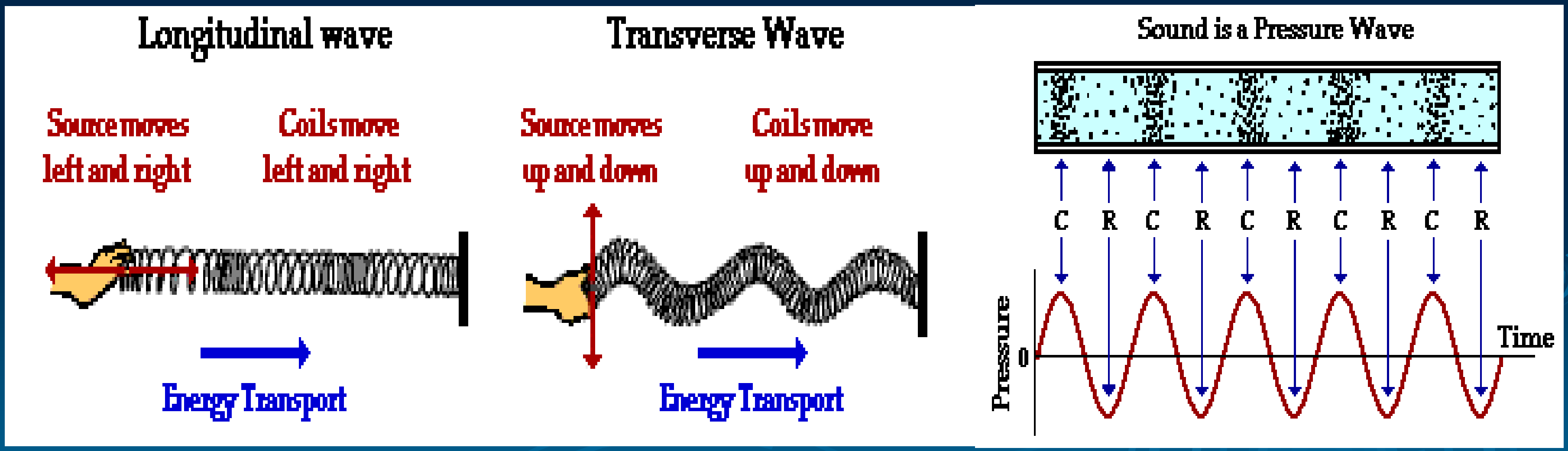
Aula-7
Ondas I

Física Geral II - F 228

1º semestre, 2021

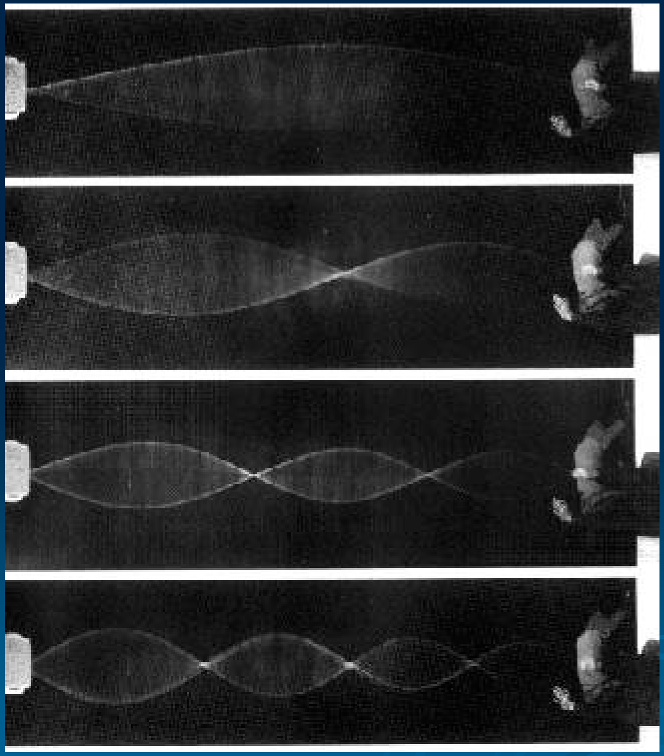


Tipos de Onda

ONDAS MECÂNICAS: Requerem um meio material.

Ex.: ar (som), água, terra (terremotos), corda.

Corda vibrando

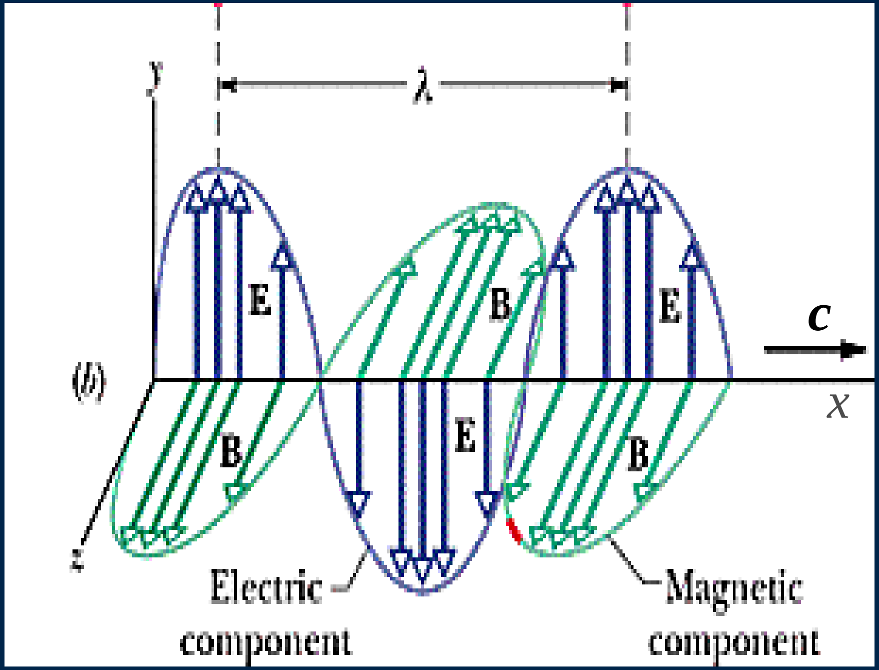


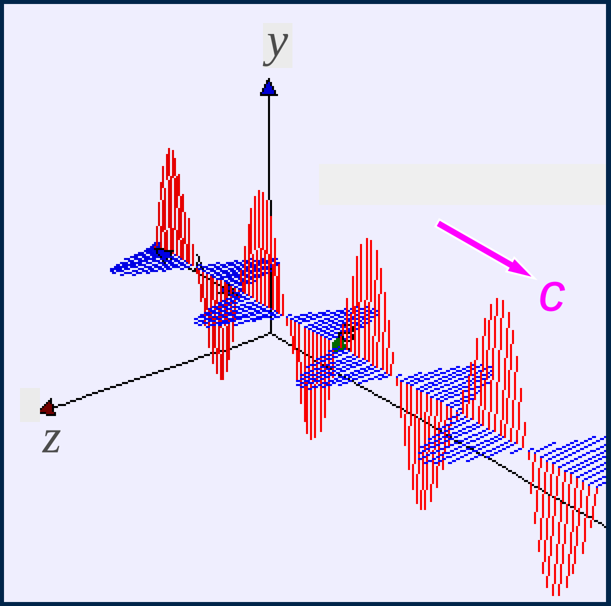
Superfície da água

Tipos de Onda

ONDAS ELETROMAGNÉTICAS: propagam num meio material e no vácuo. Ex: luz, ondas de rádio, raios X.

Onda eletromagnética :



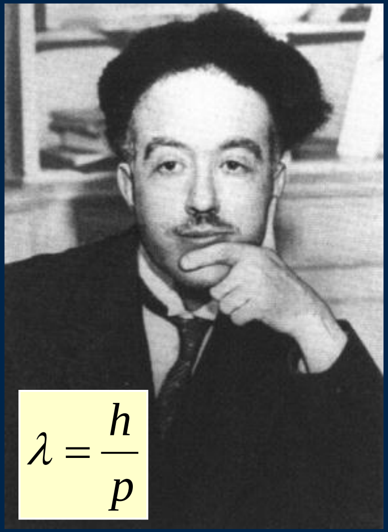


Tipos de Onda

<u>ONDAS DE MATÉRIA</u>: propagam num meio material e no vácuo. Ex: elétrons, prótons, partículas, …

$$\text{Onda de matéria :} \quad \psi(x,t) = \psi_0 sen(kx - \omega t)$$

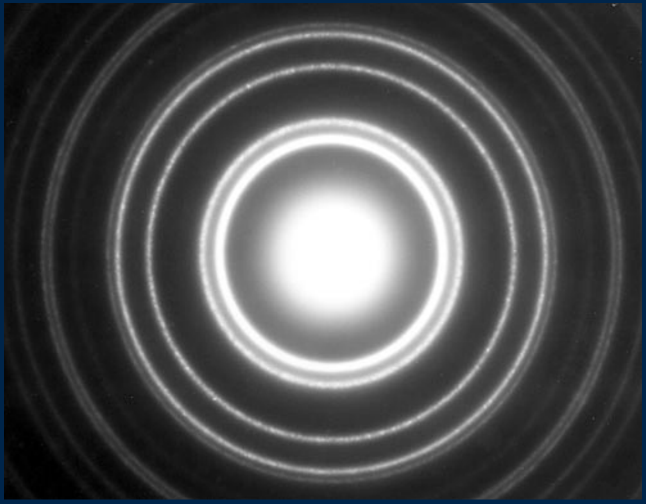
ψ_0^2 : Probabilidade de que uma partícula seja detectada num dado ponto



$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Louis De Broglie
1924

Difração de elétrons

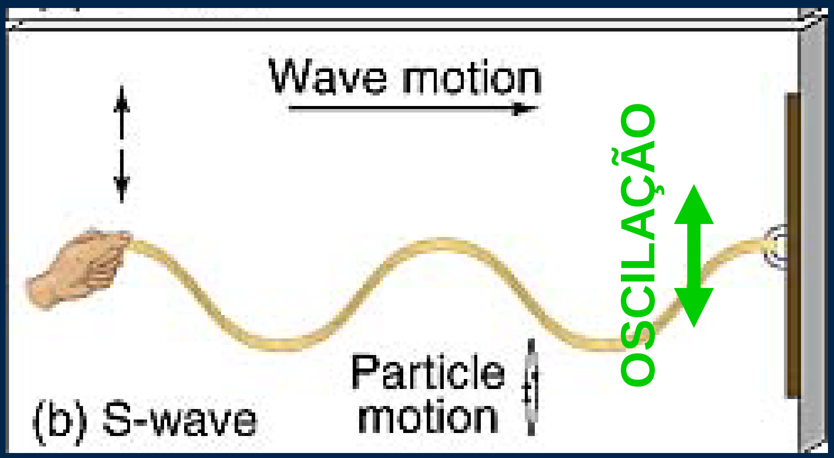


Tipos de Onda

ONDAS TRANSVERSAIS:

Oscilação perpendicular à propagação:

- Ondas numa corda
- Ondas na água
- Ondas de luz
- …

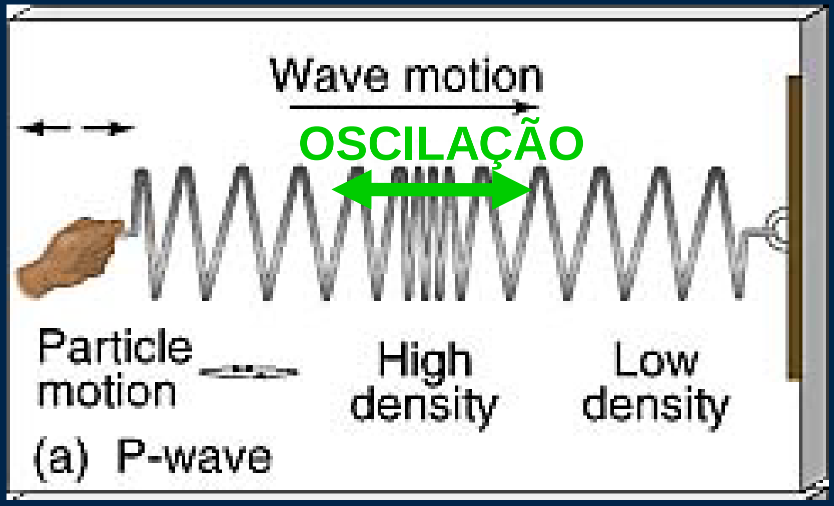


PROPAGAÇÃO DA ONDA

ONDAS LONGITUDINAIS:

Oscilação paralela à propagação:

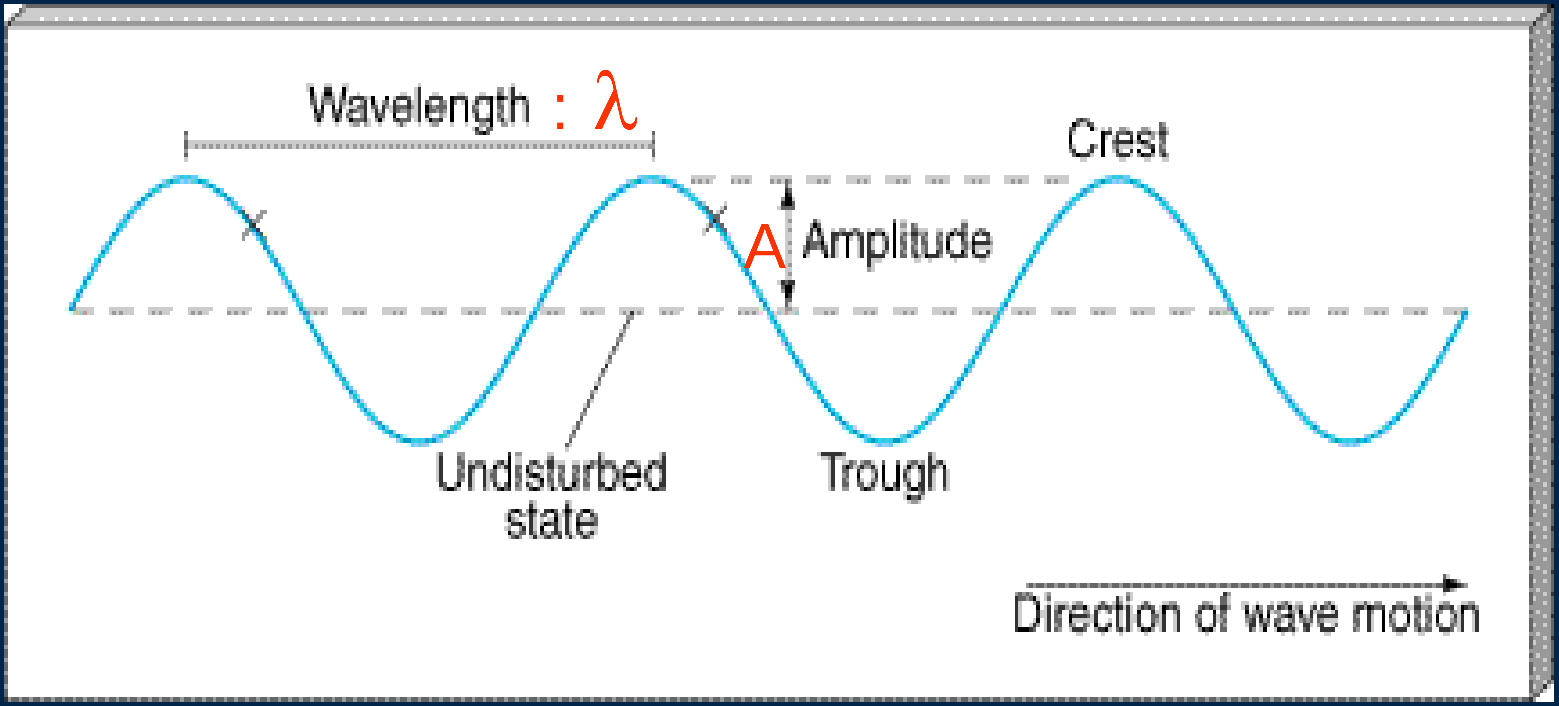
- Som
- …



Parâmetros da Onda

Comprimento de Onda : λ (na direção de propagação)

Amplitude : A (na direção de oscilação)



Parâmetros da Onda

Frequência:

f : número de oscilações por unidade de tempo

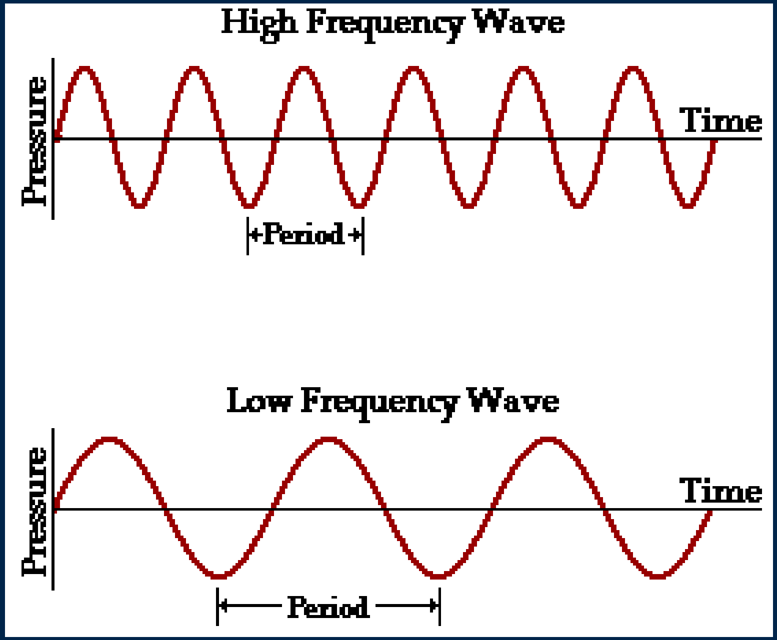
Período:

T : intervalo de tempo para uma oscilação

1 oscilação $\rightarrow$ T seg

f oscilações $\rightarrow$ *1* seg

$$f = 1/T \quad ; \quad T = 1/f$$



Velocidade da onda

- Velocidade da "informação" transportada pela onda.

A informação relativa a um dado ponto da onda se move uma distância λ num tempo T.

Velocidade da onda :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Propriedades das Ondas

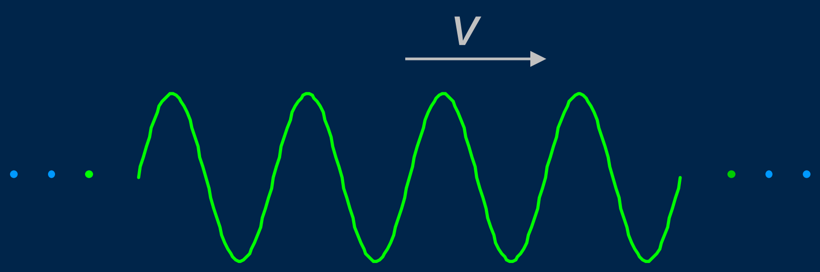
A velocidade da onda em um dado MEIO é uma **CONSTANTE**.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\, f = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$$

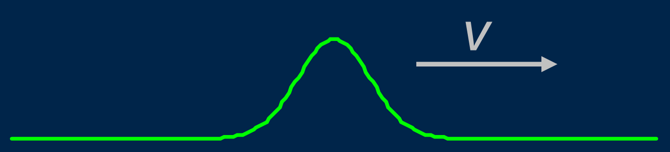
f: ciclos/seg ou revoluções/seg ou Hertz

$\omega = 2\pi f$: rad/s ou s^{-1}

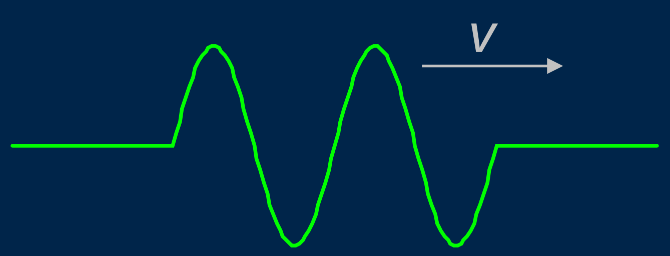
Forma da onda



Até agora vimos apenas
“ondas contínuas” ;
infinitas nos dois sentidos;



Podemos ter também
“pulsos” ;
causados por um
distúrbio breve do meio;



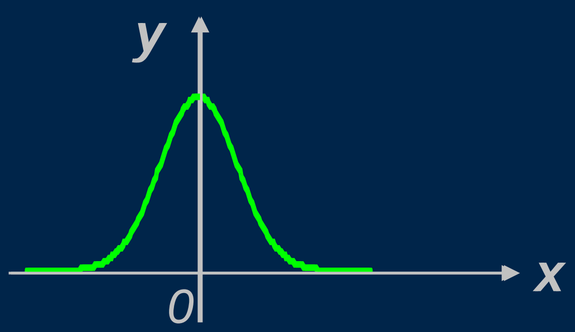
e

“trens de pulsos” ;
situação intermediária.

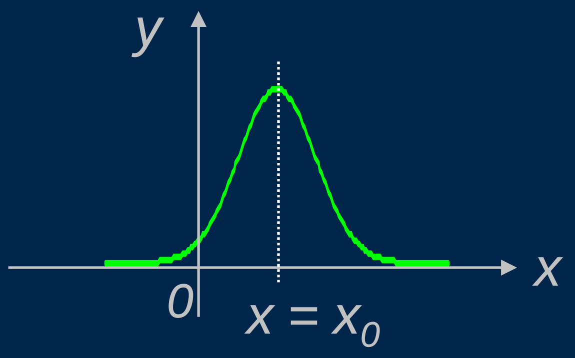
Descrição Matemática

Supondo uma função :

$y = f(x)$

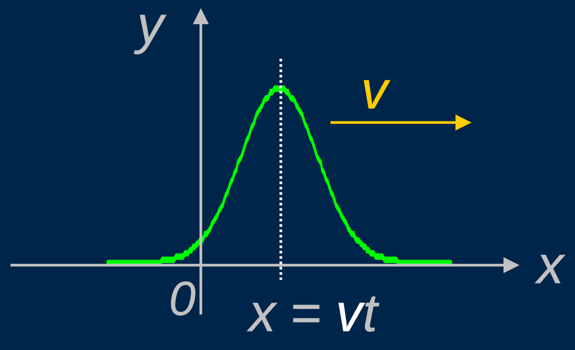


$f(x - x_0)$ tem a mesma forma, só que deslocada uma distância x_0 para a direita.



Se: $x_0 = vt$,

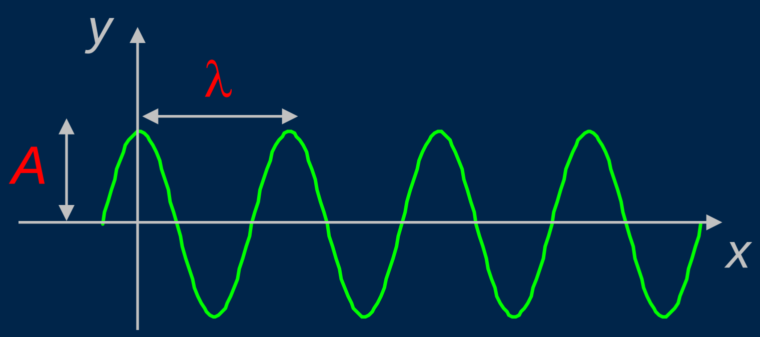
$f(x - vt)$ corresponde a uma forma constante se movendo para a direita com velocidade v.



Onda harmônica

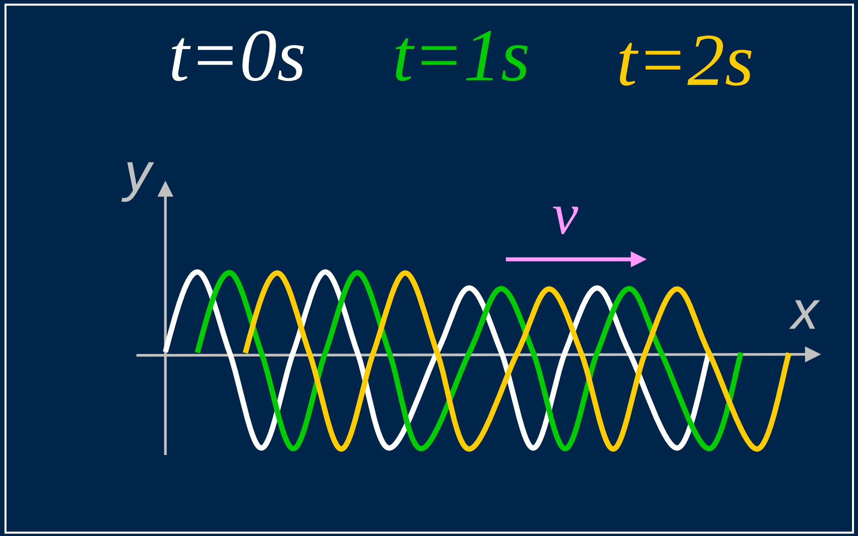
Função harmônica de *x* :

$$y(x) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$



Onda harmônica se movendo para a direita com velocidade v :

$$y(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$



Onda harmônica

$$y(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$

FREQUÊNCIA ANGULAR

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{\lambda}$$

NÚMERO DE ONDA

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$\underbrace{y(x,t)}_{\text{Deslocamento}} = \overset{\text{Amplitude}}{A}\cos(\underbrace{kx - \omega t}_{\text{Fase}})$$

Como descrever uma onda se movendo para a esquerda ao longo da direção x , *sentido negativo* ?

Equação de onda

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

Velocidade transversal:

$$v_y = \left.\frac{dy}{dt}\right|_{x=cte} = \frac{\partial y}{\partial t} = \omega A sen(kx - \omega t)$$

Aceleração transversal:

$$a_y = \left.\frac{dv_y}{dt}\right|_{x=cte} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t)$$

Equação de onda

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t)$$

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=cte} = \frac{\partial y}{\partial x} = -kAsen(kx - \omega t)$$

$$\left.\frac{d^2 y}{dx^2}\right|_{t=cte} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(kx - \omega t)$$

Equação de onda

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(kx - \omega t)$$

$$-\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = A\cos(kx - \omega t)$$

$$-\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Como:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$\frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

Equação de onda

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Obtivemos a equação de onda 1D para uma onda harmônica:

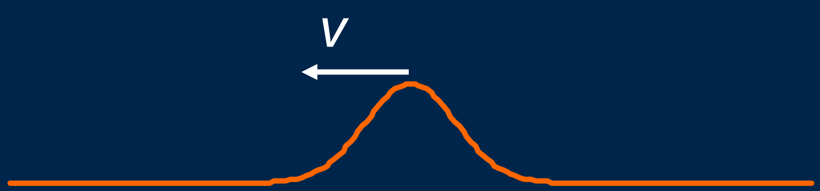
$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$$

Mas ela é válida para qualquer tipo de onda!

Ondas em cordas

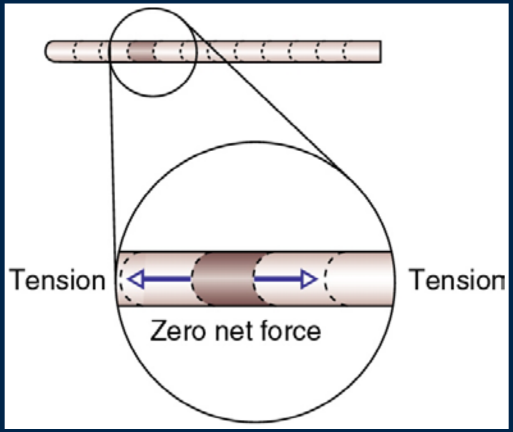
Pulso se propagando numa corda



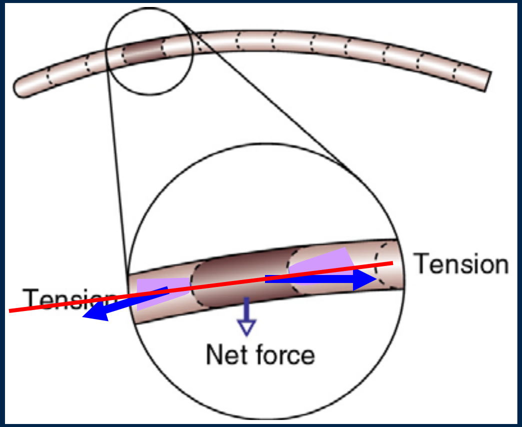
O que determina a velocidade da onda num meio ?

Como podemos fazer o pulso ir mais rápido?

Corda tensionada em repouso

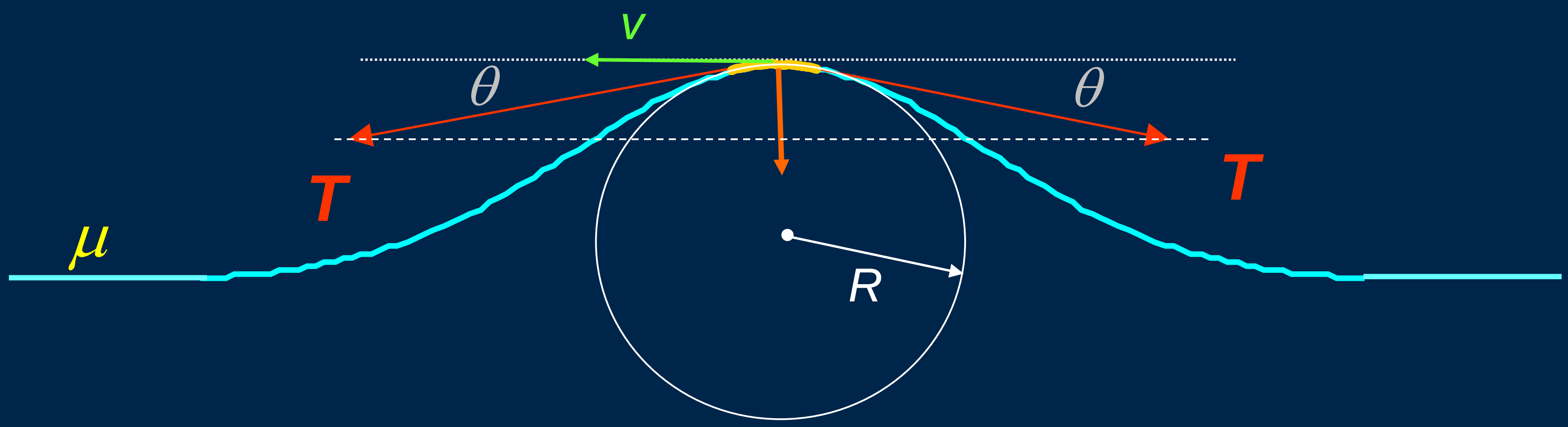


Corda tensionada com pulso



Ondas em cordas

- Seja um pulso deslocando-se para a esquerda: v
- Tensão na corda: T
- Densidade linear de massa (kg/m): μ
- Supomos que a forma da corda no máximo do pulso é aproximadamente um círculo de raio R :



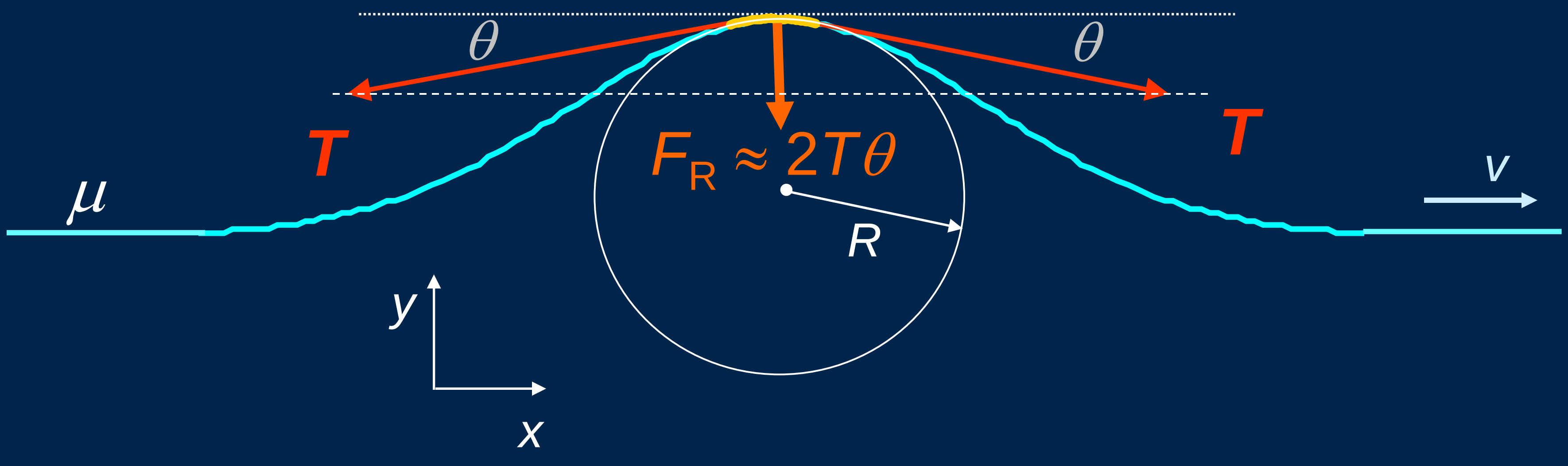
Ondas em cordas

- ***Força resultante:***

  F_R : soma da tensão T em cada ponta do segmento de corda no sentido $-y$: $F_R = 2\,T\,sen\,\theta \approx 2T\theta$

- ***Referencial :*** movendo junto com o pulso. Portanto, o pulso está parado e a corda se desloca para a direita...

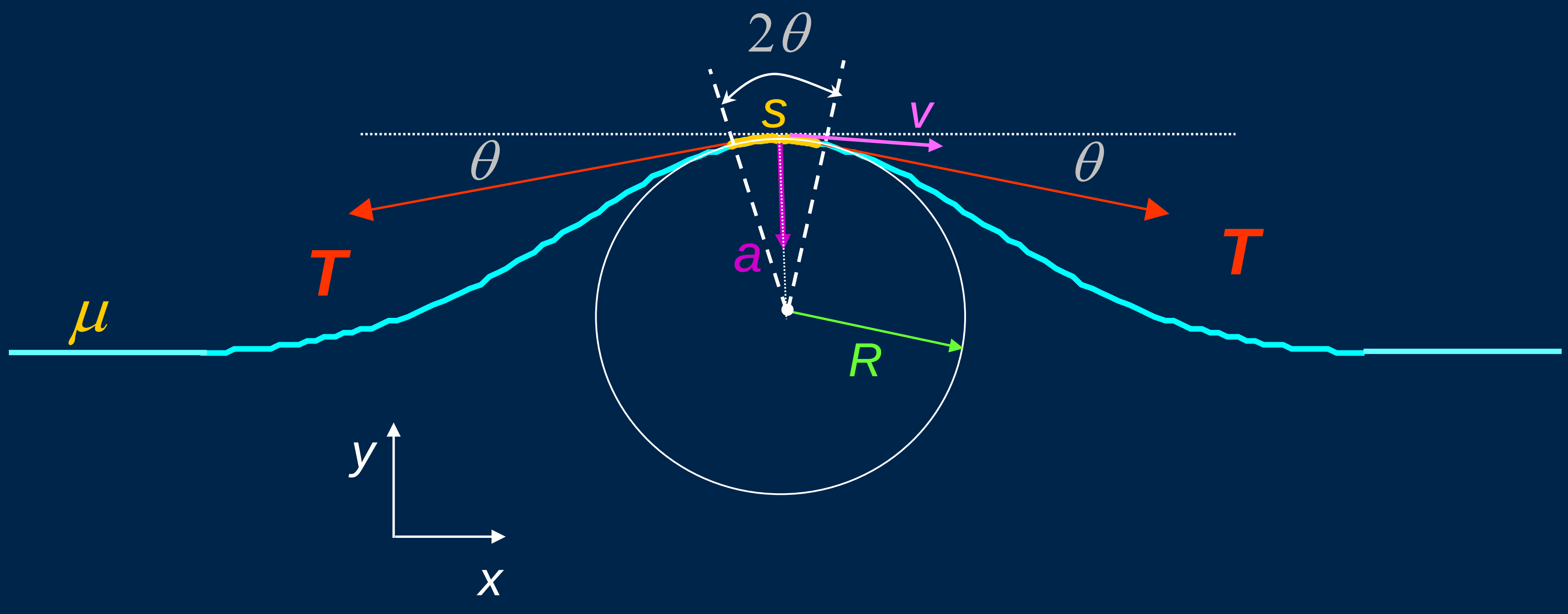
Como θ é pequeno: sen θ ≈ θ



Ondas em cordas

Para o *segmento* de pulso, de comprimento s :

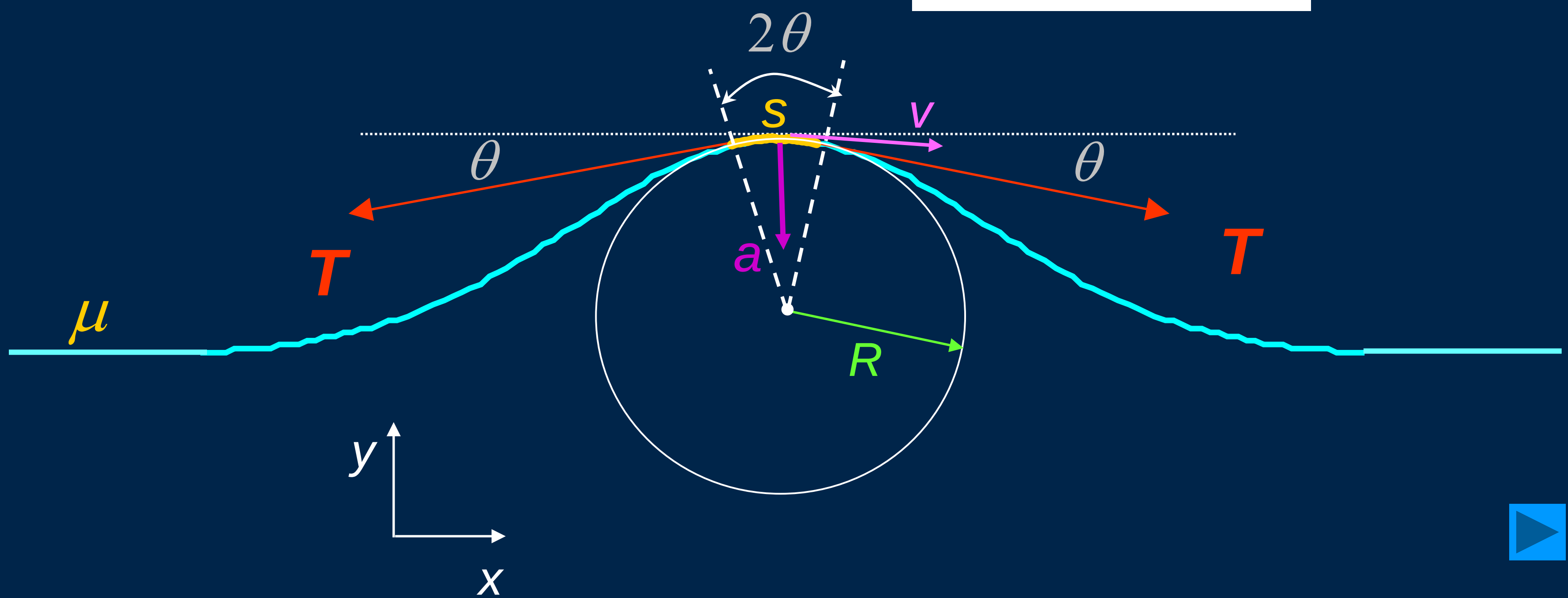
- massa: $m = s \times \mu \approx (R \times 2\theta) \times \mu$
- aceleração (centrípeta) : $a = v^2/R$, *no* sentido $-y$



Ondas em cordas

$$F_R = ma \;\Rightarrow\; \underbrace{\cancel{2}T\cancel{\theta}}_{F_R} = \underbrace{\cancel{R}\cancel{2}\cancel{\theta}\mu}_{m} \times \underbrace{\frac{v^2}{\cancel{R}}}_{a}$$

$$\Rightarrow\; \boxed{T = \mu v^2} \;\Rightarrow\; \boxed{v = \sqrt{T/\mu}}$$



Ondas em cordas

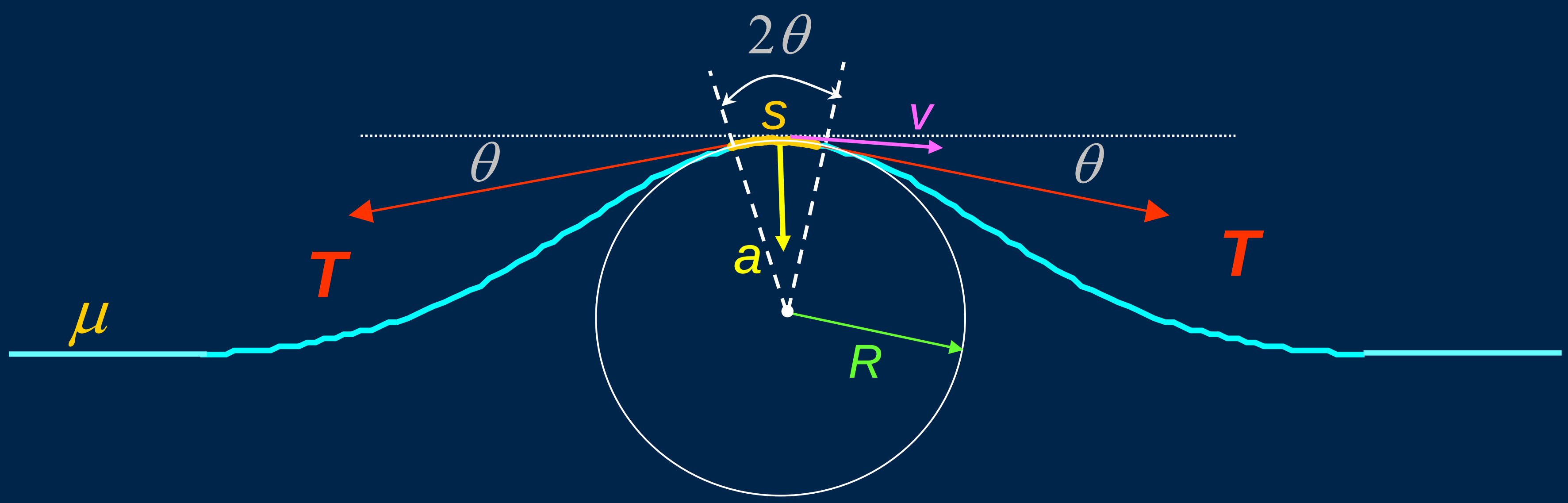
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Tensão: T

Densidade linear de massa: μ

- A velocidade **SÓ** depende da natureza do **MEIO**
- **NÃO** depende da **ONDA**: amplitude, freqüência, ...

➢ Se aumenta a tensão → aumenta a velocidade
➢ Se aumenta a densidade da corda → diminui a velocidade



Ondas em cordas: Exemplo

Uma onda com comprimento de onda de 0,3 m viaja num fio de 300 m com massa total de 15 kg. Se o fio está sob tensão de 1000 N, qual é a velocidade e a frequência da onda?

$$\mu = \frac{15\ \text{kg}}{300\ \text{m}} = 0{,}05\ \text{kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{1000}{0{,}05}} \approx 141{,}4\ \text{m/s}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{141{,}4}{0{,}3} \approx 471{,}3\ \text{Hz}$$

Ondas longitudinais

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

VELOCIDADE :

$$v = \sqrt{\frac{\text{fator elastico}}{\text{fator de inercia}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Ondas em sólidos

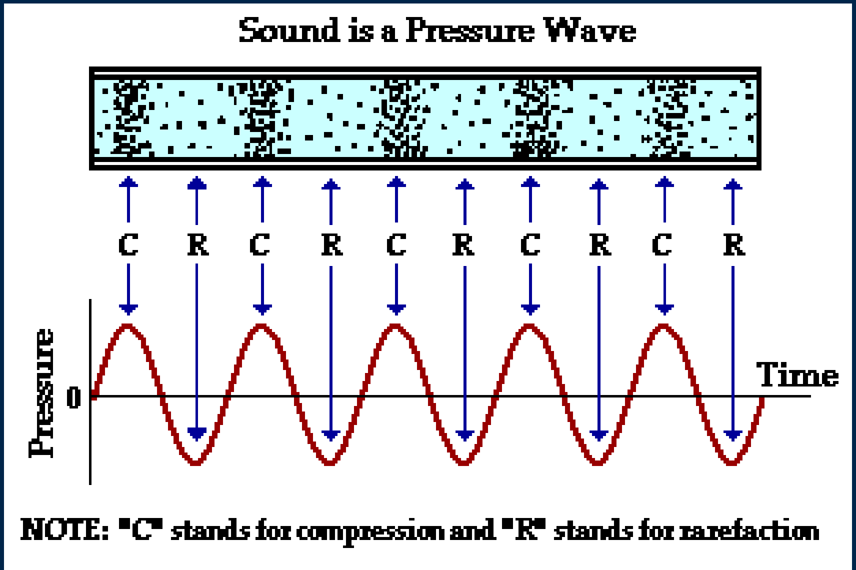
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Ondas em gases ou líquidos

E :: módulo elástico do material
ρ :: densidade
B :: módulo de compressão volumétrico

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

Ex.: Som



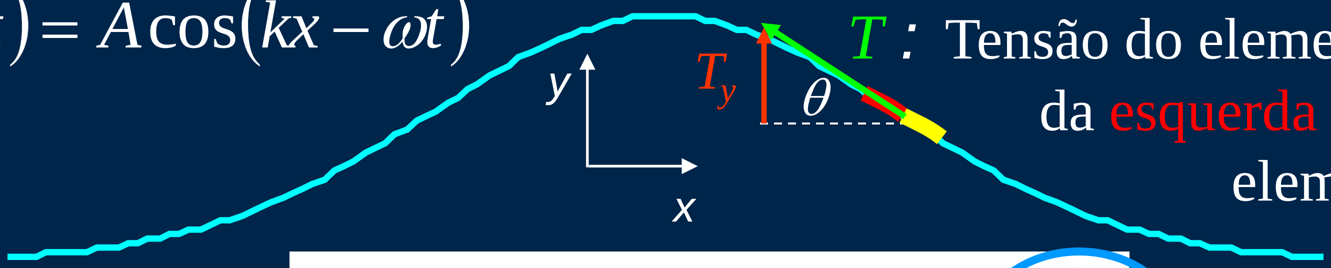
Propriedades das Ondas

Ondas : Oscilações transportam
INFORMAÇÃO E ENERGIA

A potência é proporcional à amplitude.

Energia e Potência

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$



T : Tensão do elemento de corda da esquerda sobre o elemento da direita

$$T_y = T sen\theta \sim T\theta \sim T tg\theta \sim -T\frac{\partial y}{\partial x}$$

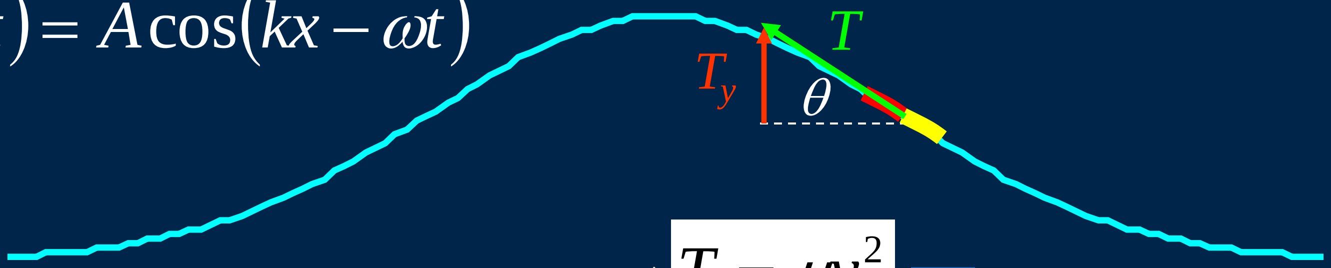
Potência transmitida através da onda: esq → dir:

$$P(x,t) = T_y v_y = T_y \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$P(x,t) = -T\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial t}$$

Energia e Potência

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$



$$T = \mu v^2$$

$$P(x,t) = -T\,\frac{\partial y}{\partial x}\,\frac{\partial y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -Ak\,sen(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = A\omega\,sen(kx - \omega t)$$

$$P(x,t) = \mu v^2 k\omega A^2 sen^2(kx - \omega t)$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$P(x,t) = \mu v \omega^2 A^2 sen^2(kx - \omega t)$$

Energia e Potência

$$P(x,t) = \mu v \omega^2 A^2 sen^2(kx - \omega t)$$

Valor médio:

$$\overline{P}(x,t) = \overline{\mu v \omega^2 A^2}\,\overline{sen^2(kx - \omega t)}$$

mas:

$$\overline{\sin^2(\theta)} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2(\theta)\,d\theta = \frac{1}{2}$$

(Cálculo I *!*)

Potência média transmitida pela onda numa corda:

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2$$

Princípio da superposição

Duas ondas :

$y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$

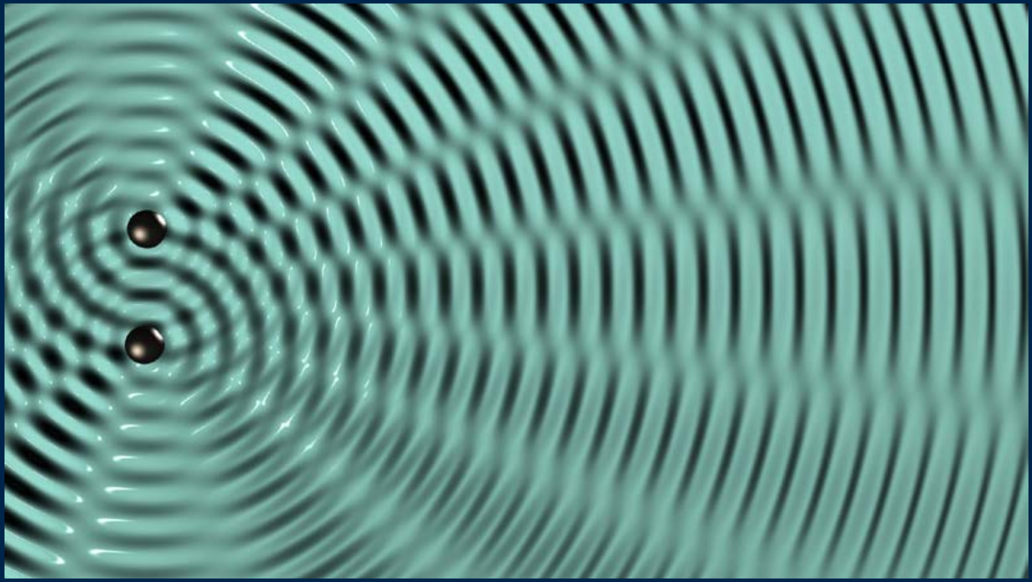
Se as duas ondas existem numa corda simultaneamente:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$ ➡ Onda resultante

A superposição é uma consequência direta do fato da Equação de Onda ser uma Equação Diferencial Linear.

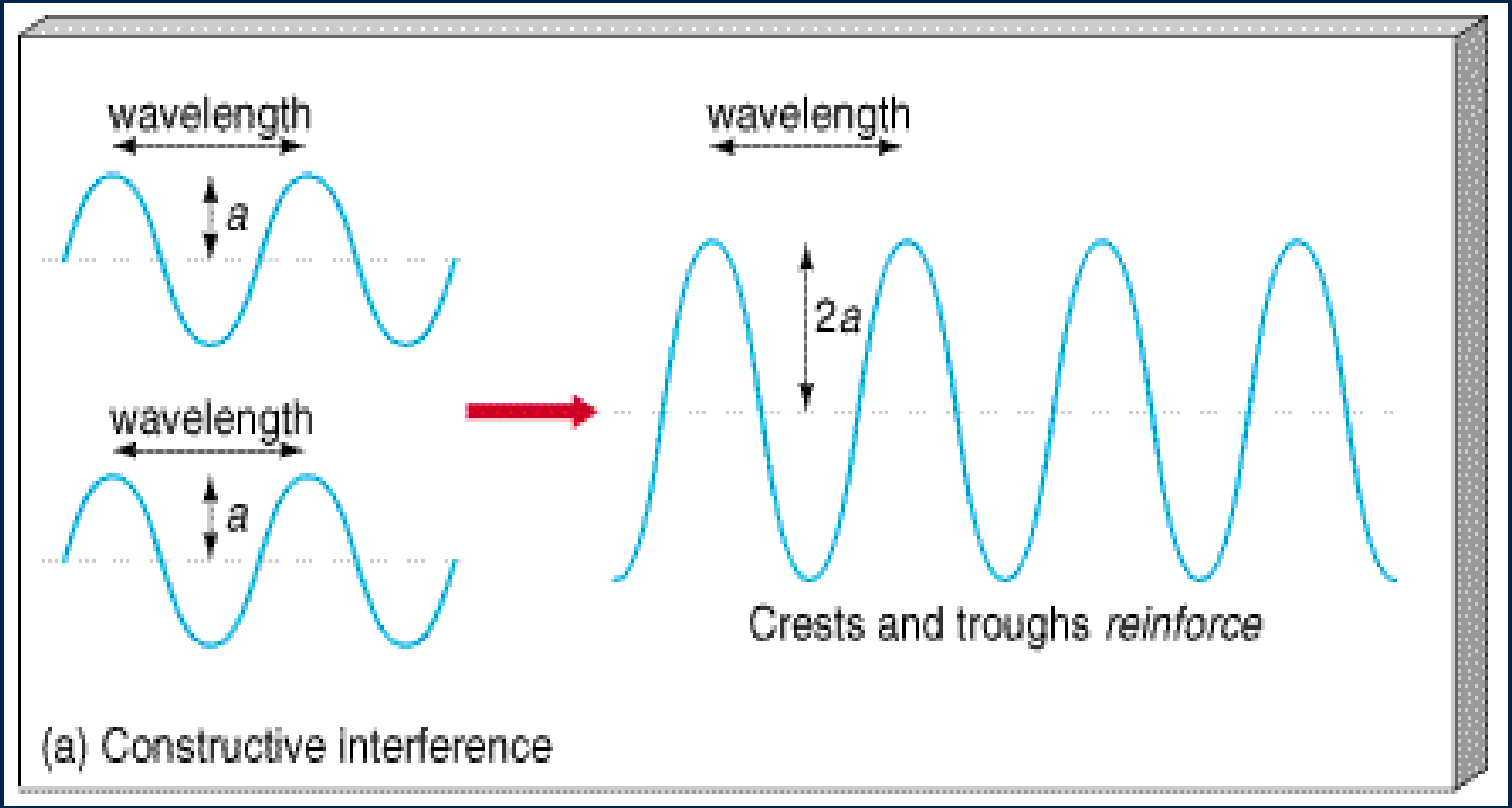
Interferência

Duas ondas na
superfície da água

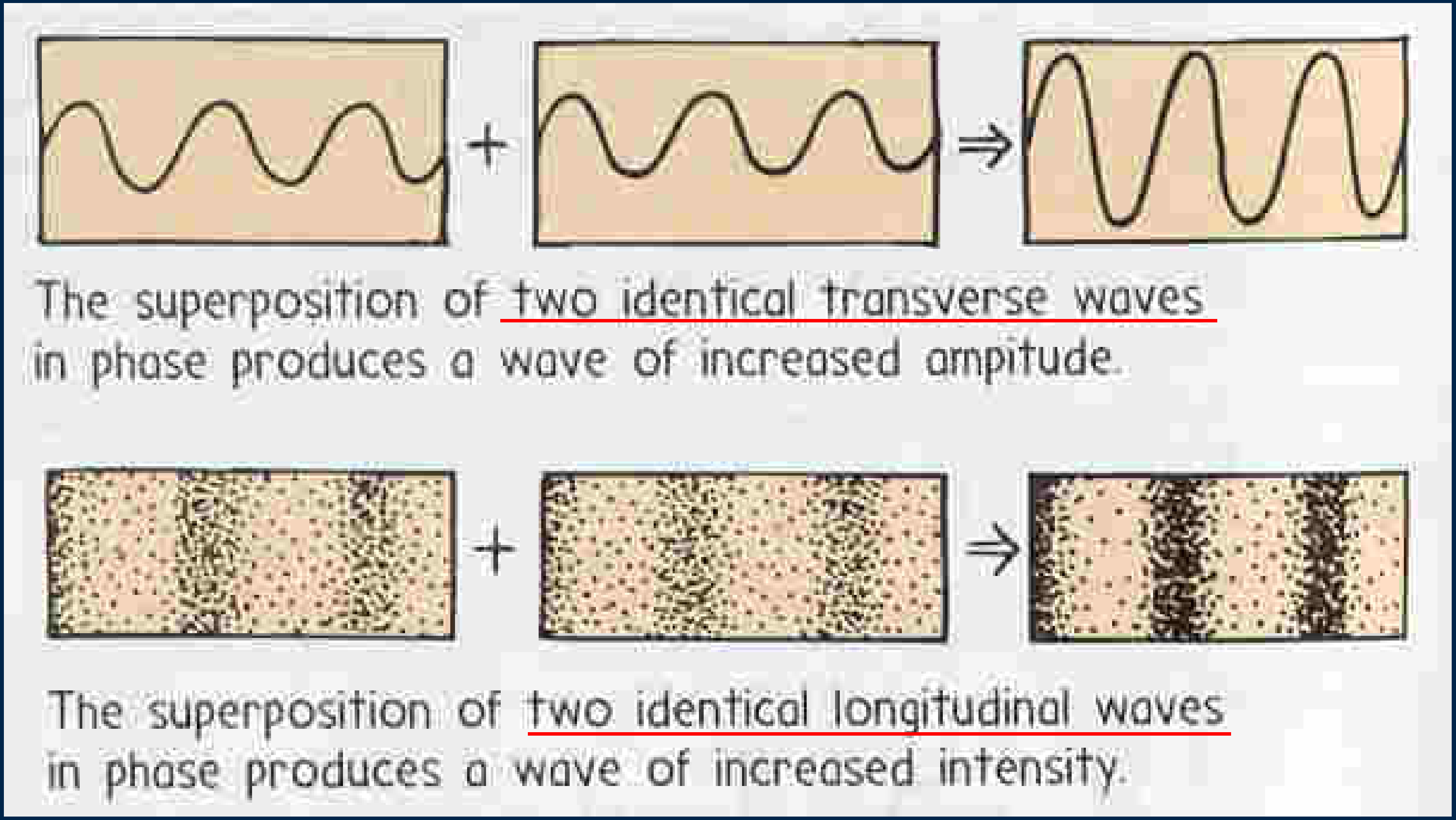


Interferência construtiva

Diferença de fase entre as duas ondas = **ZERO**

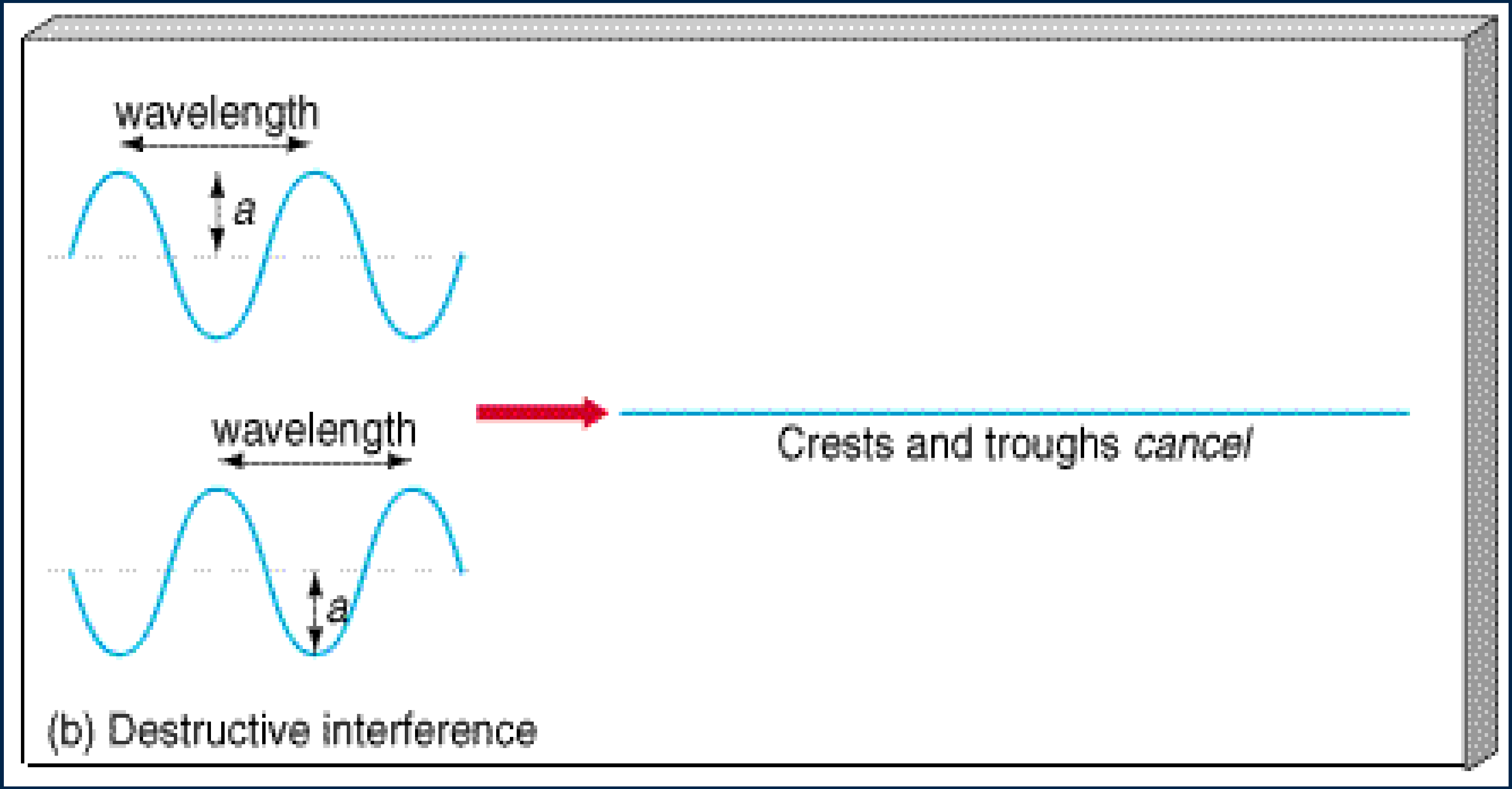


Interferência construtiva

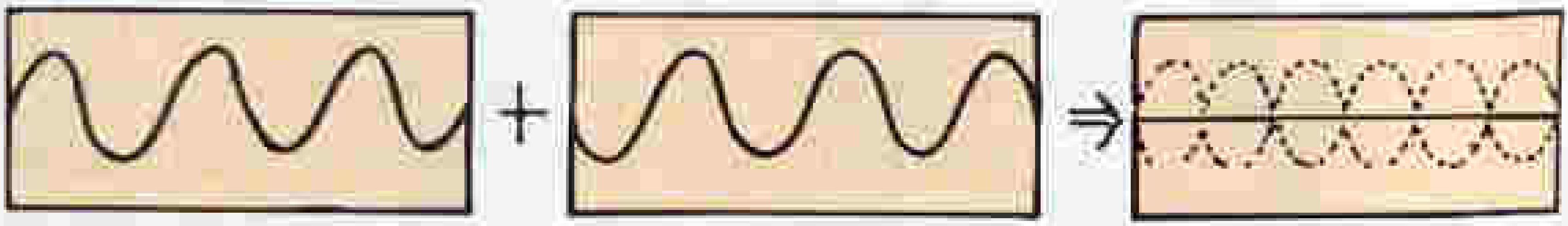


Interferência destrutiva

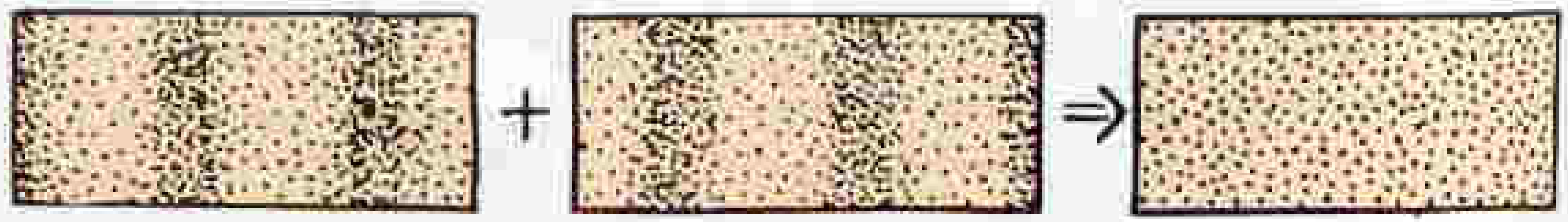
Diferença de fase entre as duas ondas = ½ λ



Interferência destrutiva



Two identical transverse waves that are out of phase destroy each otherwhen they are superimposed.



Two identical longitudinal waves that are out of phase destroy each other when they are superimposed.

Interferência

Duas ondas de amplitudes (A) iguais:

$$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A\sin(\underbrace{kx - \omega t}_{b}) + A\sin(\underbrace{kx - \omega t + \phi}_{a})$$

ϕ : Diferença de fase entre as ondas

$$sen\,a + sen\,b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$y(x,t) = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Interferência

$$y(x,t) = \overbrace{2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)}^{\text{Amplitude}} \overbrace{\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)}^{\text{Fase}}$$

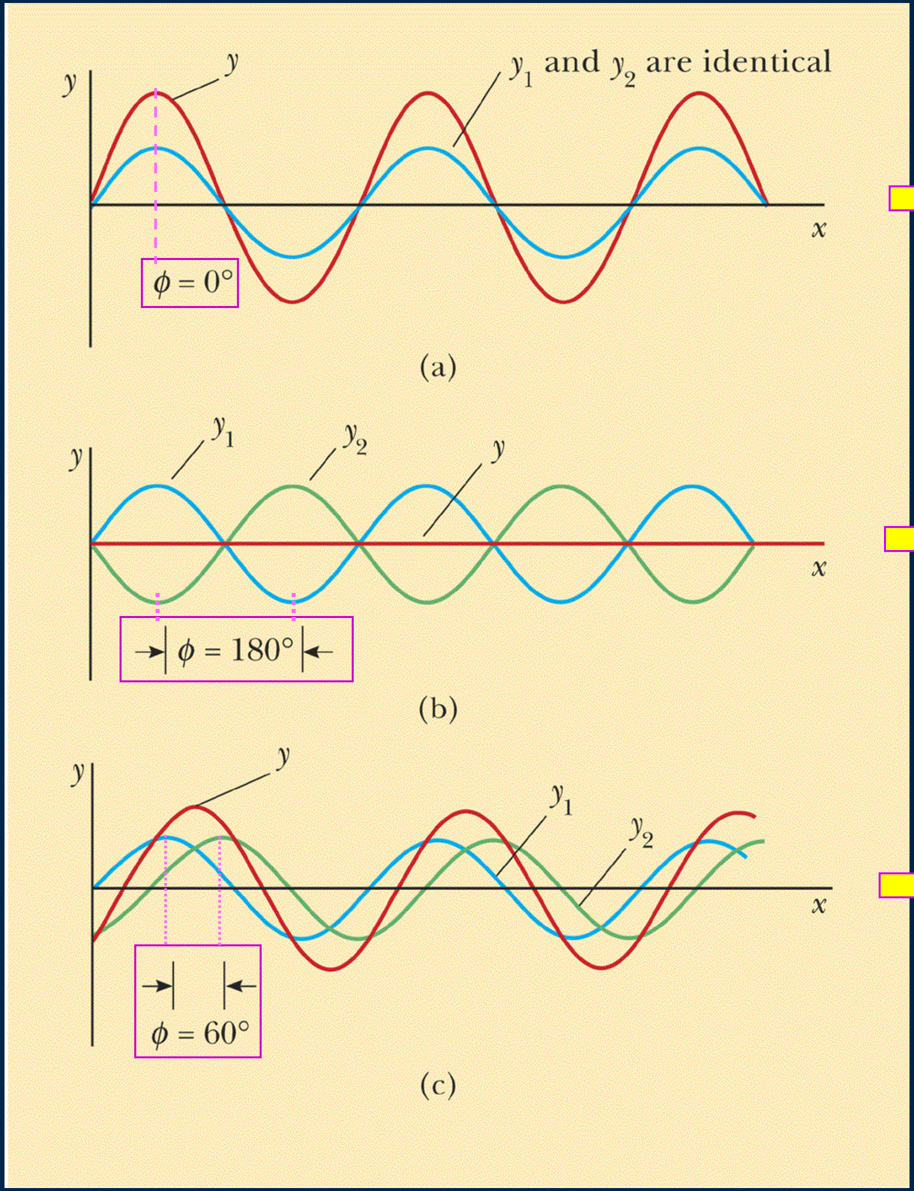
Se: $\phi = 0 \rightarrow$ Amplitude = 2A

Interferência construtiva

Se: $\phi = \pi \rightarrow$ Amplitude = 0

Interferência destrutiva

Interferência



Construtiva

Destrutiva

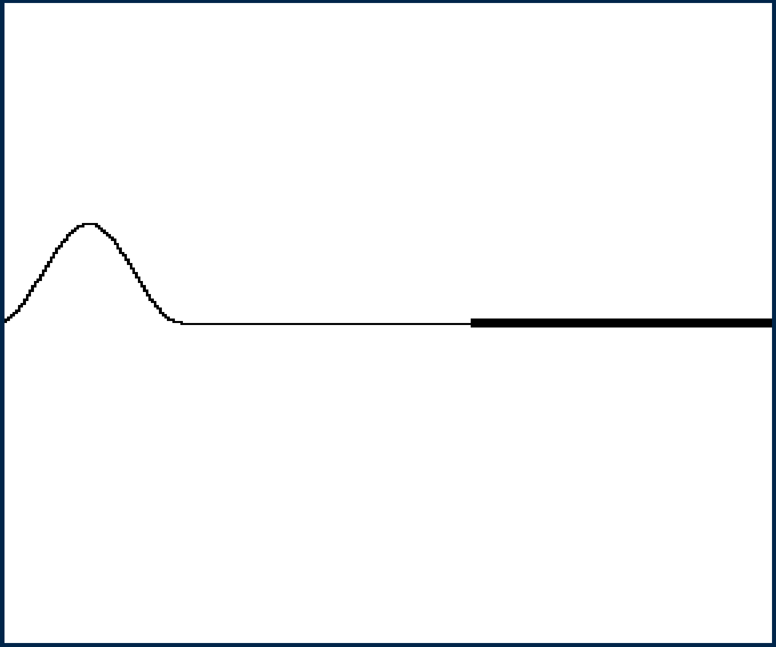
Intermediária

$$y(x,t) = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Reflexão de ondas

- Depende da diferença da "impedância" característica dos meios:

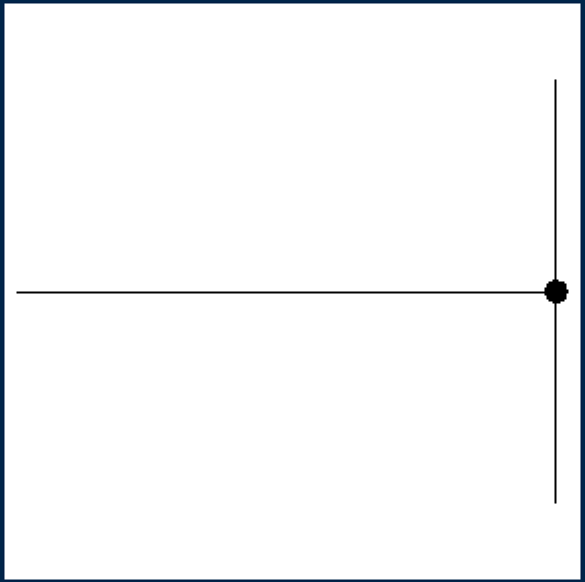
Quanto maior a diferença de impedância maior a fração de energia refletida e menor a fração de energia transmitida.



Reflexão de ondas

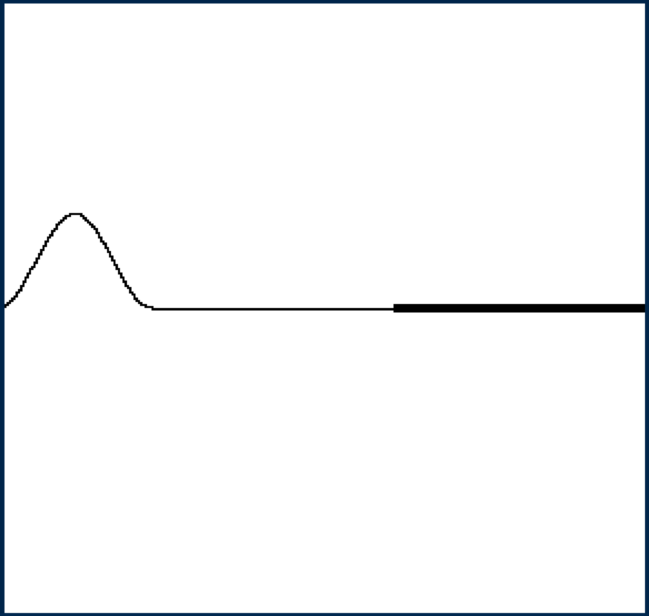
Corda com uma extremidade fixa:

O pulso refletido é invertido em relação ao pulso incidente



Reflexão de ondas

Reflexão em uma
interface: macia $\rightarrow$ dura



Ondas estacionárias

Duas ondas idênticas propagando em sentidos opostos:

$$y_1(x,t) = A\sin(\underbrace{kx}_{b} - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = A\sin(\underbrace{kx}_{a} + \omega t)$$

$$sen\,a + sen\,b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Ondas estacionárias

Amplitude depende de x

$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Variação temporal

NÃO tem termo $(kx - \omega t)$ $\begin{cases} \rightarrow \text{ NÃO é uma onda progressiva} \\ \rightarrow \text{ É uma onda estacionária} \end{cases}$

Pontos de amplitude nula:

$$kx = 0, \pi, 2\pi, \ldots, n\pi \ldots$$

NÓS

Pontos de amplitudes máxima:

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots, \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \ldots$$

ANTI-NÓS

$$n = 0, 1, 2, \ldots$$

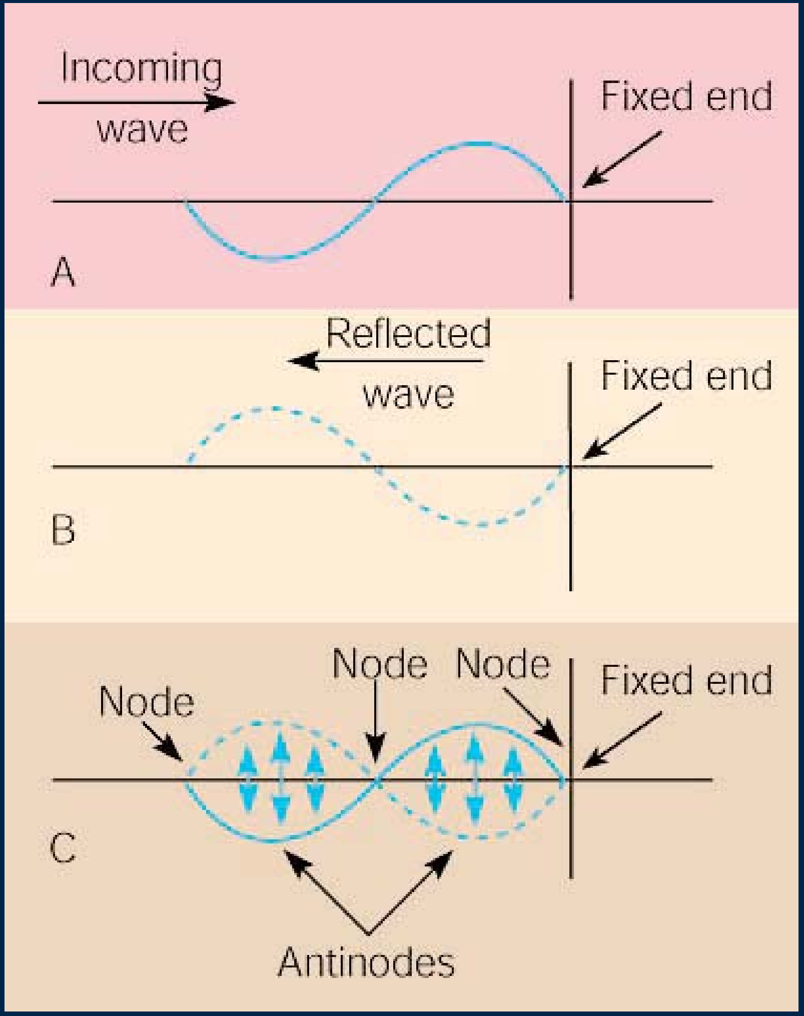
Formação de Ondas Estacionárias

Onda incidente;
em extremidade fixa

\+

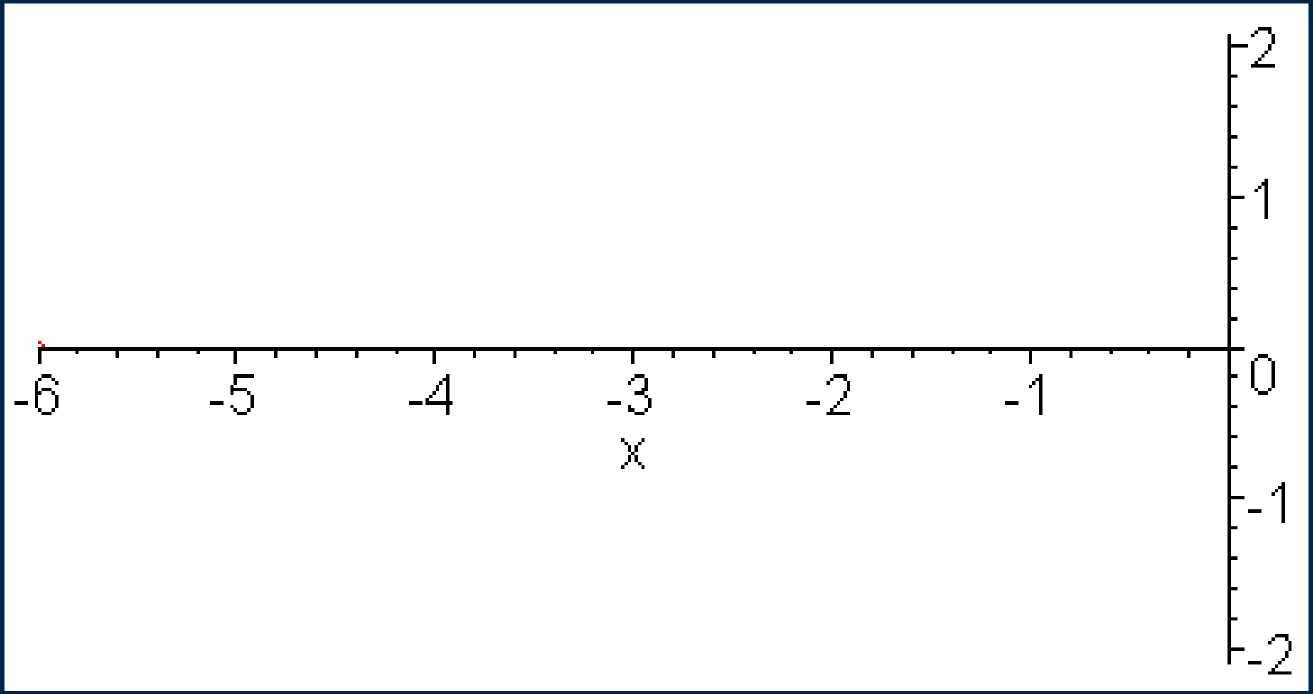
Onda refletida;
mesma amplitude e frequência

= Onda estacionária



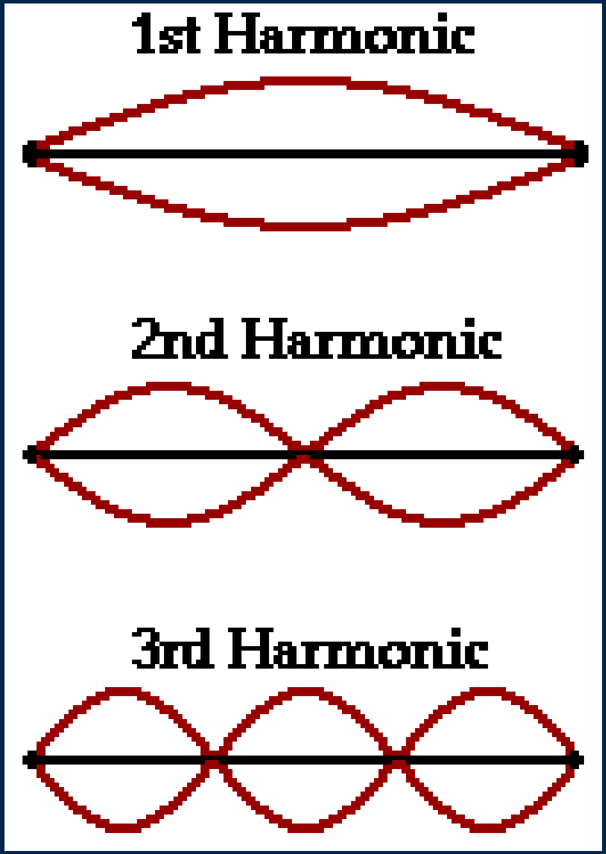
Onda estacionária com 1 λ de comprimento: 3 nós e 2 anti-nós

Formação de ondas estacionárias



Ondas estacionárias

CORDAS VIBRANTES



Ondas estacionárias: Ressonâncias

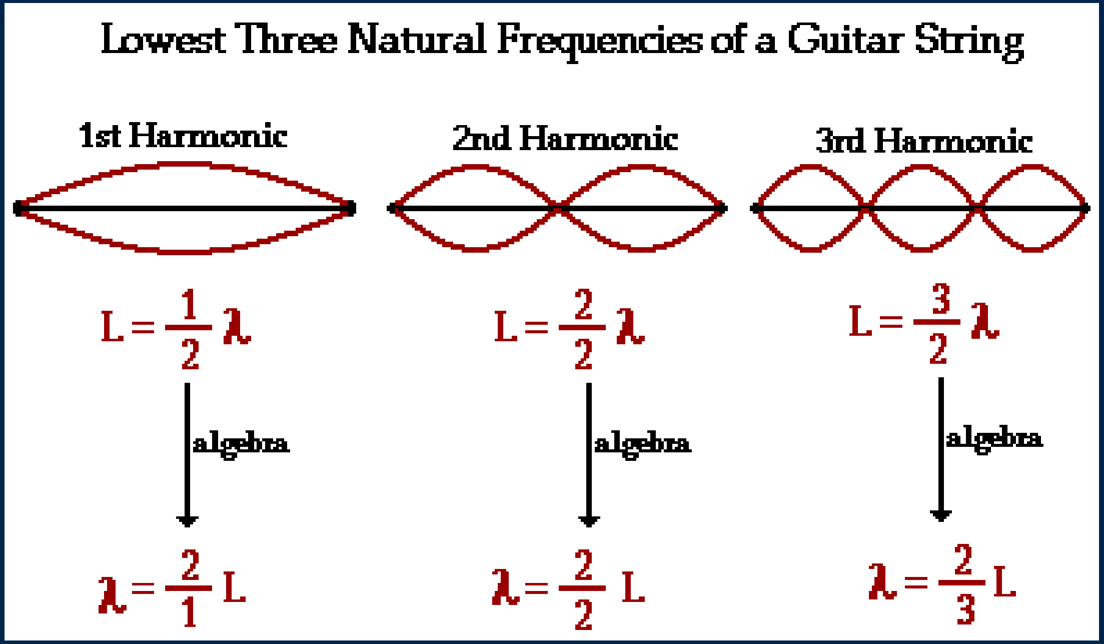
CONDIÇÃO: Extremidades fixas (NÓS)

Ressonâncias

Comprimentos de onda e Frequências ressonantes:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L}$$

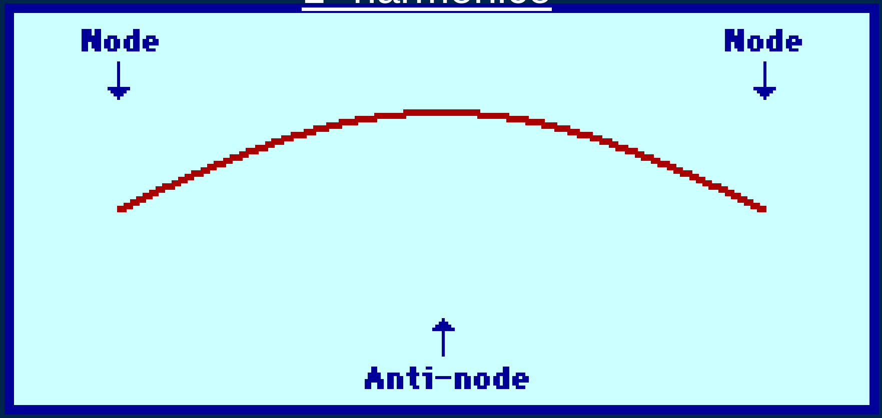


Menor frequência: Frequência Fundamental

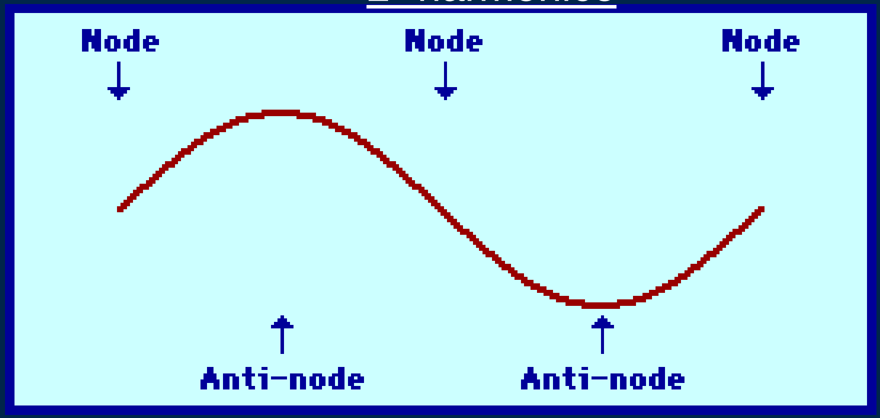
Demais frequências: Série Harmônica

Ressonâncias

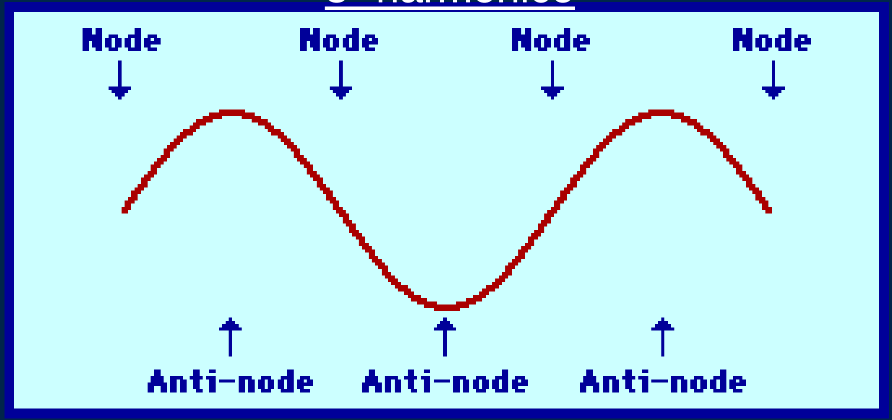
1º harmônico



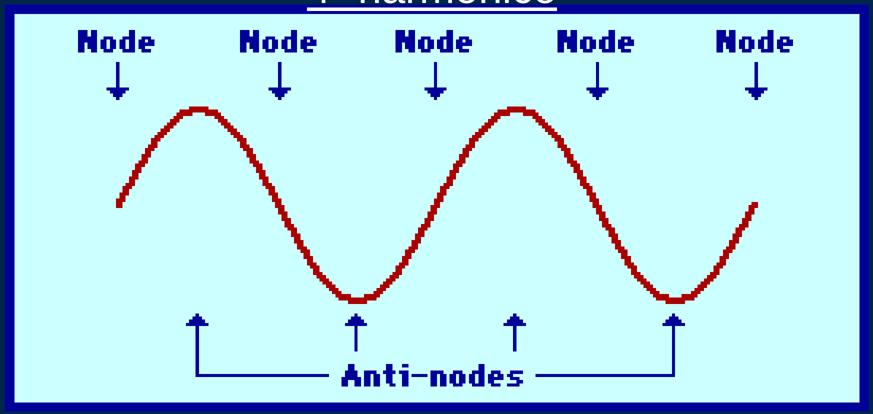
2º harmônico



3º harmônico



4º harmônico



Simulador de cordas : http://www.falstad.com/loadedstring/

Frequência e Período

Se uma fonte oscila com um período de 0,1 segundos, qual é a frequência de oscilação?

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}1} = 10\ \mathrm{Hz}$$

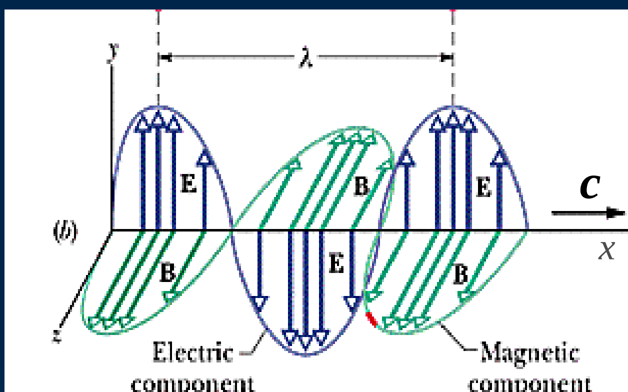
Se uma fonte tem uma frequência de 0,2 Hz qual é o tempo de uma oscilação?

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}2} = 5s$$

Tipos de Onda

ONDAS ELETROMAGNÉTICAS: propagam num meio material e no vácuo. Ex: luz, ondas de rádio, raios X.

Onda eletromagnética:



Espectro eletromagnético:

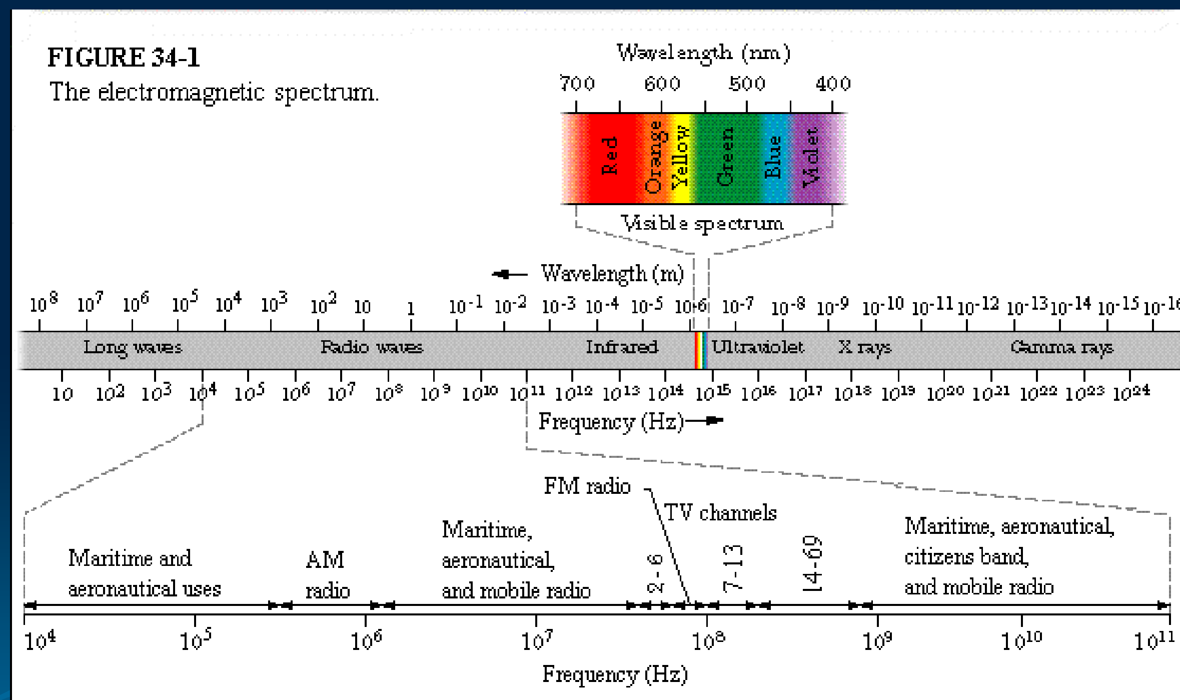


FIGURE 34-1
The electromagnetic spectrum.

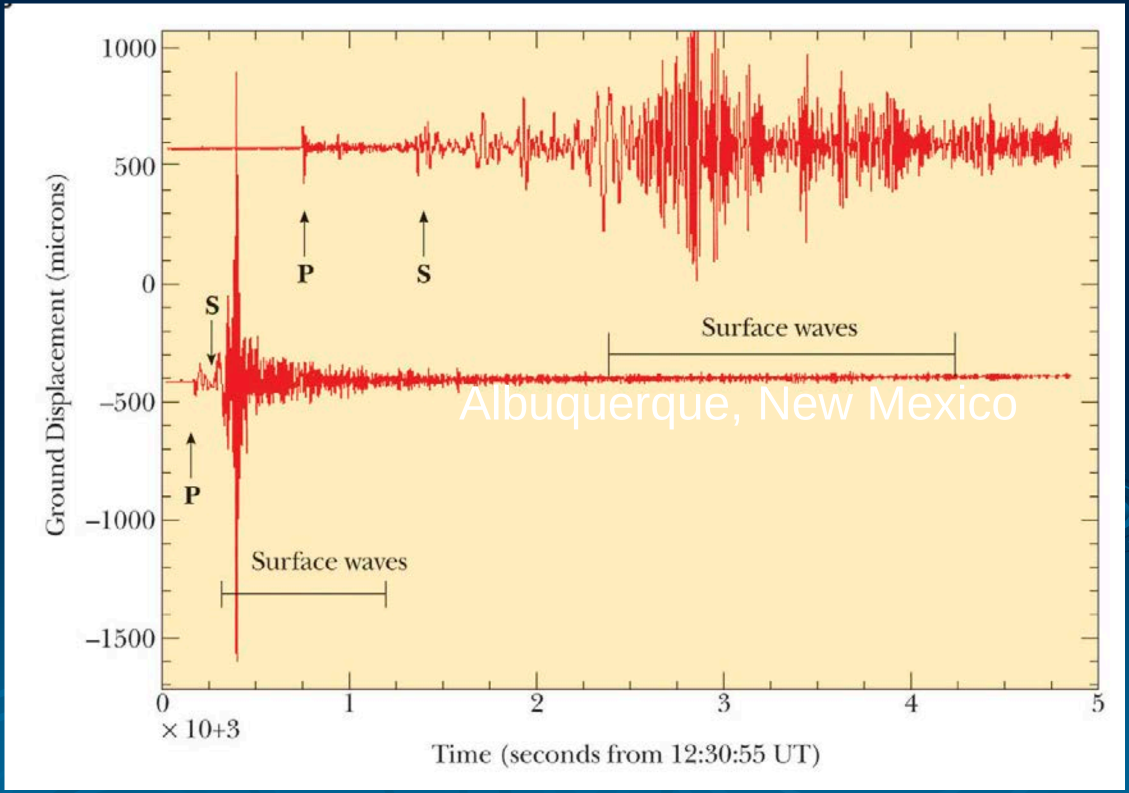
Exemplo: Ondas sísmicas

Terremotos

- Ondas P : primárias : longitudinais
- Ondas S : secundárias : transversais

Velocidades típicas:
v(P) ~ 5 km/s
v(S) ~ 3 km/s

- A separação entre P e S aumenta com distância do epicentro



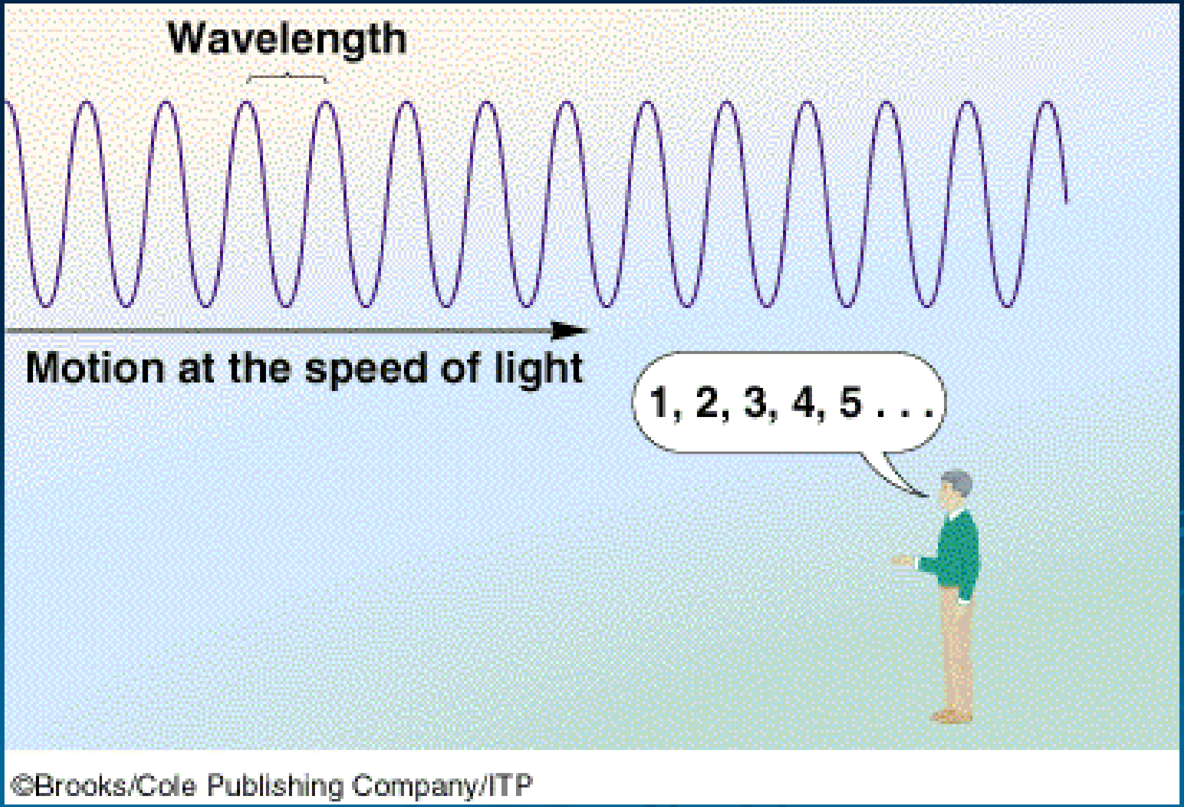
San Pablo (Espanha)

Parâmetros da Onda

Frequência:

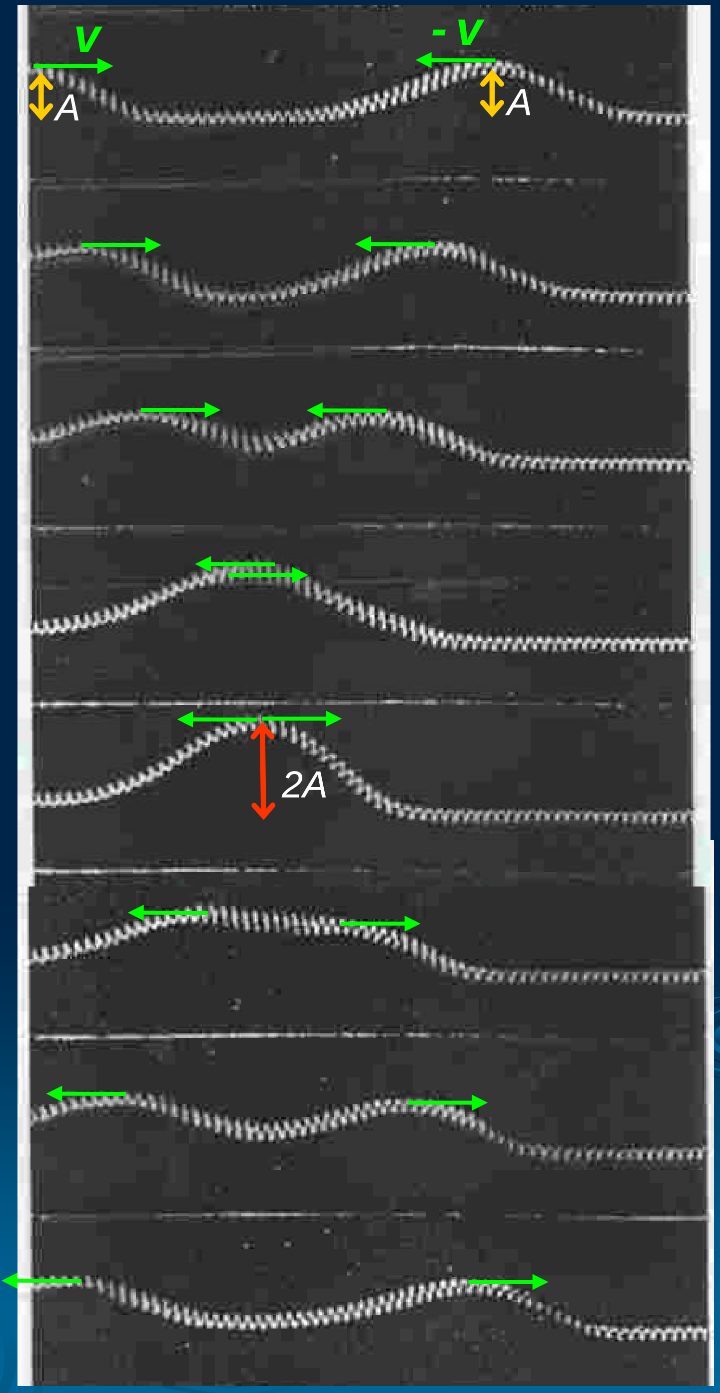
Número de oscilações por unidade de tempo

Unidade : [1/seg] = [Hertz]



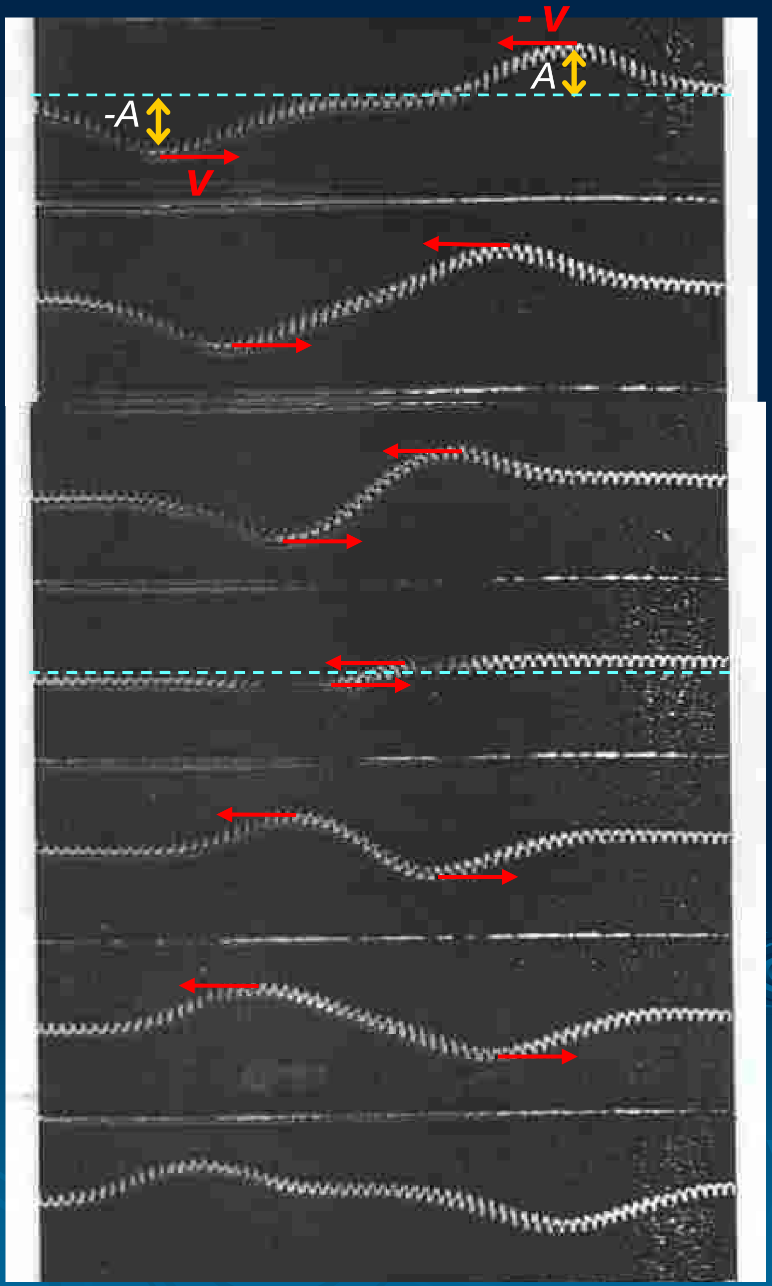
Interferência construtiva

<u>DOIS PULSOS IGUAIS</u>
se propagando em sentidos opostos



Interferência destrutiva

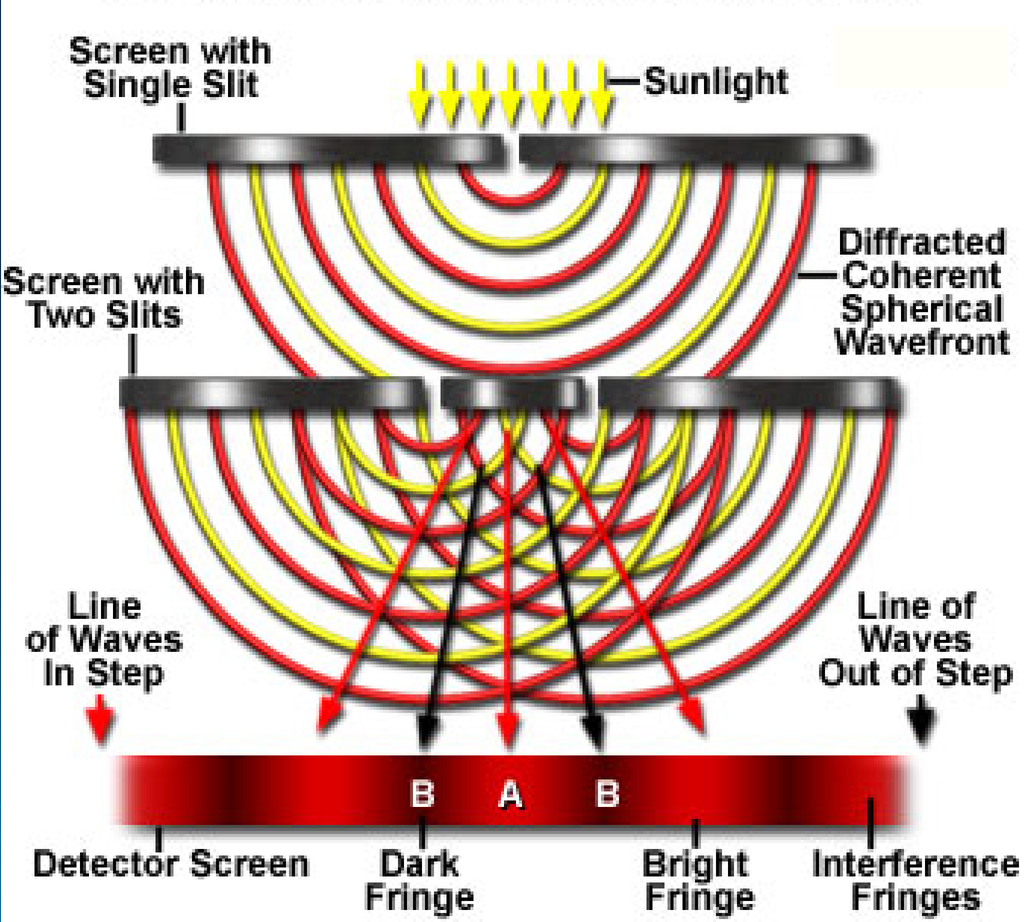
<u>DOIS PULSOS OPOSTOS</u> se propagando em sentidos opostos



Interferência: Ondas Luminosas

Thomas Young (1773 -1829)
(Físico e Médico Inglês)

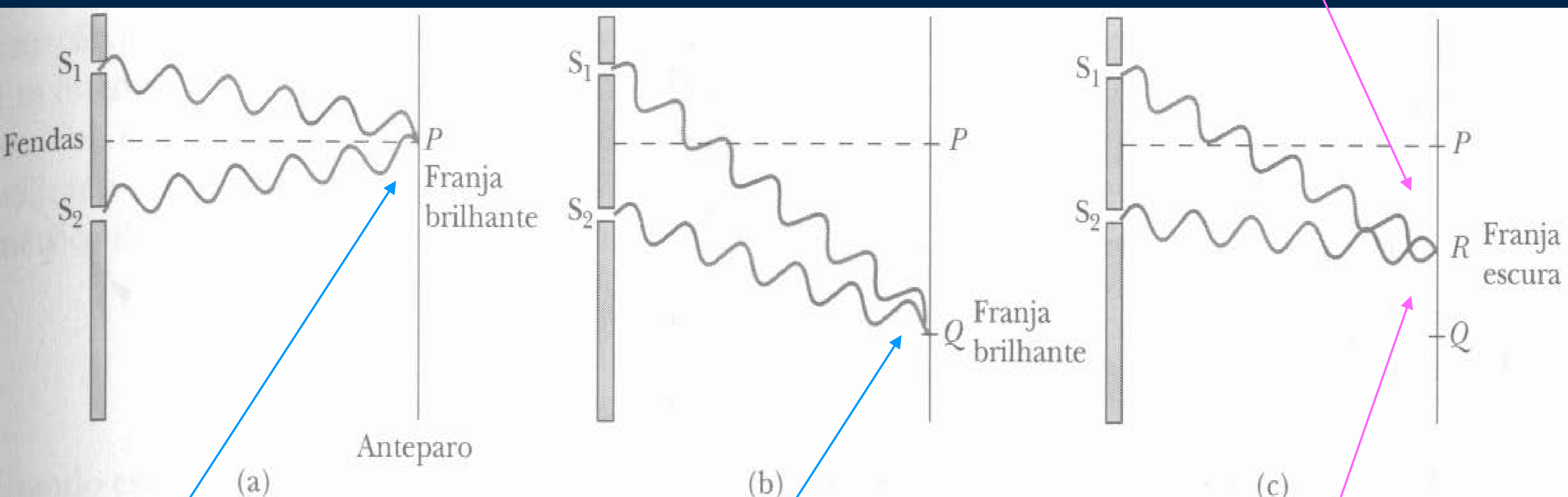
Experimento de Young (1801) : Fenda Dupla



Interferência: Ondas Luminosas

- Temos a formação de franjas devido a diferença de percursos (ópticos):

Ondas fora de Fase: Interferência Destrutiva
(Diferença de percurso = $(n+½)\lambda$, $n = 0, 1, 2,...$)



Ondas em Fase: Interferência Construtiva
(Diferença de percurso = $n\lambda$, $n = 0, 1, 2,...$)

R a meia distância entre P e Q

Ressonâncias

Exemplos de Ondas de Matéria:

- PARTÍCULA LIVRE :

  Qualquer Frequência → Qualquer Energia

- PARTÍCULA CONFINADA :

  Só Frequências de ressonância → Só certas Energias

  → QUANTIZAÇÃO DA ENERGIA

ESTRUTURA ATÔMICA