

Aula 02 – Introdução à Resistência dos Materiais e Cálculo de Esforços Internos

Thales Freitas Peixoto

thalesfp@fem.unicamp.br

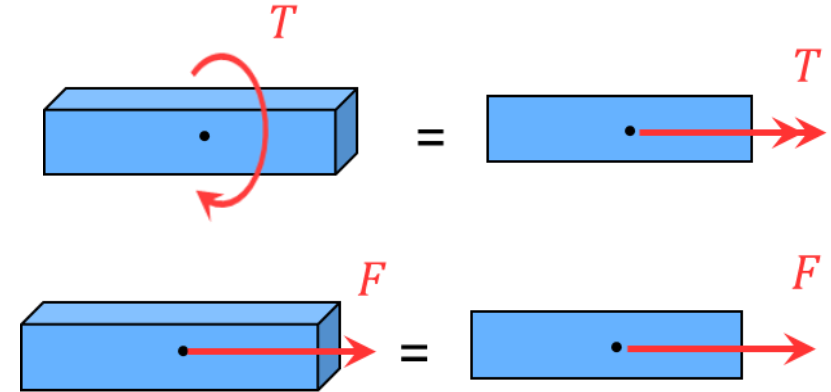
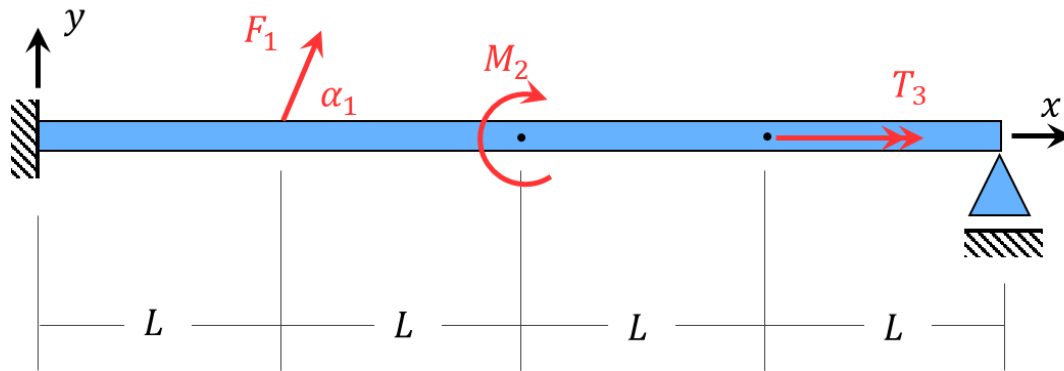
Bloco FE2 – Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR) – FEM

Objetivos da Aula

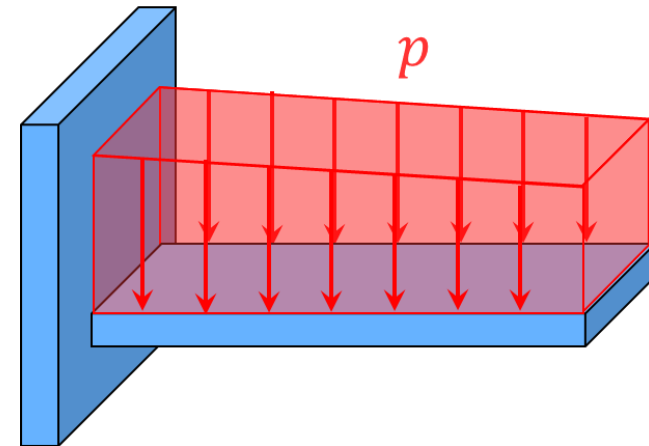
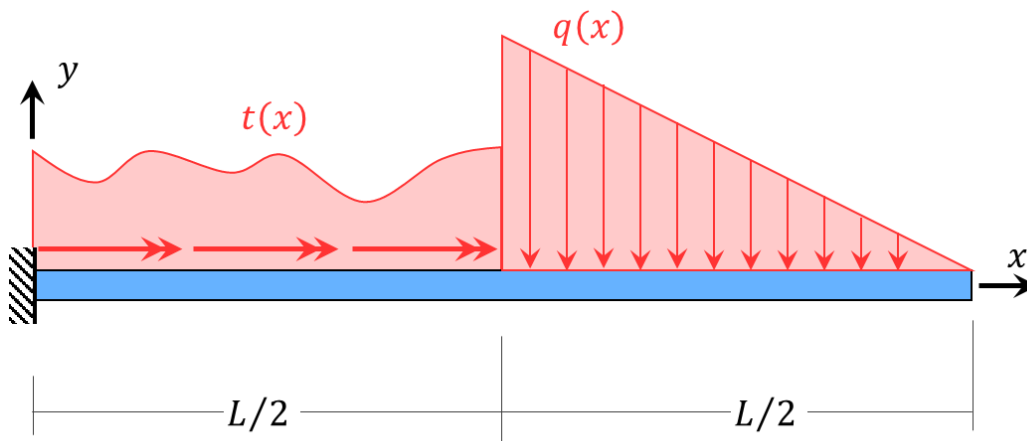
- Discutir as idealizações utilizadas para modelar problemas físicos.
- Modelar carregamentos distribuídos.
- Determinar os esforços internos solicitantes agindo no corpo.
- Diferenciar os diferentes tipos de carregamentos no corpo.
- Convenção de sinais dos esforços internos na Resistência dos Materiais.

Forças e carregamentos – representação

1. Esforços concentrados: representados por vetores, são uma idealização de *forças* e *momentos* agindo num ponto.

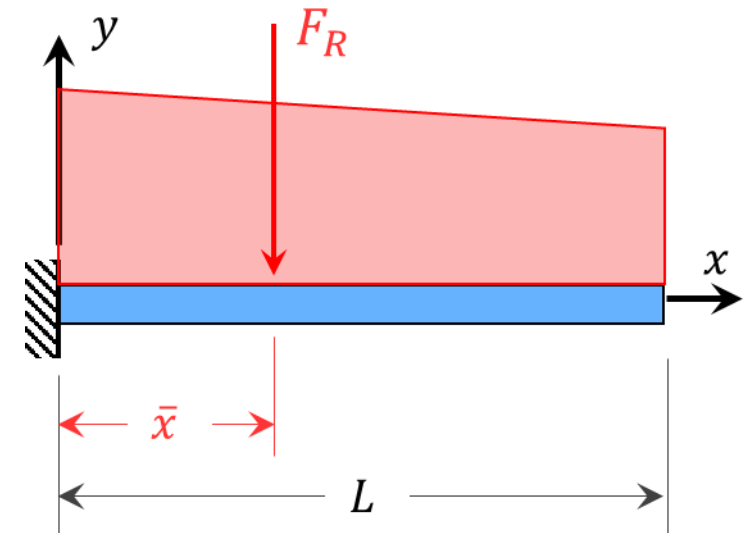
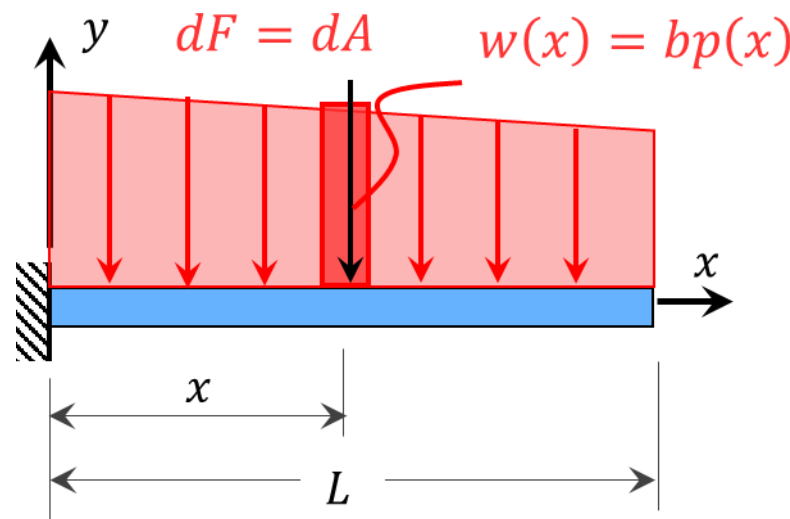
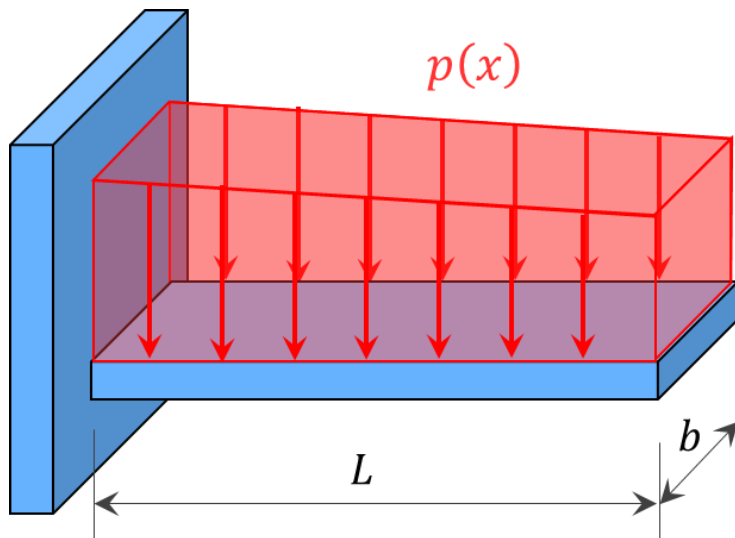


2. Esforços distribuídos: carregamentos agindo sobre uma *área finita*.



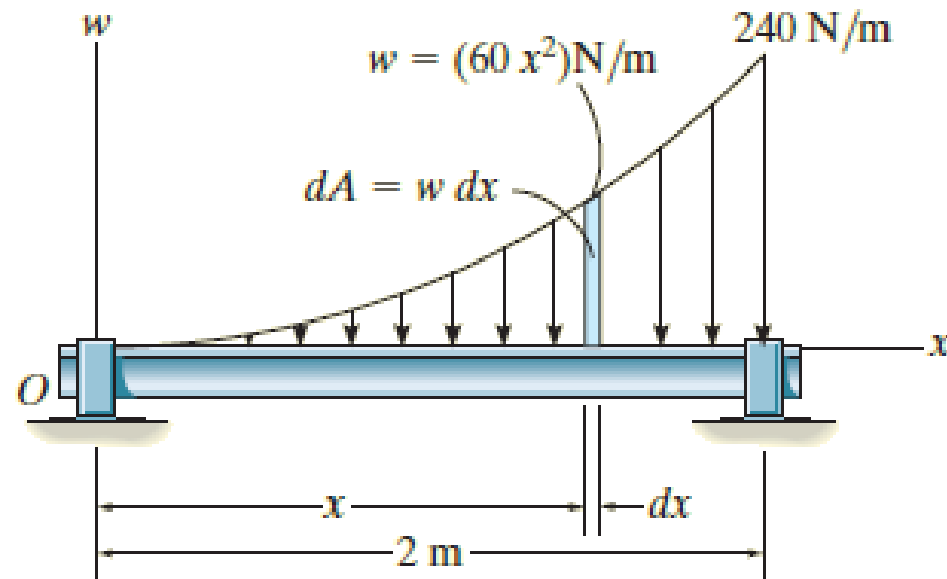
Carregamento estático equivalente

- Efeitos externos provenientes de um carregamento distribuído podem ser representados por uma força pontual equivalente.
- A magnitude da força é dada por: $F_R = \int_L w(x)dx$
- A localização dessa força é dada por: $\bar{x} = \frac{\int_L xw(x)dx}{\int_L w(x)dx}$



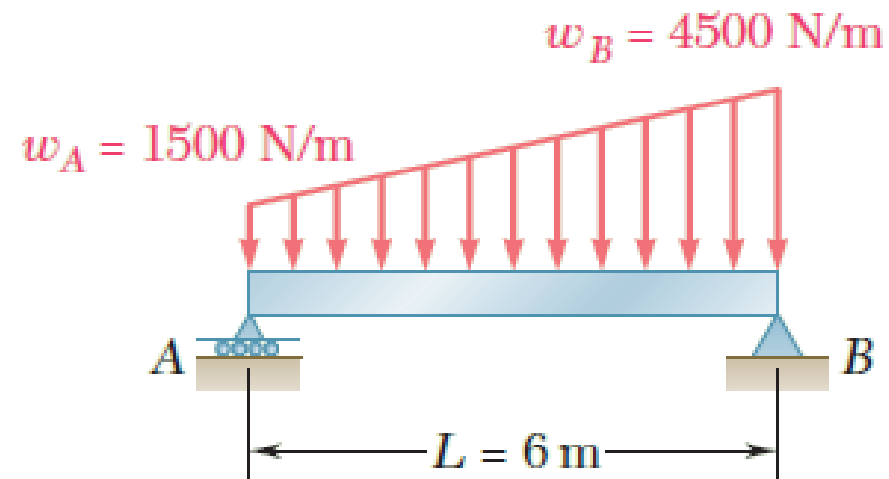
Exercício 09 – Equivalente estático

- Determine o carregamento estático equivalente da força distribuída agindo na viga mostrada na figura.



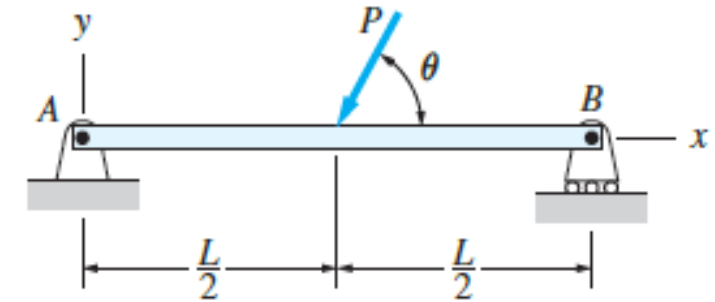
Exercício 10

- Determine as reações nos apoios A e B da viga biapoiada carregada pela força distribuída mostrada.

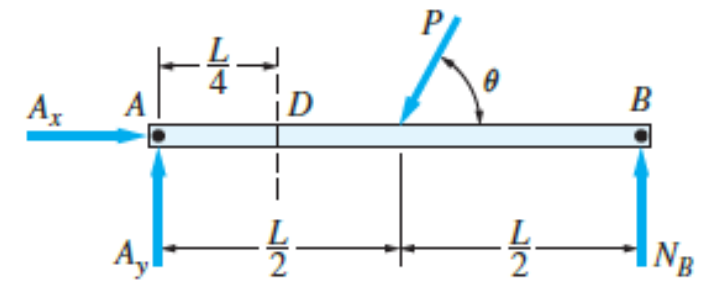


Análise de Sistemas Compostos

- As análises feitas até o momento consideram “corpos únicos”, sistemas compostos por um único elemento e o objetivo principal era determinar as reações externas que mantêm o corpo em equilíbrio.
- Nesses casos, como na viga mostrada ao lado, o problema é solucionado desenhando um único Diagrama de Corpo Livre e resolvendo-se um único sistema de equações para o corpo.
- É possível, no entanto, estudar também forças que agem em conexões internas ao corpo, chamadas de *reações internas*.

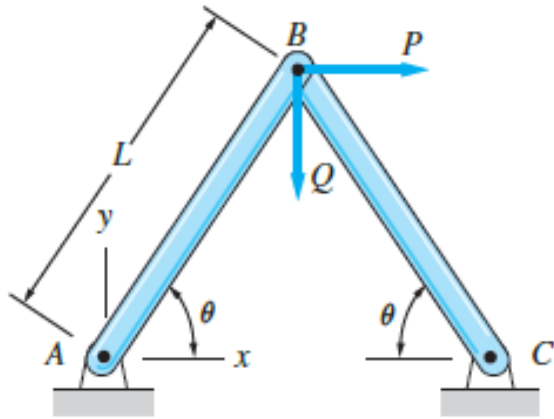


(a)



(b)

Análise de Sistemas Compostos

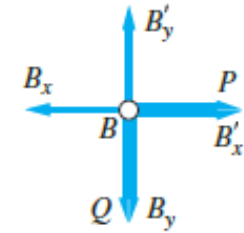


(a)

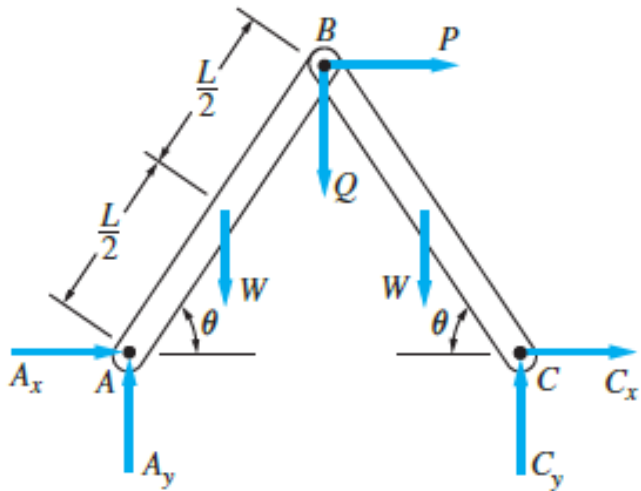
- No sistema ao lado, A e C são pinos que impedem as translações horizontal e vertical. Um único diagrama de corpo livre mostra que há 4 reações (incógnitas), mas somente 3 equações de equilíbrio disponíveis.

- Se o sistema é separado e o Diagrama de corpo Livre de cada componente é desenhado (atentando-se para considerar a 3ª lei nos pares de forças internas), o número de DCLs aumenta, bem como o número de incógnitas, mas também o número de equações independentes.

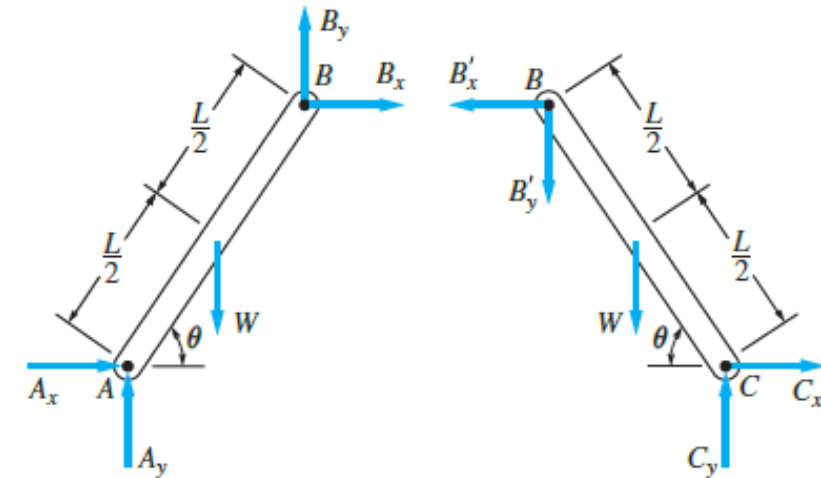
- De fato, todas as reações podem ser determinadas para esse problema, usando-se as equações da estática para cada segmento da estrutura.



(c)



(b)

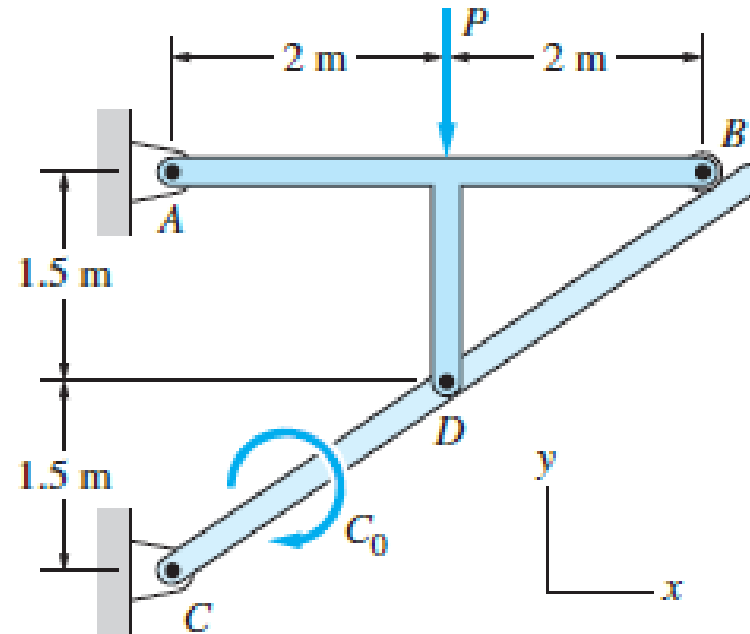


(a)

(b)

Exercício 11

- Desenhe o Diagrama de Corpo Livre da estrutura inteira mostrada abaixo e de cada uma de suas partes, desprezando o peso dos componentes. Determine o número total de incógnitas e o número total de equações de equilíbrio independentes que podem ser escritas para esse sistema.

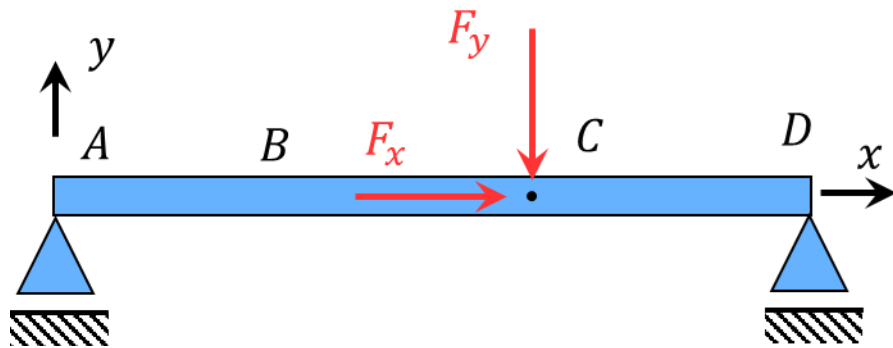


Classificação do sistema

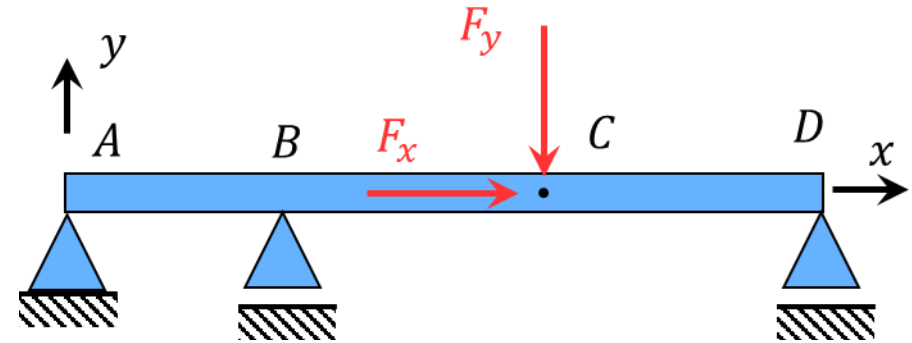
- O sistema pode ser classificado de acordo com o número de equações independentes e restrições (reações) agindo no sistema.
 1. Sistemas hipoestáticos: número de reações $<$ número de equações independentes
 2. Sistemas isostáticos: número de reações $=$ número de equações independentes
 3. Sistema hiperestático: número de reações $>$ número de equações independentes

Exercício 12

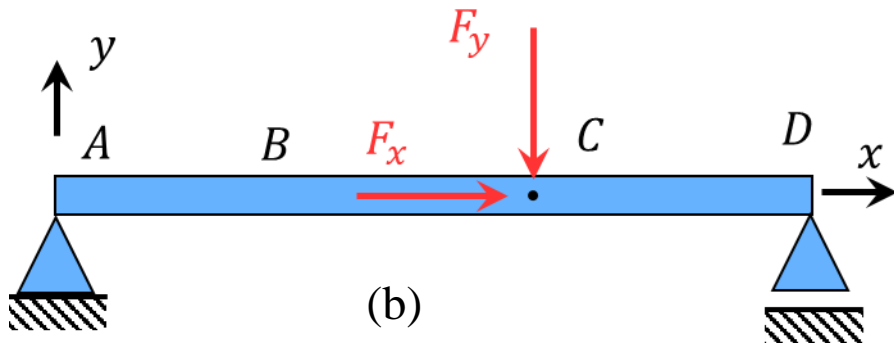
- Classifique os sistemas representados nas figuras abaixo de acordo com o número de equações independentes que podem ser obtidas e as restrições impostas.



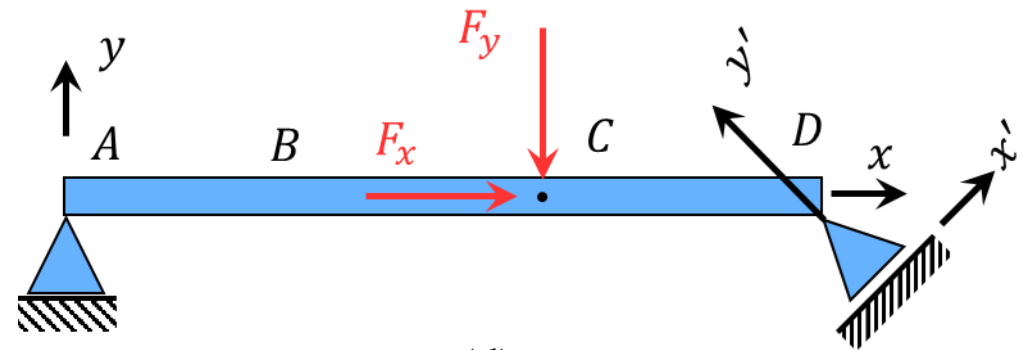
(a)



(c)



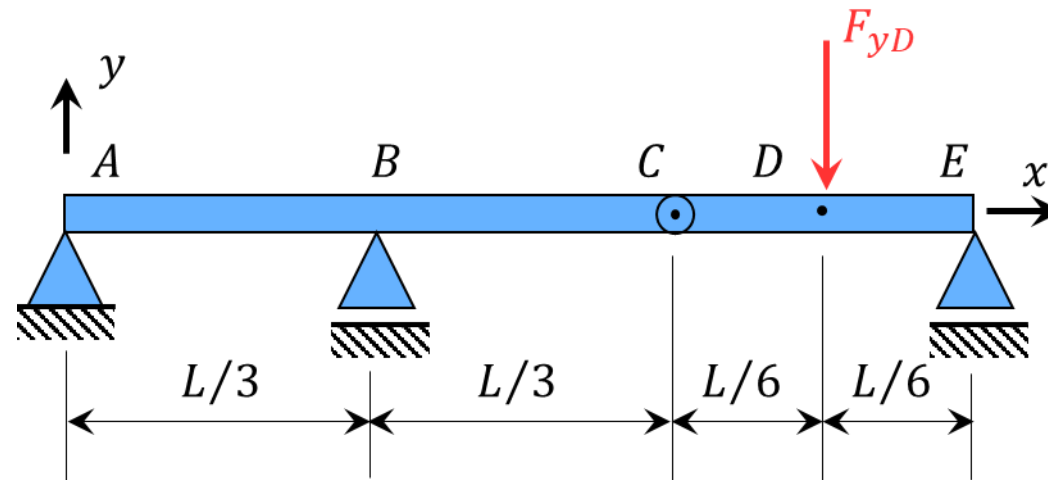
(b)



(d)

Exercício 13

- Determine, se possível, as reações dos apoios do corpo mostrado na figura.

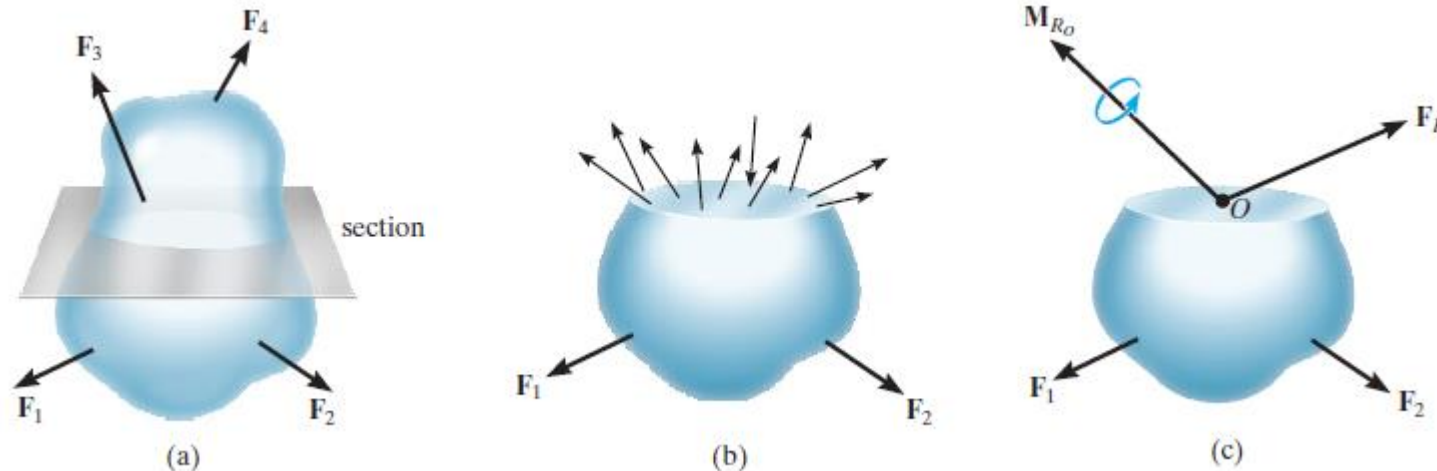


Equações de equilíbrio

- Os métodos de análise da estática em conjunto com o método das seções podem ser utilizados para analisar esforços internos ao longo dos corpos.
- O equilíbrio do corpo requer:
 - I. Equilíbrio de forças, prevenindo a translação do corpo ou seu movimento acelerado
 - II. Equilíbrio dos momentos, prevenindo a rotação do corpo
- Equações de equilíbrio do corpo:
$$\begin{cases} \sum \mathbf{F} = \mathbf{0} \\ \sum \mathbf{M}_O = \mathbf{0} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \sum F_x = 0 & \sum F_y = 0 & \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0 & \sum M_y = 0 & \sum M_z = 0 \end{matrix}$$
- Se o corpo está em equilíbrio, todas suas partes também estão.
- As equações de equilíbrio são válidas também para determinar os esforços agindo internamente no corpo.

Esforços internos

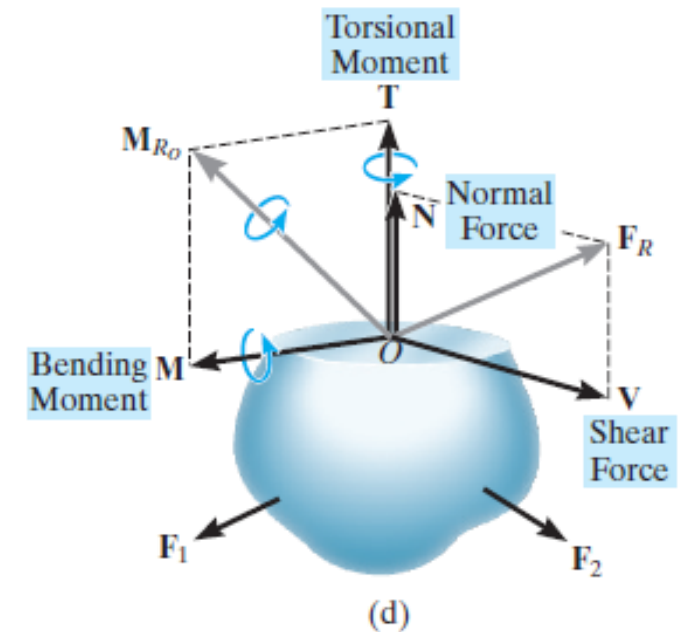
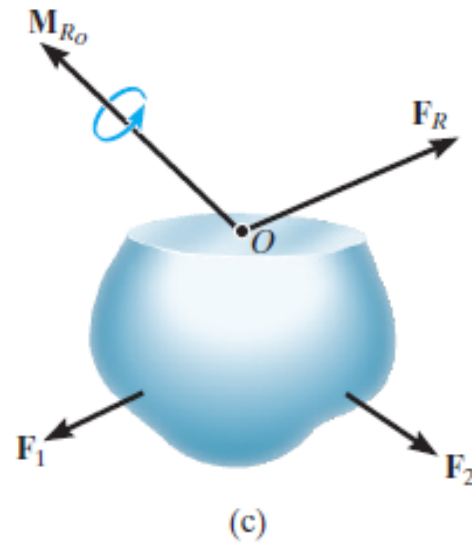
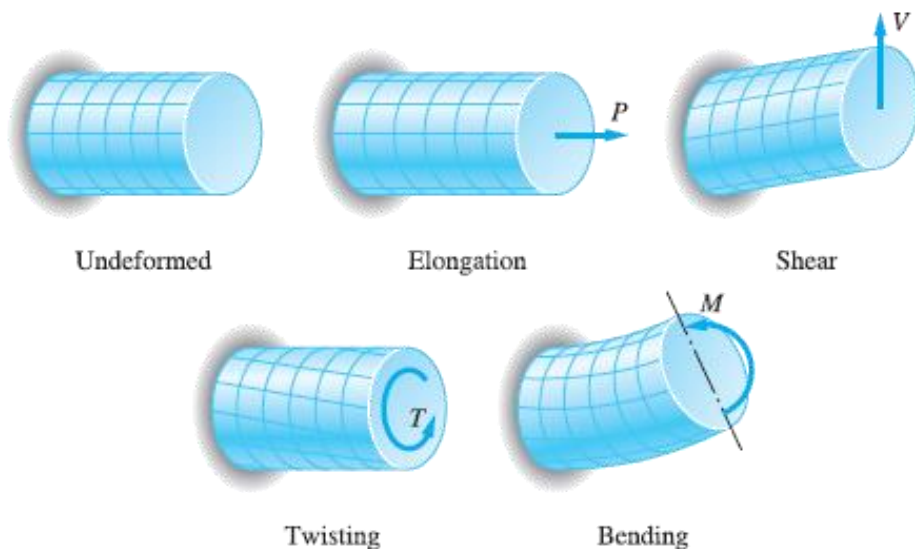
- As forças internas agindo no corpo podem ser determinadas pelo método das seções:
 - a) As cargas internas são obtidas através de um corte imaginário de uma seção transversal no ponto onde se deseja conhecer o carregamento interno.
 - b) As forças internas agindo na seção representam o efeito da parte superior do corpo sobre a parte inferior, mas sua distribuição exata pode ser desconhecida.
 - c) No entanto, as componente resultantes desses esforços internos podem ser determinadas aplicando-se as equações de equilíbrio para a seção do corpo.



Esforços internos

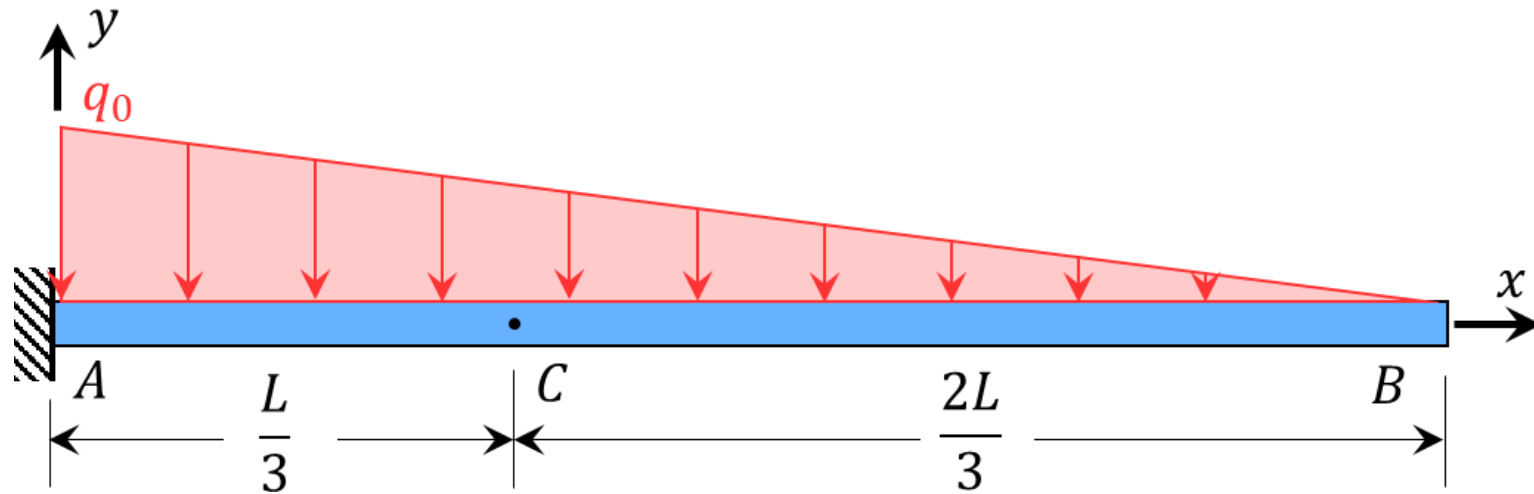
d) A resultante das forças internas (e momentos) pode ser decomposta em duas componentes: uma componente normal e outra tangencial à área da seção transversal.

- N : força normal
- V : força cortante (ou força de cisalhamento)
- T : momento torsor
- M : momento fletor



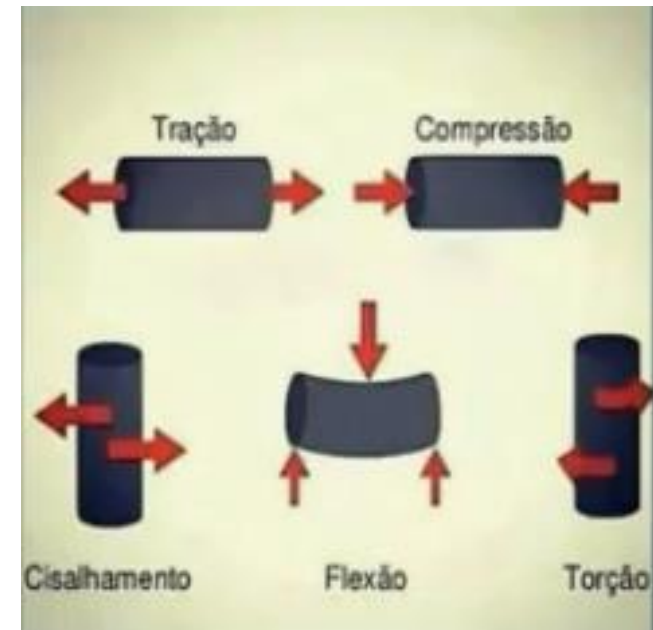
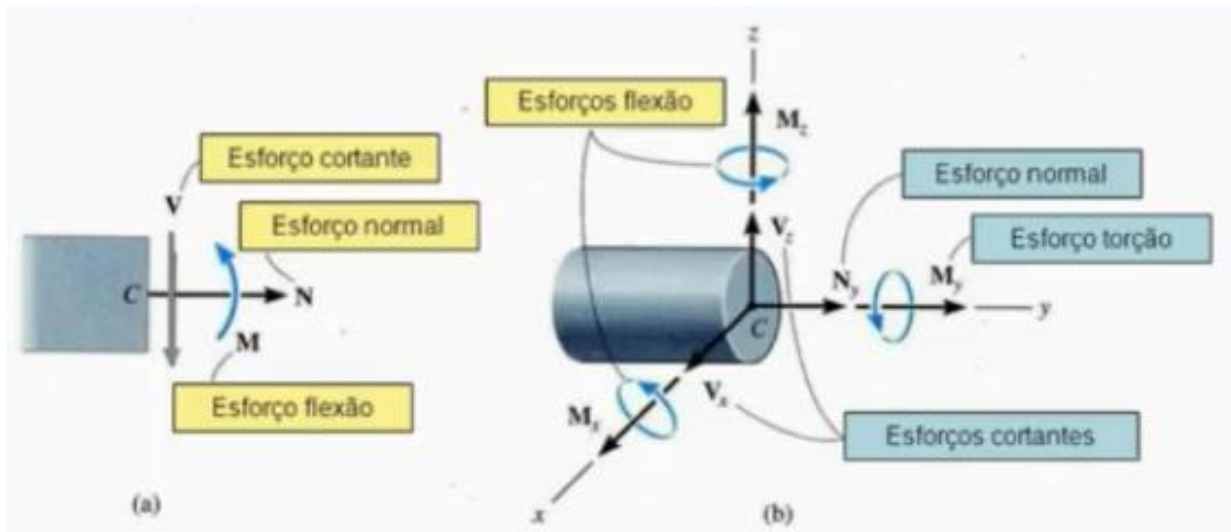
Exercício 14

- Determine o carregamento interno resultante agindo na seção transversal C da viga engastada mostrada na figura. Considere $q_0 = 300 \text{ N/m}$ e $L = 3.6 \text{ m}$.



Esforços internos

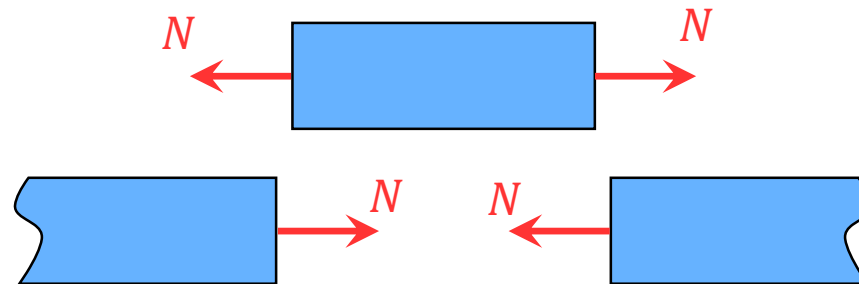
- Componentes normal e tangencial dos esforços internos:
 - N , força normal: perpendicular à seção transversal, tende a alongar ou comprimir a barra
 - V , força cortante: paralelo à seção transversal, tende a cisalhar (escorregar) um segmento da barra em relação ao outro
 - T , momento torsor (torque): tende a torcer (rotacionar) a barra
 - M , momento fletor: tende a fletir (flexionar) a barra



Convenção de Sinais da Resistência dos Materiais

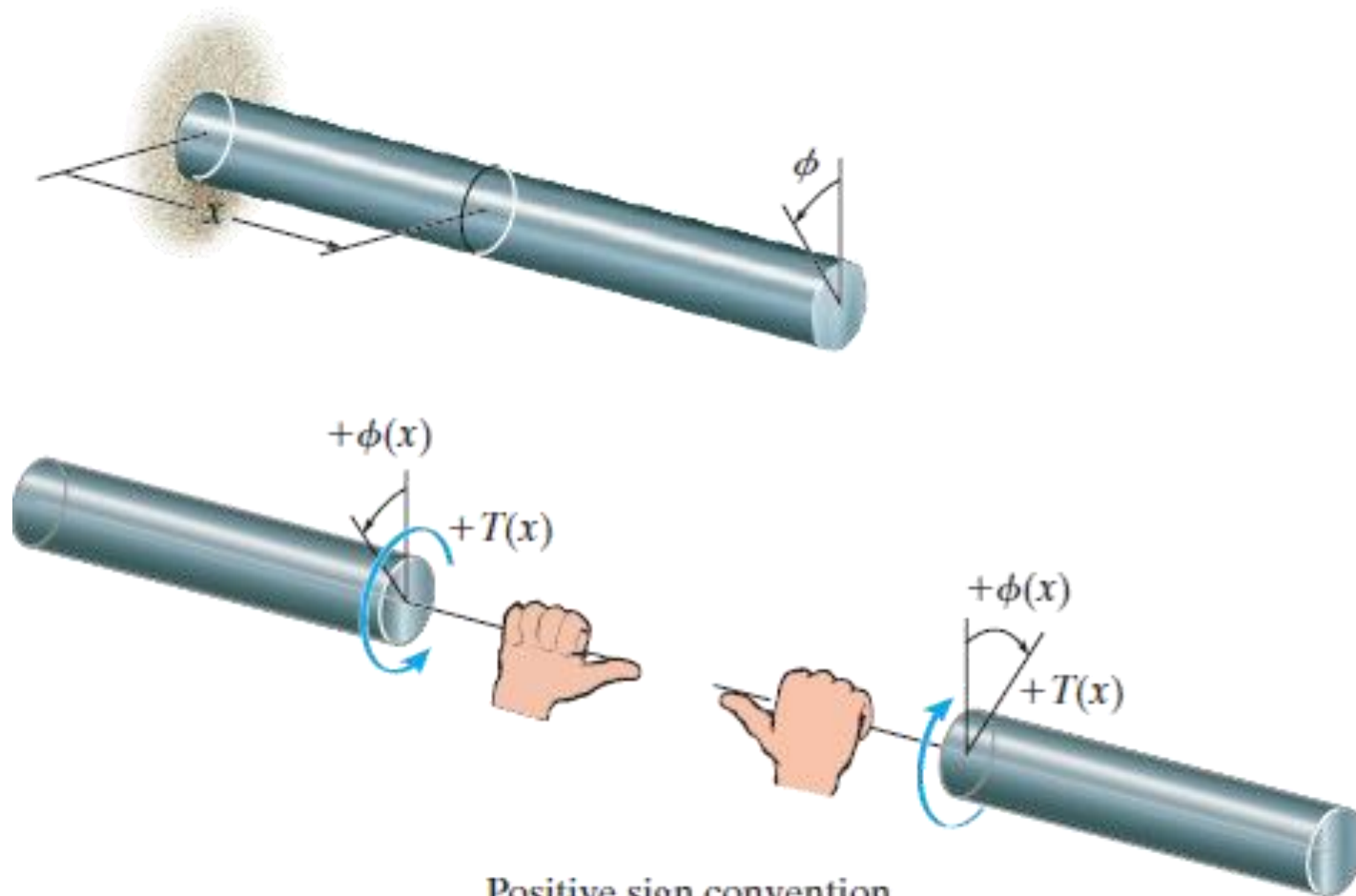
- Ao estabelecer os esforços internos agindo num corpo, somente o sinal da força não é suficiente para descrever o comportamento do corpo.
- É necessário estabelecer o sentido da força e a face na qual ela atua.
- Forças normais são admitidas *positivas* se causam *alongamento* do corpo e *negativas* se causam a *compressão* do corpo.

Forças normais positivas



Convenção de Sinais da Resistência dos Materiais

- Torques são admitidos *positivos* se provocam uma rotação *positiva* (regra da mão direita).

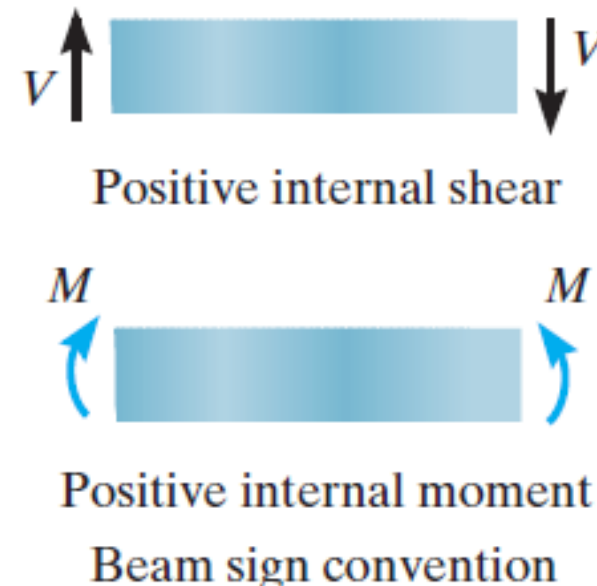
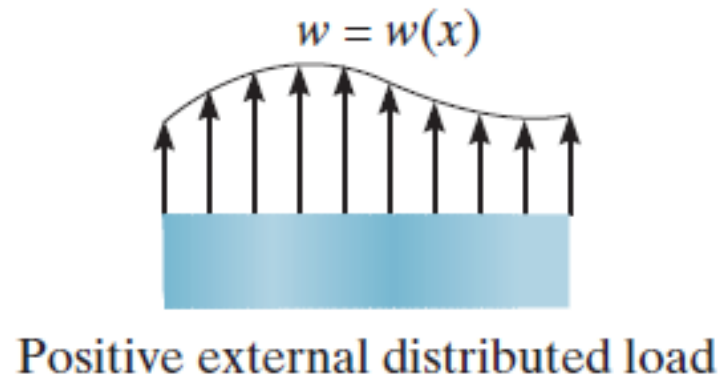


Positive sign convention
for T and ϕ .

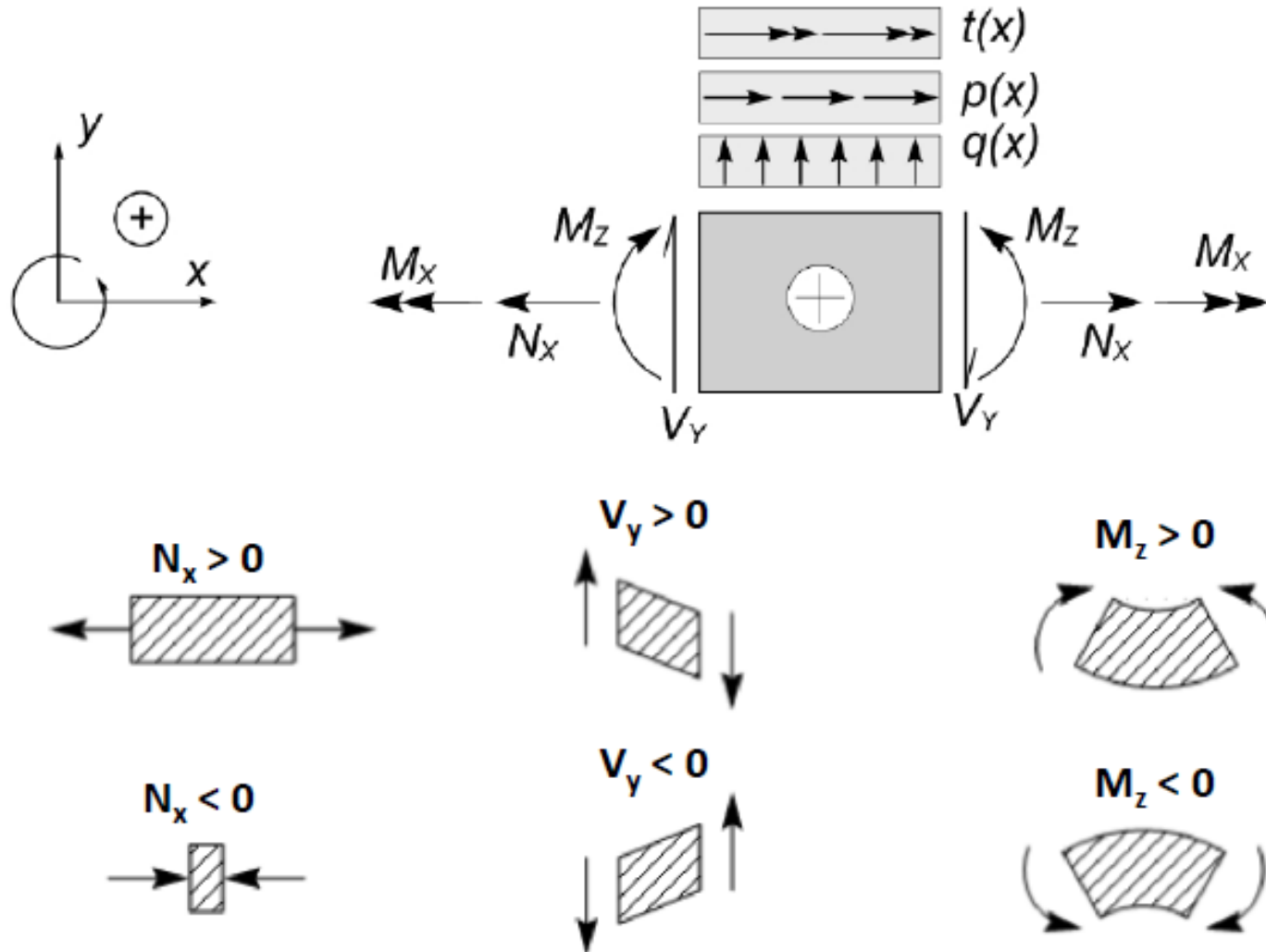
EM423

Convenção de Sinais da Resistência dos Materiais

- Carregamentos externos em vigas são *positivos* para *cima*;
- Forças cortantes são *positivas* se provocam rotação no *sentido horário* do segmento de viga.
- Momentos fletores são *positivos* se o segmento da viga flete de maneira *côncava para cima*.



Convenção de Sinais da Resistência dos Materiais

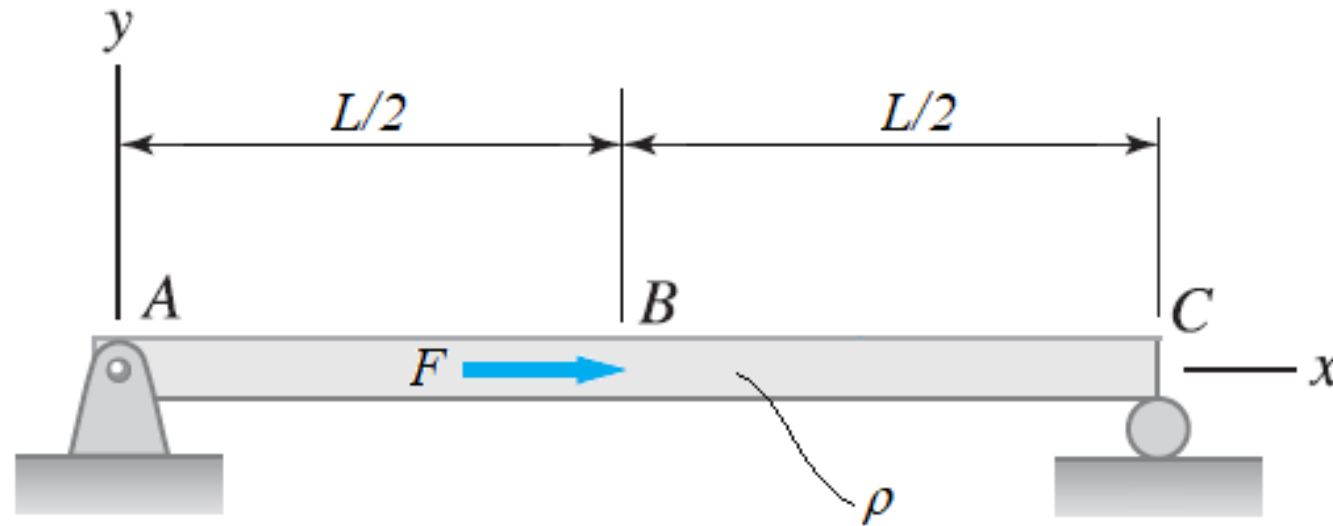


Método das Seções

- Para determinar os esforços internos solicitantes ao longo do corpo, o método das seções pode ser utilizado.
- O método consiste em:
 1. Adotar um sistema de coordenadas e seus sentidos positivos;
 2. Verificar o número de seções no qual o sistema deve ser analisado;
 3. Construir o diagrama de corpo livre e calcular as forças de reação;
 4. Realizar os cortes nas seções, indicando os esforços internos que garantem o equilíbrio, e calcular as expressões dos esforços internos através das equações de equilíbrio.
 5. Construir os diagramas de esforços solicitantes usando as expressões obtidas no passo anterior.

Exercício 15

- A viga mostrada na figura tem peso não desprezível, densidade ρ , seção transversal A e é carregada horizontalmente pela força F . Determine os diagramas de esforços internos agindo na viga.



Resumo Aula 02

- Idealizações para modelo do sistema
 1. Representação das forças e carregamentos externos
 2. Representação das reações, restrições e vínculos
- Equações de equilíbrio do sistema e cálculo de reações
- O equilíbrio do corpo pressupõe que todos seus pontos estão em equilíbrio.
- Os esforços internos podem ser determinados a partir das equações de equilíbrio para cada ponto do corpo.
- O método das seções permite determinar os esforços internos de um corpo ao longo de sua extensão, a partir da aplicação das equações de equilíbrio para as diferentes seções do corpo.
- Convenção de sinais da Resistência dos Materiais define os sinais positivos para os esforços internos agindo na seção transversal de um corpo.

Seção dos Livros

- Hibbeler: 1.1 (Introduction), 1.2 (Equilibrium of a Deformable Body), 6.1 (Shear and Moment Diagrams)
- Beer: 1.1 (Review of The Methods of Statics), 5.1 (Shear And Bending Moment Diagrams)
- Gere: 1.1 (Introduction to Mechanics of Materials), 1.2 (Statics Review), 4.3 (Shear Forces And Bending Moments)
- Parnes: 1.1 (Introduction), 1.2 (Forces, loads and reactions – idealisations), 2.2 (Internal force resultants), 8.2 (Resultant shear and bending moments – sign convention)
- Shames: Capítulo 1 (1.1 a 1.6), 2.1 (Introduction), 10.2 (Shear Force, Axial Force, and Bending Moment)
- Popov: 1.1 (Introduction), 1.2 (Method of Sections), 5.6 (Application of the Method of Sections), 5.7 (Axial Force in Beams), 5.8 (Shear in Beams), 5.9 (Bending Moments in Beams), 5.10 (Axial-Force, Shear, and Bending-Moment Diagrams)