

Lista 4 - MS211

2º sem. de 2021

Paulo J. S. Silva

Entrega: 5 outubro de 2021

Resolva os exercícios abaixo. Você deve entregar todos os exercícios feitos mas apenas um deles será corrigido.

1. Sejam A e B matrizes quadradas. Prove que o produto AB é não singular se, e somente se, as matrizes A e B são não singulares.
2. Mostre, com argumentos claros, qual o número de operações de ponto flutuante necessários para realizar o produto de duas matrizes $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$. Qual seria esse valor se as duas matrizes fossem quadradas de dimensão $n \times n$?
3. Utilizando eliminação de Gauss (escalonamento), encontre a solução dos sistemas

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 1 & 1 \\ 6 & 5 & 2 & 2 \\ -4 & -3 & 6 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 1 & 1 \\ 6 & 5 & 2 & 2 \\ -4 & -3 & 6 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \\ -15 \end{bmatrix}.$$

4. Compute os fatores L e U , da decomposição LU sem pivoteamento, das matrizes do exercício anterior e depois resolva os sistemas baseado nesses fatores.
Obs: Se você for esperto, não tem que fazer conta para apresentar os fatores L e U .
5. Suponha que A tem decomposição LU (sem pivoteamento). Como é possível usar os fatores para calcular o determinante de A ? E para calcular o determinante da inversa de A , A^{-1} ? Justifique a sua resposta.
6. Resolva o sistema linear abaixo com e sem pivoteamento, utilizando um sistema de ponto flutuante com quatro dígitos significativos. Note que $x = y = 1$ é a solução exata.

$$\begin{bmatrix} 1.133 & 5.281 \\ 24.14 & -1.210 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6.414 \\ 22.93 \end{bmatrix}$$

Compare a qualidade das soluções numéricas obtidas.

7. Se

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1 & 0 & 0 \\ -2/5 & 3/4 & 1 & 0 \\ 4/5 & 2/4 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

são os fatores da decomposição LU com pivoteamento de uma matriz A , resolva o sistema linear $Ax = b$ para $b = (-5, 5, -7, -4.5)^t$.