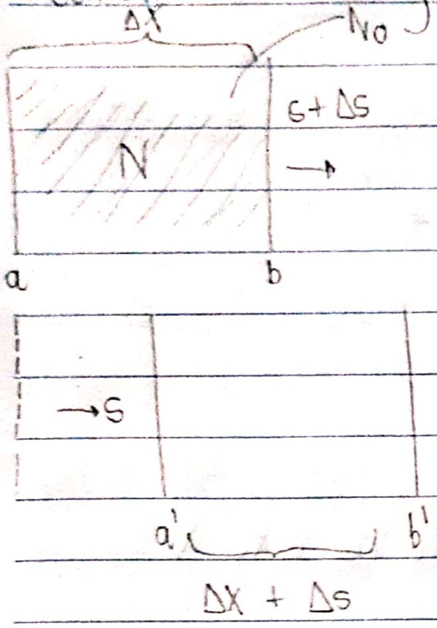
→ Esquematizando a questão

• Contextualizando



N_0 → densidade elétrica inicial (nº íons positivos igual ao número de elétrons)

$$\to N_0 = \frac{N}{\Delta x}$$

$$\updownarrow$$

$$\to N_0' = \frac{N}{\Delta x + \Delta s}$$

$$\lambda = \frac{N_{ions} \times e - N_{elétrons} \times e}{\Delta x} = \lambda_{íons} + \lambda_{elétrons}$$

λ → densidade elétrica

$$\lambda_{íons} = \frac{N_{ions} \times e}{\Delta x} \qquad \lambda_{elétrons} = -\frac{N_e \times e}{\Delta x} \to -\frac{N_e \times e}{\Delta x + \Delta s}$$

$$N_0' = \frac{N_e}{\Delta x + \Delta s} \qquad \text{obs} = N_0 = \frac{N_e}{\Delta x} \;\Big\}\; N_e = n_0 . \Delta x$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta x} \ll 1$$

$$N_0' = \frac{n_0 \, \Delta x}{\Delta x + \Delta s} = \frac{n_0 . \cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}\left(\frac{\Delta x + \Delta s}{\Delta x}\right)} \Rightarrow N_0' = \frac{N_0}{\left(1 + \frac{\Delta s}{\Delta x}\right)} \Rightarrow N_0' = \frac{N_0}{\left(1 + \frac{\Delta s}{\Delta x}\right)}$$

$$\left(1 + \frac{\Delta s}{\Delta x}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{\Delta s}{\Delta x} \Rightarrow N_0' = N_0\left(1 - \frac{\Delta s}{\Delta x}\right)$$ → série de Taylor

$$\boxed{N_0' = N_0\left(1 - \frac{\Delta s}{\Delta x}\right)}$$ ⇒ densidade de elétrons depois

Considerando que um elétron tem uma carga $-q_e$, temos que a densidade média de cargas será

$$\boxed{q_M = -(N_0' - N)q_e} \quad \text{ou} \quad q_M = n_0 . q_e . \frac{ds}{dx}$$ infinitesimal

$$q_M = -\left(n_0\left(1 - \frac{\Delta S}{\Delta X}\right) - n_0\right) q_e$$

Densidade de cargas se relaciona com o campo elétrico, este por sua vez, só terá uma componente que estará somente no eixo X.

→ equação do campo elétrico obs: $\lambda = q_M$

→ Utilizando a lei de Gauss

$$\therefore \int \vec{E} . d\vec{A} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \rightarrow \int \nabla . \vec{E} \, dv = \frac{1}{\varepsilon_0} . \int \lambda \, dv \Rightarrow \boxed{\nabla . E = \frac{\lambda}{\varepsilon_0}}$$

$$\rightarrow \frac{dE}{dx} = \frac{n_0 . q_e}{\varepsilon_0} . \frac{ds}{dx} \longrightarrow \cancel{dx} \frac{de}{\cancel{dx}} = \frac{n_0 q_e ds}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int de = \int \frac{n_0 q_e . ds}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \int dq = n_0 . q_e . \int ds \rightarrow Q = \frac{n_0 q_e}{\varepsilon_0} s + k$$

Considerando o momento que o sistema está em S, o campo elétrico é igual a zero, temos que a constante será zero

⇨ Tomando como referência que quando os elétrons foram deslocados, uma força restouradora aparece como consequência da distancia entre elétrons e íons positivos. Podemos calculá-la como:

$$\vec{F} = -e.\vec{E} = -q_e.\vec{E} \Rightarrow \boxed{\frac{n_0.q_e^2.s}{\varepsilon_0}} \Rightarrow \text{Força Restouradora}$$

$$E = \frac{n_0.q_e\,s}{\varepsilon_0}$$

Efeitos Resistivos

Oscilador harmônico amortecido

$F_a = -bv \rightarrow$ Sistema de força que amortece o sistema

Pela segunda Lei de Newton

$$F = -bv - \frac{n_0 q e^2 s}{\varepsilon_0} = m.a = -bv - \frac{n_0 q e^2}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow m.a = -b.\frac{dx}{dt} - \frac{n_0 q e^2 s}{\varepsilon_0} \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{n_0 q_0 s}{\varepsilon_0} - b.\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{n_0 q e^2 . s}{\varepsilon_0 m} = 0$$

A equação de um oscilador amortecido pode ser reescrita, como:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma.\frac{dx}{dt} + w_0^2.S = 0$$

tirando dessa equação, teremos

$$w_0 = \sqrt{\frac{n_0 . q e^2}{\varepsilon_0 . m}} = qe\sqrt{\frac{n_0}{\varepsilon_0 . m}} \rightarrow \text{Frequência natural do sistema}$$

$$\gamma = \frac{b}{m} \rightarrow \text{coeficiente de amortecimento}$$

A nova função espaço x tempo desse sistema será:

$$X(t) = Ae^{\frac{-\gamma . t}{2}} . \cos(wt + \phi)$$