Logik und diskrete Mathematik, Übung 9a

Andreas Timmermann, Mat: 4994606, Alena Dudarenok, Mat: 4999780, Gruppe: 3

7. Januar 2016

Aufgabe 1
a)
geg: 50 unterscheidbare Briefe und 50 dazugehörige Briefumschläge.
ges:
(1.) Die Wahrscheinlichkeit, dass 48 Briefe im richtigen Umschlag landen.
(2.) Die Wahrscheinlichkeit, dass 49 Briefe im richtigen Umschlag landen.
(3.) Die Wahrscheinlichkeit, dass 50 Briefe im richtigen Umschlag landen.

zu (1.) $w = \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{49} \cdot \dots \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$
zu (2.) $w = \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{49} \cdot \dots \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
zu (2.) $w = \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{49} \cdot \dots \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1}$

b)
geg: 5 Bit String und ...
A ist ein zufälliges Ereignis, dass das 1. bit 1 ist
B ist das Ereignis, eine gerade Anzahl von 0 im Bit String zu haben.

ges: sind A und B unabhängig.
$Pr(A) = \frac{1}{2}$, da von 32 Bitkombinationen, 16 mit einer 1 beginnen.
$B =$
$\{00001, 00010, 00100, 01000, 10000, 00111, 01110, 11100, 01011, 10011, 10101, 11001, 10110, 11010, 11111\}$
$|B| = 16, Pr(B) = \frac{16}{32}$
$A \cap B$ sind alle Bitstrings die eine gerade Anzahl von 0 haben und mit einer 1 beginnen.
$A \cap B = \{10000, 11100, 10011, 10101, 11001, 10110, 11010, 11111\}$
$|A \cap B| = 8, Pr(A \cap B) = \frac{8}{32}$

$Pr(A) \cdot Pr(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{32} = \frac{16}{64}, Pr(A \cap B) = \frac{8}{32} = \frac{16}{64}$
$Pr(A) \cdot Pr(B) = Pr(A \cap B)$

$\Rightarrow$ A und B sind unabhängig.

Aufgabe 2

a)
geg: Ein fairer Würfel wird 4 mal geworfen und A sei das Ereignis, dass mindestens 1 mal eine 1 gewürfelt wird.
ges: Die Wahrscheinlichkeit, dass A eintritt unter der Voraussetzung, dass das Ereignis B eintritt. Ereignis B ist beim ersten Wurf eine 6 zu werfen.
Sind A und B voneinander unabhängig?

$Pr(A) = \frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3}$
$Pr(B) = \frac{1}{6}$
$A \cap B$ ist das Ereignis, dass der erste Wurf eine 6 wird und mindestens eine 1 gewürfelt wird.
$Pr(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
$\Rightarrow$ Die Wahrscheinlichkeit von A unter B ist $Pr(A|B) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2}$ und weiterhin ist mit $Pr(A) \cdot Pr(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \Rightarrow Pr(A \cap B) \neq Pr(A) \cdot Pr(B)$ auch A und B sind nicht voneinander unabhängig.

b)
ges: Wahrscheinlichkeit von A unter C, dass mindestens eine 6 geworfen wird.

$A \cap C$ das Ereignis wo mindestens eine 6 und eine 1 gewürfelt werden.
$Pr(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
$Pr(A \cap C) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$
$Pr(A|C) = \frac{Pr(A \cap C)}{Pr(C)} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$