

7. Aufgabenblatt vom Freitag, den 27. November 2015 zur Vorlesung

**MafI I: Logik & Diskrete Mathematik**  
(F. Hoffmann)

Abgabe: bis Freitag, den 11. Dezember 2015, 10 Uhr

1. **Abzählen I** (2 Punkte)

Eine Gruppe von  $n$  Frauen und  $n$  Männern sollen sich für ein Gruppenfoto in einer Reihe aufstellen und zwar keine 2 Frauen bzw 2 Männer nebeneinander. Wieviele verschiedene Fotos sind möglich? Begründung!

2. **Abzählen II** (2 Punkte)

Wieviele dreistellige positive ganze Zahlen sind durch 3, aber nicht durch 5 teilbar? Und wieviele dreistellige positive ganze Zahlen sind durch 3 oder durch 5 teilbar?

3. **Abzählen III** (1+1+1+1 Punkte)

Sei  $A$  die 10-elementige Menge bestehend aus den 5 Buchstaben  $\{a, b, c, d, e\}$  und den 5 Ziffern  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Beantworten Sie die folgenden Fragen (konkrete Zahlen!) und geben Sie kurze Begründungen!

- (a) Wieviele Strings der Länge 8 kann man aus Elementen von  $A$  bilden, wenn Wiederholungen erlaubt sind?
- (b) Wieviele Strings der Länge 8 kann man aus Elementen von  $A$  bilden, wenn Wiederholungen nicht erlaubt sind?
- (c) Wieviele Strings der Länge 8 kann man aus genau drei 3en, drei Buchstaben  $a$  und zwei Buchstaben  $c$  bilden?
- (d) Wieviele Strings der Länge 8 kann man bilden, wenn genau 4 Ziffern vorkommen sollen und genau zwei der restlichen Zeichen ein  $c$  sind? Wiederholungen sind erlaubt.

4. **Identität I** (3 Punkte)

Zeigen Sie die Identität für  $n \geq 0$ :

$$\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2$$

einmal mittels eines kombinatorischen Arguments und einmal mit algebraischen Umformungen.

5. **Identität II** (2 Punkte)

Beweisen Sie mit einem kombinatorischen Argument die folgende Identität für natürliche Zahlen  $n \geq 1$ :

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}^2 = n \binom{2n-1}{n-1}$$

Tipp: Betrachten Sie “Komitees” mit  $n$  Mitgliedern, davon ein Chef, die man aus  $n$  Frauen und  $n$  Männern bildet, wobei der Chef eine Frau ist.

**Hinweis:** Bitte die Übungszettel immer mit den Namen aller Bearbeiter und (!) dem Namen des Tutors (+ welches Tutorium) versehen. Bitte beachten Sie den Abgabetermin!