

1. Aufgabenblatt vom Freitag, den 16. Oktober 2015 zur Vorlesung

Mafl I: Logik & Diskrete Mathematik (F. Hoffmann)

Abgabe: bis Freitag, den 30. Oktober 2015, 10 Uhr

1. **Logik im Alltag I** (Wird im 1. Tutorium besprochen)

Restaurant A wirbt mit dem Slogan “Gutes Essen ist nicht billig!”, das danebenliegende Restaurant B sagt “Billiges Essen ist nicht gut!”. Meinen sie nun dasselbe oder nicht? Begründen Sie Ihre Antwort!

2. **Logik im Alltag II** (Wird im 1. Tutorium besprochen)

Ein 100-jähriger wird nach seinem Rezept fürs Altwerden gefragt. Seine Antwort: Hier sind meine Diätregeln. Wenn man kein Bier zu einer Mahlzeit trinkt, dann esse man Fisch. Wenn man Bier und Fisch zu einer Mahlzeit hat, dann verzichte man auf Eiscreme. Wenn man Eiscreme hat oder Bier meidet, dann esse man keinen Fisch. Das kann man auch kürzer sagen! Wie und warum?

3. **Logik im Alltag III** (wird im 1. Tutorium besprochen)

A(lice), B(ob), C(arol) und D(ave) fahren mit dem Zug und haben Platzkarten für ein Viererabteil, wobei die Plätze 1 und 2 (3 und 4) vorwärts (rückwärts) zur Fahrtrichtung liegen und 1 und 3 Fensterplätze sind. Folgende Wünsche sind zu berücksichtigen:

- 1) D will nicht rückwärts fahren,
- 2) B und C wollen nebeneinander sitzen,
- 3) A wünscht einen Fensterplatz
- 4) B und D wollen sich nicht gegenüber sitzen.

- (a) Finden Sie eine Platzverteilung die alle Wünsche berücksichtigt. Ist sie eindeutig?
- (b) Formulieren Sie ein Modell, in dem sich die Bedingungen 1) bis 4) als Boolesche Terme ausdrücken lassen. Gibt es eine eindeutige Belegung der Variablen, die diese Terme wahr macht?
- (c) Wenn nicht, formulieren Boolesche Terme für weitere Bedingungen, die erfüllt sein müssen, um Eindeutigkeit zu erzwingen.

Tipp: Als Bezeichner bietet sich etwa $A_i, i = 1, 2, 3, 4$ für eine Boolesche Variable an, die aussagt, ob A auf Platz i sitzt.

4. **Logik im Alltag IV** (wird im 1. Tutorium besprochen)

Ein Verurteilter befindet sich in einem Raum mit zwei Türen, von denen eine in die Freiheit und die andere zum Henker führt. Er steht 2 Männern gegenüber, von denen einer immer die Wahrheit sagt, der andere immer lügt. Der Verurteilte kennt diesen Sachverhalt, aber er weiß nicht, wer der Lügner ist. Er bekommt eine letzte Chance, sein Leben zu retten: Er darf einem von den Männern eine Frage stellen und soll dadurch feststellen, welche Tür in die Freiheit führt.

Warum ist die Frage, “Führt diese Tür in die Freiheit?”, schlecht?

Welche Frage muß man stellen?

Versuchen Sie, Ihre Antwort mit Mitteln der Aussagenlogik zu begründen!

5. **Boolescher Term** (2 Punkte)

Bilden Sie aus den Variablen x, y, z eine Boolesche Formel, die genau dann zu 1 ausgewertet wird, wenn eine ungerade Anzahl der ursprünglichen Variablen mit 1 belegt ist. Benutzen Sie dabei nur $\{\neg, \vee\}$.

6. **Semantische Äquivalenzen** (2 Punkte)

Beweisen Sie sowohl mit Wertetabelle als auch mit der Anwendung von Gesetzen, dass

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

7. **Tautologien** (4 Punkte)

Bestimmen Sie mittels Wertetabellen, ob die folgenden Booleschen Terme Tautologien sind.

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$$

$$((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow p$$

8. **Antivalenz und Peirce-Funktion** (4 Punkte)

Der Wert $b_1 \downarrow b_2$ der Peirce-Funktion zweier Wahrheitswerte b_1, b_2 ist genau dann 1, wenn beide gleich 0 sind. Das entspricht also der negierten Disjunktion. Man spricht deshalb auch vom NOR-Operator. Untersuchen Sie, ob das Kommutativ- und das Assoziativgesetz für die Antivalenz bzw. den NOR-Operator gelten!

Hinweis: Bitte die Übungszettel immer mit den Namen aller Bearbeiter und (!) dem Namen des Tutors (+ welches Tutorium) versehen. Bitte beachten Sie den Abgabetermin!