

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
КРИВОРІЗЬКИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри

_____ Корольський В. В.

Реєстраційний № _____

« ____ » _____ 20__ р.

« ____ » _____ 20__ р.

**ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ**

Магістерська робота

з математики

студента фізико-математичного факультету
освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр»

Федосєєва Станіслава Ешмуратовича

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук,

доцент Лов'янова І. В.

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ.....	7
1. 1. Особливості використання інтерактивних технологій у процесі навчання	7
1. 2. Психолого-педагогічні особливості старшого шкільного віку. Врахування їхнього типу інформаційного метаболізму у процесі навчання .	17
1. 3. Особливості вивчення математики в умовах профільної старшої школи	33
Висновки до першого розділу.....	45
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ» НА РІЗНИХ ПРОФІЛЯХ НАВЧАННЯ.....	47
2. 1. Методика застосування інтерактивної технології «Спільний проект» під час вивчення теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту	47
2. 2. Методика вивчення теми «Похідна та її застосування» на академічному рівні із використанням інтерактивних технологій.....	57
2. 3. Особливості використання інтерактивних технологій при вивченні теми «Похідна функції та її застосування» на профільному рівні.....	74
Висновки до другого розділу	90
ВИСНОВКИ.....	92
ДОДАТКИ.....	94
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	174

ВСТУП

Актуальним напрямом перспективного розвитку загальноосвітньої школи є впровадження профільного навчання в старшій школі. Система загальної середньої освіти України сьогодні на етапі нових суттєвих змін – впровадження профільності навчання у старшій школі. Профілізація навчання старшокласників є надзвичайно вагомим кроком у реформуванні освіти у цілому, спроможним забезпечити особистісну спрямованість навчання, вирішення основних завдань заключної ланки середньої освіти з урахуванням нахилів, професійних інтересів, освітніх потреб учнівської молоді.

Останнім часом проблема впровадження і організації профільного навчання привертає увагу багатьох педагогів, психологів і методистів. Зокрема, питання професійного самовизначення і професійної орієнтації досліджували такі українські й російські вчені як О. І. Вітковська, С. В. Григорьянц, Є. О. Клімов, І. С. Кон, З. Л. Становських; вибір профілю вивчали Н. М. Бібік, Н. М. Ладнушкіна, Л. А. Липова; зміст допрофільної підготовки у своїх працях аналізували І. В. Артюхова, Е. О. Мороз, О. В. Петунін, Л. М. Серебренников та ін. Загальним теоретичним питанням профілізації навчального процесу у старшій школі присвячені праці Г. О. Балла, Н. М. Бібік, О. І. Бугайова, М. І. Бурди, М. П. Гузика, В. І. Кизенка, О. К. Корсакової, В. М. Мадзігона, Н. Г. Ничкало, Н. І. Шиян. Теоретико-методологічні засади профільного навчання розробляли Н. О. Аніскіна, А. Ж. Жафяров, В. І. Кизенко, В. О. Крупник, Є. С. Полат, Н. І. Шиян та ін. Психологічні основи профільного навчання визначали В. М. Алфімов, Л. І. Божович, В. В. Давидов, Л. В. Занков, П. І. Лернер, С. Д. Максименко, В. О. Огнев'юк та ін. Організаційні аспекти профілізації школи досліджували Н. О. Аніскіна, Н. М. Бібік, С. Є. Волянська, Г. Г. Москалик та ін.

Аналіз сучасної ситуації у середній школі дає змогу зробити висновок, що зміст освіти у загальноосвітній школі недостатньо адаптований до майбутніх потреб учнів. Актуальним питанням математичної освіти в старшій школі є гармонійний розвиток особистості учня, урахування його природних задатків,

здібностей, інтересів та потреб у виборі майбутньої професії. Математична підготовка має орієнтуватись на розкриття зв'язків математики з оточуючим світом, а математичні вміння та навички мають знаходити безпосереднє застосування в практичній та науковій діяльності. Завдання сучасного вчителя – змінити, модернізувати навчальний процес таким чином, щоб забезпечити умови для саморозвитку, самовираження та самореалізації школярів. Організація навчально-виховного процесу передбачає впровадження і застосування таких новітніх методів, засобів та форм навчання, метою яких є постійна активізація пізнавальної діяльності учнів, практичне спрямування теоретичних знань, розвиток розумових і творчих здібностей. Одними із сучасних технологій навчання, які цілком задовольняють цим вимогам, є *інтерактивні технології*.

Інтерактивні технології відіграють важливу роль у сучасному світі. Завдяки цим технологіям учень стає активним учасником процесу навчання, тому що навчальний процес здійснюється за умови постійної, активної, позитивної взаємодії всіх учнів. Завдяки інтерактивним методам навчання учні свідомо засвоюють навчальний матеріал, їх позиція в навчанні активна та значно виростає інтерес до знань. Усе вище зазначене робить *актуальним* проблему інтенсивного впровадження інтерактивних технологій на уроках математики.

Аналіз науково-педагогічної літератури свідчить про те, що інтерактивні технології розглядаються в контексті особистісно-орієнтованих технологій. Їх ознаки можна знайти в технології кооперованого навчання, діалогічного навчання, ігрових технологіях, технології організації групової навчальної діяльності. Даному питанню присвячені дослідження К. О. Баханова, О. Л. Глотова, К. Ф. Нор, О. М. Пехоти, Л. В. Пироженко, О. І. Пометун, Г. П. П'ятакової, Г. А. Цукерман, О. Г. Ярошенко та ін. Як специфічна категорія інтерактивні технології розглядаються М. В. Кларіним, В. В. Гузеєвим, О. І. Пометун, Л. В. Пироженко, Г. П. П'ятаковою та ін. Інтерактивні технології на уроках математики розглядаються у працях Л. П. Ампілогової, Ж. Л. Бранопольської, В. В. Ковінчука, Л. Б. Новицької, Т. М. Паламар та ін.

Як бачимо, проблема впровадження інтерактивних технологій у навчально-виховний процес досліджувалась значною кількістю вчених. У науково-

педагогічній літературі представлено достатньо матеріалу щодо організації даного виду навчання в загальноосвітніх навчальних закладах. Однак відкритими залишаються питання організації уроків математики у профільній школі із застосуванням інтерактивних технологій. *Актуальність* інтенсивного переходу шкільної освіти до профільного навчання в старшій школі; *важливість* використання інтерактивних технологій навчання на уроках математики; *недостатня розробленість* методичної бази для впровадження інтерактивних технологій на уроках математики на різних профілях навчання зумовили вибір теми даної магістерської роботи: **«Використання інтерактивних технологій навчання математики у профільній школі»**.

Мета роботи: розробити методику використання інтерактивних технологій на уроках математики в умовах навчання у профільній школі.

Мета конкретизувалася у наступних **завданнях**:

1. *Проаналізувати* стан проблеми застосування інтерактивних технологій у процесі навчання та *дослідити* особливості застосування інтерактивних навчальних технологій навчання математики у старшій школі.
2. *Вивчити* психолого-педагогічні особливості старшокласників та *дослідити* вплив їхнього типу інформаційного метаболізму на обрання профілю навчання та ефективну працездатність у колективно-груповій діяльності.
3. *Визначити* основні аспекти профілізації математичної освіти у сучасній школі.
4. *Розробити* методику використання інтерактивних технологій при вивченні теми «Похідна та її застосування» на трьох рівнях навчання математики у профільній школі.

Об'єктом дослідження є процес навчання математики у профільній школі.

Предметом дослідження є використання інтерактивних технологій навчання математики у профільній школі.

Під час роботи були використані такі **методи педагогічного дослідження**: теоретичні: аналіз, порівняння і узагальнення психолого-педагогічної, науково-методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження для систематизації теоретичного матеріалу, уточнення суті понять «профільне навчання», «ін-

терактивне навчання», «інтерактивні технології», конкретизації їхнього змісту, згідно предмету дослідження; емпіричні: бесіди з вчителями та учнями щодо особливостей навчання школярів у профільній школі; аналіз досвіду роботи учителів-практиків з впровадження інтерактивних технологій навчання у старшій школі.

Практичне значення дослідження. Результати дослідження будуть корисними для студентів, які проходять активну педагогічну практику у старшій профільній школі і які прагнуть ефективно організовувати навчальний процес, а також можуть бути використані учителями, які планують проводити уроки із застосуванням інтерактивних навчальних технологій з метою розвитку комунікативної компетентності учнів, навичок колективно-групової роботи, міцного засвоєння знань учнями, розвитку мотивації, пізнавального інтересу школярів та активізації їх пізнавальної діяльності.

Апробація результатів дослідження: основні положення і результати роботи доповідались, обговорювались і отримали схвалення на: Міжнародній науково-практичній конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики» (Київ, НПУ імені М. П. Драгоманова, травень, 2011); Міжнародній науково-методичній дистанційній конференції молодих учених, аспірантів і студентів «Евристика і дидактика математики» (Донецьк, ДонНУ, травень, 2011); Всеукраїнській Інтернет конференції «Комп'ютери у навчальному процесі» (Умань, УДПУ, травень, 2011); Міжнародній науково-практичній конференції «Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі» (Кривий Ріг, НМетАУ, квітень, 2012); Всеукраїнській науково-практичній конференції «Теорія і практика проектування авторських педагогічних систем» (Кривий Ріг, КПІ КНУ, квітень, 2012).

Публікації. За матеріалами дослідження опубліковано 10 робіт, у тому числі 2 статті у фахових збірниках наукових праць: [117], [123].

Структура та обсяг роботи: магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (137 найменувань) та додатків. Загальний обсяг роботи – 187 сторінок, із них основний текст – 93 сторінок. В основному тексті міститься одна таблиця на 2 сторінках.

РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

1. 1. Особливості використання інтерактивних технологій у процесі навчання

Перш ніж говорити про сутність технології інтерактивного навчання, дамо визначення базового для сучасної педагогічної теорії і практики поняття – «педагогічна технологія». Ключовим поняттям у визначенні сутності поняття педагогічної технології є поняття *технологія*. Слово «технологія» складається з двох компонентів: 1) «техно», що одночасно означає і мистецтво (уміння, майстерність), і ремесло (професійне заняття, професія); 2) «логія» – наука, опис. Тобто пряме значення терміну «технологія» можна представити як опис, з одного боку, майстерно здійсненої професійної діяльності, з іншого – досконалої оптимально організованої діяльності [84].

Уперше в педагогіці поняття «технологія» з'явилося на межі 40-50-х рр. ХХ ст. і було пов'язане з використанням у навчальному процесі технічних засобів навчання і програмованого навчання. Далі внаслідок постійних змін соціокультурної ситуації теорія і практика педагогічного процесу поглибили і розширили наші уявлення щодо поняття «педагогічна технологія».

Аналіз педагогічної літератури показує, що існують певні розбіжності у тлумаченні поняття «педагогічна технологія». У глосарії термінів ЮНЕСКО поняття «педагогічна технологія» трактується як «системний метод створення, застосування і визначення всього процесу викладання і засвоєння знань з врахуванням технічних і людських ресурсів і їх взаємодії, що ставить своїм завданням оптимізацію форм освіти» [80, с. 26]. На думку В. П. Беспалько, педагогічні технології – це «систематичне та послідовне втілення в практику раніше спроектованого навчально-виховного процесу, а також система способів та засобів досягнення цілей та умов керування цим процесом» [13, с. 18].

Б. Т. Лихачев вважає, що педагогічна технологія – «сукупність психолого-педагогічних установок, що визначають спеціальний набір і компоновку форм, методів, способів, прийомів вчення, виховних засобів ... Вона є організаційно-методичний інструментарій педагогічного процесу» [59, с. 104] Педагогічна технологія, як стверджує Г. К. Селевко, гарантує конкретний результат, сприяє тільки ефективному навчанню і вихованню за рахунок підвищення в учнів інтересу та мотивації [105, с. 14].

В. П. Беспалько визначив *три параметри технології навчання*: цілісність процесу навчання (включаючи діяльність тих, хто навчається), цілепокладання і забезпечення досягнення поставлених цілей навчання. Ще один важливий аспект технології зафіксував російський дослідник В. М. Монахов, на думку якого, *педагогічна технологія* – «це продумана у всіх деталях модель спільної педагогічної діяльності по проектуванню, організації і проведенню навчального процесу з безумовним забезпеченням комфортних умов для учнів і вчителя» [105].

Інші дослідники (О. М. Пехота, В. О. Сластьонін, С. О. Сисоєва, Д. В. Чернілевський) зауважували на системному підході до процесу навчання як на головній ознаці технологізації.

М. В. Кларін відзначає, що сильною стороною педагогічної технології є те, що «у ній конструюється й здійснюється такий навчальний процес, що повинен гарантувати досягнення поставлених цілей» [47]. При цьому обов'язковими є постановка цілей і їхнє максимальне уточнення; жорстка орієнтація всього процесу навчання на висунуті цілі; орієнтація навчальних цілей, а разом з ними й усього ходу навчання на гарантоване досягнення результатів; оцінка поточних результатів; корекція навчання, спрямована на досягнення поставлених цілей; заключна оцінка результатів.

Таким чином, ми під *педагогічною технологією* будемо розуміти сукупність способів (методів, прийомів, операцій) педагогічної взаємодії, послідовна реалізація яких створює умови для розвитку учасників педагогічного процесу і передбачає його певний результат.

Серед різноманітних напрямів педагогічних технологій такими, що найбільш сприяють інтенсифікації та оптимізації навчального процесу, є, на нашу думку, інтерактивні технології навчання. Слово «інтерактив» походить від англійського слова «interact», де «inter» – взаємний, «act» – діяти, отже, «interact» – взаємодіяти. Інтерактивність у навчанні розглядаємо як взаємодію учнів, знаходження їх у режимі бесіди, спільної дії, діалогу з будь-ким (людиною) або будь-чим (наприклад, з комп'ютером).

Як відомо, процес навчання в активній формі сприяє напруженій розумовій роботі суб'єкта навчання, стимулює самостійність, активність, розвиває творче мислення. Дослідження сучасних російських психологів підтверджують, що старший школяр може, читаючи очима, запам'ятати 10% інформації, слухаючи – 26%, обговорюючи – 70%, навчаючи інших – 95% [85, с. 11]. Варто зазначити слова китайського філософа, сказані більш як 2400 років тому: «Те, що я чую, я забуваю. Те, що я бачу, я пам'ятаю. Те, що я роблю, я розумію». Ці три прості твердження обґрунтовують потребу людини в активному навчанні. Дещо змінивши слова китайського мислителя, О. І. Пометун і Л. В. Пироженко сформулювали кредо інтерактивного навчання: «Те, що я чую, я забуваю. Те, що я бачу і чую, я трохи пам'ятаю. Те, що я чую, бачу й обговорюю, я починаю розуміти. Коли я чую, бачу, обговорюю й роблю, я набуваю знань і навичок. Коли я передаю знання іншим, я стаю майстром» [85, с. 14]. Набагато важливіше навчити, а не просто розповісти. Процес навчання – не автоматичне вкладання навчального матеріалу в голову учня. Він потребує напруженої розумової роботи і власної пізнавальної активності в цьому процесі. Пояснення, саме по собі, ніколи не дасть справжніх стійких знань. Цього можна досягти тільки за допомогою активного (інтерактивного) навчання.

Якщо звернутися до історії виникнення інтерактивного навчання, то його зародки можна знайти за стародавніх часів. Так Сократ примушував своїх слухачів шляхом запитань і відповідей знаходити «істину». Платон пропонував давати освіту дітям з 6-річного віку та розвивати їх за допомогою ігор, бесід, казок, пісень тощо. Конфуцій у заснованій ним школі не дотримувався регламен-

тованих за часом і змістом навчальних занять. Навчання й виховання відбувалось у процесі довільних бесід, які часто мали евристичний характер. В основу групової роботи також покладено ідеї Ж.-Ж. Руссо, Й. Г. Песталоцці, Дж. Дьюї про вільний розвиток особистості, систему групового навчання А. Белла та Дж. Ланкастера, Дальтон-план Е. Паркхерст, систему Йена-план П. Петерсона [84]. Термін «інтерактивна педагогіка» відносно новий: його ввів у 1975 р. німецький дослідник Ганс Фріц. Проблема інтерактивного навчання й зараз активно розробляється в теоретичному та методологічному аспектах. За визначенням педагогічного енциклопедичного словника Б. М. Бім-Бада інтерактивне навчання – «це навчання, яке побудоване на взаємодії того, хто навчається, з навчальним середовищем, яке є сферою досвіду, що засвоюється» [76, с. 107]. О. І. Пометун та Л. В. Пироженко зазначають, що «суть інтерактивного навчання полягає в тому, що навчальний процес відбувається за умови постійної, активної взаємодії всіх учнів. Це співнавчання, взаємонавчання (колективне, групове, навчання в співпраці), де і учень, і вчитель є рівноправними, рівнозначними суб'єктами навчання» [85, с. 9]. М. В. Кларін [47, с. 12] визначає інтерактивне навчання як переклад англomовного терміну «interactive learning», який означає навчання (стихійне або спеціально організоване), засноване на взаємодії, та навчання, побудоване на взаємодії. К. О. Баханов визначає його як навчання, спрямоване на активізацію пізнавальної діяльності учнів за допомогою організації спілкування між собою, учнів з учителем, між групами, що спрямоване на розв'язання спільної навчальної проблеми [7]. С. М. Уткін [115, с. 57] пов'язує термін «інтерактивний» з комп'ютерним навчанням, підкреслюючи той факт, що у більшості випадків комп'ютери працюють у режимі взаємодії «людина-машина, програмне середовище». Він вважає інтерактивну технологію однією з можливих моделей педагогічного процесу, який поєднує необхідність міжособистісного спілкування та замкнутість людино-машинної взаємодії, яка притаманна новим інформаційним технологіям. Н. Суворова вважає, що інтерактивне навчання – «це, перш за все, діалогове навчання, в ході якого здійснюється взаємодія вчителя і учнів» [113, с. 65]. Цієї ж точки зору дотримується

Р. С. Рафікова [94, с. 13], зазначаючи, що витoki інтерактивного навчання знаходяться у діалоговій концепції, і найважливіша риса інтерактивного навчання – розуміння і взаєморозуміння.

Узагальнюючи все вищезазначене, робимо висновок, що сутність інтерактивного навчання полягає в тому, що навчальний процес відбувається тільки шляхом постійної, активної взаємодії усіх учасників педагогічного процесу. Це – співнавчання, взаємонавчання (колективне, групове, навчання у співпраці), де учень і вчитель є рівноправними, рівнозначними суб'єктами навчання. Учитель виступає в ролі організатора процесу навчання, лідера групи.

Ми під *інтерактивним навчанням* будемо розуміти навчання у взаємодії, що відбувається у формі діалогу (полілогу) між учнями, учнями і вчителем, учнівськими міні-групами на засадах співробітництва та співтворчості, і яке спрямоване на створення комфортних умов навчання, за яких учень стає активним учасником навчально-пізнавальної діяльності (відбувається активізація пізнавальної діяльності), відчуває свою успішність, свої інтелектуальні досягнення, що робить продуктивним сам процес набуття знань.

У ході навчання практично всі учні втягуються у процес пізнання, мають можливість аналізувати те, що вони знають, розуміють і думають з даного приводу, інтерактив виключає домінування однієї думки над іншими і будується на позитивному діалоговому спілкуванні. У ході діалогового навчання учні навчаються критично мислити, розв'язувати складні проблеми на основі аналізу обставин і відповідної інформації, зважувати альтернативні думки, приймати продумані рішення, дискутувати, спілкуватися з іншими людьми.

Проводячи аналіз поняття «**інтерактивні технології**» необхідно враховувати численність трактовок, пов'язаних з його розумінням. Наприклад, О. І. Пометун та Л. В. Пироженко розуміють *інтерактивні технології* як сукупність технологій, що «включають в себе чітко спланований очікуваний результат навчання, окремі інтерактивні методи і прийоми, що стимулюють процес пізнання, та розумові і навчальні умови і процедури, за допомогою яких можна досягти запланованих результатів» [85, с. 24]. Білоруські науковці

В. Д. Симоненко та Н. В. Фомін визначають інтерактивні технології як «способи засвоєння знань, формування вмінь та навичок у процесі взаємовідносин та взаємодій вчителя та учнів як суб'єктів навчальної діяльності» [107, с. 6]. Можна помітити принципову різницю у поглядах двох груп науковців. На думку В. Д. Симоненка та Н. В. Фоміна, інтерактивні технології навчання входять до складу активних технологій навчання разом з технологіями проблемного навчання, технологіями навчального співробітництва, ігровими та комп'ютерними технологіями. О. І. Пометун та Л. В. Пироженко [85, с. 8] виділяють інтерактивні технології в окрему групу та протиставляють їх активним технологіям завдяки принципу багатосторонньої комунікації.

Принципову різницю між активними і інтерактивними технологіями представлено схемами (стрілки на схемах позначають напрямки діяльності) (рис. 1. 1):

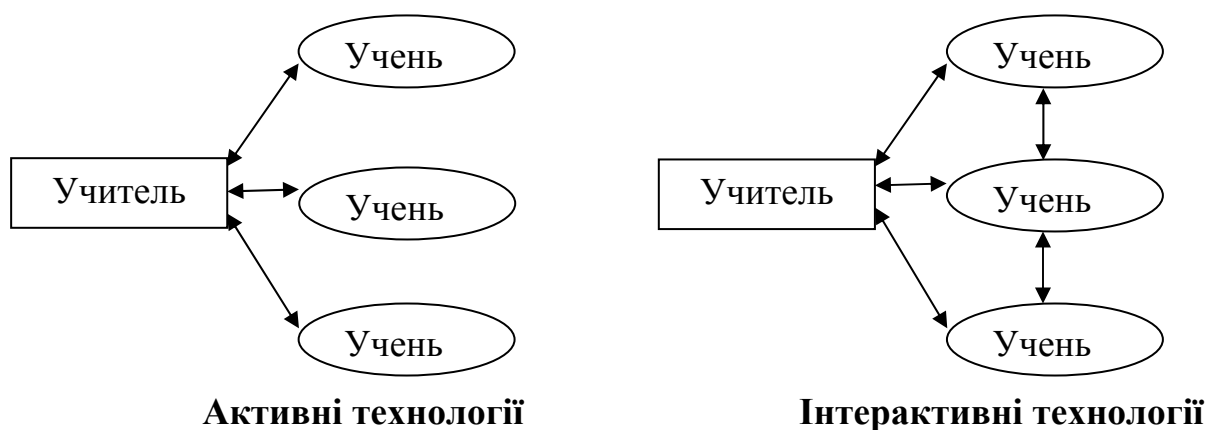


Рис. 1. 1. Різниця між активними і інтерактивними технологіями

І. С. Пешня під інтерактивними технологіями розуміє «процес, заснований на системі правил організації взаємодії учнів між собою та з вчителем, який забезпечує педагогічно ефективне спілкування, в результаті якого створюються умови для ситуації успіху в навчальній діяльності та для розвитку професійно значущих компетенцій» [82, с. 63].

Спираючись на означення поняття «інтерактивні технології» сформульоване О. І. Пометун та Л. В. Пироженко, ми під **інтерактивними технологіями** будемо розуміти технології, що включають в себе чітко спланований результат

навчання, використання окремих інтерактивних *форм, методів та прийомів*, що забезпечують активний характер взаємодії учасників навчального процесу на засадах співпраці та співтворчості.

У педагогіці під формою навчання розуміють «спосіб організації навчальної діяльності, який регулюється певним, наперед визначеним розпорядком; зовнішнє вираження узгодженої діяльності вчителя та учнів, що здійснюється у визначеному порядку і в певному режимі» [26, с. 615]. Виходячи з цього, під *формами інтерактивного навчання* розуміємо зовнішнє вираження узгодженої діяльності вчителя та учнів, що здійснюється в режимі діалогу. Під методом навчання у педагогіці розуміють «взаємопов'язану діяльність викладача та учнів, спрямовану на засвоєння учнями системи знань, набуття умінь і навичок, їх виховання і загальний розвиток» [26, с. 320]. О. І. Пометун *інтерактивні методи* трактує як «способи цілеспрямованої міжсуб'єктної взаємодії учителя й учнів зі створення оптимальних умов для свого розвитку» [84, с. 37]. Ми під *інтерактивними методами навчання* розуміємо систему способів діалогічної взаємодії суб'єктів навчання (учіння), спрямованих на осмислення діалогу. Найпоширенішими інтерактивними методами є «мозковий штурм», рольові та ділові ігри, дискусії та ін.

Структурно-функціональною складовою *інтерактивного методу навчання* як певної системи є *інтерактивний прийом навчання*, під яким розуміємо сукупність конкретних навчальних ситуацій, що сприяють досягненню проміжної (допоміжної) мети конкретного інтерактивного методу.

Існує декілька класифікацій інтерактивних методів навчання. Залежно від функцій *діалогу* інтерактивні методи поділяються на інформаційні, пізнавальні, мотиваційні та регулятивні. Залежно від *дидактичної мети* інтерактивні методи поділяють на превентивні, імітаційні та неімітаційні. Залежно від *місця у навчально-виховному процесі* методи інтерактивного навчання поділяють на ті, що використовуються для повідомлення навчальної інформації, для формування та вдосконалення умінь та навичок та для контролю результатів навчання [95].

Залежно від мети уроку та форм організації навчальної діяльності учнів, інтерактивні технології поділяються на чотири групи (О. І. Пометун, Л. В. Пироженко).

1. *Інтерактивні технології кооперованого навчання* (робота в парах, ротаційні трійки, два – чотири – всі разом, карусель, робота в малих групах, акваріум).

2. *Інтерактивні технології колективно-групового навчання* (обговорення проблеми у загальному колі, мікрофон, незакінчене речення, мозковий штурм, навчаючи – учусь, ажурна пилка, аналіз ситуації, вирішення проблем, дерево проблем).

3. *Технології ситуативного моделювання* (симуляції та імітаційні ігри, спрощене судове слухання, громадські слухання).

4. *Технології опрацювання дискусійних питань* (метод ПРЕС, займи позицію, зніми позицію, неперервна шкала думок, дискусія, дискусія в стилі телевізійного ток-шоу, оцінювальна дискусія, дебати) [85].

В. В. Ревенко класифікувала інтерактивні технології таким чином:

1. За формами організації навчальної діяльності:

- інтерактивні технології колективно-групового навчання («мікрофон», «мозковий штурм», «аналіз ситуацій», «ажурна пилка» та ін.);
- інтерактивні технології навчання у малих групах («робота в парах», «карусель», «акваріум» та ін.);
- індивідуальні (комп'ютерні технології).

2. За цільовим призначенням:

- інструктивно-консультативні (тренінг, консультації та ін.);
- інформативні (лекція-бесіда, лекція-консультація та ін.);
- мотиваційні (інтерв'ю та ін.);
- пізнавальні (ділова гра, дискусія та ін.);
- контролюючі (оцінювальна дискусія, науково-практична конференція та ін.).

3. За характером діяльності:

- імітаційні (інсценування, спрощене судове слухання, ділові ігри та ін.);
 - неімітаційні (круглий стіл, конференція, дискусія та ін.).
4. За характером взаємодії:
- учень-учень (робота в парах, карусель та ін.);
 - вчитель-учень (лекція-бесіда, аналіз ситуації та ін.);
 - учень-клас (дискусія в стилі ток-шоу, громадські слухання, мікрофон та ін.);
 - учень-комп'ютер (інформаційні технології).
5. За ступенем прояву самостійності (творчості) учнів:
- репродуктивні (імітаційні ігри та ін.);
 - творчі (проектні технології, спецсемінари та ін.) [95, с. 232-233].

Отже, що інтерактивне навчання – це спеціальна форма організації пізнавальної діяльності, в яку залучені всі учасники навчального процесу, створені комфортні умови для навчання. Спільна діяльність учнів у процесі пізнання, освоєння навчального матеріалу означає, що кожен робить до цього процесу свій особливий індивідуальний внесок, що йде обмін знаннями, ідеями, способами діяльності. Причому відбувається це в атмосфері доброзичливості і взаємної підтримки, що дозволяє не тільки отримувати нове знання, але й розвиває саму пізнавальну діяльність, переводить її на вищі форми кооперації та співпраці.

Таким чином, нами розглянуті основні інтерактивні технології, які доцільно застосовувати у навчально-виховному процесі. Зосередимо далі увагу на *особливостях використання інтерактивних технологій під час профільного навчання математики у старшій школі.*

Як стверджують Г. О. Балл і П. С. Перепелиця [79], зміст, методи та форми профільної передпрофесійної підготовки мають бути розраховані на формування в кожного учня готовності до професійного навчання за певною спеціальністю (чи за спеціальностями певної групи). Профільне навчання має передбачати підвищення рівня самостійності школяра в навчальній діяльності, вироблення здатності до самостійного та творчого виконання завдань професійного

змісту, що вимагає розвитку ініціативи, самоконтролю, відповідальності, кмітливості, майстерності і т. ін.

Як зазначає С. А. Писарева [77], перехід до профільного навчання передбачає досягнення наступних цілей:

- сприяти встановленню рівного доступу до повноцінної освіти різним категоріям учнів у відповідності з їх здібностями, індивідуальними нахилами і потребами;
- створити умови для диференціації змісту навчання старшокласників з гнучкими можливостями побудови індивідуальних освітніх програм;
- забезпечити більш ґрунтовне вивчення окремих предметів програми повної загальної освіти, забезпечити наступність між загальною і професійною освітою, більш ефективно підготувати випускника школи до засвоєння програм вищої професійної освіти;
- розширити можливості соціалізації учнів через «випробування» себе у професії, нові освітні практики, форми взаємодії з іншими людьми.

Головною метою профільного навчання є забезпечення загальної доступності якісної освіти у відповідності з нахилами і освітніми потребами учнів. З огляду на це, головними принципами підготовки мають бути проблемність і розвивальна спрямованість; формування практичних компонентів досвіду має поєднуватися з теоретичним навчанням. Таким чином, профільне навчання забезпечує індивідуалізацію та диференціацію навчання на основі множинності вибору, створення умов не тільки для виявлення нахилів учнів, але й для їх найбільшого прояву.

Такі зміни можливі в разі застосування на уроках математики інтерактивних технологій, які ґрунтуються на діалозі, моделюванні ситуацій вибору, вільному обміні думками, авансуванні успіху. Використання інтерактивних методів у процесі вивчення математики сприяє тому, що школярі будуть зацікавлені в спілкуванні і готові обмінюватися інформацією та власними ідеями, кожен учень може відстоювати свій погляд і поважати думку товариша. Також інтерактивні методи навчання математики розвивають в учнів оцінювальне і критич-

не мислення, сприяють виробленню власних рішень, формують метакогнітивні знання.

Дамо коротку характеристику основних технологій інтерактивного навчання, які доцільно застосовувати на уроках математики у старших класах (*див табл. 1. 1*). Методичні рекомендації щодо організації роботи із застосуванням різноманітних інтерактивних технологій представлені у *додатку А*.

Таким чином, нами розглянуті основні інтерактивні технології, які доцільно застосовувати на заняттях з математики у старшій школі. Варто зауважити, що використання інтерактивних технологій на уроках математики – не самоціль. Це лише спосіб створення умов, за яких учні залучаються до навчально-пізнавальної діяльності; це засіб, який найкраще сприяє співробітництву, порозумінню, доброзичливості, надає можливість дійсно реалізувати особистісно-орієнтоване навчання. Уміле поєднання традиційних та інтерактивних методів викладання математики сприяє досягненню учнями високого рівня знань та виробленню вміння застосовувати їх на практиці.

1. 2. Психолого-педагогічні особливості старшого шкільного віку. Врахування їхнього типу інформаційного метаболізму у процесі навчання

Старший шкільний вік – це вік, коли школяр отримує квиток в життя, коли підводиться підсумок результатам навчання і виховання в школі за всі одинадцять років, відбувається перевірка можливостей молодого людини, її трудової та громадянської зрілості. Що стосується учнів старших класів, можна сказати, що юнацький вік – це період, коли дитяча мрія про майбутнє змінюється роздумами про нього з урахуванням власних можливостей і умов життя, коли з'являються наміри реалізувати прагнення в практичній діяльності.

Саме в цей віковий період (старший шкільний вік) в учнів виробляється активна життєва позиція, більш свідоме ставлення до вибору майбутньої професії, до самовизначення і самосвідомості, формується світогляд, прищеплюються навички трудової й навчально-пізнавальної діяльності. Більш складні

Таблиця 1. 1

Характеристика технологій інтерактивного навчання на уроках математики

№з/п	Технології	Тип	Мета застосування	Коли доцільно використувати	Що формує в учнів
1	<i>Робота в парах</i>	Технологія кооперативного навчання	Можна застосовувати для досягнення будь-якої дидактичної мети: засвоєння, закріплення, перевірки знань тощо	Під час засвоєння, закріплення, перевірки знань тощо	Сприяє розвитку навичок спілкування
2	<i>Ротаційні (змінювані) трійки</i>	Технологія кооперативного навчання	Активний, ґрунтовний аналіз та обговорення нового матеріалу з метою його осмислення, закріплення та засвоєння	Під час закріплення та засвоєння нового матеріалу	Сприяє розвитку навичок спілкування; формує вміння аналізувати
3	<i>Два – чотири – всі разом</i>	Технологія кооперативного навчання	Для досягнення будь-якої дидактичної мети	Під час закріплення та засвоєння нового матеріалу	Сприяє розвитку спілкування в групі
4	<i>Карусель</i>	Технологія кооперативного навчання	Для одночасного включення всіх учасників в активну роботу з різними партнерами зі спілкування для розв'язування проблемних задач	Під час інтенсивної перевірки обсягу й глибини наявних знань	Розвиває вміння аргументувати власну позицію
5	<i>Акваріум</i>	Технологія кооперативного навчання	Для розв'язання нестандартних задач; вирішення складних проблем	Під час закріплення вмінь та навичок	Сприяє розвитку спілкування в малій групі, вдосконалення вміння дискутувати та аргументувати свою думку

Продовж. табл. 1. 1

Характеристика технологій інтерактивного навчання на уроках математики

6	<i>Робота в малих групах. Варіанти організації роботи груп: «Діалог», «Синтез думок», «Спільний проект», «Пошук інформації», «Коло ідей»</i>	Технологія кооперативного навчання	Для вирішення складних проблем	Під час закріплення вмінь та навичок. Для розв'язання складних проблем, що потребують колективного розуму (розв'язування складних геометричних задач, у тому числі на побудову; розв'язування рівнянь, нерівностей з параметрами тощо)	Сприяє розвитку вмінь аналізувати, узагальнювати; розвитку пізнавальної активності, логічного мислення
7	<i>Обговорення проблеми в загальному колі. Варіанти технології «Мікрофон», «Незакінчені речення»</i>	Технологія колективно-групового навчання	Пояснення певних положень, привернення уваги учнів до складних або проблемних питань у навчальному матеріалі	Під час вивчення складних або проблемних питань у навчальному матеріалі, мотивації пізнавальної діяльності, актуалізації опорних знань	Сприяє розвитку вільно висловлювати власні ідеї, розвиває вміння говорити коротко, але по суті й переконливо
8	<i>Мозковий штурм (Асоціативний куц)</i>	Технологія колективно-групового навчання	Для пошуку різних способів розв'язування однієї задачі	Під час засвоєння вмінь і навичок, розв'язування складних задач	Сприяє розвитку уяви та творчості, формує вміння чітко висловлювати свою думку
9	<i>Навчаючи учусь («Кожен учить кожного», «Броунівський рух»)</i>	Технологія колективно-групового навчання	Для досягнення будь-якої дидактичної мети	Під час вивчення великого обсягу інформації, узагальнення та повторення вивченого	Підвищує інтерес до математики, формує вміння структурувати, узагальнювати, аналізувати матеріал
10	<i>Ажурна пилка («Мозайка», «Джигсо»)</i>	Технологія колективно-групового навчання	Для заміни лекції	Під час вивчення великого обсягу інформації за короткий час	Сприяє формуванню навичок самостійної роботи; заохочує допомагати учням вчитися, навчаючи

зміст і методи навчання старшокласників вимагають від них і більш високого рівня самостійності, активності, організованості, умінь застосовувати на практиці прийоми й операції мислення. Різко зростає потреба в самоконтролі й самовихованні, у знаннях своїх здібностей і можливостей їх реалізації, розвивається ініціатива і саморегуляція. Мислення стає більш глибоким, повним, всебічним і дедалі абстрактнішим; у процесі ознайомлення з новими прийомами розумової діяльності модернізуються старі, засвоєні на попередніх ступенях навчання. Оволодіння вищими формами мислення сприяє виробленню потреби в інтелектуальній діяльності, приводить, зрештою, до розуміння важливості теорії і прагнення застосовувати її на практиці [24].

Нова внутрішня позиція учня старших класів змінює важливість для нього змісту, мети і завдань навчання. Для старшокласників важлива значущість самого навчання, його завдань, цілей, змісту і методів. Зміна значущості навчання впливає на ставлення учня не тільки до навчання, а й до самого себе. Він оцінює своє навчання з огляду на його значущість для власного майбутнього, особливо для вибору професії. Старшокласник виявляє поглиблену цікавість до себе самого, до свого мислення, до своїх переживань. У психологічному образі юнака або дівчини нерідко поєднуються активність думки, що аналізує, схильність до міркування, емоційна вразливість, зацікавленість своїм майбутнім, оцінкою своєї придатності до професії, що обирається. Це багато в чому сприяє розвитку таких якостей, як спостережливість, вибірковість, критичність. Змінюються і мотиви навчання, тому що вони набувають для старшокласника важливий життєвий сенс. Характерно також посилення ролі узагальнень і абстракцій у розумовій діяльності: старшокласники розуміють загальне значення конкретних факторів, розуміють, що конкретний образ виступає не лише як факт, узятий окремо, але і як виразник загального.

Змінюється відношення до оцінки і самооцінки, остання стає більш значимою для старшокласників у визначенні своїх особистих якостей, ніж оцінка оточуючих. Самосвідомість старшокласників, таким чином, досягає вищого етапу, який виражається в самоспостереженні, самооцінці, прагненні до самов-

досконалення, самостійності, що, зрештою, приведе до самоосвіти й самовиховання.

Соціальна позиція юнаків і дівчат зорієнтована на здобуття статусу самостійної дорослої людини. У зв'язку з цим старшокласники виявляють підвищений інтерес до способу життя дорослих, що сприяє їх життєвому і професійному самовизначенню. Розширюється коло їх дружнього спілкування з однолітками за одночасного підвищення, порівняно з підлітками, вибіркової особистісних контактів і уподобань [101].

Важливими новоутвореннями раннього юнацького віку є відкриття внутрішнього Я, формування цілісної Я-концепції, світогляду. Але центральним найголовнішим новоутворенням цього віку є *особистісне самовизначення*, що постає як потреба юнаків і дівчат зайняти внутрішню позицію дорослої людини, усвідомити своє місце в суспільстві, зрозуміти себе і свої можливості. Нерідко на позначення цього феномена використовують поняття «ідентичність» – усвідомлена індивідом самототожність.

Ідентичність забезпечує неперервність минулого, теперішнього і майбутнього індивіда. Вона утворює одну систему координат для організованих та інтегрованих форм поведінки у різних сферах життя людини, узгоджує особисті схильності і таланти з раніше пропонованими батьками, однолітками і суспільством ідентифікаціями. Допмагаючи людині визначити своє місце у суспільстві, особистісна ідентичність забезпечує основу для соціальних порівнянь – порівнянь себе з ровесниками, дорослими, своїм ідеалом, а також із собою в минулому, актуальному теперішньому, потенційному близькому і віддаленому майбутньому. Внутрішнє чуття ідентичності (Его-ідентичності) допомагає визначити напрям, цілі і зміст майбутнього життя молодої людини. Формування його є, за твердженням Е. Х. Еріксона, головним завданням та найважливішою проблемою юності. З цим пов'язана властива ранньому юнацькому віку *криза ідентичності* – особливий момент розвитку, коли однаково динамічно наростає вразливість і розвивається потенціал особистості [101].

Формування ідентичності є тривалим і складним процесом, який залежить від прийняття індивідом власних рішень (криза ідентичності), а також від взяття на себе зобов'язань щодо здійсненого вибору, системи цінностей чи майбутньої професійної діяльності. Основними варіантами становлення ідентичності, є: зумовленість, дифузія, мораторій та досягнення ідентичності.

Зумовленість – це варіант становлення ідентичності за якого юнаки беруть на себе певні зобов'язання, не долаючи етапу прийняття самостійних рішень. Їхній вибір професії, релігії чи ідеології заздалегідь визначений їхніми батьками чи вчителями, а не є результатом самостійних пошуків.

Молоді люди, які не визначили напрям свого життя, не мають змоги відповідно рухатися, перебувають у стані *дифузії* – невизначеності, яка їх особливо не хвилює. Вони не пережили кризи, не обрали для себе професійної ролі чи морального кодексу і навіть уникають думок про це.

Мораторій – це варіант становлення ідентичності, коли юнаки та дівчата переживають кризу ідентичності (період прийняття рішень), зайняті пошуком себе. Їхні рішення стосуються вибору професії, релігійних чи етичних цінностей.

Досягнення ідентичності – це статус юнацтва, яке вже пережило кризу ідентичності, усвідомило і взяло на себе відповідальність за своє життя як наслідок самостійного вибору. Передусім цей вибір стосується життєвого шляху, майбутньої професії і реалізується у намаганні жити, дотримуючись значущих для себе моральних цінностей, норм і правил [101].

Наближення моменту закінчення школи вимагає особистісного і професійного самовизначення. Саме тому ранній юнацький вік пов'язаний з морально-особистісним (яким бути?), екзистенційним (у чому сенс життя?) і професійним (ким бути?) виборами, які є взаємопов'язаними і здійснюються одночасно. Їх рушійною силою є перехід від дитячої залежності до дорослої відповідальності і свободи.

Навчальна діяльність школярів старшого шкільного віку тісно пов'язана з обиранням майбутньої професії, становленням професійних інтересів. Відпові-

дно до цього змінюється і **мотивація навчальної діяльності**. Формування особистісної спрямованості старшокласників на вибір професійної діяльності починається з формування професійної мотивації в процесі шкільної освіти. Якщо підлітки обирають професію відповідно до своїх уподобань та інтересів до окремих навчальних предметів, то молодші юнаки вже обирають предмети відповідно до майбутньої професії. Таким чином простежується велика вибіркковість пізнавальних мотивів, що може призвести до суттєвого зниження інтересу до окремих предметів на користь майбутніх спеціалізованих знань. Істотно розвиваються мотиви й способи самоосвітньої діяльності. На цьому етапі самоосвіти домінують далекі цілі, пов'язані з життєвими перспективами, вибором професії й самовиховання. Соціальні позиційні мотиви, що складаються у відносинах з оточуючими, також змінюються. Відносини з однолітками продовжують грати для учнів велику роль, неприйняття старшокласника в класному колективі викликає незадоволеність, занепокоєння, негативні емоції. Відносини із учителем у старших класах школи стабілізуються. Мотиви отримання позитивних оцінок змінюються, стають адекватними. Молодші юнаки сприймають оцінку як критерій своїх знань, оцінка заради оцінки втрачає свою спонукальну роль, замість неї основним мотивом навчання стає прагнення до знань [126, с. 81]. Мотиви, що лежать в основі професійної спрямованості, неоднорідні по своєму походженню і характеру. Існують різні підходи до класифікації мотивів вибору професії. Наприклад, Є. М. Павлютенков виділяє 9 груп таких мотивів: соціальні, моральні, естетичні, пізнавальні, творчі, пов'язані з вмістом праці, матеріальні, престижні, інші [74, с. 20].

Особистісне самовизначення юнаків. Як вже зазначалося, за своєю суттю *особистісне самовизначення* є процесом свідомого визначення суб'єктом своєї сутності та місця у системі суспільних відносин, світі, що виявляється в активному ставленні людини до себе та навколишньої дійсності. У старших класах воно означає формування у хлопців і дівчат стійких та усвідомлених переконань; оволодіння нормами поведінки, принципами, ідеалами; вироблення умінь спостерігати та осмислювати явища навколишнього життя, розуміти себе.

Обумовлюється воно не стільки системою засвоєних знань, скільки готовністю до прийняття рішень, самостійних і відповідальних дій у нових ситуаціях.

Зміст особистісного самовизначення реалізується через *сенсотворення* – формування у старшокласників загальних уявлень про сенс життя, пошук сенсу власного існування; *мотивацію* – спонукання до спрямованої діяльності особистості; *самореалізацію* і *самовираження* – свідоме утвердження особистістю власної позиції в певних проблемних ситуаціях. Центральним моментом в особистісному самовизначенні юнаків і дівчат є усвідомлення себе суб'єктом самопізнання, самозміни, самовдосконалення [101].

Професійне самовизначення старшокласників. Активні роздуми старшокласників над своїм майбутнім здебільшого мають наслідком сформовану спрямованість щодо вибору професії. Ця їхня спрямованість ще нетривка, а багатьом із них властиві різноманітні вагання. Їх свідченням є одночасний інтерес до кількох професій, конфлікт між прагненнями і здібностями, між ідеалізованим баченням майбутньої професії та реальними перспективами (учень хоче вступити до вищого навчального закладу, але це неможливо через низьку успішність чи відсутність коштів на оплату за навчання; інтерес учня не збігається з бажанням батьків). Старших школярів, які ще не визначилися у виборі професії, хвилює проблема вибору, і вони часто спілкуються з цього приводу з однолітками та дорослими.

У старших класах учні починають серйозно замислюватись і над своєю придатністю до роботи в тій сфері, яку для себе обирають. Під час вибору професії вони зважають не тільки на свої інтереси, а й на багато інших обставин, передусім порівнюють свої здібності, можливості з вимогами, які ставить до людини та чи інша професія. Цим зумовлений їхній інтерес до різноманітних аспектів психології здібностей, мислення, самовиховання, у пізнанні яких не оціненою для них може бути допомога досвідченого спеціаліста з обраної сфери діяльності, педагога та шкільного психолога [101].

Вже до кінця IX класу школярі повинні зробити вибір між трьома соціальними орієнтаціями: на загальну освіту (вступ у X клас), на професійну освіту

(вступ в ПТУ або технікум), безпосередньо на роботу (з наступним завершенням або незавершенням освіти). Крім інтересів, здібностей та ціннісних орієнтацій, важливу роль у прийнятті рішення має оцінка своїх об'єктивних можливостей – матеріальних умов сім'ї, рівня навчальної підготовки, стану здоров'я і т.д. Той, хто вибирає професійну освіту або роботу, повинен відразу ж доповнити соціальну орієнтацію професійною – куди саме поступити та що робити. У інших таке рішення відкладається до закінчення XI класу, до того ж у одинадцятикласників, як і у дев'ятикласників, вибору професії передують більш широка соціальна орієнтація: установка на вуз, спеціальну професійну освіту або роботу.

Вибір професії передбачає наявність у школярів інформації двоякого роду: про світ професій (в цілому) взагалі та можливості і вимоги кожної з них; про себе, свої здібності та інтереси. І такої інформації старшокласнику не вистачає. В основі ставлення до світу професій лежить запозичений досвід – відомості, отримані від батьків, знайомих, друзів, однолітків, з книжок, кінофільмів, телепередач. Досвід цей звичайно абстрактний, тому що не пережитий, не стражданий людиною. Переважна більшість старшокласників обирає професію більш-менш стихійно. Суттєві фактори професійного самовизначення – це віковий період, в якому здійснюється вибір професії, рівень інформованості і рівень домагань старшокласників.

Вибір професії – складний та довгий процес, під час якого існує певна небезпека. Наприклад: відкладання у часі професійного самовизначення у зв'язку з відсутністю стійких інтересів (це відповідає етапу дифузної ідентичності по Ж. Марша).

Звичайно, невизначене майбутнє не дає можливості йти до нього. Спроби батьків прискорити цей процес за допомогою прямого психологічного впливу, як правило, дають негативні результати, викликаючи у старшокласників зростання тривожності, а іноді і відмову від будь-якого самовизначення, небажання взагалі щось вибирати (що відповідає стадії «приречення» або «дифузії» ідентичності за Ж. Марша) [24].

Раннє самовизначення вважається позитивним, хоча теж має свої недоліки. Підліткові захоплення нерідко обумовлені випадковими факторами. Категоричність вибору та небажання розглянути інші варіанти часто служить психологічним захисним механізмом, засобом втечі від сумнівів. У майбутньому це може призвести до розчарування. Іноді рання професіоналізація пов'язана з несприятливими сімейними умовами, низькою успішністю та іншими негативними факторами, які знижують рівень свідомого та добровільного вибору.

Важливий також і рівень інформованості старшокласників як про майбутню професію, так і про самих себе. Юнаки та дівчата погано знають конкретні особливості кожної професії, що робить їх вибір переважно випадковим. У виборі професії велике значення має професійна консультація.

Вибір професії відображає певний рівень особистісних домагань. Він включає оцінку своїх об'єктивних можливостей та оцінку своїх здібностей. На старшокласника впливає суб'єктивний рівень вимог, які пред'являються ним до професії, він часто завищений. Найчастіше це стимулює людину до подолання труднощів. Гірше, якщо рівень запитів не сформований, і юнак ні до чого не спрямований [24].

Підготовка молоді до праці і вибір професії – важлива державна справа. Необхідно забезпечити зв'язок загального та трудового виховання, організувати участь старшокласників у суспільно корисній праці, забезпечуючи свідомий вибір професійної підготовки. Унаслідок сформованого інтересу до професійної діяльності в юнака з'являється прагнення до розвитку здібностей необхідних для майбутньої професії.

Таким чином, проблема самовизначення, зокрема професійного самовизначення, є надзвичайно важливою і актуальною у ранньому юнацькому віці (старша школа), оскільки саме в цей період активно розвивається професійна самосвідомість юнаків, їхні мотиви учіння вже спрямовані на вибір професії, що часто призводить до підвищення інтересу на користь майбутніх спеціалізованих знань, профільних предметів. Враховуючи це, юнакам надзвичайно важливо правильно обрати профіль навчання, а педагогам ефективно організувати

навчання у профільній школі з урахуванням професійно-вікових особливостей учнів.

Особливість профільних класів полягає в тому, що для підвищеної результативності навчання учнів піддають процедурі відбору. Відбір зазвичай проводять двома способами: через успішність по профільюючих дисциплінах або шляхом психологічного тестування по тестах відповідних здібностей. Але, на нашу думку, знання *соціоніки* (врахування *соціонної природи* людини, особливості *соціонічного типу* старшокласника – соціоаналіз) дозволять проводити комплектування профільних класів набагато швидше і технологічніше. *Соціоніка* – це молода наука, що виникла у 70-х роках ХХ століття на стику психології, соціології, інформатики, і яка вивчає інформаційну будову психіки людини, тобто спосіб сприйняття, переробки і видачі інформації людиною.

Соціонічний тип (соціотип, тип інформаційного метаболізму, ТІМ, психотип) – тип структури мислення людини, який визначається взаємним розташуванням психічних функцій, що обробляють інформацію різних аспектів. Соціоніка розглядає 16 типів інформаційного метаболізму, що утворюються шляхом розділення всього соціону за чотирма юнгівськими дихотоміями (логіка-етика, інтуїція-сенсорика, екстраверсія-інтроверсія, ірраціональність-раціональність). Таблицю назв шістнадцяти соціонічних типів (ТІМів) див. у додатку А.

За допомогою соціоніки можна отримати точнішу інформацію про здібності людини, її нахили до певного виду діяльності, обрати профіль навчання, обрати професію відповідно до сильних сторін власного ТІМу, найефективніше об'єднати учнів у групи при колективно-груповому навчанні та ін.

Детальніше ознайомитися з соціонікою (опис сильних і слабких сторін ТІМів, професійну орієнтацію соціонічних типів, особливості інтертипної взаємодії соціотипів, їх взаємодії у квадрах та малих групах тощо) можна знайти в роботах таких соціоніків як А. Аугустінавічюте, Л. А. Бескова, В. В. Гуленко, А. В. Полякова, О. А. Румянцева, В. І. Стратієвська, В. П. Тищенко,

О. А. Удалова, К. С. Філатова та інших, зокрема [6], [11], [12], [34], [83], [100], [127].

У соціоніці відомий поділ усього соціону, що включає 16 ТІМів, на чотири «клуби за інтересами», у кожному з яких по 4 соціотипи. Приналежність до клубу визначається за інформаційними аспектами, що входять до блоку ЕГО. У «сайентистів» у цьому блоці – інтуїція і логіка, у «гуманітаріїв» – інтуїція та етика, у «соціалів» – етика і сенсоріка, а в «управлінців» – сенсоріка й логіка. Для наочності розподіл за клубами показано у табл. 1. 2.

Таблиця 1. 2

Розподіл соціонічних типів («клуби за інтересами»)

СОЦІАЛИ	■ ○ Етико-сенсорний екстраверт ○ ■ Сенсорно-етичний інтроверт □ ● Етико-сенсорний інтроверт ● □ Сенсорно-етичний екстраверт	● □ Сенсорно-логічний екстраверт □ ● Логіко-сенсорний інтроверт ○ ■ Сенсорно-логічний інтроверт ■ ○ Логіко-сенсорний екстраверт	УПРАВЛІНЦІ
	■ △ Етико-інтуїтивний екстраверт △ ■ Інтуїтивно-етичний інтроверт □ ▲ Етико-інтуїтивний інтроверт ▲ □ Інтуїтивно-етичний екстраверт	▲ □ Інтуїтивно-логічний екстраверт □ ▲ Логіко-інтуїтивний інтроверт △ ■ Інтуїтивно-логічний інтроверт ■ △ Логіко-інтуїтивний екстраверт	САЙЕНТИСТИ

Науково-дослідний (сайентистський) клуб (клуб логіків-інтуїтів). Основні області діяльності представників: науково-дослідна і конструкторська діяльність, аналіз і прогнозування. Логіко-інтуїти добре знаються на універсальних законах і правилах, загальних принципах пристрою і функціонування пристроїв.

Управлінський клуб (клуб логіків-сенсориків). Основні області діяльності представників: налагодження процесів, виробництво, управління технікою, технічне сервісне обслуговування. Управлінці можуть досконально розбиратися в техніці. Добре налагоджують виробництво, враховуючи всі дрібниці. Також прекрасно володіють інструментами.

Соціальний клуб (клуб етиків-сенсориків). Основні області діяльності представників: соціальне обслуговування, спілкування, налагодження контактів, медицина. Соціали краще за всіх відчують потреби суспільства і індивідів. Добре ведуть господарство.

Гуманітарний клуб (клуб етиків-інтуїтів). Основні області діяльності представників: культура і мистецтво, акторська діяльність, психологія, реклама і суспільні стосунки. Гуманітарії в першу чергу знаються на психології людей і їх духовних потребах [34].

Розподіл за соціонічними «клубам за інтересами» визначається природними задатками, а на розподіл за професіями значний вплив роблять життєві обставини. Але, як показує досвід, робота в соціонічно чужій області для людини більш енергозатратна і не приносить такого задоволення, як робота по так званих соціонічно сильних функціях.

У класах, які навчаються за суспільно-гуманітарним (філологічний, історико-правовий) чи художньо-естетичним напрямками профілізації, основу повинні скласти діти гуманітарних соціотипів. Для навчання бізнесу (менеджмент), економіці, техніці клас комплектується в основному за рахунок управлінських соціотипів. Класи з природничо-математичним напрямком профілізації (фізико-математичний, хіміко-біологічний) чи іншого фундаментально-наукового профілю будуть ефективно навчатися, якщо в них увійдуть діти, які мають один з сайєнтистських типів. Класів з соціальним ухилом (технологічний напрямок профілізації – виробничі технології, побутове обслуговування, народні ремесла) створюється набагато менше. Тому діти соціальних типів можуть доповнити контингент в класах гуманітарного і управлінського профілю.

Вкрай шкідливо створювати профільні класи за принципом «чистоти рядів», коли науковими дослідженнями займаються виключно сайєнтист, керівництву фірмами навчають тільки управлінців і т.п. Провідну установку слід обов'язково «розбавляти» суміжними з нею. Рекомендовано пропорція – 3:2, тобто на три людини провідної установки припадає два суміжника.

Наприклад, у науково-дослідницькому класі до кожного з трьох учнів-сайентистів слід додавати по два носії інших установок. Причому один з цих двох повинен бути обов'язково гуманітарієм, а другий – або управлінцем, або соціалом. Сайентист легше знаходять спільну мову з інтелектуально орієнтованими гуманітаріями, ніж з управлінцями або соціальний, що мають суто практичні установки.

При комплектуванні економічних класів цей принцип підбору спрацьовує аналогічно. На кожних трьох управлінців треба залучити представників інших установок. З цих двох доповнюючих типів один має бути соціалом (з вже згаданої причини спільності матеріально-практичних інтересів), а інший – або сайентистом або гуманітарієм. Гуманітарії – найменш відповідна для управлінської діяльності установка, оскільки при адмініструванні задіяні в повну силу функції сенсорності, які в гуманітарних типів найменш розвинені.

Коли профільний клас вже сформований, перед педагогами постає наступна проблема: які технології навчання залучати для роботи? Педагоги-новатори останнім часом усе частіше залучають інноваційні навчальні засоби, зокрема, *інтерактивні технології навчання*. Серед проблем, розв'язання яких впливає на поліпшення математичної підготовки учнів, особливе місце займає групова навчально-пізнавальна діяльність учнів (яка є видом інтерактивної технології). Під *груповою формою навчання* розуміють таку форму організації навчальних занять, за якої певній групі школярів ставиться єдине навчальне завдання, для розв'язання якого необхідне об'єднання зусиль усіх членів групи. Групова робота на уроці активізує мисленнєву діяльність старшокласників, допомагає ліквідувати прогалини в їх знаннях, згуртувати класний колектив, привчає працювати самостійно.

Враховуючи рівні пізнавальної активності (відтворюючий, інтерпретуючий, творчий) та математичні здібності учнів, їх можна об'єднати в чотири типологічні групи: А, В, С, Д [44].

Група А. Здібні до математики учні. Вони вміють самостійно працювати, творчо мислити, легко засвоюють і відтворюють теоретичний матеріал, уміють розв'язувати задачі.

Група В. Учні мають добрі знання з математики. Володіють навичками самостійної роботи, вміють аналізувати матеріал, виділяти в ньому суттєве, узагальнювати математичні факти, однак частина учнів, на відміну від учнів групи А, не володіє високою працездатністю, повільніше засвоює навчальний матеріал. Члени цієї групи відчують труднощі під час розв'язання творчих задач і, зазвичай, потребують деякої допомоги з боку вчителя,

Група С. Учні з середніми навчальними можливостями, володіють знаннями, вміннями та навичками, що відповідають обов'язковим результатам навчання, застосовують матеріал за зразком, аналогією, розв'язують лише стандартні задачі. Навчальна діяльність цих учнів потребує оперативного контролю.

Група Д. Учні з низькими навчальними можливостями. Вони слабо сприймають і засвоюють навчальний матеріал, не вміють розв'язувати найпростіші задачі, не володіють мислинськими операціями: синтез, аналіз, узагальнення, виділення суттєвого тощо. Учні потребують постійної допомоги з боку вчителя [44].

На основі розглянутих типологічних груп можна створювати навчальні гомогенні групи, до складу яких входять учні лише з однієї типологічної групи, і групи гетерогенні, до яких входять учні з різних типологічних груп.

На нашу думку, найефективніша працездатність у групах буде тільки у тому випадку, коли буде забезпечений високий ступінь внутрішньої комфортності. Забезпечити це можна шляхом об'єднання учнів у *соціонічні квадрати*. У соціоніці розрізняється чотири квадрати:

- *I-a – альфа* (представники: інтуїтивно-логічний екстраверт, сенсорно-етичний інтроверт, етико-сенсорний екстраверт, логіко-інтуїтивний інтроверт);

- *2-а – бета* (представники: етико-інтуїтивний інтроверт, логіко-сенсорний інтроверт, сенсорно-логічний екстраверт, інтуїтивно-етичний інтроверт);
- *3-я – гамма* (представники: сенсорно-етичний екстраверт, інтуїтивно-логічний інтроверт, логіко-інтуїтивний екстраверт, етико-сенсорний інтроверт);
- *4-а – дельта* (представники: логіко-сенсорний екстраверт, етико-інтуїтивний інтроверт, інтуїтивно-етичний екстраверт, сенсорно-логічний інтроверт).

Не зупиняючись на детальній характеристиці кожної з квадрантів, зазначимо лише, що чотири ТІМи, що утворюють квадрант, характеризуються не тільки спільними установками, життєвими цінностями, світоглядом, а й міжособистісним взаєморозумінням та високою працездатністю.

Таким чином, соціонічні знання дозволяють найефективніше об'єднати учнів у групи для проведення колективно-групових занять, а також дозволяють швидко і технологічно проводити комплектування профільних класів, що в свою чергу дасть можливість обрати старшокласнику майбутню професію з урахуванням соціонічно сильних (природжених) функцій. На *загальнокультурному напрямку* профільного навчання математики (філологічний, суспільно-історичний, спортивний та інші профілі) найкраще навчатися носіям інтуїції і етики у блоці ЕГО (гуманітарії). Найефективніше навчання (з можливістю використання природних задатків і здібностей, а також соціонічно сильних функцій) на *прикладному напрямку* профільного навчання математики (технічний, технологічний, природничий, економічний, екологічний та інші профілі) буде у управлінців (сенсоріка і логіка у блоці ЕГО). Основу класу з профільним навчанням математики на *теоретичному напрямку* (фізико-математичний, інформатика та інші профілі) повинні складати учні-сайентисти. Відомо, що на теоретичному напрямку навчаються діти, які у майбутньому планують пов'язати свою професійну діяльність з математикою, у тому числі з науковою діяльністю, пов'язаною з використанням математичних знань. У дослідницьких

областях найбільші успіхи мають інтуїтивно-логічні типи (сайентисти). Відомо, що більшість математиків і фізиків, які зробили відкриття світового масштабу, були сайентистами. Зокрема Нільс Абель, Рене Декарт, Леонід Канторович – *логіко-інтуїтивні інтроверти*; Альберт Ейнштейн, Галілео Галілей, Еваріст Галуа, Готфрід Лейбніц, П'єр Ферма – *інтуїтивно-логічні екстраверти*; Ісаак Ньютон – *логіко-інтуїтивний екстраверт*; Леонард Ейлер, Блез Паскаль, Анрі Пуанкаре – *інтуїтивно-логічний інтроверт*. Соціалам найкраще навчатися за художньо-естетичним напрямком профілізації або доповнити інші навчальні профілі (з управлінцями або гуманітаріями). Проаналізувавши соціонічну літературу та виходячи з власних спостережень, можна з певною мірою впевненості стверджувати, що саме сенсорно-етичні особистості (соціали) є найкращими педагогами, вчителями математики. Отож, у педагогічних школах, гімназіях основу повинні складати діти-соціали.

1. 3. Особливості вивчення математики в умовах профільної старшої школи

Актуальність організації профільної школи полягає в тому, що в умовах нової соціальної реальності знайти своє місце в суспільстві досить складно, тому молода людина потребує підтримки та допомоги, особливо на етапі самовизначення, який пов'язаний з вибором майбутньої професії. Допомогти зробити такий вибір покликане профільне навчання.

Нова школа має функціонувати як профільна. Це створюватиме сприятливі умови для врахування індивідуальних особливостей, інтересів і потреб учнів, для формування у школярів орієнтації на той чи інший вид майбутньої професійної діяльності. Профільна школа найповніше реалізує принцип особистісно-орієнтованого навчання, що значно розширює можливості учня у створенні власної освітньої програми [60].

Потрібно сформувати в учня внутрішню готовність і потребу самостійно, свідомо визначити перспективи свого професійного розвитку. Профілізація на-

вчання старшокласників є надзвичайно вагомим кроком у реформуванні освіти в цілому, спроможним забезпечити особистісну спрямованість навчання, вирішення основних завдань заключної ланки загальної середньої освіти з урахуванням освітніх потреб учнівської молоді.

Прийняттям Закону України «Про загальну середню освіту» (1991), «Концепції загальної середньої освіти (12-річна школа)» (2001), «Національної доктрини розвитку освіти України у XXI столітті» (2002), «Концепції профільного навчання в старшій школі» (2003, 2009), у яких законодавче затверджено введення профільного навчання в старшій школі, розпочався новий, сучасний етап у розвитку проблеми профільного навчання.

Аналіз наукових джерел засвідчив, що вітчизняними та зарубіжними науковцями досліджено різні аспекти профілізації загальноосвітньої школи. Цю проблему вивчали в процесі висвітлення загальних теоретичних питань диференціації навчання вітчизняні дидакти Н. М. Бібік, М. І. Бурда, В. І. Кизенко, С. П. Логачевська, Л. І. Покроєва, А. П. Самодрин; російські дослідники П. С. Лернер, В. М. Монахов, В. А. Орлов, А. А. Пінський, А. В. Хуторський; білоруські науковці Г. М. Бунтовська, Л. М. Рожина, Н. О. Циркун; західноєвропейські вчені, а саме: естонські Х. Й. Лійметс, І. Е. Унт; німецькі Дж. Бастіан, Х. Гудіанс, А. Комбе; англійські Дж. Волфорд, П. Гордон, Д. Дин, Р. Олдріч; а також американські дослідники Л. Кремін, М. Куртіс, Т. О'Брайн та інші [36].

Психологічні особливості профільного навчання розглядаються у дослідженнях В. М. Алфімова, Л. І. Божович, В. В. Давидова, С. Д. Максименка, С. Л. Рубінштейна, Е. П. Ямбурга.

Історичні аспекти розвитку профільного навчання, які розкривають етапи його становлення, висвітлені в працях Г. Г. Ващенко, М. К. Гончарова, В. І. Ревякіної та інших.

Зарубіжний досвід реалізації профільного навчання проаналізовано у працях Н. М. Воскресенської, О. І. Локшиної, Н. В. Семергей, М. І. Сметанського, І. І. Сотніченко [36].

Вагомим внеском у розроблення організаційних засад профільного навчання в загальноосвітній школі державної форми власності стали праці І. Л. Лікарчука (вивчається елективне профільне навчання), А. О. Остапенка, А. Ю. Скопіна (розкривається різновіковий розподіл профілів), І. В. Фролова (аналізується внутрішньокласна профільна диференціація), А. В. Макаруч, Н. К. Райсвіха (характеризується дистанційне профільне навчання) тощо [36].

Методичні аспекти профільного навчання з окремих дисциплін (математики, інформатики, фізики, медицини) розглянуто у кандидатських та докторських дисертаціях Т. П. Гордієнко, М. І. Губанової, Л. В. Жовтан, Т. Б. Захарової, О. В. Лосєвої, М. А. Пригодій, І. М. Смірної, Я. В. Цехмістер, О. П. Шестакової. Організацію профільного навчання учнів середньої школи Німеччини й основної школи Австрії проаналізовано в кандидатських дослідженнях М. М. Авраменко і Л. П. Фаннінгер. Кандидатські дисертації С. Є. Вольянської, М. К. Піщалковської присвячені проблемі профільного навчання старшокласників у системі роботи загальноосвітнього навчального закладу в умовах регіону. У докторській дисертації Н. І. Шиян обґрунтовано концепцію розвитку профільного навчання в загальноосвітній школі сільської місцевості [36]. Кандидатська дисертація Н. Є. Дмитренко присвячена обґрунтуванню дидактичних засад профільного навчання учнів приватних загальноосвітніх навчальних закладів.

У «Концепції профільного навчання в старшій школі» зазначається, що **профільне навчання** – «вид диференційованого навчання, який передбачає врахування освітніх потреб, нахилів, здібностей учнів; створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, що забезпечується за рахунок змін у цілях, змісті, структурі та організації навчального процесу» [53]. Мету, завдання, принципи профільного навчання представлено у таблиці 1. 3.

Профіль навчання – це спосіб організації диференційованого навчання, який передбачає поглиблене і професійно зорієнтоване вивчення циклу споріднених предметів.

Таблиця 1. 3

Мета, завдання та принципи профільного навчання

Мета профільного навчання	Завдання профільного навчання	Принципи профільного навчання
забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки, неперервної освіти впродовж усього життя;	створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних і професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учнів старшої школи в процесі їхньої загальноосвітньої підготовки;	диференціації (розподіл учнів за рівнем освітньої підготовки, інтересами, потребами, здібностями і нахилами);
виховання особистості, здатної до самореалізації, професійного зростання й мобільності в умовах реформування сучасного суспільства;	забезпечення умов для життєвого і професійного самовизначення старшокласників, формування готовності до свідомого вибору і оволодіння майбутньою професією;	варіативності, альтернативності й доступності (освітніх програм, технологій навчання і навчально-методичного забезпечення);
формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти.	формування загальнокультурної, соціальної, комунікативної, інформаційної, громадянської, технічної, здоров'язбережної компетенцій учнів на допрофесійному рівні, спрямування молоді щодо майбутньої професійної діяльності;	гнучкості (змісту і форм організації профільного навчання, у тому числі дистанційного; забезпечення можливості зміни профілю);
	забезпечення наступно-перспективних зв'язків між загальною середньою і професійною освітою відповідно до обраного профілю.	діагностико-прогностичної реалізованості (виявлення здібностей учнів з метою їх обґрунтованої орієнтації на профіль навчання).

Профільне навчання у 10–11 класах здійснюється за такими основними напрямами: суспільно-гуманітарний, філологічний, художньо-естетичний, природничо-математичний, технологічний, спортивний. Їх набір відповідає соціально-диференційованим видам діяльності, які обумовлюються суспільним розподілом праці, і містить знання про природу, людину, суспільство, культуру, науку та виробництво. За основними напрямами профілізації визначаються різноманітні навчальні профілі (таблиця 1. 4).

Профіль навчання визначається з урахуванням інтересів школярів та їх батьків, перспектив здобуття подальшої освіти і життєвих планів учнівської

молоді; кадрових, матеріально-технічних, інформаційних ресурсів школи; соціокультурної і виробничої інфраструктури району, регіону.

Таблиця 1.4

Структура профільного навчання

	Основні напрями профілізації				
	Суспільно-гуманітарний	Природничо-математичний	Технологічний	Художньо-естетичний	Спортивний
Навчальні профілі	філологічний, історико-правовий, економічний, юридичний та інші	фізико-математичний, хіміко-біологічний, географічний, медичний, екологічний та інші	інформатика, виробничі технології, проектування і конструювання, дизайн, транспорт, менеджмент, побутове обслуговування, народні ремесла та інші	музичний, образотворчий, хореографічний, театральний, мистецтвознавчий та інші	атлетика, гімнастика, плавання, спортивні ігри, туризм та інші

Навчальний профіль визначається як добором предметів, так і їх змістом.

Зміст і структура навчальних профілів. Засвоєння змісту освіти у загальноосвітніх закладах з профільним навчанням має, по-перше, забезпечувати загальноосвітню підготовку учнів, по-друге – підготовку до майбутньої професійної діяльності [53].

Профіль навчання охоплює таку сукупність предметів: базові, профільні та курси за вибором.

Базові загальноосвітні предмети становлять інваріантну складову змісту середньої освіти і є обов'язковими для всіх профілів. Ці предмети реалізують цілі й завдання загальної середньої освіти. Зміст навчання і вимоги до підготовки старшокласників визначаються державним стандартом повної загальної середньої освіти.

Профільні загальноосвітні предмети – це предмети, що реалізують цілі, завдання і зміст кожного конкретного профілю. Профільні предмети вивчаються поглиблено і передбачають більш повне опанування понять, законів, теорій; використання інноваційних технологій навчання; організації дослідницької, проектної діяльності; профільної навчальної практики учнів тощо.

Профільні предмети забезпечують також прикладну спрямованість навчання за рахунок інтеграції знань і методів пізнання та застосування їх у різних сферах діяльності, в т.ч. і професійній, яка визначається специфікою профілю навчання.

У профільних загальноосвітніх навчальних закладах передбачається опанування змісту предметів на різних рівнях:

1. *Рівень стандарту* – обов’язковий *мінімум* змісту навчальних предметів, який не передбачає подальшого їх вивчення (наприклад, математика у філологічному профілі; історія у фізико-математичному).

2. *Академічний рівень* – обсяг змісту *достатній* для подальшого вивчення предметів у вищих навчальних закладах – визначається для навчальних предметів, які є не профільними, але є базовими або близькими до профільних (наприклад, загальноосвітні курси біології, хімії у фізико-технічному профілі або загальноосвітній курс фізики у хіміко-біологічному профілі).

Зміст навчання на першому і другому рівнях визначається державним загальноосвітнім стандартом.

3. *Рівень профільної підготовки* – зміст навчальних предметів *поглиблений*, передбачає орієнтацію на майбутню професію (наприклад, курси фізики і математики у фізико-математичному) [53].

Профільних предметів має бути не більше двох-трьох з однієї або споріднених освітніх галузей (наприклад, фізика, інформатика і математика, хімія і технології, біологія і екологія, географія і економіка тощо). Так, у профілях, де профільними обрано природничі предмети біологія і хімія, решта природознавчих предметів (фізика, географія) вивчається за програмою загальноосвітнього рівня.

Зміст окремих навчальних предметів може інтегруватися. Так, у профілях природничо-математичного і технологічного спрямування може вивчатися інтегрований курс «Суспільствознавство», а у профілях суспільно-гуманітарного, художньо-естетичного напрямів – «Природознавство».

Курси за вибором – це навчальні курси, які доповнюють навчальні предмети і входять до складу допрофільної підготовки та профільного навчання. Курси за вибором створюються за рахунок варіативного компонента змісту освіти.

У старшій профільній школі курси за вибором сприяють формуванню індивідуальної освітньої траєкторії школярів, орієнтують на усвідомлений та відповідальний вибір майбутньої професії.

Кожен учень протягом 3-х років навчання у старшій школі обирає для вивчення не менше 4-х – 5-ти курсів за вибором.

Курси за вибором у старшій школі забезпечують поглиблене та розширене вивчення профільних предметів. Водночас, вони можуть сприяти вивченню непрофільних предметів і бути зорієнтовані на певний вид діяльності поза профілем навчання, який обрав учень [19].

Загальноосвітні школи створюють ті чи інші профілі навчання за рахунок комбінацій базових, профільних предметів і курсів за вибором.

Форми організації профільного навчання

Форми організації профільного навчання регламентують діяльність суб'єктів навчально-виховного процесу в системі профільних загальноосвітніх навчальних закладів і забезпечують умови для реалізації його мети і завдань. За характером взаємодії суб'єктів профільного навчання виділяються такі форми його організації (таблиця 1. 5).

Таблиця 1. 5

Форми організації профільного навчання

Внутрішньошкільні	Зовнішньошкільні
<ul style="list-style-type: none"> – профільні класи в однопрофільних загальноосвітніх навчальних закладах; – профільні групи в багатопрофільних загальноосвітніх навчальних закладах; – класи з поглибленим вивченням предметів; – профільне навчання за індивідуальними навчальними планами і програмами; – динамічні профільні групи (в тому числі різновікові). 	<ul style="list-style-type: none"> – міжшкільні профільні групи; – профільна школа інтернатного типу; – освітній округ; – навчально-виховний комплекс (НВК); – міжшкільний навчально-виробничий комбінат (МНВК); – загальноосвітні навчальні заклади на базі професійно - технічних, вищих навчальних закладів

Профільне навчання здійснюється у загальноосвітніх навчальних закладах різного типу: однопрофільних і багатoproфільних школах, спеціалізованих школах, ліцєях, гімназіях, колегіумах, школах з класами з поглибленим вивченням окремих предметів. Профільне навчання може здійснюватися на базі чи за участю позашкільних навчальних закладів.

Загальноосвітній навчальний заклад може мати один або декілька профілів. В окремих випадках загальноосвітній навчальний заклад (клас) може організовувати навчання *за універсальним напрямом*. Тоді задоволення освітніх запитів учнів здійснюється за рахунок введення курсів за вибором, які дають змогу поглибити або професійно спрямувати зміст споріднених базових предметів.

Профільні групи у багатoproфільних загальноосвітніх навчальних закладах передбачають профільну підготовку груп учнів у класах певного напрямку профілізації. Профільне навчання за індивідуальними навчальними планами і програмами здійснюється з метою задоволення індивідуальних запитів учнів.

Головною задачею вивчення математики є забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і вмінь, необхідних у повсякденному житті, а також достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. Поряд з вирішенням головної задачі, оволодінням конкретними обов'язковими математичними знаннями, профільне навчання математики передбачає формування стійкого інтересу учнів до предмету, виявлення і розвиток їх математичних здібностей, підготовку до навчання у вищому навчальному закладі [45].

Реалізація профільного навчання математики повинна здійснювати з урахуванням його мети, його особливостей змісту й форми у порівнянні з навчанням математики в загальноосвітніх класах.

Профільна диференціація навчання математики повинна:

- забезпечити необхідний загальнокультурний рівень математичної підготовки молоді, який визначається замовленням суспільства й можливостями учнів даного віку;

- задовольнити потреби профільної підготовки в розвитку пізнавальних і математичних видів діяльності учнів, що характерні для даного профілю;
- формувати засобами математики професійні нахили учнів [19].

Профільна диференціація навчання математики передбачає:

- а) створення умов для свідомого вибору учнями профілю;
- б) наступність з допрофільним навчанням математики і навчанням математики у звичайних класах загальноосвітньої школи;
- в) досягнення всіма учнями базового рівня навчання математики;
- г) розробку державних стандартів з математики для різних профілів навчання;
- д) реалізацію прикладної спрямованості навчання математики, орієнтованої на профіль навчання як одного з головних засобів формування профільних інтересів засобами математики;
- е) відмінність змісту навчання математики в профільних класах і звичайних класах;
- ж) реалізацію рівневої диференціації, що підсилює диференціацію навчання математики для кожного профілю;
- з) розмаїтість форм і видів класної та позакласної роботи;
- и) поглиблене вивчення математики як одного з видів профільного навчання [81].

Різноманітні профілі навчання математики у межах базової профільної математичної підготовки можна об'єднати у такі напрямки: загальнокультурний, прикладний, теоретичний.

Профільна диференціація навчання математики у межах базового компоненту в старшій школі реалізується створенням трьох курсів математики:

- для *загальнокультурного напрямку* (філологічний, суспільно-історичний, спортивний та інші профілі) – курс А;
- для *прикладного напрямку* (технічний, технологічний, природничий, економічний, екологічний та інші профілі) – курс В;

– для *теоретичного напрямку* (фізико-математичний, інформатика, хіміко-біологічний та інші профілі) – курс С [19].

При цьому всі специфічні особливості даного профілю і конкретного контингенту учнів реалізуються в курсах за вибором та шляхом організації самостійної, індивідуальної і позакласної роботи.

Ці курси відрізняються не стільки обсягом знань, якими мають опанувати учні, скільки рівнем обґрунтованості, абстрактності, загальності і т. п. Іншими словами, вони повинні бути орієнтованими на різні типи мислення (насамперед образного, прикладного, теоретичного), на розвиток різних видів діяльності.

Профільне навчання математики потребує і робить можливим використання специфічних форм та методів навчання. Можливість їх використання зумовлена наявністю більш розвинених мотивів учнів профільних класів та шкіл до навчання порівняно із загальноосвітніми навчальними закладами. Невід’ємною складовою профільного навчання математики є виконання кожним учнем індивідуальної роботи творчого характеру. При їх виконанні поряд з реферуванням літературних джерел, теоретичним розв’язанням математичної задачі використовуються спостереження, проведення експериментів як фізичних, так і імітаційних за допомогою ПЕОМ [35].

Розглянемо деякі особливості вивчення математики в різних профілях навчання.

Курс математики, призначений для профілів гуманітарного напрямку *сприяє*:

- становленню загальної культури людини;
- формуванню уявлень про математику як одну з універсальних мов, створених для опису і дослідження дійсності;

повинен:

- враховувати роль образного мислення у процесі пізнання навколишнього світу;
- формувати логічне мислення засобами математики [81].

Курс математики для класів природничо-наукового профілю. Даний курс орієнтовано на учнів з науковим стилем мислення, які обрали для себе хімічний, біологічний, географічний та інші напрямки. Для цих областей науки математика відіграє роль апарата, спеціального засобу для вивчення закономірностей навколишнього світу. Цей курс повинен забезпечувати оволодіння конкретними математичними знаннями, що дозволять, зокрема, виробити уявлення щодо застосування математики у профільюючій науці і достатніми для вивчення математики у вищому навчальному закладі відповідного напрямку.

Для природничих наук важливу роль відіграють у наш час кількісні характеристики реальних процесів і відповідні кількісні моделі, для дослідження яких необхідні традиційні розділи математики поряд з початками математичного аналізу і елементами теорії ймовірностей і математичної статистики [37].

Учням даного профілю рекомендовано особливу увагу приділяти формуванню обчислювальних навичок і вмінь, поєднувати вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою даних, одержаних під час проведення лабораторних і практичних робіт на уроках фізики, хімії, біології. Цілком слушною є пропозиція приділити особливу увагу застосуванням похідної та інтеграла до розв'язування прикладних задач, більш широко ознайомити учнів з розв'язуванням диференціальних рівнянь показникового зростання та гармонічних коливань. Наголоси в шкільному курсі математики слід робити не на розв'язанні тих чи інших диференціальних рівнянь, а на моделюванні реальних процесів за допомогою диференціальних рівнянь, тобто складанні рівнянь [22].

Курс математики, призначений для природничо-наукового напрямку,
сприяє:

- гармонійному розвитку образного і логічного мислення;
- формуванню чітких уявлень про роль математики в розвитку суспільства, сферу і характер її прикладних можливостей;

повинен:

- забезпечити здобуття найпростіших навичок математичного моделювання [81].

Курс математики для класів фізико-математичного профілю. Навчання в старшій школі у профільному класі з поглибленим вивченням математики передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу до математики та схильності до вибору у майбутньому пов'язаної з нею професії [18].

Багаторічний досвід функціонування в Україні класів із поглибленим вивченням математики переконує в тому, що недоцільно надмірно заповнювати програми додатковими питаннями. Це спричиняє перевантаження і, як наслідок, відсів учнів. Розвитку стійких пізнавальних математичних інтересів сприяють дібрані в системі різноманітні складні задачі з достатнім евристичним навантаженням, а також пов'язаний з темою історичний матеріал.

Підвищена увага має приділятися математичному моделюванню. Саме в цьому курсі створюються засади для формування у старшокласників здатності застосовувати математичні знання[21].

Курс математики, призначений для профілів фізико-математичного напрямку

сприяє:

- формуванню у учнів вмінь застосовувати математику при дослідженні реальних процесів і явищ;

повинен:

- забезпечити високий рівень математичної культури [18].

Таким чином, профільне навчання дає змогу учням обрати не один-два предмети, а конкретну пріоритетну галузь для глибшого вивчення, опанування групи, циклу, сукупності предметів на взаємодоповнювальній і підтримуючій основі. Профільному вектору учня треба надати розвитку в напрямі формування його мотивації до навчання впродовж життя, вироблення волі до успіху й життєтворчості.

Висновки до першого розділу

Останнім часом у школах запроваджуються інноваційні засоби навчання, зокрема *інтерактивні технології*, під якими ми розуміємо технології, що включають в себе чітко спланований результат навчання, використання окремих інтерактивних *форм, методів та прийомів*, що забезпечують активний характер взаємодії учасників навчального процесу на засадах співпраці та співтворчості. *Інтерактивне навчання* спрямоване на створення комфортних умов навчання, за яких учень відчуває свою успішність, свої інтелектуальні досягнення, що робить продуктивним сам процес набуття знань.

Застосовуючи інтерактивні навчальні технології у старшій профільній школі, доцільно враховувати психолого-педагогічні особливості школярів, зокрема природне прагнення школяра до спілкування. Старшокласник оцінює навчання з огляду на його значущість для вибору професії. Центральним новоутворенням раннього юнацького віку (старша школа) є особистісне, зокрема, *професійне самовизначення*. У цьому віці активно розвивається професійна самосвідомість юнаків, що часто призводить до підвищення інтересу на користь майбутніх профільних предметів. Враховуючи це, юнакам надзвичайно важливо правильно обрати профіль навчання, а педагогам ефективно організувати навчання у профільній школі з урахуванням професійно-вікових особливостей учнів. Однією з методик вибору профілю навчання, поруч з різноманітними психологічними тестуваннями, є *соціонічна діагностика*. Знання з соціоніки дозволяють шкільним психологам, адміністрації школи, вчителям найефективніше об'єднати учнів у групи для проведення колективно-групових занять, а також дозволяють швидко і технологічно проводити комплектування профільних класів, що своєю чергою дасть можливість обрати старшокласнику майбутню професію з урахуванням соціонічно сильних (природжених) функцій.

Різнорізані профілі навчання математики у межах базової профільної математичної підготовки можна об'єднати у такі *напрямки*: загальнокультурний, прикладний, теоретичний. Аналіз соціонічної,

педагогічної літератури та власні спостереження дають можливість стверджувати, що на *загальнокультурному напрямку* профільного навчання математики найкраще навчатися інтуїтивно-етичним особистостям (гуманітарії). Найефективніше навчання на *прикладному напрямку* профільного навчання математики буде у управлінців. Враховуючи те, що на *теоретичному напрямку* профільного навчання математики (математичний, фізичний та фізико-математичний профілі) повинні навчатися діти, які у майбутньому планують пов'язати свою професійну діяльність з математикою, у тому числі з науковою діяльністю, пов'язаною з використанням математичних знань, тому основу класу з профільним навчанням математики на теоретичному напрямку повинні складати учні-сайентисти. Саме сайентисти мають найбільші успіхи у науково-математичній діяльності, підтвердженням чого є той факт, що серед всесвітньо відомих математиків майже усі були інтуїтивно-логічними особистостями (сайентистами).

У профільній школі навчання математики диференціюється за *трьома рівнями*: рівнем стандарту, академічним і профільним. Кожен з цих рівнів має свої певні особливості. Максимальне врахування цих особливостей при навчанні математики на кожному з трьох рівнів можна здійснити шляхом впровадження та застосування інтерактивних технологій при профільному навчанні. На уроках математики у старшій профільній школі доцільно застосовувати наступні інтерактивні технології (залежно від профілю навчання; типу, мети, завдань уроку): акваріум, карусель, робота в парах, ротаційні трійки, два – чотири – всі разом, ажурна пилка, навчаючи – учусь, мікрофон, незакінчені речення, мозковий штурм, робота в малих групах (спільний проект). При об'єднанні учнів у статичні або динамічні групи під час інтерактивного навчання, вчителі варто органічно поєднувати два способи об'єднання: 1) за здібностями (типологічні групи: гомогенні, гетерогенні); 2) за соціонічними квадратами.

Використання інтерактивних технологій на уроках математики у профільній школі – не самоціль. Це лише спосіб створення умов, за яких учні залучаються до творчої навчально-пізнавальної діяльності.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ» НА РІЗНИХ ПРОФІЛЯХ НАВЧАННЯ

2. 1. Методика застосування інтерактивної технології «Спільний проект» під час вивчення теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту

У профільній школі сьогодні математика вивчається на одному з трьох рівнів: рівень стандарту, академічний рівень, профільний рівень. Зміст програми навчання математики на рівні стандарту спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури. При цьому не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність. У «Програмі з математики для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту» [43, с. 9] зазначається, що важливим завершенням функціональної лінії курсу «Математика» є розгляд понять похідної та інтегралу, які є необхідним інструментом дослідження руху. Основні ідеї математичного аналізу виглядають досить простими і наочними, якщо викладати їх на тому інтуїтивному рівні, на якому вони виникли історично і який цілком задовольняє потреби загальноосвітньої підготовки учнів. Під час проведення уроків вчителям не варто захоплюватися формально-логічною строгістю доведень та відводити багато часу суто технічним питанням і конструкціям. Більше уваги слід приділити змістовній стороні ідей і понять, їх геометричному і фізичному тлумаченню.

Застосування елементарних методів дослідження функцій викликає необхідність розширити математичний апарат, потрібний для повнішого вивчення властивостей функцій, побудови їхніх графіків, для дослідження руху. Це реалізовано в темі «Похідна та її застосування» і забезпечує подальший розвиток функціональної змістової лінії, прикладної спрямованості навчання.

Вивчення цієї теми повинно мати яскраво виражену прикладну спрямованість. При цьому для вивчення суміжних предметів важлива не стільки техніка диференціювання функцій, скільки використання основних понять, фактів і методів для моделювання процесів, що досліджують у цих дисциплінах. Вивчення цієї теми, відповідна система вправ мають бути орієнтованими на формування найпростіших навичок математичного моделювання засобами диференціального числення.

Вивчення теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту вчителів варто розпочати з розв'язування задачі про знаходження середньої та миттєвої швидкостей нерівномірного руху, застосовуючи при цьому інтерактивні навчальні технології. Ця задача приводить до понять границі і похідної функції в точці. Поняття границі спочатку доцільно вводити на наочно-інтуїтивному рівні, а потім уточнювати за допомогою наближених обчислень. Узагальнення поняття швидкості перебігу процесу підводить до поняття швидкості зміни функції в точці, тобто до її похідної.

Під час формування поняття похідної вчителів слід намагатися підібрати такі інтерактивні методи навчання, які б сприяли формуванню розуміння того, що похідна моделює не тільки швидкість механічного руху, а й швидкість зміни з часом будь-якого процесу (швидкість нагрівання тіла, швидкість випаровування, швидкість наповнення посудини рідиною, силу змінного струму тощо). Для досягнення цієї мети доцільне застосування інтерактивної технології «ажурна пилка», адже вона дає можливість вивчити значну кількість інформації за короткий проміжок часу шляхом об'єднання учнів у домашні і експертні групи.

Під час проведення уроків з теми вчителів варто акцентувати увагу учнів на геометричних, фізичних тлумаченнях понять і не зловживати технікою диференціювання. Більш того, питання про похідну складеної функції можна розглянути лише для функцій виду $y = f(kx + b)$, чого цілком достатньо для навчання на рівні стандарту (що і роблять автори підручника [61]).

Одним із важливих застосувань похідної є її використання для дослідження функцій і побудови їхніх графіків. Вивчати цю частину навчального

матеріалу можна застосовуючи інтерактивні технології роботи в малих групах або парну роботу. На основі ознак монотонності функцій і достатніх умов екстремуму варто розглянути алгоритми знаходження проміжків зростання, спадання, сталості функцій, а також точок екстремуму. Спочатку ці алгоритми застосовані до функцій, диференційовних в області їх визначення. Далі такі алгоритми розглядають для функцій, диференційовних в усіх точках області визначення за винятком скінченного числа точок, у яких функція неперервна. Алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значень функції за допомогою похідної застосовують у прикладних задачах на основі методу математичного моделювання.

За нині діючою програмою з математики (рівень стандарту) на вивчення теми «Похідна та її застосування» відводиться 14 годин.

Орієнтовний план вивчення цієї теми із застосуванням інтерактивних навчальних технологій див. у *додатку В*.

Наведемо фрагмент уроку з теми «Задачі, що приводять до поняття похідної» (рівень стандарту) із застосуванням інтерактивної технології «Ротаційні трійки». Учитель об'єднує учнів у трійки, розміщуючи трійки так, щоб кожна з них бачила трійку справа й трійку зліва. Разом усі трійки мають утворити коло. Далі школярі розраховуються від 0 до 2. Учні з номером 1 з кожним наступним завданням переходять до наступної трійки за годинниковою стрілкою, а учні з номером 2 переходять через дві трійки проти годинникової стрілки. Учні з номером 0 залишаються на місці і є постійними членами трійки. Результатом буде повністю нова трійка. Кожна трійка розв'язує однакові завдання.

1-е завдання (нульова ротація)

Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $x = 2 - 3t$, де x — координата точки, t — час. Якою є швидкість руху точки? В якому напрямі координатної прямої рухається точка?

2-е завдання (перша ротація)

Матеріальна точка, рухаючись прямолінійно і рівномірно, в момент часу $t = 1$ мала координату $x = 3$, а в момент часу $t = 3$ – координату $x = 7$. Якою є швидкість її руху?

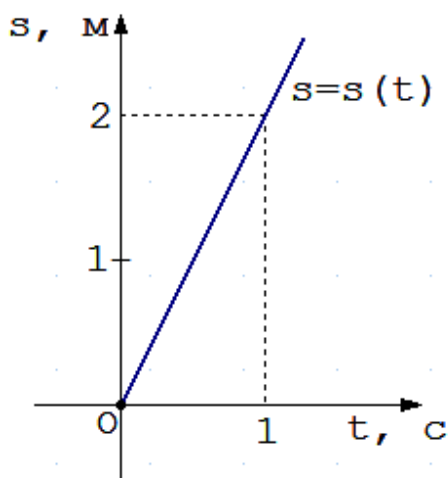


Рис. 2. 1

3-е завдання (друга ротація)

Який вигляд має графік закону рівномірного руху матеріальної точки вздовж координатної прямої?

4-е завдання (третья ротація)

На рис. 2. 1 зображено залежність шляху s , пройденого матеріальною точкою, від часу t . Якою є швидкість руху точки?

5-е завдання (четверта ротація)

Точка рухається вздовж координатної прямої за законом $x = 3t^2$, де x – координата точки, t – час. Якою є середня швидкість руху точки на проміжку $[1;3]$?

6-е завдання (п'ята ротація)

Маса солі, що розчинилася у воді за проміжок часу $[0;t]$ дорівнює $m(t)$.

Що треба розуміти під:

- середньою швидкістю розчинення солі за проміжок часу $[1;2]$;
- швидкістю розчинення у момент часу $t = 1$?

Враховуючи те, що при застосуванні інтерактивної технології «Ротаційні трійки», відбувається об'єднання учнів у динамічні (змінювані) групи з трьох осіб, дуже важливо вчителю, присвоївши учневі певний номер – 0, 1 або 2, вдало між ними розподілити ролі із урахуванням їх соціонічних типів. Наприклад, під номером 0 виступає постійно *керівник* (головуючий) трійки (він зачитує завдання трійки, організовує порядок виконання, пропонує учасникам групи висловитися по черзі, заохочує групу до роботи, підбиває підсумки роботи, визначає доповідача). Керівниками найкраще призначати тих особистостей, у яких такий соціонічний аспект як «вольова сенсоріка» виступає програмною

або фоновою функцією. Це СЛЕ, СЕЕ, ЛСЕ, ЕСЕ (розшифровку абревіатур див. у додатку А). Під номером 1 можна назначити *посередника* групи, який заохочує групу до роботи та стежить за часом. Найкраще з цією посадою буде справлятися той соціотип, у якого такий соціонічний аспект як «інтуїція часу» виступає програмною або фоновою функцією – ІІІ, ІЕІ, ЛІІ, ЕІІ. Під номером 2 варто назначити *секретаря* (веде записи роботи групи; записи веде коротко й розбірково; як член групи, повинен бути готовий висловити думки групи при підбитті підсумків) або *доповідача* (чітко висловлює думку групи; доповідає про результати роботи групи). На цю посаду можуть бути обрані представники усіх інших соціонічних типів.

Розглянемо детальніше особливості застосування інтерактивної технології роботи в малих групах «*Спільний проект*» під час вивчення теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту. Відомо, що в основі проектної технології лежить розвиток в учнів пізнавальних навичок, уміння самому конструювати свої знання та орієнтуватися в інформаційному просторі, розвиток критичного мислення, формування навичок мислення високого рівня. Крім того проектна технологія сприяє навичкам групової комунікації, стимулює пізнавальний інтерес і пізнавальну самостійність, що тим самим сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів. Діти, враховуючи свої інтереси, разом з учителем виконують власний проект, розв'язуючи певну дослідницьку задачу. Тим самим учні залучаються до діяльності, близької до діяльності вченого.

За кількістю учасників проекти поділяються на особистісні, парні та групові. Але найчастіше при організації навчального проекту використовується групова (колективна) форма діяльності. Одне з його основних завдань – здійснення міжпредметних зв'язків і створення певного освітнього кінцевого продукту в процесі взаємодії учнів один з одним і з вчителем (наприклад, у вигляді веб-сайту або публікації).

За тривалістю виконання проекти поділяють на: короткострокові (для вирішення невеликої проблеми); середньої тривалості (від тижня до місяця); довгострокові (від місяця до кількох місяців). Проекти середньої тривалості та дов-

гострокові проекти доцільно проводити у позакласний час. Складання переліку питань, визначення завдань роботи, способу презентації проекту, розподіл ролей і обов'язків між його учасниками – все це здійснюється у процесі колективного обговорення. При цьому вчитель виступає як старший товариш в обговоренні і ухваленні рішень [121].

Нами розроблено проект «Пані Похідна» для учнів, які вивчають математику на рівні стандарту. Даний проект покликаний зацікавити учнів, щоб вивчення даної теми було більш усвідомленим, показати багатогранність застосування поняття похідної.

Дидактичні цілі проекту: сприяти усвідомленню учнями поняття приросту, неперервності функції, граничного переходу, похідної, правил диференціювання; познайомити учнів з похідними різних видів функцій; сформулювати поняття похідної складеної функції; сприяти оволодінню технікою застосування похідної в фізиці, техніці, економіці для наближених обчислень, а також застосування похідної до дослідження функцій; систематизувати знання учнів з теми «Похідна та її застосування»

Виховні цілі проекту: формування таких якостей особистості як відповідальність, організованість, дисциплінованість; виховання сумлінного ставлення до праці, сприяння у формуванні системи знань, уявлень, понять

Розвиваючі цілі проекту: розвиток пам'яті учнів, розвиток уміння долати труднощі під час розв'язання текстових, фізичних, геометричних задач, рівнянь і нерівностей; розвиток уміння долати труднощі при роботі з теоретичним матеріалом з досліджуваної теми, а також під час його пошуку, розвиток пізнавального інтересу, розвиток умінь працювати з інтернет-ресурсами, розвиток уміння правильно порівнювати, узагальнювати та аналізувати дані, робити висновки.

Учні зможуть:

- Дати означення границі функції і знаходити похідну.
- Знаходити геометричний і фізичний зміст похідної і вміти їх застосовувати на практиці.

- Записувати рівняння дотичній.
- Вміти за графіком похідної визначати властивості функції.
- Знаходити критичні точки функції та її екстремуми.
- Досліджувати функцію і будувати її графік, застосовуючи похідну.
- Розв'язувати прикладні задачі з використанням похідної.

Завдання проекту:

- формування компетентностей у сфері самостійної пізнавальної діяльності;
- розвиток уміння бачити проблему і намітити шляхи її вирішення;
- формування навичок публічного виступу;
- формування інформаційної та комунікативної компетентності учнів;
- розвиток критичного мислення, вміння аналізувати, формулювати проблему, вказувати шляхи її розв'язання;
- розвиток уміння спостерігати і аналізувати, виділяти суттєві ознаки і на їх основі робити висновки;
- розширення знань учнів з теми «Похідна»;
- формування компетентності учнів у сфері практичної діяльності.

Даний проект має тісні міжпредметні зв'язки з інформатикою, геометрією, фізикою, економікою та технікою. Проект передбачає вирішення учнями ключового, тематичних і змістовних питань.

Ключове питання: Як загнати швидкість в кут?

Тематичні питання:

1. Чи можна керувати швидкістю процесів?
2. Що побачить фізик у похідній?
3. Геометрія і похідна теж пов'язані?
4. Чи давно похідна допомагає математикам і фізикам?
5. Який зв'язок економіки і похідної?
6. Чи можна побудувати довільний графік?
7. Чи є майбутнє у похідної?

Змістові питання:

1. Звідки прийшли границі?
2. Що таке миттєва швидкість?
3. Як знаходити похідні?
4. Чи можна досліджувати функцію, не знаючи її графік?
5. Коли найбільше більше максимуму?
6. Як допомагає похідна в техніці?
7. Як похідна допомагає спростити обчислення?
8. Як застосовують похідну економісти?

Приблизний термін роботи над проектом – 4 тижні.

Етапи і терміни проведення:

I. Організаційно-підготовчий етап (1-й тиждень – 45 хвилин):

1. Постановка проблеми.
2. Формування груп, складання плану дій.
3. Обговорення можливих джерел інформації з поставленої проблеми, питань захисту авторських прав.
4. Самостійний розподіл завдань усередині групи.

II. Експериментально-аналітичний етап (2, 3-й тижні – позаурочно):

1. Збір інформації з проблем досліджень.
2. Проведення спостережень, експериментів.
3. Аналіз результатів.
4. Консультаційно-координуюча діяльність вчителя.
5. Обговорення, узагальнення результатів досліджень (загальні висновки).

III. Заключний етап (4-й тиждень – позаурочно, 1,5 години – підбиття підсумків):

1. Вибір творчого назви проекту.
2. Оформлення результатів дослідження у вигляді презентації та веб-сайту.
3. Представлення результатів дослідження.
4. Рефлексія діяльності учасників проекту.

5. Оцінювання діяльності учасників проекту учителем.

У процесі роботи учні закріплюють навички роботи з комп'ютером (MS Power Point, MS Publisher, Internet), опановують цільовий пошук інформації в мережі Інтернет, а також набувають навички організації колективно-групової роботи.

Учні створюють презентацію (MS Power Point) для того, щоб навчитися виступати перед аудиторією, коротко формулювати свою думку, структурувати свою доповідь, використовувати різні мультимедійні засоби і можливості в презентації, щоб навчитися стисло і зручно інтерпретувати результати досліджень.

Публікацію (MS Publisher) діти створюють для того, щоб навчитися аргументовано доводити власну думку, використовуючи повні речення, навчитися правильно використовувати цитування та посилання на друковані та Інтернет-видання, учні вчаться ілюструвати свої ідеї, думки зображеннями, схемами, малюнками.

За допомогою веб-сайту вони вчаться спілкуватися з іншими школярами з різних країн світу, набувають вмінь і навичок збирати і обробляти інформацію за допомогою баз даних, використовуючи форми опитування, засоби електронних комунікацій, набувають і використовують знання відповідного етикету спілкування, вчаться посилалися на використані джерела інформації.

Приклад вступної презентації вчителя наведено у *додатку Г*.

Для того, щоб зробити реалізацію проекту ефективнішою, нами розроблені пам'ятки для учнів щодо раціонального пошуку інформації в мережі Інтернет.

Пошук інформації:

1. Перш ніж почати пошук в мережі, треба визначити, по якій темі необхідно почати шукати інформацію, записати її на листок паперу і покласти його перед собою, це допоможе «не збитися з курсу».

2. Необхідно продумати, скільки часу буде потрібно для одного сеансу зв'язку і спробувати утримуватися в рамках певного часу. У цьому допоможе будильник або таймер.

3. Для того щоб знайти необхідну інформацію на різних сайтах необхідно:

- підібрати ключові слова і словосполучення, найбільш придатних до шуканої теми;
- скласти список використовуваних пошукових систем і каталогів;
- скласти орієнтовний список сайтів інформації з певної теми;
- підібрати інформацію по даній темі.

4. У процесі роботи обов'язково будуть зустрічатися цікаві посилання, але які зовсім не стосуються справи. постаратися ігнорувати їх.

5. Краще вивчати документ, який вас зацікавив, цілком, потім найближчі посилання по заданій темі. Якщо весь час йти від стартового документа, то можна швидко заблукати у мережі.

Оскільки інтерактивна технологія «Спільний проект» передбачає роботу учнів у статичних групах, то, для того, щоб ефективність роботи учнів була максимальною, вчителів варто враховувати соціонічний тип кожного школяра. Разом з цим враховуються побажання кожного учня працювати над певною проблемною ситуацією з тим чи іншим школярем-товаришем. Вченими-соціоніками доведено, що найбільший ступінь комфортності та найефективніша працездатність буде тільки тоді, коли учні об'єднані у соціонічні квадрати. До того ж, чотири соціонічних типи, що утворюють квадрат, характеризуються загальними життєвими установками, життєвими цінностями і світоглядом. У кожній квадраті вчителів варто обрати учня-організатора, який за своєю соціонічною суттю є природженим лідером. Так, у другій і третій квадратах, є соціонічні типи, програмною функцією (перша функція у моделі А) яких є вольова сенсорика (позначення цього аспекту в соціоніці – ●) – це відповідно сенсорно-логічний екстраверт («Жуков») та сенсорно-етичний екстраверт («Наполеон»). Ці соціонічні типи є організаторами і лідерами за своєю соціонічною суттю,

оскільки основними програмними цінностями цих типів є сила, влада, цілеспрямованість, наполегливість. У першій і четвертій квадрах у ролі учня-організатора можуть бути обрані носії вольової сенсоріки у фоновій функції (восьма у моделі А) – це відповідно етико-сенсорний екстраверт та логіко-сенсорний екстраверт.

На нашу думку, застосування інтерактивної технології «Спільний проект» якнайкраще сприяє тому, що в учнів формується уявлення про математику як елемент їхньої загальної культури, про роль математики (зокрема похідної) для прогресу людства. Саме застосування проектної технології дає учням можливість глибоко і повно ознайомитися із розвитком похідної в історичному аспекті, працюючи по групах як в урочний, так і у позакласний час. До того ж сьогодні метод проектів є одним з найефективніших засобів активізації пізнавальної діяльності, тому що він створює умови для творчої самореалізації учнів, розвиває пізнавальну самостійність, інтерес, підвищує мотивацію навчання.

2. 2. Методика вивчення теми «Похідна та її застосування» на академічному рівні із використанням інтерактивних технологій

Програма з математики академічного рівня задає дещо ширший зміст і вищі вимоги до його засвоєння у порівнянні з рівнем стандарту. Вивчення математики на академічному рівні передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами і забезпечує їх ефективне засвоєння. Крім того, за цією програмою здійснюється математична підготовка старшокласників, які не визначилися щодо напрямку спеціалізації.

Загальна мета навчання математики на академічному рівні полягає у забезпеченні загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для вивчення профільних предметів, для успішної майбутньої

професійної діяльності в тих сферах, де математика відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення й аналізу закономірностей, реальних явищ і процесів.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких *завдань*:

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї і методи математики, її ролі у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід’ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої мотивації до навчання;
- оволодіння учнями мовою математики в усній та письмовій формах, системою математичних знань, навичок і умінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти;
- інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам’яті, уваги, інтуїції;
- екологічне, естетичне, громадянське виховання та формування позитивних рис особистості;
- формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня.

При навчанні математики на академічному рівні основна увага приділяється не лише засвоєнню математичних знань, а й виробленню вмінь застосовувати їх до розв’язування практичних і прикладних задач, оволодінню математичними методами, моделями, що забезпечить успішне вивчення профільних предметів – хімії, фізики, біології, технологій. При цьому зв’язки математики з профільними предметами посилюються за рахунок розв’язання задач прикладного змісту, ілюстрацій застосування математичних понять, методів і моделей у шкільних курсах хімії, біології, фізики, технологій.

Вивчаючи математику, старшокласники мають усвідомити, що процес її застосування до розв’язування будь-яких прикладних задач розчленовується на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної у задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї – до чітко сформульованої ма-

тематичної задачі); 2) розв'язування задачі у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації.

Одне з центральних місць у шкільному курсі алгебри і початків аналізу займає тема «Похідна та її застосування». Похідною як елементом математичного апарату широко послуговуються в різних науках. В алгебрі її здебільшого застосовують для дослідження функцій та побудови їх графіків, у геометрії – для знаходження рівняння дотичної, для розв'язування геометричних задач на найбільше та найменше значення (задачі на оптимізацію). Похідну використовують у наближених обчисленнях, для наближеного розв'язування рівнянь, дослідження і виокремлення коренів рівнянь, спрощення виразів, доведення тотожностей і нерівностей тощо. У фізиці за допомогою похідної обчислюють швидкість і прискорення, досліджуючи різні фізичні явища, наприклад, явища резонансу.

Широкі можливості для істотного зменшення навчального навантаження і інтенсифікації навчального процесу надають сучасні технології – *інтерактивні методи навчання*. Разом із інтерактивними навчальними технологіями на уроках алгебри і початків аналізу доцільно застосовувати інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ), оскільки поєднання інтерактивних технологій з ІКТ при вивченні математики, в тому числі теми «Похідна та її застосування», дозволяє:

- посилити мотивацію, активізувати навчально-пізнавальну евристичну діяльність, формувати евристичні вміння, розвивати інтуїцію й творчі здібності учнів;
- розширити коло завдань, завдяки тому, що вчитель може вилучити, за потреби, ті питання, які потребують колективних рішень (ті завдання, які пов'язані зі складністю обчислень, побудовою графіків, апробацією даних);
- давати наочну геометричну інтерпретацію абстрактних понять на основі використання інформаційних моделей у навчанні для з'ясування логічної структури понять і осмислення функціональних зв'язків;

- формувати глибокі й міцні знання учнів на основі свідомого засвоєння навчального матеріалу;
- використовувати різні методики для різних груп учнів на основі індивідуалізації навчання;
- поєднати високі обчислювальні можливості в процесі дослідження різних функціональних залежностей, звільнивши учнів від рутинних обчислень, з перевагами графічного подання інформації.

За нині діючою програмою з математики (академічний рівень) на вивчення теми «Похідна та її застосування» відводиться 26 годин. Орієнтовний план вивчення цієї теми із застосуванням інтерактивних технологій навчання див. у додатку Д.

Зазначимо основні *принципи роботи на інтерактивному занятті*:

- заняття – це не лекція, а спільна робота;
- сумарний досвід групи є більшим, ніж досвід учителя;
- усі учасники є рівними незалежно від віку, соціального статусу, досвіду;
- кожен учасник має право на власну думку з будь-якого питання;
- відсутність прямої критики особистості (зазнати критики може тільки ідея);
- усе сказане на занятті – не керівництво до дії, а інформація до міркування.

Розглянемо приклади використання інтерактивних технологій у навчанні теми «Похідна та її застосування» на академічному рівні, які дозволяють зробити процес навчання більш ефективним у порівнянні з традиційним навчанням математики.

Наведемо приклад застосування ажурної пилки під час вивчення теми «*Теореми про похідну суми, добутку й частки функцій*».

Мета застосування інтерактивного методу: засвоєння учнями формулювань і доведень теореми про похідну суми, добутку й частки функцій за короткий проміжок часу; розвиток умінь учнів працювати з підручником; виховання в них прагнення допомагати один одному вчитися навчаючи.

Правила проведення. На попередньому уроці учні класу об'єдналися в «домашні» групи й одержали завдання вивчити теореми: групи 1 і 2 – про похі-

дну суми функцій; групи 3 і 4 – похідну добутку функцій; групи 5 і 6 – похідну частки функцій.

Після повідомлення теми й мети уроку учні збираються в «домашні» групи та озвучують вивчений удома матеріал. У цей час учитель слідкує за ходом обговорення і роздає кожному учню картку з номером 1, 2, 3, 4, 5, причому всі учасники кожної «домашньої» групи мають картки з різними цифрами.

Через фіксований час учитель пропонує об'єднатися в «експертні» групи, тобто за номерами, де учні стають експертами зі своєї частини інформації.

У кожній «експертній» групі вислуховуються всі представники «домашніх» груп, аналізується матеріал у цілому, визначається алгоритм доведення всіх трьох теорем.

Після завершення роботи учні повертаються в «домашні» групи, обмінюються інформацією, одержаною в експертній групі. За час, визначений учителем, у «домашніх» групах відбувається остаточне узагальнення та корекція всієї інформації (рис. 2. 2).

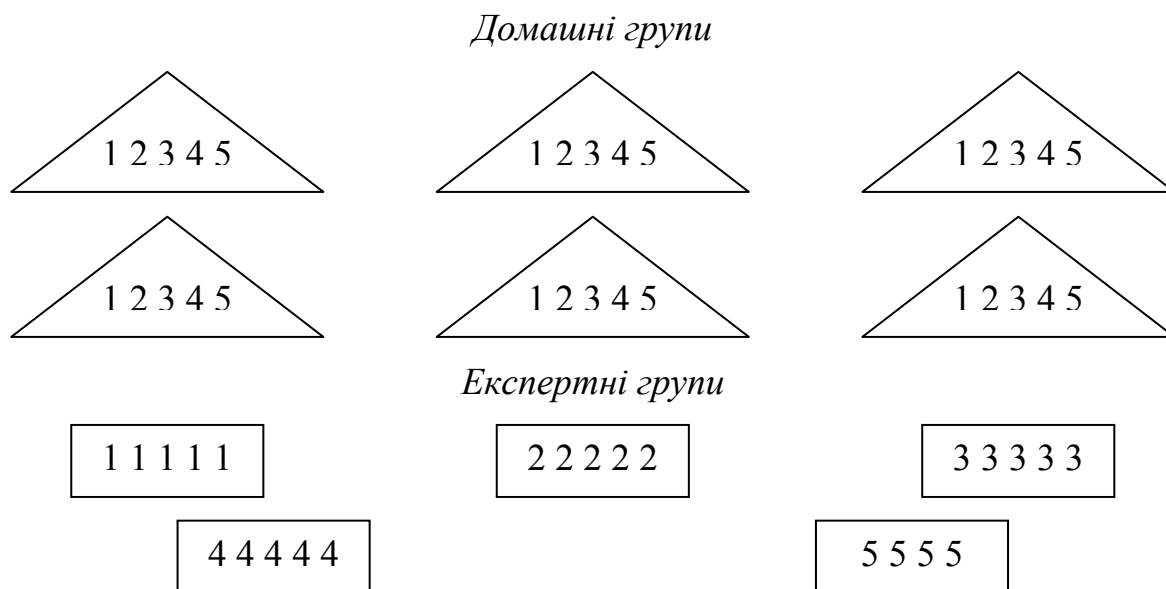


Рис. 2. 2. Особливості взаємодії учнів у домашній і експертній групах

Результати. Після завершення «Ажурної пилки» учні розв'язують вправи на знаходження похідної функції з використанням теорем про похідну суми, добутку й частки.

Розглянемо приклад організації роботи в *парі постійного складу* на уроці формування вмінь і навичок при вивченні теми «Похідна функції» у 11 класі. Після того, як розглянуто основні правила обчислення похідної і розв'язано нескладні вправи на застосування цих правил, клас ділиться на дві групи: перша спеціалізується на обчисленні похідних дробово-раціональних функцій, а друга – на обчисленні похідних тригонометричних функцій. Кожна група одержує завдання – перелік вправ, розв'язавши які, можна добре підготуватися до роботи на наступному уроці. Робота ж на наступному уроці організовується так: учень з першої групи працює з учнем другої групи. Під час виконання завдань вони можуть проконсультуватися один в одного. Потім виконані роботи взаємно перевіряються і аналізуються.

При застосуванні інтерактивної технологія «Робота в парі» об'єднання учнів у пари постійного складу варто здійснювати із урахуванням типу інформаційного метаболізму кожного школяра та з урахуванням характеру інтертипних відносин. Під *інтертипними відносинами* розуміємо: 1) відносини між типами інформаційного метаболізму, що характеризуються певними відносинами між функціями ТІМів; 2) теорію про стосунки між представниками соціонічних типів, обумовлених відмінностями цих соціотипів. У соціоніці виділяється шістнадцять можливих інтертипних відносин. Найсприятливішим поєднанням соціонічних типів при груповій парній діяльності є, на нашу думку, дуальні відносини, відносини активізації, дзеркальні відносини, ділові відносини. Зазначимо основні пари ТІМів кожного із зазначених видів інтертипних відносин. *Дуальні відносини*: ІЛЕ–СЕІ, ЛПІ–ЕСЕ, ЛСІ–ЕІЕ, СЛЕ–ІЕІ, ІЛІ–СЕЕ, ЛІЕ–ЕСІ, ЛСЕ–ЕІІ, СЛІ–ІЕЕ. *Відносини активізації*: ІЛЕ–ЕСЕ, СЕІ–ЛПІ, ЕІЕ–СЛЕ, ЛСІ–ІЕІ, СЕЕ–ЛІЕ, ІЛІ–ЕСІ, ЛСЕ–ІЕЕ, ЕІІ–СЛІ. *Дзеркальні відносини*: ІЛЕ–ЛПІ, СЕІ–ЕСЕ, ЕІЕ–ІЕІ, ЛСІ–СЛЕ, СЕЕ, ЕСІ, ІЛІ–ЛІЕ, ЛСЕ–СЛІ, ІЕІ–ЕІЕ. *Ділові відносини*: ІЛЕ–СЛЕ, СЕІ–ІЕІ, ЕСЕ–ЛСЕ, ЛПІ–ЕІІ, ЕІЕ–ЛІЕ, ЛСІ–ЕСІ, СЕЕ–ІЕЕ, ІЛІ–СЛІ. Розшифровку аббревіатур кожного із соціонічних типів див. у додатку А.

Наведемо систему вправ при вивченні теми «Похідна та її застосування» на академічному рівні із застосуванням конкретних інтерактивних технологій.

Уроки 1, 2. Тема «Неперервність функції та границя функції» (ротаційні трійки)

Перше завдання (нульова ротація) [67, с. 14]

З'ясуйте, до якого числа прямує функція f , якщо:

$$1) f(x) = x^2 - 5x + 1 \text{ при } x \rightarrow 1; 2) f(x) = \frac{x^2 + x}{x^3} \text{ при } x \rightarrow -1.$$

Друге завдання (перша ротація) [62, с. 20]

Значення аргументу функції f прямують до числа x_0 . З'ясуйте, до якого числа прямують відповідні значення функції f :

$$1) f(x) = x + 1, x_0 = -2; 2) f(x) = k, x_0 = a, \text{ де } k \text{ і } a - \text{ деякі числа.}$$

Третє завдання (друга ротація) [103, с. 8]

Використовуючи означення границі функції, довести, що:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1) = 3; 2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x = 1.$$

Четверте завдання (третя ротація) [103, с. 9]

$$\text{Обчислити границю: } \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 4)$$

П'яте завдання (четверта ротація) [103, с. 9]

$$\text{Обчислити границю: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$$

Шосте завдання (п'ята ротація) [2, с. 115]

Побудуйте графік функції $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq -1 \\ 1 - x^2, & x > -1 \end{cases}$. Чи міститься в її області визначення точка, де функція не є неперервною?

Сьоме завдання (шоста ротація) [67, с. 14]

Чи є функція неперервною в кожній точці даного проміжку:

$$1) f(x) = x^2 - 3x, (-\infty; +\infty); 2) f(x) = \frac{x - 3}{x - 1}, [2; +\infty).$$

Восьме завдання (сьоме ротація) [62, с. 20]

З'ясуйте, чи є неперервною функція f у точці x_0 :

1) $f(x) = x^2 - 1, x_0 = -1$; 2) $f(x) = \sqrt{-x}, x_0 = -1$.

Дев'яте завдання (восьма ротація) [103, с. 9]

Довести, що функція $f(x)$ неперервна в точці x_0 :

1) $f(x) = 3x - 1, x_0 = 2$; 2) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < 4 \\ 3x, & x \geq 4 \end{cases} x_0 = 4$.

Десяте завдання (дев'ята ротація) [62, с. 21]

З'ясуйте, чи є неперервною функція $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ у точці $x_0 = 0$.

Одинадцять завдання (десята ротація) [103, с. 10]

Довести, що функція $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 1 \\ -1, & x = 1 \end{cases}$ не є неперервною у точці $x_0 = 1$.

Уроки 5, 6. Тема «Правила обчислення похідних» (робота в парах)

Приклади завдань для організації роботи парної роботи

1. Знайдіть похідну функції [62, с. 62]:

1) $y = 5x - 6$; 2) $y = \frac{1-x}{3}$; 3) $y = 9$

2. Знайдіть похідну функції [62, с. 62]:

1) $y = x^{20}$; 2) $y = x^{-15}$; 3) $y = \frac{1}{x^{17}}$ 4) $y = x^{\frac{1}{5}}$

3. Продиференціюйте функцію [62, с. 63]:

1) $y = \sqrt[4]{x}$; 2) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$;

4. Знайдіть похідну функції [67, с. 39]:

1) $f(x) = 2x^3 + 3x$; 2) $f(x) = 2\sqrt{x} + 4x^3 + 3$;

5. Знайдіть похідну функції [67, с. 39]:

1) $y = (3 + x^3)(2 - x)$; 2) $y = \sqrt{x}(3x^2 - x)$;

6. Знайдіть похідну функції [67, с. 39]:

$$1) y = \frac{2x+1}{3x-2};$$

$$2) y = \frac{1-2x}{x^2};$$

7. Обчислити значення похідної даної функції у точці x_0 [103, с. 11]:

$$1) f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \sqrt{3}, x_0 = 3;$$

$$2) f(x) = \sqrt{x} - 16x^2, x_0 = \frac{1}{4};$$

8. Обчислити значення похідної даної функції при вказаному значенні незалежної змінної [103, с. 11]:

$$f(x) = \frac{x^3 - 5}{x^3 + 5}, f'(-3) = ?$$

9. Задайте формулою хоча б одну функцію, похідна якої дорівнює [2, с. 122]:

$$1) 2x + 3;$$

$$2) 16x^3 - 0,4;$$

10. Знайти значення x , при яких похідна функції f дорівнює нулю [2, с. 122]:

$$1) f(x) = x^5 - 3\frac{1}{3}x^3 + 5x;$$

$$2) f(x) = x^4 + 4x;$$

11. Розв'яжіть нерівність $f'(x) < 0$, якщо [67, с. 40]:

$$1) f(x) = x^3 + 3x^2;$$

$$2) f(x) = \frac{x}{x^2 + 1};$$

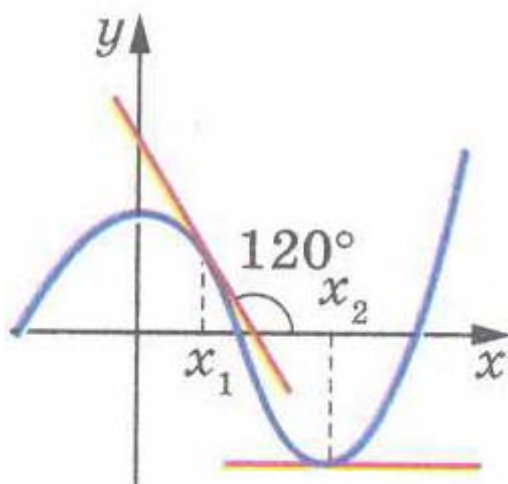


Рис. 2. 3

12. Чи вірно, що $f'(1) < g'(1)$, якщо

$$f(x) = 4\sqrt{x}, g(x) = \frac{2x+5}{3-4x} \text{ ? [103, с. 11]}$$

13. Розв'язати нерівність

$$f'(x) + g'(x) \leq 0, \text{ якщо } f(x) = 2x^3 + 12x^2, \\ g(x) = 9x^2 + 72x \text{ ? [103, с. 11]}$$

14. Користуючись означенням похід-

$$\text{ної, знайдіть похідну функції } f(x) = \frac{3}{x} \text{ [62,}$$

с. 63]

15. Знайдіть за допомогою графіка функції f (рис. 2. 3) значення $f'(x_1)$ і $f'(x_2)$ [62, с. 64]

Уроки 10, 11. Тема «Похідна складеної функції» (навчаючи – учусь)

1. Задайте формулами елементарні функції $f(u)$ і $u(x)$, з яких складається складена функція $y = f(u(x))$ [67, с. 40]:

$$1) y = \sqrt{\sin x} \quad 2) y = (2x + x^2)^5 \quad 3) y = \sqrt{x^3 - x} \quad 4) y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

2. Дано функції $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $g(x) = \cos x$ і $p(x) = \sqrt{x}$. Задайте формулою складену функцію h і знайдіть її область визначення, якщо [2, с. 125]:

$$1) h(x) = f(g(x)) \quad 2) h(x) = g(p(x)) \quad 3) h(x) = g(f(x)) \quad 4) h(x) = p(f(x))$$

3. Знайдіть похідну функції [62, с. 76]:

$$1) y = (2x + 3)^5 \quad 2) y = 3 \operatorname{ctg} \frac{x}{5} \quad 3) y = \sqrt{x^3 - 3x} \quad 4) y = \sin \sqrt{x}$$

4. Обчислити значення похідної даної функції у точці x_0 [103, с. 12]

$$1) f(x) = (\sqrt{x} - 1)^5, x_0 = 4 \quad 2) f(x) = \sqrt{5x^2 - 2x}, x_0 = 2$$

5. Обчислити значення похідної даної функції у точці x_0 [103, с. 12]

$$1) f(x) = \operatorname{tg} x^2, x_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad 2) f(x) = 3x \sin 2x, x_0 = \frac{\pi}{2}$$

6. Василь Заплутайко знаходить похідну функції $y = \sin 2x$ так:

- 1) робить заміну $2x = t$ і отримує функцію $y = \sin t$;
- 2) ділі пише: $y' = (\sin t)' = \cos t$;
- 3) потім підставляє значення $2x = t$ і робить висновок, що $(\sin 2x)' = \cos 2x$.

У чому помилка Василя? [62, с. 77]

7. Розв'язати рівняння $f'(x) = g(x)$, якщо $f(x) = 2x^2 \cos^2 \frac{x}{2}$,

$$g(x) = x - x^2 \sin x \quad [103, с. 13].$$

8. При яких значеннях x похідна функції $f(x) = 3\sin\frac{x}{3} + x\frac{\sqrt{3}}{2}$ більше нуля? [103, с. 13]

9. Тіло рухається по координатній прямій за законом $s(t) = \sqrt{4t^2 - 6t + 11}$ (переміщення вимірюється в метрах, час – у секундах). Знайдіть швидкість руху тіла в момент часу $t_0 = 5$ с [62, с. 77].

10. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $f(x) = \cos^2 x$ у точці з абсцисою $x_0 = \frac{\pi}{12}$ [62, с. 77].

11. Знайдіть похідну функції [62, с. 79]:

$$1) f(x) = \cos^3 2x \qquad 2) y = \sqrt{\sin\left(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{4}\right)}$$

Уроки 23, 24 (для класів з економічним напрямком профільної підготовки). Тема «Розв'язування задач прикладного змісту (Виробничі задачі граничного аналізу: гранична ціна, дохід, прибуток. Граничні середні)». Інтерактивна технологія: ротаційні трійки. Наведемо перелік економічних задач із можливими їх способами розв'язання.

Задача 1 (Нульова ротація)

Залежність між витратами виробництва y та об'ємом продукції, що випускається x , виражається функцією $y = 50x - 0,05x^3$ (грош. од.). Визначити середні і граничні витрати при обсязі продукції 10 од.

Розв'язання. Функція середніх витрат (на одиницю продукції) виражається співвідношенням $y_{сер} = \frac{y}{x} = 50 - 0,05x^2$; при $x = 10$ середні витрати (на одиницю продукції) дорівнюють $y_{сер}(10) = 50 - 0,05 \cdot 10^2 = 45$ (грош. од.). Функція граничних витрат виражається похідною $y'(x) = 50 - 0,15x^2$; при $x = 10$ граничні витрати складають $y'(10) = 50 - 0,15 \cdot 10^2 = 35$ (грош. од.). Таким чином, якщо середні витрати на виробництво одиниці продукції складають 45 грош. од., то граничні витрати, тобто додаткові витрати на виробництво додаткової одиниці

продукції за даного рівня виробництва (обсяг продукції, що випускається, 10 од.) складає 35 грош. од.

Відповідь: 45 грош. од.; 35 грош. од.

Задача 2 (Перша ротація)

Обсяг продукції u , вироблений бригадою робітників, може бути описаний рівнянням $u = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$ (од.), $1 \leq t \leq 8$, де t – робочий час у годинах. Обчислити продуктивність праці, швидкість її зміни після початку роботи та за годину до її закінчення.

Розв'язання. Продуктивність праці – це похідна

$$z(t) = u'(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100 \text{ (од./год)},$$

а швидкість зміни продуктивності – відповідно задаються похідною $z'(t)$:

$$z'(t) = -5t + 15 \text{ (од./год}^2\text{)}.$$

У задані моменти часу $t_1 = 1$ та $t_2 = 8 - 1 = 7$ відповідно маємо:

$$z(1) = 112,5 \text{ (од.год)}, \quad z'(1) = 10 \text{ (од.год}^2\text{)}$$

та

$$z(7) = 82,5 \text{ (од.год)}, \quad z'(7) = -20 \text{ (од.год}^2\text{)}$$

Тобто до кінця роботи продуктивність праці суттєво знижується; при цьому зміна знака $z'(t)$ з плюса на мінус свідчить про те, що збільшення продуктивності праці в перші години робочого дня змінюється її зниженням в останні години.

Відповідь. Продуктивність праці була відповідно 112,5 од./год та 82,5 од./год; її швидкість 10 од./год² та -20 од./год².

Задача 3 (Друга ротація)

Виробник реалізує свою продукцію за ціною p за одиницю, а витрати при цьому задаються кубічною залежністю $S(x) = ax + \lambda x^3$ ($a < p, \lambda > 0$). Знайти оптимальний для виробництва обсяг продукції та відповідні йому прибутки.

Розв'язання. Позначимо обсяг продукції, що випускається, x . Складемо функцію прибутку $C(x) = px - (ax + \lambda x^3)$, де px – прибуток від реалізованої продукції.

1. Знайдемо похідну функції прибутку: $C'(x) = (p - a) - 3\lambda x^2$.

2. Знайдемо критичні точки: $C'(x) = 0$; $(p - a) - 3\lambda x^2 = 0$, тоді

$x_1 = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}$. Другу критичну точку $x_2 = -\sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}$ не розглядаємо через умову задачі.

3. Знаходимо $C''(x) = -6\lambda x$ та визначаємо знак другої похідної при

$$x_1 = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}.$$

$$C''\left(x_1 = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}\right) < 0,$$

Отже, при $x = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}$ прибуток $C(x)$ максимальний.

4. Знаходимо максимальний розмір прибутку (максимум функції)

$$C_{\max} = C\left(\sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}\right) = \frac{(p-a)\sqrt{p-a}}{3\sqrt{3\lambda}}.$$

Відповідь. Обсяг випуску $\sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}$, максимальний розмір прибутку

$$\frac{(p-a)\sqrt{p-a}}{3\sqrt{3\lambda}}.$$

Задача 4 (Третя ротація)

Капітал в 1 млрд грн може бути вкладений у банк під 50% річних або інвестований у виробництво, причому ефективність вкладання очікується в розмірі 100%, а витрати виробництва задаються квадратичною залежністю. Прибуток оподатковується в $p\%$. За яких значень p внесок у виробництво є більш ефективним, ніж чисте розміщення капіталу в банк?

Розв'язання. Нехай x (млрд грн) інвестується у виробництво, а $1 - x$ розміщується під відсотки. Тоді розміщений капітал через рік буде дорівнювати $(1 - x)\left(1 + \frac{50}{100}\right) = 1,5 - 1,5x$, а капітал, вкладений у виробництво, – $x\left(1 + \frac{100}{100}\right) = 2x$.

Витрати виробництва складають αx^2 ($\alpha > 0$), тобто прибуток від вкладу у виробництво дорівнює $C = 2x - \alpha x^2$. Податки складають $-(2x - \alpha x^2)\frac{p}{100}$, тобто чистий прибуток дорівнює $\left(1 - \frac{p}{100}\right)(2x - \alpha x^2)$.

Загальна сума через рік складає:

$$A(x) = 1,5 - 1,5x + \left(1 - \frac{p}{100}\right)(2x - \alpha x^2);$$

$$A(x) = \frac{3}{2} + \left[2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2}\right]x - \alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)x^2.$$

Необхідно знайти максимальне значення цієї функції на відрізку $[0;1]$.

$$A(x) = 2\left(1 - \frac{p}{100}\right)x - \frac{3}{2}x - 2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)x^2;$$

$$A'(x) = 0 \text{ при } x_0 = \frac{2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2}}{2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)}.$$

$$A''(x) = -2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right) < 0, \text{ тоді } x_0 - \text{точка максимуму.}$$

Щоб x_0 належало відрізку $[0;1]$, необхідне виконання умови

$$0 < 2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2} < 2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right), \text{ звідки } p < 25.$$

Таким чином, якщо $p > 25$, то вигідніше нічого не вкладати у виробництво і розмістити весь капітал у банк. Якщо $p < 25$, то можна показати, що при $x = x_0$

$$A(x_0) = \frac{\left[2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2}\right]^2}{4\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)} > \frac{3}{2}$$

та інвестиції у виробництво будуть більш вигідними, ніж чисте розміщення капіталу під відсотки.

Відповідь: $p < 25$.

Задача 5 (Четверта ротація)

Витрати виробництва K залежать від обсягу продукції x за формулою

$$K = 100x - \frac{1}{30}x^3.$$

Визначити граничні витрати, якщо обсяг виробництва складає: а) 5 од., б) 10 од.

Розв'язання. Оскільки $K' = 100 - 0,1x^2$, то $K'(5) = 100 - 0,1 \cdot 5^2 = 97,5$; а $K'(10) = 100 - 0,1 \cdot 100 = 90$.

Це означає, що за обсягу продукції 5 умовних одиниць витрати на виробництво наступної (шостої) одиниці продукції складають 97,5; за обсягу виробництва 10 умовних одиниць вони складають 90.

Відповідь: 97,5; 90.

Задача 6 (П'ята ротація)

Функція цін попиту на олівці визначається формулою $p = 10 - 2x$, де x – попит, а p – ціна. На скільки зросте виручка, якщо попит зросте від 2 до 3 одиниць?

Розв'язання. Виручка від продажу товару буде відповідно

$$u = x(10 - 2x) = 10x - 2x^2$$

Тоді $u' = 10 - 4x$. Якщо $x = 2$, то $u'(2) = 2$. Це означає, що якщо попит зросте від 2 до 3 одиниць, то виручка зросте наближено на 2 одиниці.

Відповідь: на 2 од.

Задача 7 (Шоста ротація)

Обсяг продукції u (у.о.) цеху протягом робочого дня являє собою функцію

$$u = -t^3 - 5t^2 + 75t + 425,$$

де t – час роботи (год). Знайти продуктивність праці через 2 години після початку роботи.

Відповідь: 43 од/год.

Задача 8 (Сьома ротація)

Залежність між витратами виробництва y (грош. од.) та обсягом продукції x (од.), що випускається, виражена функцією

$$y = 10x - 0,04x^3.$$

Визначити середні і граничні витрати за обсягу продукції, що дорівнює 5 од.

Відповідь: 9 грош. од.; 7 грош. од.

Задача 9 (Восьма ротація)

Відомо, що прогнозована ціна акції має вигляд

$$C_{\text{прогн}} = C_0 \frac{gr}{(r_e - r) + gr},$$

де C_0 – початкова ціна, r – відносний прибуток корпорації, g – частка прибутку, яка виділена на виплату дивідендів, r_e – найбільш ефективна ставка, за якої можна реінвестувати дивіденди. Розглядаються дві акції з початковою ціною, що дорівнює одиниці, та наступними характеристиками: $r_1 = 0,2$, $r_2 = 0,4$, $g_1 = g_2 = g$. Відомо, що $r_e = 0,5$. Інвестор продав першу акцію та купив другу. За яких значень g ця операція принесе найбільш сподіваний прибуток?

Відповідь: $\frac{\sqrt{6}}{4} \approx 0,61$.

Задача 10 (Дев'ята ротація)

Для функції y витрат виробництва x одиниць продукції виду

$$y = 100 + 10x + 0,1x^2$$

знайти марджинальні витрати (марджинальну вартість та середню вартість виробництва одного виробу підприємства).

$$\text{Відповідь: } \left(10 + 0,2x; \frac{1000}{x} + 10 + 0,1x \right).$$

Перелік можливих задач при вивченні теми: «Розв’язування задач прикладного змісту (Застосування похідної під час розв’язування задач фізичного змісту)» для класів з фізичним напрямком профільної підготовки див. у додатку Е.

У психолого-педагогічній і методичній літературі розглядається поруч з іншими формами уроку і таку форму заняття як інтерактивний урок. Однією з найпоширеніших структур інтерактивного уроку є так звана *схема Колба* [46], яка представлена такими етапами:

1. Мотивація й оголошення нової теми – 10% часу від загальної тривалості уроку.
2. Закріплення (повторення) пройденого – 20 % часу від загальної тривалості уроку.
3. Вивчення нового матеріалу – 50 % часу від загальної тривалості уроку.
4. Оцінювання – 10 % часу від загальної тривалості уроку.
5. Підбиття підсумків уроку (дебрифінг, рефлексія) – 10% часу від загальної тривалості уроку [46, с. 16].

Часовий розподіл у даній схемі можна вважати умовним, учитель може на власний розсуд і залежно від особливостей уроку продовжувати чи скорочувати ті чи інші етапи уроку, однак бажано, щоб усі перераховані якісні етапи уроку зберігалися.

Пояснімо кожен якісний етап уроку більш розгорнуто.

Мотивація – початковий етап уроку, покликаний сконцентрувати увагу учнів на досліджуваному матеріалі, зацікавити їх, показати необхідність чи користь вивчення матеріалу. Від мотивації багато в чому залежить ефективність засвоєння учнями навчального матеріалу.

Закріплення – важливий етап уроку, що не тільки підвищує ефективність засвоєння матеріалу в цілому, зацікавленість учнів, але й формує у свідомості учнів послідовну логічну структуру знань і методів, що застосовуються у даному предметі, а не розрізнений розсип інформації.

Вивчення основного матеріалу – головний цільовий етап уроку, на якому учні безпосередньо одержують нові знання. На цьому етапі, як уже було сказано вище, учителем повинні бути підібрані завдання, під час виконання яких учні одержують необхідні знання, навички й уміння.

Оцінювання – важливий стимулюючий компонент уроку. Оцінювання має бути гнучким, наочним, неупередженим і справедливим. Тільки в цьому випадку вона буде діяти, як стимулятор, в іншому випадку воно може послужити основною причиною відторгнення учнем предмета і зниження зацікавленості під час його вивчення, тому тут треба бути особливо обережним, застосовувати методи колективного оцінювання, самооцінювання, командного оцінювання тощо. Найбільш розповсюджений спосіб оцінювання на інтерактивних уроках – набір балів і командне оцінювання.

Дебрифінг – підбиття підсумків уроку. Заключний етап уроку, на якому зазвичай вчитель запитує, що сподобалося на уроці, що – ні, збирає побажання, зауваження і, зрештою, узагальнює пройдене і спонукає до подальшого самостійного і більш глибокого вивчення матеріалу.

Приклади розробок уроків із застосуванням інтерактивних технологій на академічному рівні наведені у додатку Ж.

2. 3. Особливості використання інтерактивних технологій при вивченні теми «Похідна функції та її застосування» на профільному рівні

Навчання математики на профільному рівні спрямоване, перш за все, на формування у старшокласників основ математичної діяльності, поглиблене за-

своєння предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями. *Загальна мета профільного навчання математики* полягає у забезпеченні загальноосвітньої математичної підготовки учнів, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації, і достатньої для успішного вивчення суміжних навчальних (в першу чергу, природничих) предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких *завдань*:

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її ролі у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої позитивної мотивації до навчання;
- оволодіння учнями мовою математики в усній та письмовій формах, системою математичних знань, навичок і умінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти;
- інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції;
- громадянське, екологічне, естетичне виховання та формування позитивних рис особистості;
- формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня.

Організація навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів передбачає реалізацію особистісно-орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, творчий потенціал кожного учня.

Профільне навчання математики включає поглиблену, у порівнянні з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в органічному поєднанні з вивченням усіх природничих предметів, міжпредметну інтеграцію на основі застосування математичних методів (зокрема, методу математичного моделювання). При цьому, математична та природничо-наукова підготовка в профільних математичних і фізико-математичних класах має бути орієнтована як на обов'язкове засвоєння учнями конкретних знань, так і на формування умінь моделювання реальних процесів. Необхідно також враховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук, частина загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

Організація профільного навчання математики має спиратись на такі *принципи*:

- наступність у навчанні математики між різними ланками математичної освіти: вивчення математики у профільних класах має давати учням глибокі математичні знання і математичний розвиток на базі основного (за академічним рівнем) курсу математики. Це дасть можливість збереження єдиних вимог до рівня підготовки школярів, уникнення можливих непорозумінь при складанні випускниками державної підсумкової атестації або участі у зовнішньому незалежному оцінюванні, програма якого буде формуватися відповідно до навчальних програм академічного рівня;

- збереження високого рівня теоретичної математичної підготовки як основи професійної підготовки, вироблення здатності успішно працювати в галузях природничих наук, здатності самостійно здобувати знання;

- формування необхідних загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей на основі цілеспрямованої реалізації міжпредметних зв'язків, зокрема предметів природничо-наукового циклу: математична та природничонаукова підготовка мають становити цілісну систему та реалізуватися на всіх рівнях засвоєння навчального матеріалу;

- врахування того, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук частина загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін;

- збереження традицій вітчизняної методичної школи та накопиченого досвіду підготовки випускників спеціалізованих шкіл з поглибленим вивченням математики з предметів природничо-наукового циклу.

Значне місце при вивченні математики за профільним рівнем приділяється поняттю похідної. До поняття похідної приводять багато задач природознавства, математики, техніки. Тому, як стверджується у Програмі з математики для 10-11 класів (профільний рівень), його доцільно вводити як узагальнення результатів розв'язання відповідних прикладних задач. Це одразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним і доступним для сприймання. При формуванні поняття похідної слід виробляти розуміння того, що похідна моделює не лише швидкість механічного руху, а й швидкість зміни будь-якого процесу з часом (наприклад швидкість нагрівання тіла, швидкість випаровування, силу змінного струму тощо). Одночасне вивчення фізичного та геометричного змісту похідної дає можливість показати учням зв'язок між швидкістю протікання процесу та «крутизною» його графіка.

Навчання математики на профільному рівні відрізняє істотне збільшення частки самостійної пізнавальної та практичної діяльності учнів. При цьому основна функція вчителя полягатиме у педагогічному супроводі кожного учня в його пізнавальній діяльності, корекції його навчальних досягнень, допомозі школярам в актуалізації необхідних знань, отриманих ними раніше. Іншими словами, вчитель покликаний не стільки вчити школярів математики, скільки створювати такі навчальні ситуації, в яких самі учні самостійно чи у співробітництві один з одним (або з учителем) опановують систему математичних знань, умінь та навичок. Допомогти вчителю реалізувати ці завдання на уроках математики на профільному покликані *інтерактивні технології*.

За нині діючою програмою з математики (профільний рівень) на вивчення розділу «Границя та неперервність функції. Похідна та її застосування» відводиться 50 годин. Цей розділ складається з трьох тем: «Границя і неперервність функції», «Похідна функції», «Застосування похідної функції», кожна з яких завершується написанням контрольної роботи

Орієнтовний план вивчення теми «Похідна функції та її застосування» («Похідна функції», «Застосування похідної функції») (36 годин) із застосуванням інтерактивних навчальних технологій представлено у *додатку Е*.

Наведемо систему вправ при вивченні теми «Похідна та її застосування» за профільним рівнем із застосуванням конкретних інтерактивних технологій.

Урок 27-28. Тема «Розв'язування задач на знаходження найбільшого і найменшого значень функції».

Завдання (інтерактивна технологія «Ротаційні трійки»)

1. Знайти найбільше і найменше значення $f(x) = \arcsin \frac{1}{2}x - x$ на відріжку $[1; 2]$ [133, с. 109].

2. Знайти найбільше і найменше значення $f(x) = \cos(\cos x)$ на відріжку $\left[-1; \frac{\pi}{2}\right]$ [133, с. 116].

3. Знайти найбільше і найменше значення $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x}$ на відріжку $\left[0; \frac{3}{2}\pi\right]$ [133, с. 116].

4. Василь Заплутайко вирішив знайти найбільше і найменше значення функції $f(x) = \frac{1}{x}$ на відріжку $[-1; 1]$. Він знайшов похідну $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ і встановив, що рівняння $-\frac{1}{x^2} = 0$ не має розв'язків. Порівнявши значення $f(-1) = -1$ і $f(1) = 1$, Василь стверджує, що найбільше значення функції f на відріжку $[-1; 1]$

дорівнює 1, а найбільше дорівнює -1 . Чи правильно міркує Василь? [62, с. 130].

5. Знайдіть найбільше і найменше значення функції

$$f(x) = -5x^3 + x|x - 1| \text{ на проміжку } [0; 2] \text{ [62, с. 131].}$$

6. Знайдіть найбільше і найменше значення функції

$$f(x) = 2\sqrt{x} - |x - 3| \text{ на проміжку } [1; 4] \text{ [67, с. 90].}$$

7. Знайдіть найбільше і найменше значення функції

$$f(x) = \frac{1}{x} + |x - 2| \text{ на проміжку } [1; 4] \text{ [67, с. 90].}$$

8. Знайдіть найбільше і найменше значення функції

$$f(x) = |x^2 - x - 6| - x^3 \text{ на проміжку } [-4; 4] \text{ [67, с. 90].}$$

Урок 29. Тема «Застосування похідної під час розв'язування задач на оптимізацію в геометрії».

Завдання (інтерактивна технологія «Карусель»)

1. У трапеції менша основа і бічні сторони дорівнюють a . Знайдіть більшу основу трапеції, при якій її площа набуває найменшого значення [62, с. 130].

2. У рівнобедрений трикутник вписано коло радіуса r . Яким має бути кут при вершині трикутника, щоб його площа була найменшою? [62, с. 130].

3. На колі радіуса R позначено точку A . На якій відстані від точки A треба провести хорду BC , паралельну дотичній у точці A , щоб площа трикутника ABC була найбільшою? [62, с. 130].

4. Визначте розміри циліндричної закритої банки, об'єм якої V см³, щоб її повна поверхня була найменшою, тобто щоб витрати жести на її виготовлення були найменшими [102, с. 18].

5. У кулю радіуса R вписано циліндр, що має найбільшу бічну поверхню. Знайдіть об'єм цього циліндра [67, с. 91].

6. Точка A лежить на графіку функції $y = f(x)$, точка B – на осі Ox , і її абсциса у 2 рази більша за ординату точки A . Знайдіть найбільше значення площі трикутника OAB , де точка O – початок координат, а

$$f(x) = \sqrt{7 + 2\sin x - (2x + 7)\cos x} \text{ і } \frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{7\pi}{5} \text{ [67, с. 91].}$$

Урок 31. Тема «Застосування похідної до доведення тотожностей» (два – чотири – всі разом).

На етапі пояснення нового матеріалу вчителів варто зазначити, що для доведення тотожностей диференціальними методами слід користуватися такою теоремою: *«Якщо функції $y = f(x)$ і $y = \varphi(x)$ неперервні на відрізку $[a; b]$ і мають рівні похідні всередині цього відрізка, то вони можуть відрізнятись одна від одної лише сталим доданком»*. За цією теоремою пропонуємо алгоритм для доведення тотожності $f(x) = \varphi(x)$ на відрізку $[a; b]$:

1. Показати, що функції $f(x)$ і $\varphi(x)$ неперервні на відрізку $[a; b]$.
2. Переконалися, що у всіх точках цього відрізка має місце рівність $f'(x) = \varphi'(x)$.
3. Пересвідчитися, що хоча б в одній точці x_0 відрізка $[a; b]$ маємо: $f(x_0) = \varphi(x_0)$.
4. Зробити висновок, що тотожність має місце для всіх x із відрізка $[a; b]$.

Завдання (інтерактивна технологія «Два – чотири – всі разом»)

1. Доведіть тотожність $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$, якщо $-1 \leq x \leq 1$ [99, с. 32].
2. Доведіть тотожність $2(2x - a)^3 - 27a^2x = (x - 2a)(4x + a)^2$ [133, с. 164].
3. Доведіть тотожність $\sin^4 x + \frac{1}{2}\cos 2x = \frac{1}{8}\cos 4x + \frac{3}{8}$ [99, с. 32].

4. Доведіть тотожність $\sin^2 x \left(\frac{9\pi}{8} + \frac{\alpha}{4} \right) - \sin^2 \left(\frac{7\pi}{8} + \frac{\alpha}{4} \right) = \frac{\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2}}{2}$ [133, с. 165].

5. Знайти проміжки, на яких функція $f(x) = \arctg x + \arctg \frac{1-x}{1+x}$ набуває сталого значення, і обчисліть їх відповідні значення [133, с. 163].

6. Спростіть вираз $\sin^2 2\alpha + \sin^2 \beta + \cos(2\alpha + \beta)\cos(2\alpha - \beta)$ [133, с. 166].

Розбиття учнів на пари та четвірки варто робити із урахуванням особливостей соціонічних інтертипних відносин. Найефективніша робота в парах буде у *дуальних відносинах* (ІЛЕ–СЕІ, ЛІІ–ЕСЕ, ЛСІ–ЕІЕ, СЛЕ–ІЕІ, ІЛІ–СЕЕ, ЛІЕ–ЕСІ, ЛСЕ–ЕІІ, СЛІ–ІЕЕ), *відносинах активізації* (ІЛЕ–ЕСЕ, СЕІ–ЛІІ, ЕІЕ–СЛЕ, ЛСІ–ІЕІ, СЕЕ–ЛІЕ, ІЛІ–ЕСІ, ЛСЕ–ІЕЕ, ЕІІ–СЛІ) або *дзеркальних відносинах* (ІЛЕ–ЛІІ, СЕІ–ЕСЕ, ЕІЕ–ІЕІ, ЛСІ–СЛЕ, СЕЕ, ЕСІ, ІЛІ–ЛІЕ, ЛСЕ–СЛІ, ІЕІ–ЕІЕ). Після того як відбулося обговорення проблемних ситуацій у парах відбувається об'єднання учнів у четвірки – соціонічні квадрати. Наприклад, учні були поділені на пари за відносинами активізації: ІЛІ–ЕСІ, СЕІ–ЛІІ. Далі ці дві пари об'єднавшись утворюють 3-ю квадрат (γ-квадрат).

Урок 32. Тема «Застосування похідної до розв'язування рівнянь» (робота в парах). На етапі пояснення нового матеріалу вчитель зазначає, що якщо в рівнянні є ірраціональні функції і константа, то слід досліджувати на монотонність; якщо є ірраціональні та раціональні функції – досліджувати на екстремум.

Варто зазначити формулювання таких теорем, які будуть у нагоді при розв'язуванні рівнянь.

Теорема 1. Якщо в рівнянні $f(x) = a$ функція $f(x)$ зростає (спадає) на деякому проміжку, то це рівняння може мати не більше, ніж один корінь на цьому проміжку.

Теорема 2. Якщо в рівнянні $f(x) = g(x)$ функція $f(x)$ зростає на деякому проміжку, а функція $g(x)$ спадає на цьому проміжку (або навпаки), то це рівняння може мати не більше ніж один корінь на цьому проміжку.

На етапі закріплення вивченого матеріалу учні об'єднуються у пари і розв'язують рівняння із застосуванням похідної. Розв'язок перевіряється за допомогою пакета прикладних програм **Matlab**.

Наведемо приклади рівнянь (із можливими способами їх розв'язання учнями), розв'язування яких доцільніше здійснювати, застосовуючи похідну.

1. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x - 2} = \frac{14}{5}$ [99, с. 28].

Розв'язання. Розглянемо функцію: $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x - 2}$.

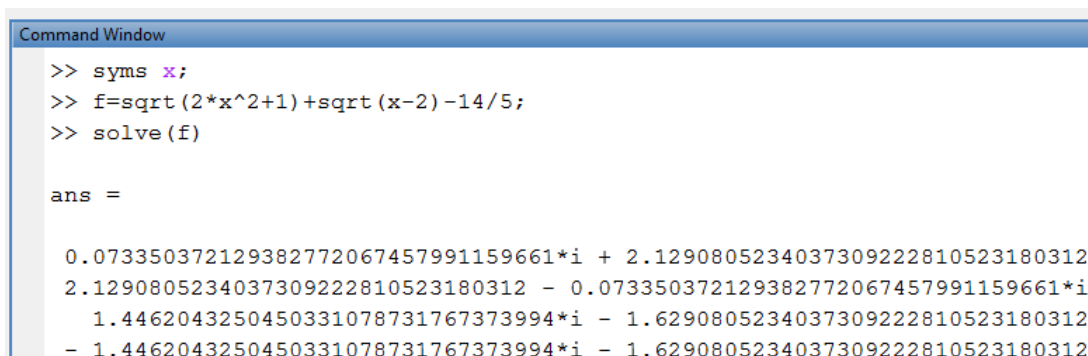
$D(f): x \in [2; +\infty)$. $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}} + \frac{1}{2\sqrt{x - 2}} > 0$ для всіх $x > 2$, звідси функція

$f(x)$ зростає на всій області свого визначення.

Оскільки $f(2) = \sqrt{2 \cdot 4 + 1} + \sqrt{2 - 2} = 3$, то $f(x) \geq 3$.

Отже, при жодних значеннях x з області визначення $f(x) \neq \frac{14}{5}$, тому розв'язків рівняння не має.

Після розв'язання рівняння учні перевіряють правильність його розв'язання за допомогою програми Matlab.



```

Command Window
>> syms x;
>> f=sqrt(2*x^2+1)+sqrt(x-2)-14/5;
>> solve(f)

ans =

0.073350372129382772067457991159661*i + 2.1290805234037309222810523180312
2.1290805234037309222810523180312 - 0.073350372129382772067457991159661*i
1.4462043250450331078731767373994*i - 1.6290805234037309222810523180312
- 1.4462043250450331078731767373994*i - 1.6290805234037309222810523180312

```

Рис. 2. 4

Бачимо (рис. 2. 4), що задане рівняння має 4 комплексних корені, серед яких немає дійсних.

Відповідь: Дійсних коренів немає.

2. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = x^2 + 6x + 1$ [99, с. 28].

Розв'язання. Нехай $f_1(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$, а $f_2(x) = x^2 + 6x + 1$;

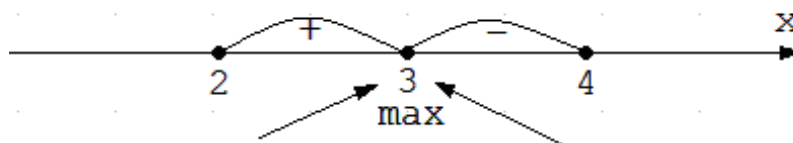
$D(f_1): x \in [2;4]$, $D(f_2): x \in \mathbb{R}$.

Знайдемо точки екстремумів та екстремуми функцій $f_1(x)$ і $f_2(x)$:

$$f_1'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}};$$

$$f'(x) = 0; \frac{1}{2\sqrt{x-2}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = 0; 4-x = x-2;$$

$x = 3$ – критична точка.



Отже, $x = 3$ – точка максимуму функції $f_1(x)$, тоді $f_{1\max}(x) = f_1(3) = 2$.

Квадратична функція $f_2(x) = x^2 - 6x + 11$ має точку мінімуму у вершині параболи. Ця точка $x = 3$. До речі, це також можна показати за допомогою похідної. Тоді $f_{2\min}(x) = f_2(3) = 2$.

Отже, графіки функцій $f_1(x)$ і $f_2(x)$ перетинаються в єдиній точці з координатами $(3;2)$. Таким чином, подане рівняння має тільки один корінь $x = 3$.

Після розв'язання рівняння учні перевіряють правильність його розв'язання за допомогою пакета прикладних програм Matlab.

Бачимо (рис. 2. 5), що задане рівняння має 7 комплексних коренів, серед яких один – дійсний $x = 3$.

Відповідь: 3.

3. Розв'яжіть рівняння: $2x + \sin x = 0$ [133, с. 181].

Розв'язання. Очевидно, що коренем рівняння є $x = 0$. Доведемо, що інших коренів рівняння не має.

```

Command Window
>> syms x;
>> y=sqrt(x-2)+sqrt(4-x)-x^2+6*x-11;
>> resh=solve(y)

resh =

2.5620554956453896776026748100155 - 1.376458819114099369272904098177*i
3.4379445043546103223973251899845 - 1.376458819114099369272904098177*i
3.0 - 2.1434348640336259924095668139485*i
1.376458819114099369272904098177*i + 3.4379445043546103223973251899845
1.376458819114099369272904098177*i + 2.5620554956453896776026748100155
2.1434348640336259924095668139485*i + 3.0

```

Рис. 2. 5

Розглянемо функцію $f(x) = 2x + \sin x$. Знайдемо її похідну:

$f'(x) = 2 + \cos x$. Функція $f'(x) > 0$ для будь-якого $x \in R$.

Отже, функція f зростає на всій числовій прямій. Тому рівняння не має більше коренів.

Після розв'язання рівняння учні перевіряють правильність його розв'язання за допомогою програми Matlab.

```

Command Window
>> syms x;
>> f=2*x+sin(x);
>> resh=solve(f)

resh =

0

```

Рис. 2. 6

Бачимо (рис. 2. 6), що задане рівняння має єдиний дійсний корінь: $x = 0$.

Відповідь: 0.

4. Розв'яжіть рівняння $3^x + 3^{2-x} = 3(1 + \cos 2\pi x)$ [38, с. 32].

Розв'язання. Оскільки в нас немає формул, за якими можна перетворювати показникові й тригонометричні вирази, то спробуємо розв'язати це рівняння, використовуючи властивості відповідних функцій, зокрема, спробуємо оцінити область значень функцій, що стоять у лівій і правій частинах рівняння. Для фу-

нкції, що стоїть у правій частині рівняння, це неважко зробити й без похідної, а для дослідження функції, що стоїть у лівій частині рівняння, можна використати похідну або нерівність Коші.

ОДЗ заданого рівняння – усі дійсні числа. Оцінимо ліву і праву частини рівняння. Оскільки $-1 \leq \cos 2\pi x \leq 1$, то $0 \leq 1 + \cos 2\pi x \leq 2$.

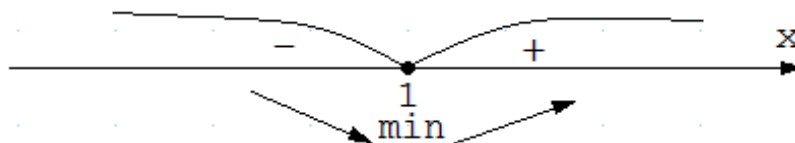
Тоді функція $g(x) = 3(1 + \cos 2\pi x)$ набуває всіх значень від 0 до 6.

Отже, $0 \leq g(x) \leq 6$.

Функцію $f(x) = 3^x + 3^{2-x}$ дослідимо за допомогою похідної. $D(f) = R$.

$f'(x) = 3^x \ln 3 - 3^{2-x} \ln 3 = 3^{2-x} \ln 3 (3^{2x-2} - 1)$ існує на всій області визначення функції. $f'(x) = 0, 3^{2-x} \ln 3 (3^{2x-2} - 1) = 0$

Оскільки $3^{2-x} \ln 3 \neq 0$, то $3^{2-x} - 1 = 0$, $3^{2x-2} = 1$, $x = 1$ – критична точка. Позначаємо критичну точку на області визначення функції, знаходимо знак похідної в кожному проміжку.



Неперервна функція має тільки одну критичну точку – точку мінімуму (у ній похідна змінює знак з плюса на мінус). Тоді в цій точці функція набуває найменшого значення: $f(x) = 6$. Отже, $f(x) \geq 6$

Зауваження. За нерівністю Коші маємо: $3^x + 3^{2-x} \geq 2\sqrt{3^x \cdot 3^{2-x}} = 6$ рівність досягається при $x = 1$.

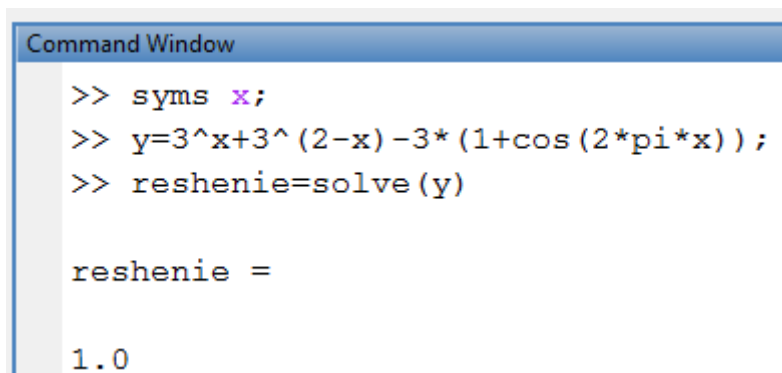
Враховуючи, що $g(x) \leq 6$, а $f(x) \geq 6$, маємо, що задане рівняння $f(x) = g(x)$ рівносильне системі рівнянь

$$\begin{cases} f(x) = 6; \\ g(x) = 6 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} 3^x + 3^{2-x} = 6, \\ 3(1 + \cos 2\pi x) = 6, \end{cases} \text{ звідки } x = 1.$$

Після розв'язання завдання учні перевіряють правильність розв'язання за допомогою програми Matlab, скориставшись комп'ютером.

Бачимо (рис. 2. 7), що задане рівняння має єдиний дійсний корінь: $x = 3$.

Відповідь: 1.



```

Command Window

>> syms x;
>> y=3^x+3^(2-x)-3*(1+cos(2*pi*x));
>> reshenie=solve(y)

reshenie =

1.0
  
```

Рис. 2. 7

5. Розв'яжіть рівняння $\arctg x = x - \frac{x^3}{3}$ [93, с. 32]. Відповідь: 0.
6. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3} = x^2 - 8x + 18$ [62, с. 131]. Відповідь: 4.
7. Розв'яжіть рівняння: $4^x + 4^{x^2} = 2^x + 6^{x^2}$ [133 с. 185]. Відповідь: 0; 1.
8. Розв'яжіть рівняння $1 + \ln(1+x) = e^x$ [62, с. 39]. Відповідь: 0.

Уроки 33, 34. Тема: «Застосування похідної до розв'язування та доведення нерівностей» (Акваріум).

На етапі засвоєння нових знань вчителів варто навести схему доведення нерівностей виду $\varphi(x) > g(x)$ ($\varphi(x) < g(x)$) за допомогою похідної.

1. Скласти функцію $f(x) = \varphi(x) - g(x)$.
2. Знайти область визначення функції $f(x)$ ($D(f)$).
3. Дослідити за допомогою похідної поведінку функції $f(x)$ на $D(f)$ або на заданому проміжку, а саме:

- 1) зростання чи спадання функції;
- 2) найбільше чи найменше значення функції
4. Розглянути поведінку функції $f(x)$.
5. Якщо $f(x) > 0$, зробити висновок, що $\varphi(x) > g(x)$; якщо $f(x) < 0$ – $\varphi(x) < g(x)$ на розглянутому проміжку.

Завдання (інтерактивна технологія «Акваріум»)

1. Доведіть нерівність $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, де $a \geq 0, b \geq 0$ [99, с. 30].
2. Доведіть, $x + \frac{1}{x} \geq 2$ при $x > 0$ [99, с. 31].
3. Доведіть, що $\sin x < x$ для всіх $x > 0$ [38, с. 33].
4. Доведіть нерівність $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x \geq 2$ [99, с. 31].
5. Доведіть нерівність $-20 \leq x^3 - 3x^2 \leq 16$, де $x \in [2; 4]$ [62, с. 131].
6. Доведіть нерівність $\ln \frac{5+x}{5-x} \geq 0$ для $0 \leq x < 5$ [133, с. 191].
7. Доведіть нерівність $2x + \frac{1}{x^2} > 5$ при $0 < x < \frac{1}{2}$ [67, с. 150].
8. Доведіть, що для будь-якого $x \geq 0$ виконується нерівність $3^x > 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ [133, с. 192].
9. Розв'яжіть нерівність $2^{x+\sin x} + 3^{x+\sin x} + 4^{x+\sin x} > 3$ [133, с. 211].
10. Розв'яжіть нерівність $\arcsin(\arcsin x) < \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{2}$ [133, с. 213].

Ворожейкіна О. М. [27] пропонує наступні етапи проведення інтерактивного заняття.

1. Підготовка заняття

Добирання конкретної форми інтерактивного заняття, що може бути ефективною для роботи з певною темою в цьому класі.

2. Вступ

Учні ознайомлюються із запропонованою ситуацією, із проблемою, над розв'язанням якої їм необхідно працювати, а також із метою, що їм потрібно досягти. Педагог інформує учасників про умови, правила роботи в групі, дає чіткі інструкції про те, у яких межах учасники можуть діяти на занятті.

Вимоги до учасників групи при проведенні колективно-груповій діяльності:

- бути активним;
- поважати думки учасників;
- бути доброзичливим;
- бути пунктуальним, відповідальним;
- бути відкритим до взаємодії;
- виявляти зацікавленість;
- прагнути знайти істину;
- дотримуватися регламенту;
- виявляти креативність;
- поважати правила роботи в групі.

3. *Основна частина*

Це – центральна частина заняття, її метою є засвоєння матеріалу, досягнення певних результатів.

Інтерактивна частина займає близько 50–60 % загального часу заняття.

Порядок проведення інтерактивної вправи:

- 4) інструктування – розповісти учасникам про мету вправи, правила, послідовність дій і кількість часу на виконання завдань; запитати, чи все зрозуміло учасникам (2–3 хв);
- 5) об'єднання в групи і розподілення ролей (1–2 хв);
- 6) виконання завдання, при цьому вчитель виступає як організатор, помічник, ведучий дискусії, намагаючись надати учасникам максимум можливостей для самостійної роботи і співпраці (5–15 хв);
- 7) презентація результатів виконання вправи (3–15 хв);
- 8) рефлексія результатів, усвідомлення учнями здобутих результатів, що досягається шляхом їх спеціального колективного обговорення або за допомогою інших прийомів (5–15 хв).

4. *Висновки (рефлексія)*

Мета рефлексії: згадати, виявити й усвідомити основні компоненти діяльності – її зміст, тип, способи, проблеми, шляхи їх розв'язання, здобуті результати тощо.

Етапи рефлексії

1. Зупинка дорефлексійної діяльності. Будь-яка попередня діяльність має бути завершена чи призупинена. Якщо виникли труднощі в розв'язанні проблеми, то після рефлексії її розв'язання може бути продовжене.

2. Відновлення послідовності виконаних дій. Усно або письмово відтворюється все, що зроблено, в тому числі те, що на перший погляд здається дріб'язковим.

3. Вивчення відтвореної послідовності дій із точки зору її ефективності, продуктивності, відповідності до поставлених завдань тощо.

4. Виявлення і формулювання результатів рефлексії.

Таких результатів може бути виявлено кілька видів:

- предметна продукція діяльності – ідеї, пропозиції, закономірності, відповіді на запитання;

- способи, які використовувались у ході діяльності;

- гіпотези щодо майбутньої діяльності.

5. Перевірка гіпотез у наступній діяльності.

Рефлексія є важливим компонентом інтерактивного заходу. Вона дає можливість учням і вчителеві:

- усвідомити здобуті знання та вміння;

- порівняти своє сприйняття з думками, поглядами, почуттями інших, скоригувати певні позиції;

- учням – рефлексувати в реальному житті, усвідомлюючи свої дії та прогнозуючи подальші кроки;

- учителеві – побачити реакцію учнів на навчання та вносити необхідні корективи [27].

Приклади розробок уроків із застосуванням інтерактивних технологій на профільному рівні наведені у *додатку II*.

Висновки до другого розділу

У профільній школі сьогодні математика вивчається на одному з трьох рівнів: рівень стандарту, академічний рівень, профільний рівень. Одне з центральних місць у шкільному курсі алгебри і початків аналізу займає тема «Похідна та її застосування». Навчальний процес у старшій профільній школі при вивченні даної теми потребує і робить можливим використання специфічних форм, методів, технологій навчання. Одними з таких сучасних технологій є *застосування інтерактивних методів* навчання математики. Зміст програми навчання математики на *рівні стандарту* спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури. При цьому не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність. Інтерактивна технологія «Спільний проект» повинна стати домінуючою (поруч з іншими інтерактивними навчальними технологіями: «Ротаційні трійки», «Карусель», «Акваріум» тощо) при вивченні похідної на рівні стандарту, оскільки застосування саме цієї інтерактивної технології якнайкраще сприяє тому, що в учнів формується уявлення про математику як елемент їхньої загальної культури, про роль математики (зокрема похідної) для прогресу людства. Саме застосування проектної технології дає учням можливість глибоко і повно ознайомитися із розвитком похідної в історичному аспекті, працюючи по групах як в урочний, так і у позакласний час.

Під час проведення уроків на академічному чи профільному рівнях вибір кожної конкретної інтерактивної технології залежить від типу, мети уроку. Зокрема, при вивченні нового матеріалу варто застосовувати «Навчаючи учусь», «Ажурна пилка», які дозволяють вивчити значний обсяг інформації за короткий час. Під час закріплення знань, вироблення вмінь та навичок (тобто під час розв'язання конкретних задач) доцільно застосовувати такі інтерактивні технології як «Робота в парах», «Ротаційні трійки», «Акваріум», «Карусель», «Два – чотири – всі разом» та інші. При поясненні певних положень, приверненні ува-

ги учнів до складних або проблемних питань у навчальному матеріалі, для пошуку різних способів розв'язування однієї задачі доречними будуть такі технології колективно-групового навчання: «Мікрофон», «Незакінченні речення», «Мозковий штурм», «Асоціативний куш».

Таким чином, усі розглянуті у даній магістерській роботі інтерактивні технології можна застосовувати при вивченні математики за будь-яким рівнем, однак при вивченні математики на рівні стандарту не варто використовувати інтерактивні технології «Навчаючи–учусь», «Ажурна пилка» (через те, що глибина теоретичного матеріалу на цьому профільному рівні зведена до мінімуму). Специфіка проведення занять на академічному і профільному рівнях *із застосуванням інтерактивних технологій* визначається характером добору вправ та задач (їх складністю, типом).

При об'єднанні учнів у групи під час інтерактивного навчання варто враховувати їх соціонічні типи та характер інтертипних відносин. Так, найефективнішим поєднанням соціонічних типів при роботі в парах є дуальні відносини, відносини активізації, дзеркальні відносини та ділові відносини. При груповій діяльності (у кількості 4, 5 осіб) учнів необхідно об'єднувати у соціонічні квадрати. При розподілі ролей у групі *керівниками груп* найкраще призначати тих особистостей, у яких такий соціонічний аспект як «вольова сенсоріка» виступає програмною або фоновою функцією. Найкраще з посадою *посередника* буде справлятися той соціотип, у якого такий соціонічний аспект як «інтуїція часу» виступає програмною або фоновою функцією. На роль *доповідача* найкраще призначити учнів, які входять до соціонічного клубу «Гуманітарії».

Під час вивчення теми «Похідна та її застосування» на різних навчальних профілях доцільно поєднувати застосування інтерактивних навчальних технологій із комп'ютерно-орієнтованими засобами навчання (пакет прикладних програм Matlab, програма для комп'ютерного тестування Test-W2, програми для побудови та дослідження графіків функцій Advanced Grapher, Master function 2.0, програмний педагогічний засіб «Алгебра, 11 клас», пакет програм Microsoft Office тощо).

ВИСНОВКИ

Дослідження проблеми використання інтерактивних технологій навчання математики у профільній школі дозволило зробити висновки. Зазначимо їх, виходячи із завдань дослідження магістерської роботи.

Проаналізувавши стан проблеми застосування інтерактивних технологій у процесі навчання, можна стверджувати, що інтерактивні форми і методи навчання усе частіше застосовуються на сучасних уроках математики. Під інтерактивним навчанням розуміємо навчання у взаємодії, що відбувається у формі діалогу (полілогу) між учнями, учнями і вчителем, учнівськими міні групами на засадах співробітництва та співтворчості, і яке спрямоване на створення комфортних умов навчання, за яких учень стає активним учасником навчально-пізнавальної діяльності. Існує декілька класифікацій інтерактивних технологій. Найбільш вдалою, на наш погляд, і такою, що розкриває різноплановість інтерактивних технологій, є класифікація, запропонована відомими дидактами О. І. Пометун та Л. В. Пироженко.

Вивчивши психолого-педагогічні особливості старшокласників, дійшли висновку, що центральним новоутворенням учнів старшого шкільного віку є особистісне і професійне самовизначення. Навчальна діяльність школярів тісно пов'язана з обиранням майбутньої професії, становленням професійних інтересів. Молодші юнаки здебільшого обирають навчальні предмети відповідно до майбутньої професії. Враховуючи це, юнакам надзвичайно важливо правильно обрати профіль навчання, а педагогам ефективно організувати навчання у профільній школі з урахуванням професійно-вікових особливостей учнів.

Визначивши основні аспекти профілізації у математичній освіті середньої школи, ми з'ясували що різноманітні профілі навчання математики у межах базової профільної математичної підготовки можна об'єднати у такі напрямки: загальнокультурний, прикладний, теоретичний. *Дослідження* впливу соціонічного типу школярів на обрання профілю навчання показали, що на теоретичному напрямку найкраще навчатися учням, які входять до соціонічного клубу «Сайєнтисти», на прикладному напрямку основу повинні складати «Управлін-

ці», на загальнокультурному – «Гуманітарії». У профільній школі навчання математики диференціюється за трьома рівнями: рівнем стандарту, академічним і профільним. Кожен з цих рівнів має свої певні характерні особливості. Ураховуючи ці особливості та специфіку проведення уроків за кожним профільним рівнем, доцільно традиційні форми і методи навчання поєднувати з інтерактивними. Дослідження показали, що найчастіше на уроках математики у старшій (профільній) школі (залежно від профілю навчання, типу, мети, завдань уроку) застосовують такі інтерактивні технології як мікрофон, незакінчені речення, мозковий штурм, асоціативний куш, робота в малих групах, акваріум, карусель, робота в парах, ротаційні трійки, два – чотири – всі разом, ажурна пилка, навчаючи – учусь.

Нами *розроблена* методика використання інтерактивних технологій при вивченні теми «Похідна та її застосування» на трьох рівнях навчання математики у профільній школі: розроблено тематичне планування вивчення даної теми (із вказівкою мети уроку, програмних вимог до рівня загальноосвітньої підготовки, інтерактивних технологій); наведена система задач при вивченні теми під час застосування певної інтерактивної технології; розроблені уроки та фрагменти уроків із зазначенням методичних рекомендацій щодо використання певних конкретних інтерактивних технологій із урахуванням соціонічних типів учнів. Так, при об'єднанні учнів у пари варто враховувати характер соціонічних інтертипних стосунків учнів. Найефективніша парна робота буде відбуватися у дуальних, дзеркальних, ділових відносинах та відносинах активізації. Об'єднуючи учнів у групи (з 4-5 осіб), варто діалектично поєднувати три можливих способи об'єднання: за бажанням; за здібностями; за соціонічними квадратами, віддаючи перевагу останньому. Це дозволить забезпечити високий ступінь внутрішньої комфортності і підвищити результативність навчання.

Таким чином, поєднання звичайних форм і методів навчання математики у старшій профільній школі з інтерактивними технологіями сприятиме максимальному врахуванню специфіки проведення занять за кожним профілем навчання; створенню умов, за яких учні стають активними учасниками навчального процесу, залучаються до творчо-пізнавальної діяльності.

ДОДАТКИ

Додаток А**Методичні рекомендації для вчителів щодо організації навчання із застосуванням інтерактивних технологій****Робота в малих групах (технологія кооперативного навчання)***Порядок організації роботи:*

1. Переконайтеся, що учні володіють необхідними знаннями та вміннями. Якщо проблема виявиться надто складною для більшості учнів – вони не будуть докладати зусиль для її вирішення.

2. Об'єднайте учнів у групи від трьох до п'яти учнів. У процесі формування груп остерігайтеся навішування будь-яких «ярликів» на учнів. (Об'єднання краще зробити враховуючи соціонічні типи школярів).

3. Запропонуйте групам зайняти окремі місця у класі. Переконайтеся в тому, що всі члени групи добре бачать один одного.

4. Повідомте (нагадайте) учням про ролі, які вони повинні розподілити між собою і виконувати під час групової роботи.

Головуючий (керівник групи): зачитує завдання групі та організовує порядок його виконання; пропонує учасникам групи висловлюватися по черзі; заохочує групу до роботи; підбиває підсумки роботи і визначає доповідача.

Секретар: веде записи результатів роботи групи коротко й розбірливо; як член групи, повинен бути готовий висловити думки групи в процесі підбиття підсумків чи допомогти доповідачу.

Посередник: стежить за часом і заохочує групу до роботи.

Доповідач: доповідає про результати роботи групи, чітко висловлюючи її думку.

5. Будьте уважні до питань внутрішнього групового керування. Якщо один з учнів повинен відзвітувати перед класом про роботу групи, забезпечте справедливий вибір доповідача.

6. Дайте кожній групі конкретне завдання та інструкцію (правила) щодо організації групової роботи. Намагайтеся зробити свої інструкції макси-

мально чіткими. Малоймовірно, що група зможе сприйняти більш як одну чи дві, навіть дуже чіткі, інструкції за один раз.

7. Стежте за часом. Дайте групам досить часу на виконання завдання. Подумайте, чим зайняти групи, які першими виконають завдання.

8. Подумайте про те, як ваш метод заохочення (оцінка) впливає на застосування методу роботи в малих групах. Забезпечте нагороди за групові зусилля.

9. Будьте готові до шуму, характерного для методу спільного навчання.

10. Під час роботи в групах пропонуйте свою допомогу. Зупинившись біля якоїсь групи, не відволікайте увагу на себе. Визначте свою роль у даній ситуації.

11. Запропонуйте групам подати результати роботи.

12. Запитайте учнів, чи проведена робота була корисною і чого вони навчилися. Використайте їх ідеї наступного разу.

13. Прокоментуйте роботу груп з точки зору їх навчальних результатів та питань організації процедури групової діяльності.

Робота в малих групах «Коло ідей» (технологія кооперативного навчання). Всі групи повинні виконувати одне і теж завдання, що складається з декількох питань (позицій), які представляються членами кожної групи по черзі. Відповідаючи кожна із груп озвучує тільки один аспект проблеми, а вчитель задає питання по колу доти, поки ідеї не закінчатся. Це виключає можливість доповіді всієї інформації однією групою.

Порядок проведення:

- вчитель дає завдання та пропонує його розв'язати в малих групах;
- після того як вичерпався час на розв'язання, кожна група представляє лише один аспект розв'язання (ідеї);
- групи висловлюються по черзі, поки не буде вичерпано всі відповіді;
- під час обговорення теми на дошці складається список зазначених

ідей;

– коли всі ідеї з вирішення проблеми (розв'язання завдання) висловлені, можна звернутись до розгляду проблеми в цілому і підбити підсумки роботи.

Робота в парах (*технологія кооперативного навчання*). Робота в парах дає учням час подумати, обмінятись ідеями з партнером і лише потім озвучувати свої думки перед класом. Вона сприяє розвитку навичок спілкування, вміння висловлюватись, критичного мислення, вміння переконувати й вести дискусію.

Порядок організації роботи:

1. Вчитель пропонує учням завдання і пояснює його.
2. Учні об'єднуються у пари (як сидять за партами). Вчитель визначає, хто з них буде висловлюватись першим, і просить обговорити свої ідеї один з одним. Вони мають досягти згоди (консенсусу) щодо відповіді або рішення.
3. По закінченні часу на обговорення кожна пара представляє результати роботи, обмінюється своїми ідеями та аргументами з усім класом.

Ротаційні (змінювані) трійки (*технологія кооперативного навчання*)

Цей варіант кооперативного навчання сприяє активному, ґрунтовному аналізу та обговоренню нового матеріалу з метою його осмислення, закріплення та засвоєння.

Порядок організації роботи

1. Розробити різноманітні завдання.
2. Об'єднати учнів у трійки. Розмістити трійки так, щоб кожна з них бачила трійку справа й трійку зліва. Разом усі трійки мають утворити коло.
3. Дати кожній трійці завдання (однакове для всіх).
4. Після короткого обговорення попросити учасників розрахуватися від 0 до 2. Учні з номером 1 переходять до наступної трійки за годинниковою стрілкою, а учні з номером 2 переходять через дві трійки проти годинникової стрілки. Учні з номером 0 залишаються на місці і є постійними членами трійки. Результатом буде повністю нова трійка.

Два – чотири – всі разом (*технологія кооперативного навчання*)

Ще один варіант кооперативного навчання, що є похідним від парної роботи, ефективний для розвитку навичок спілкування в групі, вмінь переконувати та вести дискусію.

Порядок організації роботи

1. Поставити учням завдання і пояснити його. Дати їм 1-2 хвилини для продумування можливих рішень індивідуально.
2. Об'єднати учнів у пари попросити обговорити свої ідеї один з одним. Визначити час на висловлення кожного в парі і спільне обговорення.
3. Об'єднати пари в четвірки і попросити обговорити попередньо досягненні рішення щодо поставленої проблеми.
4. Залежно від кількості учнів у класі можна об'єднати четвірки в більші групи чи перейти до колективного обговорення проблеми.

Карусель (*технологія кооперативного навчання*)

Цей варіант кооперативного навчання найбільш ефективний для одночасного включення всіх учасників в активну роботу з різними партнерами зі спілкування для обговорення дискусійних питань. Ця технологія застосовується:

- для обговорення будь-якої гострої проблеми з діаметрально протилежних позицій;
- для збирання інформації з якої-небудь теми;
- для інтенсивної перевірки обсягу й глибини наявних знань (наприклад, термінів);
- для розвитку вмінь аргументувати власну позицію.

Порядок організації роботи:

1. Розставити стільці для учнів у два кола.
2. Учні, що сидять у внутрішньому колі, розташовані спиною до центру, а в зовнішньому – обличчям. Таким чином, кожен сидить навпроти іншого.

3. Внутрішнє коло нерухоме, а зовнішнє – рухливе: за сигналом ведучого всі його учасники пересуваються на один стілець вправо і опиняються перед новим партнером. Мета – пройти все коло, виконуючи поставлені завдання.

Мікрофон (*технологія колективно-групового навчання*).

Ця технологія надає можливість кожному сказати щось швидко, по черзі, відповідаючи на запитання або висловлюючи свою думку чи позицію.

Порядок організації роботи:

1. Варто поставити запитання класу.
2. Запропонувати класу якийсь предмет (ручку, олівець тощо), який виконуватиме роль уявного мікрофона. Учні передаватимуть його один одному, по черзі беручи слово.
3. Надавати слово тільки тому, хто отримує «уявний» мікрофон.
4. Запропонувати учням говорити лаконічно й швидко (не більше ніж 0,5-1 хвилину).
5. Не коментувати і не оцінювати подані відповіді.

Вправа «Мікрофон» подобається учням. Вони знають, що за неправильну відповідь не будуть покарані. Висловлювання одних нашоухують інших на нові думки, повідомлення. Технологія «Мікрофон» сприяє розвитку математичної мови, бажанню поповнювати свої знання не лише програмовим, а й додатковим матеріалом.

Незакінчені речення (*технологія колективно-групового навчання*).

Цей прийом часто поєднується з «Мікрофоном» і дає можливість ґрунтовніше працювати над формою висловлення власних ідей, порівнювати їх з іншими. Робота за такою методикою дає присутнім змогу долати стереотипи, вільніше висловлюватися щодо запропонованих тем, відпрацьовувати вміння говорити коротко, але по суті й переконливо.

Мозковий штурм (*технологія колективно-групового навчання*).

Відома інтерактивна технологія колективного обговорення, що широко використовується для вироблення кількох вирішень конкретної проблеми. Моз-

ковий штурм спонукає учнів проявляти уяву та творчість, дає можливість їм вільно висловлювати свої думки.

Мета «мозкового штурму» чи «мозкової атаки» в тому, щоб зібрати якомога більше ідей щодо проблеми від усіх учнів протягом обмеженого періоду часу.

Організація роботи

Після презентації проблеми та чіткого формулювання проблемного питання (його краще записати на дошці) учитель пропонує всім висловити ідеї, коментарі, навести фрази чи слова, пов'язані з цією проблемою.

Варто записати усі пропозиції на дошці чи на великому аркуші паперу в порядку їх виголошення без зауважень, коментарів чи запитань.

Доцільно звернути увагу на такі моменти (поради вчителів).

1. Під час «висування ідей» не пропускайте жодної. Якщо ви будете судити про ідеї й оцінювати їх під час висловлювання, учні зосередять більше уваги на відстоюванні своїх ідей, ніж на спробах запропонувати нові і більш досконалі.

2. Необхідно заохочувати всіх до висування якомога більшої кількості ідей. Варто підтримувати й фіксувати навіть фантастичні ідеї. (Якщо під час мозкового штурму не вдасться одержати багато ідей, це може пояснюватися тим, що учасники піддають свої ідеї цензурі – двічі подумують, перед тим як висловлять).

3. Кількість ідей заохочується. В остаточному підсумку кількість породжує якість. В умовах висування великої кількості ідей учасники штурму мають можливість пофантазувати.

4. Спонукайте всіх учнів розвивати або змінювати ідеї інших. Об'єднання або зміна висунутих раніше ідей часто веде до висунення нових, що перевершують первинні.

5. У класі можна повісити такий плакат:

А. Кажіть усе, що спаде на думку.

Б. Не обговорюйте і не критикуйте висловлювання інших.

В. Можна повторювати ідеї, запропоновані будь-ким іншим.

Г. Розширення запропонованої ідеї заохочується.

6. На закінчення обговоріть й оцініть запропоновані ідеї.

Варіант «мозкового штурму» – «мережа» чи «кульки». Тут пускове слово (питання) пишеться в «кульці» в центрі сторінки. Коли обговорюються споріднені проблеми, вони записуються на папері із зазначенням зв'язку. Водночас «мозковий штурм» «вільного» типу дає можливість за дуже короткий період (три-п'ять хвилин) записати ідеї, що виникли.

Обидва варіанти мають на меті заохочувати вільне висловлювання ідей.

Асоціативний кущ (*технологія колективно-групового навчання*).

Цю технологію варто розглядати як один з варіантів інтерактивної технології «Мозковий штурм». На початку роботи вчитель визначає одним словом (словосполучення) тему, над якою проводитиметься робота, а учні згадують, що виникає в пам'яті стосовно цього слова (словосполучення). Спочатку висловлюються найстійкіші асоціації, потім – другорядні. Учитель фіксує відповіді у вигляді своєрідного «куща», який поступово «розростається».

Метод реклами (*технологія ситуативного моделювання*)

Він зацікавлює учнів своєю новизною, сучасністю. Адже вони бачать, яке велике значення в житті має реклама. Користуючись цим прийомом, часто даємо учням завдання підготувати рекламу про якесь математичне поняття, застосування якоїсь теми та ін. А на уроці «йде трансляція» реклами.

Ажурна пилка («Мозаїка», «Джиг-со») (*технологія колективно-групового навчання*)

Клас об'єднується у «домашні» та «експертні» групи. Кожен учень входить у кожную з них. Завдання для «домашніх» груп: аналіз та засвоєння наданої інформації з метою подальшого обговорення. Потім створюються «експертні» групи, до яких входять по одному з представників «домашніх» груп. Повернувшись до «домашньої» групи, відбувається обговорення інформації, отриманої в «експертній» групі.

Порядок організації роботи:

1. Щоб підготувати учнів до уроку з великим обсягом інформації, вчитель повинен підібрати матеріал, необхідний для уроку, і підготувати індивідуальний інформаційний пакет для кожного учня (матеріали підручника, додаткові матеріали).

2. Підготувати таблички з кольоровими позначками, щоб учні змогли визначити завдання для їхньої групи. Кожен учень входить у дві групи – «домашню» й «експертну». Спочатку учитель об'єднує учнів у «домашні» групи (1, 2, 3), а потім створить «експертні» групи, використовуючи кольорові позначки, що їх учитель попередньо роздає учням. У кожній домашній групі всі її учасники повинні мати позначки різних кольорів, а у кожній експертній – однаково.

3. Учитель розписує учнів по «домашніх» групах від 3 до 5 чоловік, залежно від кількості учнів. Кожен учень має бути поінформований, хто входить до його «домашньої» групи, тому що її члени будуть збиратися пізніше. Варто дати домашнім групам порцію інформації для засвоєння, кожній групі – свою. Завдання домашніх груп – опрацювати надану інформацію та опанувати нею на рівні, достатньому для обміну цією інформацією з іншими.

4. Після завершення роботи домашніх груп запропонувати учням розійтись по своїх «кольорових» групах, де вони стануть експертами з окремої теми (своєї частини інформації). Наприклад, зібрати усіх «червоних» біля дошки, а всіх «синіх» – у холі. В кожній групі має бути представник із кожної «домашньої» групи.

5. Кожна експертна група повинна вислухати всіх представників домашніх груп і проаналізувати матеріал в цілому, провести його експертну оцінку за визначений час (для цього може знадобитися цілий урок, якщо матеріали складні або великі за обсягом).

6. Після завершення роботи запропонувати учням повернутися «додому». Кожен учень має поділитися інформацією отриманою в експертній групі з членами своєї «домашньої» групи. Наприклад, всі учні під номером 1 повинні

зустрітися перед класом. У «домашніх» групах має бути по одній особі з експертних груп. Учні мають намагатися донести інформацію якісно і в повному обсязі членам своєї домашньої групи за визначений учителем час. Завданням домашніх груп у цьому випадку вже є остаточне узагальнення та корекція всієї інформації.

Навчаючи – учусь («Кожен учить кожного», «Броунівський рух») *(технологія колективно-групового навчання)*. Використовується така форма організації навчання під час вивчення блоку інформації або при узагальненні та повторенні вивченого. Учні передають свої знання однокласникам. Вони отримують картки з інформацією, що стосується теми, ходять по класу й ознайомлюють інших зі своїми знаннями та думками.

Порядок організації роботи:

1. Підготувати картки з фактами, що стосуються теми уроку, по одній на кожного учня.
2. Роздати по одній картці кожному.
3. Протягом кількох хвилин учні читають інформацію на картці. Учитель перевіряє, чи розуміють вони прочитане. Пропонує їм ходити по класу і знайомити зі своєю інформацією інших однокласників.
4. Учень може одночасно говорити тільки з однією особою. Завдання полягає в тому, щоб поділитися своїм фактом і самому отримати інформацію від іншого учня. Протягом відведеного часу треба забезпечити спілкування кожного учня з максимальною кількістю інших для отримання якомога повної інформації.
5. Після того як учні завершать цю вправу, вчитель пропонує їм розповісти, відтворити отриману інформацію. Після чого учитель аналізує та узагальнює отримані ними знання. Відповіді можуть записуватись на дошці.

Зміни позицію *(технологія опрацювання дискусійних питань)*. Ця технологія зайняти позицію іншої людини і розвиває навички аргументації, активного слухання. Метод дозволяє стати на точку зору іншої людини, розвивати навички аргументації, активного слухання тощо.

Порядок організації роботи:

1. Попередньо підготуватися до обговорення.
2. Поставити всьому класу дискусійне питання (запропонувати проблемне завдання).
3. Об'єднати учнів у пари, потім у групи (четвірки).
4. Дати завдання розподілити позицію з проблеми («так» чи «ні») між парами чи вчитель сам повинен зробити це. Одна пара у четвірці обґрунтовує одну позицію, інша – протилежну.
5. Пояснити учням, що в четвірках кожна пара повинна представити партнерам свою точку зору. Кожен відповідає за свою половину презентації.
6. Чітко визначити час на підготовку і саму презентацію.
7. Виділити достатньо часу на підготовку аргументів.
8. Коли час пройде, попросити пари аргументовано викласти свою точку зору один одному.
9. Потім попросити пари помінятися позиціями і повторити все спочатку. На це відводиться значно менше часу.
10. Після цього варто дати завдання всій четвірці вільно обговорити тему. Тоді учні висловлюють уже свою особисту точку зору. В ході обговорення теж або доходить згоди, або вважає, що їм бракує інформації. Вільна дискусія теж регламентована.
11. Якщо є час, можна провести загальну дискусію.
12. Підбити підсумки дискусії з усім класом.

Спільний проект (*робота в малих групах, технологія кооперативного навчання*). Передбачає самостійне вивчення учнями окремої проблеми протягом певного проміжку часу, яке завершується творчим звітом. Сприяє розвитку пізнавальних інтересів та згуртованості класного колективу. Виконання проєктів є корисним, оскільки воно: а) підвищує пізнавальний інтерес та сприяє активізації пізнавальної діяльності; б) виробляє в учнів практичні навички в організації своєї діяльності, плануванні часу і роботи за визначеним графіком; в) уможливорює під наглядом учителя контролювати своє навчання; г) створює

можливості для учнівської співпраці; д) допомагає у набутті практичних навичок публічної презентації та захисту своїх надбань та досягнень.

В основі методу проектів лежить розвиток в учнів пізнавальних навичок, уміння самому конструювати свої знання та орієнтуватися в інформаційному просторі, розвиток критичного мислення, формування навичок мислення високого рівня. Діти, враховуючи свої інтереси, разом з учителем виконують власний проект, розв'язуючи певну дослідницьку задачу. Тим самим учні залучаються до діяльності, близької до діяльності вченого.

Зазначимо основні *вимоги до організації навчального проекту*:

1. Проект створюється за ініціативою учнів і має бути значимим для них і для їх найближчого оточення.
2. Вирішувана з його допомогою проблема і передбачувані результати повинні мати практичне або теоретичне значення.
3. Робота учнів над проектом є самостійною і носить дослідницький чи творчий характер.
4. Проект планується і розробляється заздалегідь, виходячи з конкретних цілей і завдань, при цьому допускає зміни в процесі свого здійснення.

Акваріум (*технологія кооперативного навчання*)

Учитель розподіляє учнів у групи по 4-6 осіб і пропонує їм певне завдання (за підручником, за картками, за іншими посібниками). Потім одна з груп сідає й центрі класу (або на початку середнього ряду в центрі класу). Це необхідно, щоб відокремити діючу групу від слухачів певною відстанню. Ця група отримує лист із певною проблемною задачею.

Поки діюча група займає місце, вчитель ознайомлює клас із цим завданням і нагадує правила дискусії в малих групах. Групі пропонують уголос прочитати ситуацію та обговорити її розв'язання. Всі інші учні класу мають тільки слухати, не втручаючись у хід обговорювання. На цю роботу групі дають 3-5 хв. Після закінчення група займає свої місця, а вчитель ставить до класу запитання:

- Чи погоджуєтесь ви з думкою групи?

- Чи була ця думка досить аргументованою, доведеною?
- Який з аргументів ви вважаєте найбільш переконливим?

На таку бесіду відводять 2-3 хв. Після цього місце в «Акваріумі» займає інша група і обговорює розв'язує наступне завдання.

Усі групи по черзі мають побувати в «акваріумі», і діяльність кожної з них мусить бути обговорена класом. У межах «акваріуму» можна підбити підсумки уроку або за браком часу обмежитись обговоренням роботи кожної групи.

Як свідчить практика, під час роботи за технологією «Акваріум» учням необхідно багато логічних кроків робити усно. А це позитивно впливає на творче осмислення теоретичних надбань і сприяє інтелектуальному розвитку учнів. Крім цього, учні цим збагачують свою уяву, вчаться прогнозувати результати, відпрацьовувати культуру мовлення і послідовність думки, збагачуються духовно взаємним спілкуванням.

Додаток А підготовлено за дослідженнями В. В. Касьяненко, І. С. Маркової О. І. Пометун, Л. В. Пироженко: [44], [46], [85].

<i>Квадра</i>	<i>Позначення за А. Аугустінавічуте</i>	<i>Позначення за двома функціями</i>	<i>Псевдонім за А. Аугустінавічуте</i>	<i>Псевдонім за В. В. Гуленко</i>	<i>Типологія Майєрс-Бриггс</i>
1 квадра (Альфа)	Інтуїтивно-логічний екстраверт (ІІЕ)	▲ □	«Дон Кіхот»	«Шукач»	ENTP
	Сенсорно-етичний інтроверт (СЕІ)	○ ■	«Дюма»	«Посередник»	ISFP
	Етико-сенсорний екстраверт (ЕСЕ)	■ ○	«Гюго»	«Ентузіаст»	ESFJ
	Логіко-інтуїтивний інтроверт (ЛІІ)	□ ▲	«Робесп'єр»	«Аналітик»	INTJ
2 квадра (Бета)	Етико-інтуїтивний екстраверт (ЕІЕ)	■ △	«Гамлет»	«Наставник»	ENFJ
	Логіко-сенсорний інтроверт (ЛСІ)	□ ●	«Максим Горький»	«Інспектор»	ISTJ
	Сенсорно-логічний екстраверт (СІЕ)	● □	«Жуков»	«Маршал»	ESTP
	Інтуїтивно-етичний інтроверт (ІЕІ)	△ ■	«Єсенін»	«Лірик»	INFP
3 квадра (Гамма)	Сенсорно-етичний екстраверт (СЕЕ)	● □	«Наполеон»	«Політик»	ESFP
	Інтуїтивно-логічний інтроверт (ІЛІ)	△ ■	«Бальзак»	«Критик»	INTP
	Логіко-інтуїтивний екстраверт (ЛІЕ)	■ △	«Джек Лондон»	«Підприємець»	ENTJ
	Етико-сенсорний інтроверт (ЕСІ)	□ ●	«Драйзер»	«Зберігач»	ISFJ
4 квадра (Дельта)	Логіко-сенсорний екстраверт (ЛСЕ)	■ ○	«Штірліц»	«Адміністратор»	ESTJ
	Етико-інтуїтивний інтроверт (ЕІІ)	□ ▲	«Достоевський»	«Гуманіст»	INFJ
	Інтуїтивно-етичний екстраверт (ІЕЕ)	▲ □	«Гекслі»	«Порадник»	ENFP
	Сенсорно-логічний інтроверт (СЛІ)	○ ■	«Габен»	«Майстер»	ISTP

Таблиця позначень соціонічних типів (розроблено автором)

Додаток В

Таблиця В. 1

План вивчення теми «Похідна та її застосування» за рівнем стандарту із використанням інтерактивних технологій (3 години на тиждень)

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
<p><i>Розуміють</i> значення поняття похідної для опису реальних процесів, зокрема механічного руху.</p> <p><i>Знаходять:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції у поданій точці; кут нахилу дотичної до графіка функції у поданій точці. 	1.	Границя функції в точці	Сформувати поняття границі функції в точці; домогтися засвоєння властивостей границі функції; сформувати вміння застосовувати означення та властивості границі функції до розв'язування задач; сформувати поняття функції, неперервної в точці та на відрізку	Ротаційні (змінювані) трійки
	2.	Задачі, що приводять до поняття похідної	Сформувати поняття приросту аргументу та приросту функції; розглянути задачі, що приводять до поняття похідної; сформувати поняття похідної	
	3.	Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст	Працювати над засвоєнням учнями означення похідної; сформувати вміння використовувати означення похідної для обґрунтування формул для обчислення похідних деяких функцій; сформувати поняття про геометричний та фізичний зміст похідної; сформувати вміння знаходити кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції в заданій точці, знаходити швидкість змінення величини в точці	Робота в парах
	4.	Правила обчислення похідних	Ознайомити учнів з правилами обчислення похідних; домогтися засвоєння формули для обчислення похідної степеневі функції; сформувати вміння застосовувати ці правила та формулу до розв'язування задач	Робота в малих групах (коло ідей)

Продовж. табл. В. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>	
<p>Знаходять швидкість змінення величини в точці. Наближено обчислюють значення і приріст функції у поданій точці. Диференціюють функції, використовуючи таблицю похідних і правила диференціювання. Застосовують похідну для знаходження проміжків монотонності та екстремумів функції.</p>	5.	Похідні деяких елементарних функцій (таблиця похідних)	Створити умови для засвоєння формул обчислення похідних показникової, логарифмічної, тригонометричних функцій; сформувати вміння обчислювати похідні елементарних функцій, використовуючи правила обчислення похідних	Акваріум	
	6.	Похідна складеної функції	Сформувати поняття складеної функції; домогтися засвоєння правила для обчислення похідної складеної функції; сформувати вміння застосовувати це правило до розв'язування задач		
	7.	Розв'язування задач	Удосконалити вміння розв'язувати задачі, які передбачають знаходження похідних функцій; перевірити вміння знаходити похідні функцій шляхом проведення самостійної роботи	Карусель	
	8.	Достатня умова зростання (спадання) функції	Домогтися засвоєння достатніх умов зростання та спадання функції; сформувати вміння застосовувати ці ознаки до розв'язування задач; сформувати поняття монотонної функції	Мікрофон, незакінчені речення	Робота в малих групах (спільний проект)
	9.	Критичні точки функції. Точки екстремуму	Сформувати поняття критичних точок функції, точок екстремуму, екстремумів функції; домогтися засвоєння необхідної і достатньої умов екстремуму, алгоритму знаходження екстремумів функції; сформувати вміння розв'язувати задачі, які передбачають використання цих понять, умов і алгоритму	Два – чотири – всі разом	

Продовж. табл. В. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>	
<p><i>Знаходять</i> найбільше та найменше значення функції на заданому відрізку. <i>Розв'язують</i> нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень прикладних величин</p>	10.	Критичні точки функції. Точки екстремуму	Удосконалити знання означень критичних точок, точок екстремуму, екстремумів функції, необхідної і достатньої умов екстремуму; удосконалити вміння розв'язувати задачі, що передбачають застосування цих понять	Два – чотири – всі разом	Робота в малих групах (спільний проект)
	11.	Застосування похідної до дослідження функцій	Опанувати загальну схему дослідження функцій на монотонність та екстремум; сформувати вміння застосовувати похідну до дослідження функцій	Мозковий штурм, парна робота	
	12.	Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків функцій	Працювати над засвоєнням учнями загальної схеми дослідження функції; сформувати вміння застосовувати похідну до дослідження функцій та побудови графіків функцій		
	13.	Найбільше та найменше значення функції на відрізку	Сформувати поняття найбільшого та найменшого значення функції на відрізку; домогтися засвоєння алгоритму знаходження найбільшого та найменшого значення функції на відрізку; сформувати вміння знаходити найбільше та найменше значення функції на відрізку	Асоціативний куш, ротаційні трійки	
	14.	Контрольна робота	Перевірити рівень засвоєння знань і вмінь учнів із теми «Похідна та її застосування»		

Додаток В розроблено автором, спираючись на: [108], [112].

Додаток Г

Приклад вступної презентації вчителя при вивченні теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту із застосуванням інтерактивної технології «Спільний проект»

$\frac{dy}{dx}$

ПРОЕКТ
для учнів 11 класу

ПАНІ ПОХІДНА

(термін роботи над проектом - 4 тижні)

Quotient Rule
 $\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\frac{df}{dx} g(x) - \frac{dg}{dx} f(x)}{g(x)^2}$

Вчитель:
Федосєєв Станіслав Ешмуратович

Слайд 1

Анекдот з «Фейнмансовських лекцій з фізики»

- Мадам, Ви порушили правила дорожнього руху. Ви їхали зі швидкістю 90 кілометрів на годину.
- Вибачте, це неможливо. Як я могла проїхати 90 кілометрів за годину, якщо я їду всього лише 7 хвилин!
- Я маю на увазі, мадам, що якби Ви продовжували їхати таким же чином, то через годину Ви б проїхали 90 кілометрів.
- Якби я продовжувала їхати, як їхала, ще годину, то налетіла б на стінку в кінці вулиці!
- Ваш спідометр показував 90 кілометрів на годину.
- Мій спідометр зламаний і давно не працює.

Як бачите, поліцейський не зміг пояснити дамі, що таке швидкість 90 км / год.

А ви змогли б?

Слайд 2

АСОЦІАЦІЇ

Назвіть асоціації зі словом «швидкість»

Слайд 3

Які процеси і явища пов'язані з поняттям швидкості?

Швидкість

- Час
- Рух атому
- Приріст випуску продукції
- Повітря
- Потік інформації
- Зміна графіків функцій
- Рух транспорту
- Хімічні реакції
- Розмноження живих організмів

Слайд 4

Які навчальні предмети вивчають ці явища?

- Фізика
- Хімія
- Біологія
- Економіка
- Інформатика
- Алгебра
- Геометрія

Слайд 5

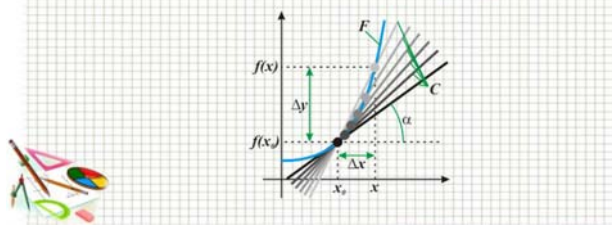
Як пов'язані поняття швидкості і похідної?

- Чи можна керувати швидкістю процесів?
- Що побачить фізик у похідній?
- Геометрія і похідна теж пов'язані?
- Чи давно похідна допомагає математикам і фізикам?
- Який зв'язок економіки і похідної?
- Побудувати можна довільний графік?
- Чи є майбутнє у похідної?

Слайд 6

Отож, проект

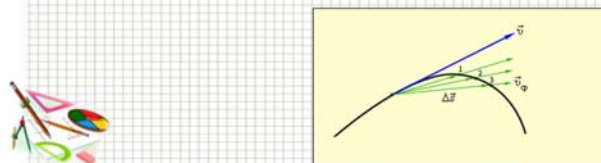
Пані похідна



Слайд 7

Ключове питання

Як загнати швидкість в кут?



Слайд 8

Змістовні (навчальні) питання

- Звідки прийшли границі?
- Що таке миттєва швидкість?
- Як знаходити похідні?
- Чи можна досліджувати функцію, не знаючи її графік?
- Коли найбільше більше максимуму?
- Як допомагає похідна в техніці?
- Як похідна допомагає спростити обчислення?
- Як застосовують похідну економісти?



Слайд 9

Щоб знайти відповіді на поставлені питання, пропоную об'єднатися у дослідницькі групи

Похідна

Математики

Економісти

Фізики

Технарі

Філософи



Слайд 10

Дослідження груп

- I група – «Математики»
- **Що таке похідна?**
- II група – «Економісти»
- **Похідна в економіці**
- III група – «Фізики»
- **Похідна у фізиці**
- IV група – «Технарі»
- **Як допомагає похідна у науці ті техніці?**
- V група – «Філософи»
- **Навіщо потрібна похідна?**



Слайд 11

Запис у групи за інтересами



Слайд 12

Мозговий шторм



- Що будемо робити?
- Яку тему оберемо?
- З чого розпочнемо?
- Як розподілимо обов'язки?
- Кого залучимо в якості консультантів?
- Як представимо результат?

Слайд 13

Результати роботи груп представляти у вигляді




- Презентації
- Публікації
- Веб-сайту

- Форми та критерії оцінювання
- Форми та критерії оцінювання
- Форми та критерії оцінювання

Слайд 14

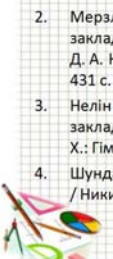
Етапи роботи



1. Збір та уточнення інформації
2. Вивчення спеціальної літератури
3. Дослідження
4. Обробка та аналіз отриманих даних
5. Захист результатів

Слайд 15

Основні рекомендовані джерела



1. Математика. 11 клас. Рівень стандарту / [Афанасьєва О. М., Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К.]. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. – 480 с.
2. Мерзляк А. Г. Алгебра. 11 клас: [підруч. для загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, профільн. рівень] / [А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір]. – Х.: Гімназія, 2011. – 431 с.
3. Нелін Є. П. Алгебра. 11 клас: [підруч. для загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, проф. рівень] / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х.: Гімназія, 2011. – 448 с.
4. Шунда Н. М. Застосування похідної до розв'язування задач: [посібник] / Никифор Миколайович Шунда. – К.: Техніка, 1999. – 240 с.

Слайд 16

Успіхів вам, дослідники!



Слайд 17

Додаток Г розроблено автором.

Додаток Д

Таблиця Д. 1

План вивчення теми «Похідна та її застосування» за академічним рівнем із використанням інтерактивних технологій (3 години на тиждень)

Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	№ уроку	Тема уроку	Мета уроку	Інтерактивні технології
<i>Поняття похідної. Обчислення похідних (13 годин)</i>				
<p><i>Пояснюють:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – геометричний зміст похідної; – фізичний зміст похідної. <p><i>Формулюють</i> правила диференціювання.</p> <p><i>Називають</i> похідні основних елементарних функцій.</p> <p><i>Знаходять</i> похідні функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання</p>	1.	Неперервність та границя функції	Сформувати поняття границі функції в точці; домогтися засвоєння властивостей границі функції; сформувати вміння застосовувати означення та властивості границі функції до розв'язування задач; сформувати поняття функції, неперервної в точці та на відрізку; сформувати вміння застосовувати поняття неперервності функції до розв'язування задач	Мозковий штурм, зміновані трійки
	2.	Неперервність та границя функції	Удосконалити вміння застосовувати означення і властивості границі функції та поняття неперервності функції до розв'язування задач	
	3.	Задачі, що приводять до поняття похідної	Сформувати поняття приросту аргументу та приросту функції; розглянути задачі, що приводять до поняття похідної; сформувати поняття похідної	Асоціативний куш
	4.	Означення похідної. Геометричний та фізичний зміст похідної	Працювати над засвоєнням означення похідної; сформувати вміння використовувати означення похідної для обґрунтування формул для обчислення похідних деяких функцій; сформувати поняття про геометричний та фізичний зміст похідної; сформувати вміння записувати рівняння дотичної до графіка функції в точці та знаходити швидкість і прискорення прямолінійного руху	

Продовж. табл. Д. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
	5.	Правила обчислення похідних	Ознайомити учнів з правилами обчислення похідних, формулами для обчислення похідної степеневої функції; сформувати вміння застосовувати ці правила та формулу до розв'язування задач	Ажурна пилка, робота в парах
	6.	Правила обчислення похідних	Удосконалити вміння застосовувати правила обчислення похідних до розв'язування задач	
	7.	Правила обчислення похідних	Удосконалити вміння застосовувати правила обчислення похідних до розв'язування задач; допомогтися засвоєння формул для обчислення похідних тригонометричних функцій	
	8.	Таблиця похідних	Формувати стійкі навички обчислення похідних функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання	Карусель, робота в малих групах (коло ідей)
	9.	Розв'язування задач	Формувати стійкі навички обчислення похідних функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання; перевірити рівень засвоєння знань і вмінь шляхом проведення самостійної роботи	
	10.	Похідна складеної функції	Сформувати поняття складеної функції; допомогтися засвоєння правила для обчислення похідної складеної функції; сформувати вміння застосовувати це правило до розв'язування задач	Навчаючи – учусь

Продовж. табл. Д. 1

Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	№ уроку	Тема уроку	Мета уроку	Інтерактивні технології
	11.	Похідна складеної функції	Удосконалити вміння застосовувати правило для обчислення похідної складеної функції до розв'язування задач	Навчаючи – учусь
	12.	Розв'язування типових вправ	Узагальнити та систематизувати знання учнів із теми «Поняття похідної. Обчислення похідних»; провести огляд типових вправ із цієї теми	Ротаційні (змінювані) трійки, мікрофон, парна робота
	13.	Контрольна робота №1	Перевірити рівень засвоєння знань і вмінь учнів із теми «Поняття похідної. Обчислення похідних»	
Застосування похідної до дослідження функцій (13 годин)				
Формулюють: – достатні умови зростання та спадання функції; – умови екстремуму функції. Застосовують похідну для знаходження проміжків монотонності та екстремумів функції	14.	Достатня умова зростання (спадання) функції	Створити умови для засвоєння достатніх умов зростання та спадання функції; сформувати вміння застосовувати ці ознаки до розв'язування задач; сформувати поняття монотонної функції	Ажурна пилка, мозковий штурм
	15.	Достатня умова зростання (спадання) функції	Удосконалити вміння застосовувати достатні умови зростання та спадання функції до розв'язування задач	
		16.	Критичні точки функції. Точки екстремуму	Сформувати поняття критичних точок функції, точок екстремуму, екстремумів функції; домогтися засвоєння необхідної і достатньої умов екстремуму, алгоритму знаходження екстремумів функції; сформувати вміння розв'язувати задачі, які передбачають використання цих понять, умов і алгоритму

Продовж. табл. Д. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
<p><i>Обчислюють</i> найбільше та найменше значення функції на відрізку. <i>Розв'язують</i> прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин</p>	17.	Критичні точки функції. Точки екстремуму	Удосконалити знання означень критичних точок, точок екстремуму, екстремумів функції, необхідної і достатньої умов екстремуму; удосконалити вміння розв'язувати задачі, що передбачають застосування цих понять	Акваріум
	18.	Застосування похідної до дослідження функцій	Працювати над засвоєнням загальної схеми дослідження функції; сформувати вміння застосовувати похідну до дослідження функцій та побудови графіків функцій	
	19.	Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків функцій	Удосконалити вміння застосовувати похідну до дослідження функцій та побудови їх графіків	
	20.	Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків функцій	Удосконалити вміння застосовувати похідну до дослідження функцій та побудови їх графіків; перевірити рівень засвоєння знань із цієї теми шляхом проведення самостійної роботи	Карусель
	21.	Найбільше та найменше значення функції на відрізку	Домогтися засвоєння алгоритму знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізку; сформувати вміння знаходити найбільше та найменше значення функції на відрізку	
	22.	Найбільше та найменше значення функції на відрізку	Удосконалити вміння знаходити найбільше та найменше значення функції на відрізку	

Продовж. табл. Д. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
	23.	Розв'язування задач прикладного змісту	Сформувати вміння розв'язувати прикладні задачі на знаходження найбільших та найменших значень реальних величин	Робота в парах, змінювані трійки
	24.	Розв'язування задач прикладного змісту	Удосконалити вміння розв'язувати прикладні задачі на знаходження найбільших та найменших значень реальних величин	
	25.	Розв'язування типових задач	Узагальнити та систематизувати знання учнів із теми «Застосування похідної»; провести огляд типових задач	
	26.	Контрольна робота №2	Перевірити рівень засвоєння знань і вмінь учнів із теми «Застосування похідної»	

Додаток Д розроблено автором, спираючись на: [108], [112].

Уроки 23, 24 (нумерація згідно таблиці додатка Д) для класів з фізичним напрямком профільної підготовки.

Тема: Розв'язування задач прикладного змісту (Застосування похідної під час розв'язування задач фізичного змісту).

Інтерактивна технологія: робота в парах.

Приклади задач для організації та проведення уроків із застосуванням інтерактивної технології «Робота в парах»

1. Для заданого закону руху матеріальної точки необхідно обчислити середню швидкість на заданих проміжках часу:

$$1) \quad s(t) = 3t - 1, [0;1], [0;5], [-3;3], [t_1; t_2];$$

$$2) \quad s(t) = t^2 + 3t, [0;1], [-1;1], [2;5], [t_1; t_2];$$

$$3) \quad s(t) = \frac{2}{t+1}, [0;1], [0;3], [1;9], [t_1; t_2].$$

2. Точка рухається за законом $s = 3t + 2$. Знайдіть:

$$1) \quad \text{середню швидкість на відрізках } [2;2,2], [2;2,02], [3;4], [3;3,3];$$

$$2) \quad \text{миттєву швидкість при } t = 2, t = 3.$$

3. Висота каменя, кинутого вертикально вгору зі швидкістю v_0 від землі h_0 , $x = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, де $g = 10 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

$$1) \quad \text{Знайдіть залежність швидкості каменя від часу.}$$

$$2) \quad \text{При } h_0 = 20 \text{ м}, v_0 = 8 \text{ м/с} \text{ знайдіть швидкість каменя через 2 с.}$$

$$3) \quad \text{Через який час камінь упаде на землю?}$$

$$4) \quad \text{На якій висоті швидкість буде дорівнювати нулю?}$$

$$5) \quad \text{Покажіть, що енергія каменя } E = \frac{mv^2}{2} + mgh \text{ не залежить від часу.}$$

4. Тіло віддаляється від Землі за законом $s = A(t + C)^{\frac{2}{3}}$.

- 1) Знайдіть закон, за яким змінюється його швидкість.
 - 2) Обчисліть прискорення тіла.
 - 3) Доведіть, що сила, яка діє на тіло, змінюється обернено пропорційно квадрату відстані s .
5. Доведіть, що рух за кубічним законом $s = at^3 + bt^2 + ct + d$, відбувається з прискоренням, яке змінюється лінійно.
6. Точка рухається за законом $s = 2 + 20t - 5t^2$. Знайдіть миттєву швидкість у момент часу $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$.
7. Рух точки вздовж осі x задано законом $x = \frac{10}{t}$. Знайдіть миттєву швидкість у момент $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$.
8. Тіло масою 5 кг рухається за законом $s = 2 - 3t + t^2$. Знайдіть кінетичну енергію тіла через 10 с після початку руху.
9. В який момент часу буде мати максимальну кінетичну енергію тіло, яке рухається прямолінійно за законом $s = k\left(t + \frac{1}{t}\right)$?
10. За законом руху матеріальної точки знайдіть координати швидкості: $\vec{v}\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}; \frac{2t}{1+t^2}\right)$.
11. Кількість електрики, яка протікає через провідник, починаючи з моменту часу $t = 0$, задається формулою $q = 3t^2 + t + 2$. Знайдіть силу струму в момент часу $t = 3$.
12. В який момент часу струм у колі дорівнює нулю, якщо кількість електрики, що протікає через провідник, задається формулою:
- 1) $q = t + \frac{k}{t}$;
 - 2) $q = t - \sqrt{t} + 1$?

13. Вимірювання величини заряду на обкладинках конденсатора показали, що заряд змінюється за законом $q = 3,05 + 6,11t - \frac{0,8}{t+1}$. Знайдіть закон зміни сили струму.

14. Нехай $Q(t^\circ)$ – кількість теплоти, яка необхідна для нагрівання 1 кг води від 0°C до $t^\circ\text{C}$. Відомо, що в діапазоні $0 \leq t^\circ \leq 95$ формула

$$Q(t^\circ) = 0,396t + 2,081 \cdot 10^{-3}t^2 - 5,024 \cdot 10^{-7}t^3$$

дає точні наближення до реального значення $Q(t^\circ)$. Знайдіть, як залежить теплоємність води від температури.

15. Довжина стрижня змінюється залежно від температури за законом:

$$l = l_0 + 0,001t + 0,0001t^2.$$

Знайдіть коефіцієнт лінійного розширення при $t = 5^\circ\text{C}$.

Додаток Е розроблено автором.

Приклади розробок уроків із застосуванням інтерактивних технологій на академічному рівні

Урок 12 (нумерація згідно таблиці додатка Д)

Тема: Розв'язування вправ на знаходження похідної функції

Дидактична мета: повторити, узагальнити та систематизувати знання:

- границя функції в точці та найпростіші її властивості;
- означення похідної та її геометричного та механічного змісту;
- правил і формул диференціювання елементарних функцій.

Систематизувати вміння учнів застосовувати набуті знання до розв'язування задач, передбачених програмою з математики.

Розвивальна мета: розвивати пам'ять, логічне мислення, вміння логічно й чітко висловлювати думки.

Виховна мета: виховувати наполегливість, толерантність, інтерес до вивчення математики.

Тип уроку: узагальнення та систематизація знань та вмінь.

Обладнання: презентації домашніх завдань, таблиці оцінювань, картки із завданнями, пам'ятки для учнів «Як працювати в малих групах», комп'ютери, тренувальна програма Test-W2.

Коментар. Урок проходить у комп'ютерному класі. Для роботи учні розсідаються за ПК і працюють у парах.

Структура уроку

№ n/n	Назва етапу уроку	Час, хв.
I	Організаційний	2
II	Формулювання мети й завдань уроку	2
III	Перевірка домашнього завдання	5
IV	Актуалізація опорних знань («Мікрофон»)	7
V	Формування й удосконалення основних умінь і навичок («Ротаційні трійки», парна робота)	23
VI	Підбиття підсумків уроку	4
VII	Домашнє завдання	2

Хід уроку

I. Організаційний етап

Учитель перевіряє готовність учнів до уроку, нагадує правила техніки, безпеки під час роботи в комп'ютерному класі.

II. Формулювання мети і завдань уроку

Вступне слово вчителя про план уроку, завдання уроку, оцінювання.

Підсумковий урок проходить у формі заліку з використанням комп'ютерного тестування.

Передбачається виконання обов'язкових завдань (під час виконання інтерактивної вправи «Ротаційні трійки»). В учнів є можливість отримати додаткові бали під час виконання інтерактивної вправи «Мікрофон» (правильна відповідь оцінюється одним балом). Результати роботи вчитель записує в таблицю, після чого підбиває підсумкову оцінку.

№	Прізвище учня	Усна відповідь («Мікрофон»)	Практичні завдання («Ротаційні трійки»)	Тестування (Робота в парах)	Додаткове завдання	Підсумок
1						
2						

III. Перевірка домашнього завдання

Учням удома було запропоновано, крім виконання практичних завдань, створити презентацію, підготувати історичну довідку про відкриття похідної.

IV. Актуалізація опорних знань

Інтерактивна вправа «Мікрофон»

«Мікрофон» надає можливість кожному сказати щось швидко, по черзі, відповідаючи на запитання або висловлюючи свою думку чи позицію. Далі вчитель оголошує правила проведення даної інтерактивної технології:

- говорити має тільки той, у кого «символічний» мікрофон;
- подані відповіді не коментуються і не оцінюються;

– коли хтось висловлюється, інші не мають права перебивати, щось говорити, викрикувати з місця.

Учитель ставить запитання учням.

Запитання учням

1. Поясніть, що означають записи: $x \rightarrow a$, $f(x) \rightarrow B$?

[$x \rightarrow a$: на числовій прямій точка x розташована від точки a на малій відстані (меншій від δ); $f(x) \rightarrow B$: значення $f(x)$ на числовій прямій розташоване на малій відстані від B (меншій від ε)]

2. Поясніть, що означає запис $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B$?

[B – число, до якого прямує значення функції $f(x)$, коли x прямує до a]

3. Якщо при $f(x) \rightarrow B$, $g(x) \rightarrow C$, то до яких чисел при $x \rightarrow a$ будуть прямувати функції:

$$f(x) \pm g(x); f(x) \cdot g(x); \frac{f(x)}{g(x)} \text{ (якщо } C \neq 0 \text{)?}$$

$$[f(x) \pm g(x) \rightarrow B \pm C; f(x) \cdot g(x) \rightarrow B \cdot C; \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{B}{C} \text{ (} C \neq 0 \text{)}]$$

4. Коли функцію $f(x)$ називають неперервною в точці a ? Наведіть приклади.

[Функцію $f(x)$ називають неперервною в точці a , якщо при $x \rightarrow a$

$f(x) \rightarrow f(a)$, тобто $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$. Наприклад, функція $y = \frac{1}{1-x}$ є неперервною в точці $x = 2$]

5. Сформулюйте означення похідної функції в точці.

[Похідною функції $y = f(x)$ у точці x_0 , називають границю відношення приросту функції в точці x_0 до приросту аргументу, коли приріст аргументу прямує до нуля]

6. Який механічний зміст похідної?

[Похідна за часом є мірою швидкості зміни відповідної функції, яку можна застосувати до найрізноманітніших фізичних величин]

7. Який геометричний зміст похідної?

[Значення похідної в точці x_0 дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної до графіка функції в точці з абсцисою x_0 і дорівнює кутовому коефіцієнту цієї дотичної]

8. Сформулюйте означення диференційованої функції в точці.

[Функцію $f(x)$, що має похідну в точці x_0 , називають диференційованою в цій точці]

9. Чому дорівнює похідна степеня з цілим показником? Наведіть приклад.

[$(x^m)' = mx^{m-1}, m \in \mathbb{Z}$. Наприклад, $(x^{-7})' = -7x^{-8}$]

10. Чому дорівнюють похідні тригонометричних функцій?

[$(\sin x)' = \cos x$; $(\cos x)' = -\sin x$; $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$]

11. Чому дорівнює похідна функції $y = \sqrt{x}$? [$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$]

12. Сформулюйте теорему про похідну суми двох функцій. Наведіть приклад.

[У тих точках, у яких є диференційованими функції $y = f(x)$ і $y = g(x)$, також є диференційованою функція $y = f(x) + g(x)$, причому для всіх таких точок виконується рівність $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$.]

Наприклад, $(x^3 + \sin x)' = 3x^2 + \cos x$]

13. Сформулюйте теорему про похідну добутку двох функцій. Наведіть приклад.

[У тих точках, у яких є диференційованими функції $y = f(x)$ і $y = g(x)$, також є диференційованою функція $y = f(x) \cdot g(x)$, причому для всіх таких точок виконується рівність $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$.]

Наприклад, $(x^3 \sin x)' = 3x^2 \sin x + x^3 \cos x$]

14. Чому дорівнює похідна добутку двох функцій, у якому один із співмножників сталий? Наведіть приклад.

[У тих точках, у яких є диференційованими функції $y = f(x)$, також є диференційованою функція $y = cf(x)$, де c – деяке число, причому для всіх таких точок виконується рівність $(cf(x))' = cf'(x)$. Наприклад, $(1,7 \sin x)' = 1,7 \cos x$]

15. Сформулюйте теорему про похідну частки від ділення двох функцій. Наведіть приклад.

[У тих точках, у яких функції $y = f(x)$ і $y = g(x)$ є диференційованими і значення функції g не дорівнюють нулю, функція $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ також є диференційованою, причому для всіх таких точок виконується рівність

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{(g(x))^2}. \text{ Наприклад, } \left(\frac{x^3}{\sin x} \right)' = \frac{3x^2 \sin x - x^3 \cos x}{(\sin x)^2}]$$

16. Як знаходять похідну складеної функції? Наведіть приклади.

[Похідна складеної функції $y = f(u(x))$ дорівнює добутку похідної даної функції $y = f(u)$ по проміжному аргументу u (f'_u) на похідну проміжного аргументу $u = u(x)$ по незалежному аргументу x (u'_x). Наприклад, $(\sin(x^3))' = 3x^2 \cos x$]

V. Формування й удосконалення основних умінь і навичок

Інтерактивна вправа «Ротаційні трійки»

Учитель об'єднує учнів у трійки. Далі школярі розраховуються від 0 до 2. Учні з номером 1 переходять до наступної трійки за годинниковою стрілкою, а учні з номером 2 переходять через дві трійки проти годинникової стрілки. Учні з номером 0 залишаються на місці і є постійними членами трійки. Результатом буде повністю нова трійка. Кожна трійка розв'язує однакові завдання.

1-е завдання (Нульова ротація)

Обчисліть похідну функції:

1) $f(x) = x^2 \cos x$;

2) $y = 3 \operatorname{ctgx} + 2 \sin x$.

2-е завдання (Перша ротація)

Запишіть рівняння дотичної до синусоїди $y = \sin x$ у точці $M_0\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

3-е завдання (Друга ротація)

Користуючись означенням похідної і алгоритмом, що впливає з нього, знайдіть похідну функції $f(x) = 2x^2 - 3x$ у точці $x_0 = 2$.

4-е завдання (Третя ротація)

Знайдіть похідну складеної функції $y = \left(\frac{1+x^2}{1+x}\right)^3$.

5-е завдання (Четверта ротація)

Матеріальна точка рухається за законом $S(t) = 3t^3 - 4t^2 + 5t - 12$ (S вимірюють у метрах, t – у секундах). Знайдіть прискорення точки в момент часу $t=3$ с.

Після виконання цієї інтерактивної технології учні приступають до комп'ютерного тестування (використовується комп'ютерна програма Test-W2). Учитель перевіряє правильність виконаних завдань і записує отримані бали в таблицю оцінювань.

Комп'ютерне тестування

1. Дано функцію $y = \cos(2x + 1) + \sin 4x$. Знайдіть її похідну (рис. Ж. 1).

✓ $\cos(2x + 1) - \cos 4x$

✓ $\sin(2x + 1) - \cos 4x$

✓ $2\cos(2x + 1) - 4\sin 4x$

✓ $-2\sin(2x + 1) + 4\cos 4x$

2. Для функції $y = \frac{x+2}{x}$ не існує дотичної в точці з абсцисою ... (рис.

Ж. 2).

✓ -1

✓ -2

✓ 0

✓ 2

Похідна		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
Федосєв Станіслав 11-А		
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 1	19:55
Дано функцію $y = \cos(2x+1) + \sin 4x$. Знайдіть її похідну.		
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 1

Похідна		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
Федосєв Станіслав 11-А		
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 4	19:04
Для функції $y = \frac{x+2}{x}$ не існує дотичної в точці з абсцисою ...		
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 2

3. Знайдіть похідну функції $y = \frac{\sin 6x}{1 + \cos 6x}$ та обчисліть її значення при

$$x = -\frac{\pi}{12} \text{ (рис. Ж. 3).}$$

✓ 3

✓ -3

✓ 6

✓ -6

4. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $y = 0,5x^2 - 3x$ у точці з абсцисою $x = -2$ (рис. Ж. 4).

✓ $y = 5x - 2$ ✓ $y = -5x - 2$ ✓ $y = 2 - 5x$ ✓ $y = 5x + 3$

Похідна		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
Федосєв Станіслав 11-А		
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 6	18:35
Знайдіть похідну функції $y = \frac{\sin 6x}{1 + \cos 6x}$ та обчисліть її значення при $x = -\frac{\pi}{12}$.		
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 3

Похідна		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
Федосєв Станіслав 11-А		
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 2	19:38
Складіть рівняння дотичної до графіка функції $y = 0,5x^2 - 3x$ у точці з абсцисою $x = -2$.		
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 4

5. Точка рухається за законом $s = t^3 + t^2$. Знайдіть миттєву швидкість точки в момент $t = 1$ с (рис. Ж. 5).

✓ 4 м/с

✓ 5 м/с

✓ 12 м/с

✓ 6 м/с

6. Обчисліть значення похідної функції $y = \sin x$ у точці $x = \frac{\pi}{3}$ (рис. Ж. 6).

✓ $\frac{1}{2}$ ✓ $\frac{3}{4}$ ✓ $-\frac{1}{2}$ ✓ $\frac{1}{3}$

Похідна		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
Федосєєв Станіслав 11-А		
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 5	18:49
Точка рухається за законом $s = t^3 + t^2$. Знайдіть миттєву швидкість точки в момент $t = 1$ с.		
4 м/с		
5 м/с		
12 м/с		
6 м/с		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 5

Похідна		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
Федосєєв Станіслав 11-А		
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 7	18:16
Обчисліть значення похідної функції $y = \sin x$ у точці $x = \frac{\pi}{3}$.		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{3}$		
$-\frac{1}{2}$		
$\frac{3}{4}$		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 6

7. Обчисліть значення похідної функції $y = 6x^2$ у точці $x = 4$ (рис. Ж. 7).

✓ 30

✓ 45

✓ 50

✓ 48

8. Знайдіть похідну функції $y = 1 + \sin x$ (рис. Ж. 8).

✓ $\cos x$ ✓ $-\cos x$

✓ 1

✓ $\sin x$

9. Знайдіть похідну функції $y = \frac{x^8}{8}$ (рис. Ж. 9).

✓ $\frac{x^7}{8}$ ✓ $\frac{x^8}{8}$ ✓ $\frac{x^7}{8}$ ✓ $\frac{x^7}{8}$

Похідна Федосєєв Станіслав 11-А		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 6	19:24
Обчисліть значення похідної функції $y = 6x^2$ у точці $x = 4$.		
<div>45</div> <div>30</div> <div>48</div> <div>50</div>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 7

Похідна Федосєєв Станіслав 11-А		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 8	18:01
Знайдіть похідну функції $y = 1 + \sin x$.		
<div>- cosx</div> <div>cosx</div> <div>1</div> <div>sin x</div>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 8

Похідна Федосєєв Станіслав 11-А		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 3	19:19
Знайдіть похідну функції $y = \frac{x^8}{8}$.		
<div>$\frac{x^7}{8}$</div> <div>$\frac{x^7}{8}$</div> <div>x^7</div> <div>$\frac{x^8}{8}$</div>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 9

Похідна Федосєєв Станіслав 11-А		АСПЕКТ aspekt-edu.kiev.ua
20:00	Всього запитань - 10 Запитання № 9	17:46
Укажіть неправильну формулу		
<div>$(\operatorname{tg} x - x)' = \operatorname{tg}^2 x$</div> <div>$(x^3 - 3x^2 + 3x)' = 3(x - 2)^2$</div> <div>$(x^4 - 3x^3 + 5x^2)' = 10x - 9x^2 + 4x^3$</div> <div>$(\sin^2 x + \cos^2 x)' = 0$</div>		
Наступне запитання ->>		

Рис. Ж. 10

10. Укажіть неправильну формулу (рис. Ж. 10):

✓ $(x^4 - 3x^3 + 5x^2)' = 10x - 9x^2 + 4x^3$

✓ $(\operatorname{tg} x - x)' = \operatorname{tg}^2 x$

✓ $(\sin^2 x + \cos^2 x)' = 0$

✓ $(x^3 - 3x^2 + 3x)' = 3(x - 2)^2$

Додаткове завдання – для учнів, які швидко впоралися із комп'ютерним тестуванням (кожна правильна відповідь оцінюється одним балом).

Знайдіть похідні функцій, поданих у таблиці.

	1	2	3	4	5
1	$y = 4\sqrt[4]{x}$	$y = \frac{3}{\sqrt{x}} + \cos \frac{1}{3}x$	$y = \cos^2 2x$	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	$y = \operatorname{tg}^2 x$
2	$y = \frac{x-1}{x^2+3}$	$y = x^2 \sin x$	$y = \sin^2 x$	$y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$	$y = \sin \sqrt{x}$
3	$y = 5x^3 - 2x^2 + \frac{1}{4}x$	$y = x^{\frac{1}{3}}$	$y = \frac{1}{5^x}$	$y = 5^x$	$y = 7^{2x+1}$
4	$y = x^{\sqrt{2}+1}$	$y = x^\pi$	$y = x^{\sqrt{3}}$	$y = \sqrt[5]{x}$	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

VI. Підбиття підсумків уроку

Рефлексія. Учні оцінюють свою роботи: що вдалося зробити, над чим ще необхідно попрацювати, щоб отримати високий бал на контрольній роботі.

Учитель підбиває остаточні підсумки роботи учнів на уроці, виставляє оцінки, користуючись таблицею оцінювань.

VII. Домашнє завдання

Підготуватися до контрольної роботи.

Повторити основний теоретичний матеріал з теми «Похідна функції» (особливу увагу звернути на основні формули для обчислення похідних функцій).

Виконати домашню контрольну роботу:

1. Обчисліть границі: 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3}$.

2. Знайдіть похідну функції:

1) $f(x) = 3x\sqrt[4]{x}$; 2) $f(x) = x - \frac{6}{x}$; 3) $f(x) = (2x^2 - x)(x^3 + 5)$;

4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x-1}$; 5) $f(x) = \frac{\cos x}{2\sin x - 1}$.

3. Знайдіть значення похідної у точці x_0 :

1) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2\sqrt{x} - 5$, $x_0 = 1$;

2) $f(x) = \cos 2x - \sin 3x + \operatorname{tg} x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

4. Знайдіть похідну складеної функції:

1) $f(x) = \cos(x^2 + 1)$;

2) $f(x) = \sqrt{\sin x}$.

5. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x$ у точці $x_0 = -1$.

6. Матеріальна точка рухається за законом $x(t) = t^3 + 1$ (x вимірюється у метрах, t – у секундах). Визначте швидкість точки в момент, коли її координата дорівнює 9 м.

Уроки 21, 22 (нумерація згідно таблиці додатка Д)

Тема: Найбільше і найменше значення функції на відрізку

Дидактична мета: працювати над засвоєнням учнями алгоритму визначення найбільшого і найменшого значення функції на відрізку, формувати навички і вміння застосовувати його під час розв'язання задач інтерактивного типу.

Розвивальна мета: стимулювати творче мислення та ініціативу учнів під час розв'язування прикладних задач; розвивати математичне мовлення учнів та їх цікавість до математики.

Виховна мета: виховувати науковий світогляд учнів, комунікативні навички, почуття взаємоповаги та взаємодопомоги; виховувати працелюбність і наполегливість для досягнення кінцевих результатів учнів.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: комп'ютер, програма Advanced Grapher.

Епіграф: У природі немає нічого такого, в чому не проглядався б зміст якогось максимуму чи мінімуму (*Леонард Ейлер*).

Інтерактивні технології: «Знайди помилку» (на етапі актуалізації опорних знань); «Мікрофон» (на етапі актуалізації опорних знань та підбиття підсумків уроку); «Два – чотири – всі разом» (на етапі формування вмінь та навичок).

Хід уроку

I. Організаційний момент

Учитель вітається з учнями, налаштовує школярів на плідну працю. Далі роздає картки для виконання інтерактивних вправ «Знайди помилку!», «Мікрофон». На «секретній» дошці записує алгоритм знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізку.

II. Перевірка домашнього завдання

Звіт консультантів про виконання домашнього завдання. Самоперевірка домашнього завдання за допомогою комп'ютера.

III. Актуалізація опорних знань з використанням інтерактивних методик

- «Знайди помилку!» (Опитування відбувається за допомогою «естафети»: учень, який отримав «паличку», відповідає і передає наступному учню, якого сам і обирає).

$$1) (\sqrt{x})' = -\frac{1}{2\sqrt{x}};$$

$$2) (3x^{-5})' = -15x^{-4}$$

$$3) \left(\cos \frac{x}{2}\right)' = 2 \sin \frac{x}{2}$$

$$4) ((3x-2)^3)' = 3(3x-2)^2$$

$$5) (\operatorname{tg} 2x)' = \frac{2}{\sin^2 2x}$$

$$6) (\sin 5x)' = 5 \cos 5x$$

$$7) (x^2 \cdot \sqrt[3]{x})' = \frac{7}{3} x^{\frac{7}{3}}$$

- «Мікрофон» («Естафета» продовжується)

- Коли функція в точці є неперервною?

[Функцію $f(x)$ називають неперервною в точці a , якщо при $x \rightarrow a$ $f(x) \rightarrow f(a)$, тобто $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$]

- Яку функцію називають зростаючою?

[Якщо $f'(x) > 0$ у кожній точці інтервалу $(a;b)$, то функція $f(x)$ зростає на цьому інтервалі]

- Яку функцію називають спадною?

[Якщо $f'(x) < 0$ у кожній точці інтервалу $(a;b)$, то функція $f(x)$ спадає на цьому інтервалі]

- Як визначають критичні точки функції?

[Критичні точки – внутрішні точки області визначення, у яких $f'(x)$ дорівнює нулю або не існує]

- Поясніть поняття максимуму функції.

[Значення функції в точці максимуму називається максимумом функції]

- Поясніть поняття мінімуму функції.

[Значення функції в точці мінімуму називається мінімумом функції]

IV. Мотивація навчальної діяльності

Задача-проблема. Відомо, що вартість експлуатації мікроавтобуса «Газуль», що працює на маршруті 307 і рухається зі швидкістю v км/год, складає $(144 + 0,04v^2)$ грн/од. З якою швидкістю повинен рухатись мікроавтобус, щоб вартість одного кілометра шляху була найменшою?

V. Повідомлення теми та мети уроку

Для розв'язання цієї проблемної задачі можна використати набуті знання, вміння і навички. Отже, тема сьогоднішнього уроку: «Найбільше і найменше значення функції на відрізку».

VI. Вивчення нового матеріалу

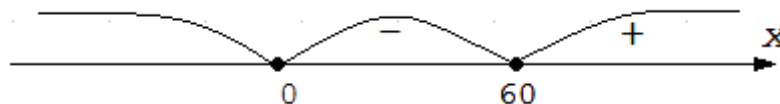
Дізнаємося, з якою ж саме швидкістю повинен рухатись мікроавтобус.

Розв'язання. Позначимо вартість експлуатації мікроавтобуса на 1 км шляху через $C(v)$. Задача зводиться до знаходження найменшого значення $C(v)$ при $v > 0$.

$$\text{Маємо: } C(v) = \frac{144 + 0,04v^2}{v}.$$

$$\text{Знайдемо похідну цієї функції: } C'(v) = \frac{0,04v^2 - 144}{v^2}.$$

Функція $C'(v)$ визначена при всіх значеннях змінної, крім $v = 0$. Розв'яжемо рівняння $C'(v) = 0$: $0,4v^2 - 1440 = 0$, $v = \pm 60$. $v = -60$ – не задовольняє умови задачі, отже, $v = 60$.



З цього випливає, що при $v = 60$ км/год найменша вартість експлуатації складає $C(60) = 4,8$ грн/км.

Відповідь: 60км/год.

Для того щоб знайти найбільше та найменше значення функції на заданому відрізку, треба:

- 1) упевнитись, що заданий відрізок входить до області визначення функції;
- 2) визначити похідну заданої функції;
- 3) знайти значення змінної, при яких здобута похідна дорівнює нулю або не існує (критичні точки);
- 4) обчислити значення функції в усіх критичних точках, що належать заданому відрізку, та на кінцях відрізка;
- 5) із здобутих значень визначити найбільше та найменше.

VII. Формування вмінь та навичок

Інтерактивна технологія «Два – чотири – всі разом»

Вчитель розповідає (нагадує) учням правила проведення цієї інтерактивної вправи. Вчитель задає учням завдання і пояснює його. Далі учні 1-2 хвилини продумують самостійно можливі способи розв'язання цього завдання. Після цього учні об'єднуються у пари і обговорюють свої ідеї один з одним (повністю розв'язують завдання). Далі об'єднуються пари в четвірки і обговорюються попередньо досягненні рішення щодо поставленої проблеми. На завершення відбувається колективне обговорення завдання, вибирається найраціональніший спосіб розв'язування задачі.

Завдання для інтерактивної технології «Два – чотири – всі разом»

Завдання 1.

Знайти найбільше та найменше значення функції $y(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 1$ на відрізку $[-2; 0]$.

Розв'язання. $D(f) = \mathbb{R}$, $[-2; 0] \subset \mathbb{R}$. Знайдемо похідну заданої функції:
 $y'(x) = 3x^2 - 3x - 6$.

Визначимо значення змінної x , при яких функція $y'(x)$ дорівнює нулю або не існує. Оскільки функція $y'(x)$ визначена для довільного значення x , залишається розв'язати рівняння $y'(x) = 0$:

$$3x^2 - 3x - 6 = 0; \quad x^2 - x - 2 = 0; \quad \begin{cases} x = -1, \\ x = 2. \end{cases}$$

Обчислимо значення функції в критичній точці $x = -1$ та на кінцях відрізка (критична точка $x = 2$ не належить заданому відрізку):

$$y(-1) = 4,5; \quad y(0) = 1; \quad y(-2) = -1.$$

$$\text{Отже, } \max_{[-2;0]} y(x) = y(-1) = 4,5; \quad \min_{[-2;0]} y(x) = y(-2) = -1.$$

Після розв'язання завдання, на етапі колективного обговорення учні перевіряють правильність розв'язання за допомогою програми *Advanced Grapher 2.2*, скориставшись комп'ютером.

Для цього виконується побудова графіка функції $y(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 1$ лише на заданому відрізку (рис. Ж. 11). З побудови видно, що найбільшого значення функція набуватиме при $x = -1$, а найменшого – при $x = -2$.

Відповідь: 4,5; -1.

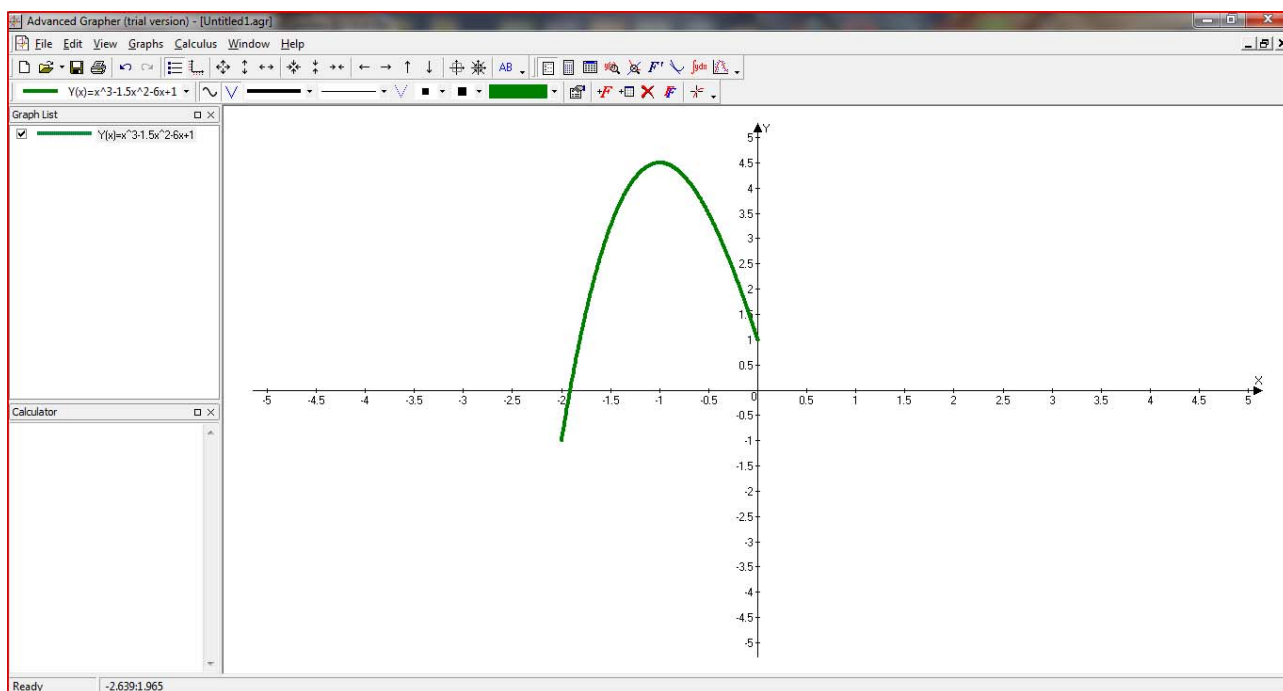


Рис. Ж. 11.

Завдання 2.

Знайти найбільше та найменше значення функції $y(x) = -2x^3 - 3x^2 + 4$ на відрізку $[-2; -0,5]$.

Розв'язання. $D(f) = R$, $[-2; -0,5] \subset R$. Знайдемо похідну заданої функції:
 $y'(x) = -6x^2 - 6x$.

Визначимо значення змінної x , при яких функція $y'(x)$ дорівнює нулю або не існує. Оскільки функція $y'(x)$ визначена для довільного значення x , залишається розв'язати рівняння $y'(x) = 0$:

$$-6x^2 - 6x = 0; x^2 + x = 0; \begin{cases} x = 0, \\ x = -1. \end{cases}$$

Обчислимо значення функції в критичній точці $x = -1$ та на кінцях відрізка (критична точка $x = 0$ не належить заданому відрізку):

$$y(-1) = 3; y(-0,5) = 3,5; y(-2) = 8.$$

$$\text{Отже, } \max_{[-2; -0,5]} y(x) = y(-2) = 8; \min_{[-2; -0,5]} y(x) = y(-1) = 3.$$

Після розв'язання завдання, на етапі колективного обговорення учні перевіряють правильність розв'язання з а допомогою програми Advanced Grapher 2.2, скориставшись комп'ютером.

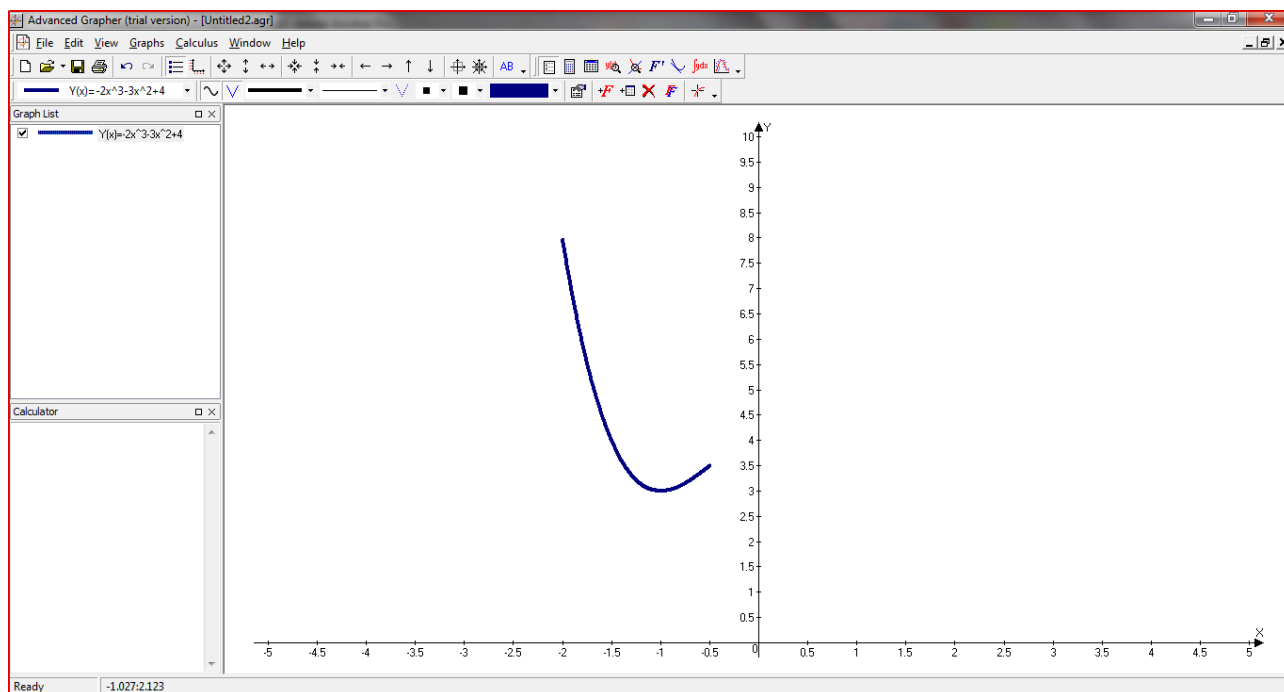


Рис. Ж 12.

Для цього виконується побудова графіка функції $y(x) = -2x^3 - 3x^2 + 4$ лише на заданому відрізку $[-2; -0,5]$ (рис. Ж. 12). З побудови видно, що найбільшого значення функція набуватиме при $x = -2$, а найменшого – при $x = -1$.

Відповідь: 8; 3.

Завдання 3.

Знайти найбільше та найменше значення функції $y(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ на відрізку $[3; 6]$.

Розв'язання. $D(f) = R \setminus \{2\}$, $[3; 6] \subset R \setminus \{2\}$.

1) Знайдемо похідну заданої функції:

$$y'(x) = \frac{2x \cdot (x - 2) - 1 \cdot (x^2 + 5)}{(x - 2)^2}, \quad y'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}.$$

$$2) \quad x^2 - 4x - 5 = 0; \quad x_1 = 5; \quad x_2 = -1 \quad (\text{за теоремою Вієта}),$$

$$x - 2 \neq 0; \quad x \neq 2.$$

$$3) \quad 5 \in [3; 6]; \quad -1 \notin [3; 6].$$

$$4) \quad y(5) = \frac{25 + 5}{5 - 2} = \frac{30}{3} = 10; \quad y(3) = \frac{9 + 5}{3 - 2} = 14; \quad y(6) = \frac{36 + 5}{6 - 2} = \frac{41}{4} = 10\frac{1}{4}.$$

$$5) \quad \max_{[3; 6]} y(x) = y(3) = 14; \quad \min_{[3; 6]} y(x) = y(5) = 10.$$

Після розв'язання завдання, на етапі колективного обговорення учні перевіряють правильність розв'язання з а допомогою програми Advanced Grapher 2.2, скориставшись комп'ютером.

Для цього виконується побудова графіка функції $y(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ лише на заданому відрізку $[3; 6]$ (рис. Ж. 13). З побудови видно, що найбільшого значення функція набуватиме при $x = 3$, а найменшого – при $x = 5$.

Відповідь: 10; 14.

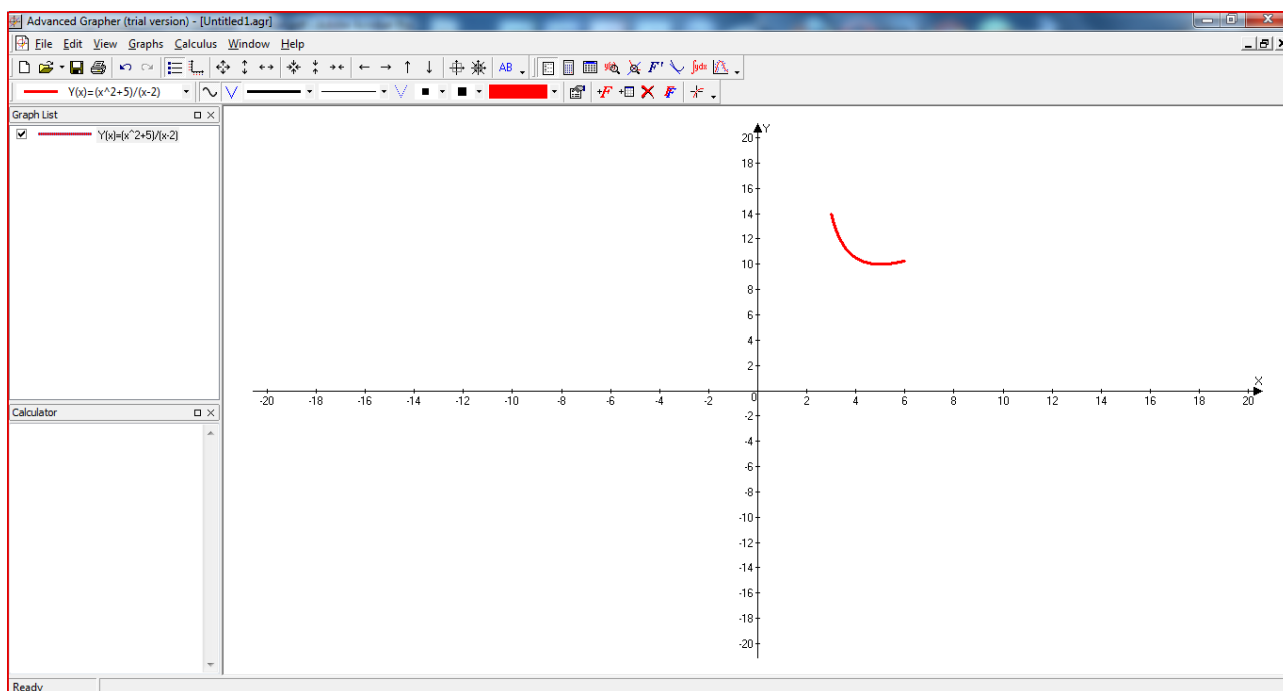


Рис. Ж. 13.

Завдання 4.

Знайти найбільше та найменше значення функції $f(x) = x^3 - 2x|x - 2|$ на відріжку $[0; 3]$.

Розв'язання.

$$1. \quad x \geq 2; \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x; \quad f'(x) = 3x^2 - 4x + 4;$$

$$3x^2 - 4x + 4 = 0; \quad D = 16 - 48 < 0;$$

$$2. \quad 0 < x < 2;$$

$$f(x) = x^3 - 2x \cdot (2 - x) = x^3 - 4x + 2x^2 = x^3 + 2x^2 - 4x;$$

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 4; \quad 3x^2 + 4x - 4 = 0; \quad x_1 = \frac{2}{3}; \quad x_2 = -2 \notin [0; 3];$$

Обчислимо значення функції в критичній точці $x = \frac{2}{3}$ та на кінцях відрізка:

$$\text{ка: } f(0) = 0; \quad f(3) = 21; \quad f\left(\frac{2}{3}\right) = -1\frac{13}{27}.$$

$$\text{Отже, } \max_{[0; 3]} f(x) = f(3) = 21; \quad \min_{[0; 3]} f(x) = f\left(\frac{2}{3}\right) = -1\frac{13}{27}.$$

Після розв'язання завдання, на етапі колективного обговорення учні перевіряють правильність розв'язання з а допомогою програми *Advanced Grapher 2.2*, скориставшись комп'ютером.

Для цього виконується побудова графіка функції $f(x) = x^3 - 2x|x - 2|$ лише на заданому відрізку $[0; 3]$ (рис. Ж. 14).

Відповідь: $21; -1\frac{13}{27}$.

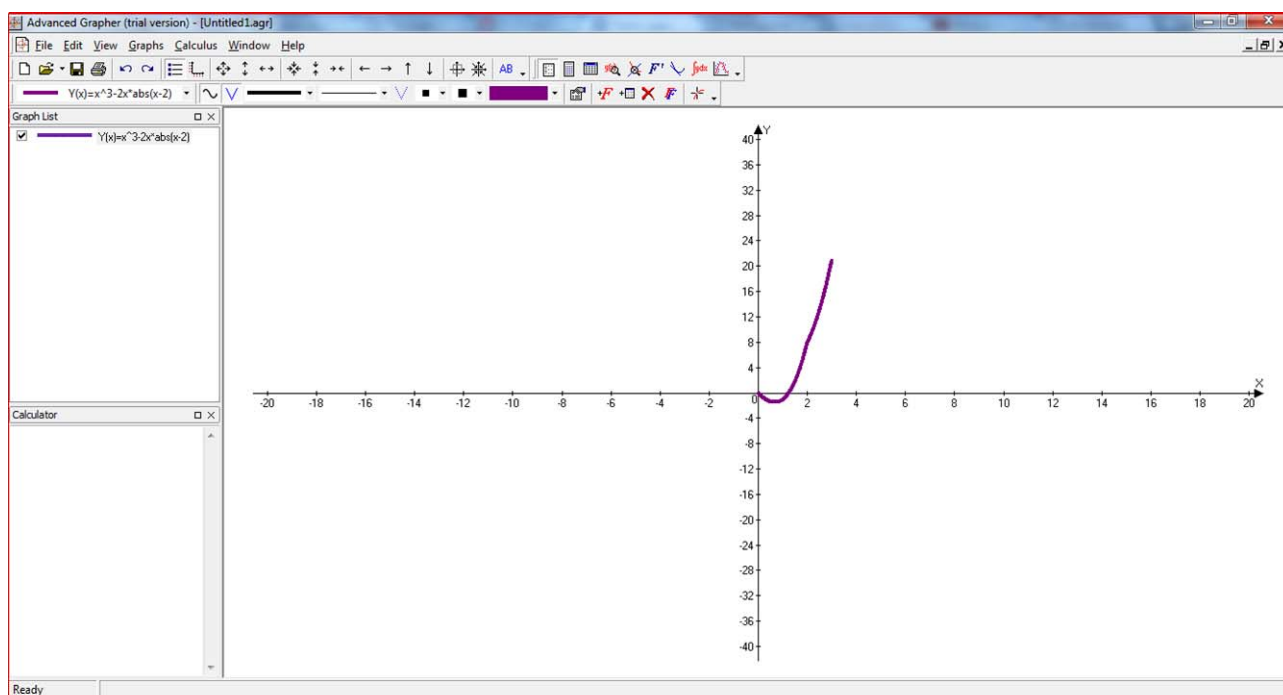


Рис. Ж. 14.

Завдання 5. Знайти найбільше та найменше значення функції $f(x) = \cos^2 x \cdot \cos 2x$ на відрізку $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$.

Розв'язання. Функція визначена і неперервна на відрізку $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$, диференційована в інтервалі $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right)$. Знайдемо похідну та критичні точки функції, що належать інтервалу $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right)$:

$$f'(x) = -2\cos x \sin x \cos 2x - 2\cos^2 x \sin 2x =$$

$$= -2 \cos x (\sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x) = -2 \cos x \sin 3x;$$

$$f'(x) = 0: \cos x \sin 3x = 0;$$

$$\begin{cases} \cos x = 0, x = \frac{\pi}{2}, \\ \sin 3x = 0, x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi. \end{cases}$$

Отже, на проміжку $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right)$ функція має чотири критичні точки. Знайде-

мо значення функцій в критичних точках і на кінцях відрізка:

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8},$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8},$$

$$f(\pi) = 1,$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8},$$

$$f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Отже, } \max_{\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{3}{8};$$

$$\min_{\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{8}.$$

$$\text{Відповідь: } \frac{3}{8}; -\frac{1}{8}.$$

Завдання 6. Розкласти число 24 на суму двох доданків так, щоб їх добуток був найбільшим. Знайти цей добуток.

Розв'язання. Позначимо перший доданок через x , тоді другий доданок дорівнює $24 - x$, причому $0 \leq x \leq 24$. Добуток цих доданків $x(24 - x)$. Отже, розглянемо функцію $y(x) = x(24 - x); y(x) = 24x - x^2$.

Знайдемо найбільше значення функції $y(x)$ на відрізку $[0; 24]$. Маємо:

$$y'(x) = 24 - 2x.$$

Функція $y'(x)$ визначена для довільного значення x , отже, розв'яжемо рівняння $y'(x) = 0$: $24 - 2x = 0$; $x = 12$.

$$y(12) = 144; y(0) = 0 \quad y(24) = 0.$$

З цього випливає, що перший і другий доданки дорівнюють 12, отже, їх шуканий добуток – 144.

Завдання 7. Число 26 записати у вигляді суми трьох додатних чисел, сума квадратів яких найменша, якщо другий доданок у три рази більший від першого.

Розв'язання. Позначимо перший доданок через x : $x \in [0; 26]$, тоді другий доданок дорівнює $3x$, а третій – $26 - 4x$. Отже, розглянемо функцію

$$y(x) = x^2 + (3x)^2 + (26 - 4x)^2; y(x) = 26x^2 - 208x + 676.$$

Знайдемо найменше значення функції $y(x)$ на відрізку $[0; 26]$. Маємо:

$$y'(x) = 52x - 208.$$

Функція $y'(x)$ визначена для довільного значення x , отже, розв'яжемо рівняння $y'(x) = 0$: $52x - 208 = 0$; $x = 4$.

$$y(4) = 260, y(0) = 676, y(26) = 12844.$$

Найменшого значення функція набуває при $x = 4$. Отже, перший доданок дорівнює 4, другий – 12, третій – 10.

$$\text{Відповідь: } 26 = 4 + 12 + 10.$$

Завдання 8. Площа прямокутника дорівнює 400 см^2 . Якими повинні бути його сторони, щоб периметр прямокутника був найменшим.

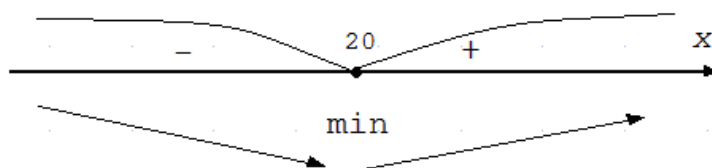
Розв'язання. Нехай одна сторона x , тоді друга сторона – $\frac{400}{x}$, маємо

$$P(x) = 2 \cdot \left(\frac{400}{x} + x \right); P_{\min} - ?.$$

$$\text{Знайдемо } P'(x): \left(\frac{800}{2x} + 2x \right)' = -\frac{800}{x^2} + 2.$$

Прирівняємо знайдену похідну до нуля і розв'яжемо отримане рівняння:

$$-\frac{800}{x^2} + 2 = 0; -800 = -2x^2; x^2 = 400; x = 20.$$



$x_{\min} = 20$. Отже, щоб площа прямокутника була максимальною, сторони повинні бути 20 см, 20 см.

Відповідь: 20; 20.

VII. Підбиття підсумків уроку. Виставлення оцінок

Рефлексія. Підсумок уроку проводимо у формі інтерактивної гри «Мікрофон». Уявіть собі: до вас завітав журналіст газети «Шкільні новини», який хоче дізнатися, що нового й цікавого ви дізналися на уроці. Тож, прошу відповідати на запитання, тримаючи в руках перехідний мікрофон.

1. Над якою темою працювали на уроці?
2. Що нового дізналися?
3. Чого навчилися?
4. Що виявилось складним на уроці?
5. Чим запам'ятався урок?
6. Де можна застосувати здобуту інформацію?

VII. Домашнє завдання

Вивчити алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значення на відрізку.

Виконати вправи:

1. За підручником Неліна Є. П. [67]: №1 (2, 4), №2 (2, 4), №5, №6, №8 (стор. 90).
2. За підручником Мерзляка А. Г. [62]: №13.2, №13.4, №13.6 (1), 13.8, 13.10 (1) (стор. 128).

Уроки у додатку Ж розроблено автором.

Додаток 3

Таблиця 3. 1

План вивчення теми «Похідна функції та її застосування» за профільним рівнем із використанням інтерактивних технологій (5 години на тиждень)

Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	№ уроку	Тема уроку	Мета уроку	Інтерактивні технології
<i>Похідна функції (14 годин)</i>				
<p>Пояснює геометричний і фізичний зміст похідної. Формулює означення похідної функції в точці, правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, необхідні й достатні умови екстремуму функції. Знаходить кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в даній точці. Знаходить похідні функцій.</p>	1.	Задачі, що приводять до поняття похідної	Сформувати поняття приросту аргументу та приросту функції; розглянути задачі, що приводять до поняття похідної; сформувати поняття похідної	Асоціативний куш
	2.	Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст	Працювати над засвоєнням означення похідної; сформувати вміння використовувати означення похідної для обґрунтування формул для обчислення похідних деяких функцій; сформувати поняття про геометричний та фізичний зміст похідної; сформувати вміння записувати рівняння дотичної до графіка функції в точці та знаходити швидкість і прискорення прямолінійного руху	Парна робота
	3.	Похідна степеневі та тригонометричних функцій	Працювати над закріпленням знань про зміст означення похідної функції в точці та схемою його застосування для обчислення похідних; вивести формули для обчислення похідних степеневі та тригонометричної функцій, використовуючи вивчене означення. Розпочати роботу з формування вмінь застосовувати виведені формули для обчислення значень похідних	Два – чотири – всі разом
	4.	Похідна суми, добутку і частки функцій	Сприяти засвоєнню учнями формулювання теорем про похідну суми, добутку і частки функції та навчити доводити ці теореми	Ажурна пилка

Продовж. табл. 3. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
	5.	Похідна суми, добутку і частки функцій	Закріпити знання учнів по похідну суми, добутку і частки функцій розв'язанням задач підвищеної складності	Ажурна пилка
	6.	Таблиця похідних	Формувати стійкі навички обчислення похідних функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання.; перевірити рівень засвоєння знань і вмінь шляхом проведення самостійної роботи	Робота в парах
	7.	Механічний (фізичний) зміст похідної	Працювати над закріпленням учнями змісту похідної з погляду фізики (механіки). Формувати вміння відтворювати зміст вивчених понять та використовувати їх зміст до розв'язування деяких фізичних задач	Навчаючи – учусь
	8.	Рівняння дотичної до графіка функції	Працювати над засвоєнням учнями змісту понять: січна графіка функції в точці, дотична до графіка в точці. Сформувати уявлення про вид рівняння дотичної до графіка функції в поданій точці. Сприяти засвоєнню схеми складання рівняння дотичної, навчити застосовувати цю схему до розв'язування задач	Ротаційні трійки

Продовж. табл. 3. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
	9.	Похідна складеної функції	Працювати над засвоєнням учнями змісту : поняття «складена» функція та супутніх понять (внутрішня функція, зовнішня функція); правила знаходження похідної складеної функції. Сформувати вміння: відтворювати зміст вивчених понять; розпізнавати складені функції, виконувати дії відповідно до правила знаходження похідних складених функцій	Мозковий штурм, акваріум
	10.	Похідна складеної функції	Удосконалити вміння застосовувати правило для обчислення похідної складеної функції до розв'язування задач	
	11.	Друга похідна. Похідні вищих порядків	Сформувати уявлення про функції двічі диференційовані на множині. Працювати над засвоєнням учнями вміння знаходити похідні вищих порядків	Карусель
	12.	Друга похідна. Похідні вищих порядків	Удосконалити вміння застосовувати правила обчислення похідних вищих порядків до розв'язування задач	
	13.	Розв'язування типових вправ	Узагальнити та систематизувати знання учнів із теми «Поняття похідної. Обчислення похідних»; провести огляд типових вправ із цієї теми	Робота в малих групах «Коло ідей»
	14.	Контрольна робота	Перевірити рівень засвоєння знань і вмінь учнів із теми «Похідна функції»	Робота в малих групах «Коло ідей»

Продовж. табл. 3. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
<i>Застосування похідної функції (22 години)</i>				
Застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції. Знаходить найбільше і найменше значення функції.	15.	Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа	Сприяти засвоєнню учнями формулювання теорем Ферма, Ролля, Лагранжа та навчити доводити ці теореми	Навчаючи – учусь
	16.	Ознаки сталості, зростання й спадання функції	Створити умови для засвоєння та вміння довести ознак сталості, зростання й спадання функції; сформулювати вміння застосовувати ці ознаки до розв'язування задач; сформулювати поняття монотонної функції	Мозковий штурм, два – чотири – всі разом
	17.	Ознаки сталості, зростання й спадання функції	Удосконалити вміння застосування ознак сталості, зростання й спадання функції до розв'язування задач	
	18.	Розв'язування вправ на дослідження спадання й зростання функції	Удосконалити вміння застосування ознак сталості, зростання й спадання функції до розв'язування задач; перевірити рівень засвоєння знань із цієї теми шляхом проведення самостійної роботи	
	19.	Точки екстремуму. Екстремуми функції	Сформулювати поняття критичних точок функції, точок екстремуму, екстремумів функції; домогтися засвоєння необхідної і достатньої умов екстремуму, алгоритму знаходження екстремумів функції; сформулювати вміння розв'язувати задачі, які передбачають використання цих понять, умов і алгоритму	Карусель

Продовж. табл. 3. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
<p><i>Досліджує</i> функції за допомогою похідної та <i>будує</i> графіки функцій.</p> <p><i>Розв'язує</i> прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин.</p> <p><i>Застосовує</i> результати дослідження функції за допомогою похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей та до доведення нерівностей.</p>	20.	Розв'язування вправ на дослідження функції на екстремум	Працювати над закріпленням змісту понять, вивчених на попередньому уроці (точка екстремуму функції, екстремум функції, необхідна і достатня умови екстремуму функції, схема дослідження функції на монотонність та екстремум); продовжити роботу з формування вмінь використовувати вивчені поняття для розв'язування задач підвищеної складності на дослідження функції	Карусель
	21.	Поняття опуклості функції, точки перегину	Працювати над доведенням ознак опуклості функції вниз та вгору; сприяти засвоєнню поняття «точка перегину»; розпочати працювати над розв'язуванням типових задач	Робота в малих групах «Коло ідей»
	22.	Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перетину	Формувати стійкі навички знаходження проміжків опуклості функції та точок її перетину	
	23.	Загальна схема дослідження функції для побудови її графіка	Повторити, систематизувати й узагальнити знання учнів про основні характеристики функцій, набуті ними у 7-10 класах. Працювати над засвоєнням учнями схеми дій під час дослідження функції для побудови її графіка; розпочати роботу з формування вмінь виконувати дії відповідно до складеної схеми та виконувати побудову ескізу графіка функції за здобутими результатами дослідження її властивостей	Мікрофон, незакінчені речення, акваріум

Продовж. табл. 3. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
<p><i>Описує</i> поняття опуклості функції та точок перегину. <i>Застосовує</i> другу похідну для знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину. <i>Досліджує</i> функції за допомогою першої та другої похідних і використовує одержані результати для побудови графіків функцій.</p>	24.	Розв'язування вправ на дослідження функції та побудови її графіка	Працювати над закріпленням знань схеми дослідження функції для побудови її графіка; продовжити роботу з формування вмінь виконувати дії відповідно до вивченої схеми та зображувати ескізи графіків функцій на основі проведених досліджень. Удосконалити навички дослідження функції з використанням першої і другої похідних	Карусель
	25.	Розв'язування вправ на дослідження функції та побудови її графіка	Відпрацьовувати знання і навички застосування першої і другої похідних (загальної схеми дослідження функції) для дослідження функції та побудови її графіків за допомогою проведеного дослідження та програми Advanced Grapher; перевірити рівень засвоєння знань із цієї теми шляхом проведення самостійної роботи	
	26.	Найбільше і найменше значення функції на відрізьку	Працювати над засвоєнням учнями змісту понять: найбільшого значення функції на відрізьку, найменшого значення функції на відрізьку; схеми знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізьку. Розпочати роботу з формування вмінь відтворювати зміст вивчених понять та виконувати дії відповідно до вивченої схеми для знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізьку	Мікрофон, незакінчені речення

Продовж. табл. 3. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
	27.	Розв'язування задач на знаходження найбільшого і найменшого значень функції	Працювати над засвоєнням учнями змісту понять: найбільшого значення функції на відрізку, найменшого значення функції на відрізку; схеми знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізку. Відпрацювати навички розв'язування задач на знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізку	Мікрофон, ротаційні трійки
	28.	Розв'язування задач на знаходження найбільшого і найменшого значень функції	Удосконалити навички розв'язування задач на знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізку. Розпочати роботу з формування вмінь учнів розв'язувати прикладні задачі на оптимізацію із використанням властивостей функцій, неперервних на відрізку.	
	29.	Застосування похідної під час розв'язування задач на оптимізацію в геометрії	Навчити застосовувати похідну під час розв'язання задач на найбільше і найменше значення в планіметрії та стереометрії	Мозковий штурм, карусель
	30.	Застосування похідної до розв'язування задач з параметрами	Навчити застосовувати похідну під час розв'язування задач з параметрами	Акваріум, мікрофон
	31.	Застосування похідної до доведення тотожностей	Працювати над застосуванням похідної до доведення тотожностей, спрощення виразів	Два – чотири – всі разом

Продовж. табл. 3. 1

<i>Програмові вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів</i>	<i>№ уроку</i>	<i>Тема уроку</i>	<i>Мета уроку</i>	<i>Інтерактивні технології</i>
	32.	Застосування похідної до розв'язування рівнянь	Навчити застосовувати похідну до розв'язування трансцендентних рівнянь	Робота в парах
	33.	Застосування похідної до розв'язування та доведення нерівностей	Працювати над застосуванням похідної до доведення та розв'язування нерівностей	Акваріум
	34.	Розв'язування трансцендентних рівнянь та нерівностей	Відпрацювати навички застосування похідної до розв'язування рівнянь та нерівностей; перевірити рівень засвоєння знань із цієї теми шляхом проведення самостійної роботи	
	35.	Розв'язування типових задач	Узагальнити та систематизувати знання учнів із теми «Застосування похідної функції»; провести огляд типових задач	Робота в малих групах «Коло ідей»
	36.	Контрольна робота	Перевірити рівень засвоєння знань і вмінь учнів із теми «Застосування похідної функції»	

Додаток 3 розроблено автором, спираючись на: [108], [112].

Приклади розробок уроків із застосуванням інтерактивних технологій при вивченні математики на профільному рівні

Уроки 24, 25 (нумерація згідно таблиці додатку 3)

Тема: Розв'язування вправ на дослідження функції та побудови її графіка

Дидактична мета: працювати над закріпленням знань схеми дослідження функції для побудови її графіка; продовжити роботу з формування вмінь виконувати дії відповідно до вивченої схеми та зображувати ескізи графіків функцій на основі проведених досліджень та за допомогою комп'ютерної програми *Advanced Grapher*. Удосконалити навички дослідження функції з використанням першої і другої похідних.

Розвивальна мета: розвивати розумову діяльність, навички групової комунікації, пізнавальну самостійність, потребу в самоосвіті.

Виховна мета: виховувати культуру письма та графічну культуру учнів; формувати вміння раціонально використовувати робочий час; виховувати науковий світогляд учнів.

Тип уроку: застосування знань, вироблення вмінь та навичок.

Обладнання: комп'ютер (ноутбук), комп'ютерна програма *Advanced Grapher*, картки із зображенням різноманітних функцій, плакат «Алгоритм дослідження властивостей функції».

Епіграф: Математика цікава тоді, коли дає поживу нашій винахідливості до міркувань (*Д. Пойа*)

Інтерактивні технології: «Мікрофон» (на етапі актуалізації опорних знань); «Карусель» (на етапі формування вмінь та навичок).

Хід уроку

I. Організаційний момент

До дзвоника на урок учитель оформлює записи на дошці, вивішує таблиці, висловлення, готує програми на екранах моніторів з окремими кадрами, необхідними для уроку.

II. Перевірка домашнього завдання

Учитель відповідає на питання учнів, які виникли під час виконання домашнього завдання. Наприкінці уроку збирає зошити для перевірки якості виконання домашнього завдання.

III. Актуалізація опорних знань

Інтерактивна технологія «Мікрофон»

1. Повторення алгоритму дослідження функції:

- 1) область визначення функції;
- 2) нулі функції та точки перетину графіка з віссю ординат;
- 3) проміжки знакосталості;
- 4) парність, непарність функції;
- 5) періодичність функції;
- 6) проміжки зростання та спадання функції;
- 7) критичні точки й екстремуми функції;
- 8) опуклість функції, точки перегину;
- 9) асимптоти (вертикальні, горизонтальні, похилі) графіка функції;
- 10) побудова графіка функції.

Пропонуємо учням дати означення кожної із властивостей функції.

2. Серед графіків функцій, зображених на рисунках И. 1. – И. 12., визначити, які з них є:

- 1) парними;
- 2) непарними;
- 3) ні парними, ні непарними;
- 4) періодичними;
- 5) лише зростаючими;
- 6) лише спадними;
- 7) симетричними відносно осі Oy ;
- 8) симетричними відносно початку координат;
- 9) обмеженими;
- 10) графіки яких мають асимптоти.

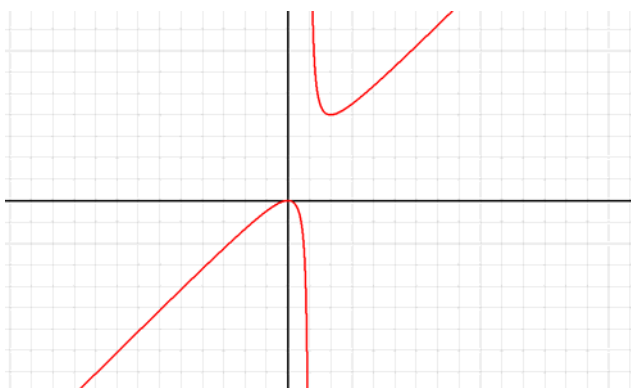
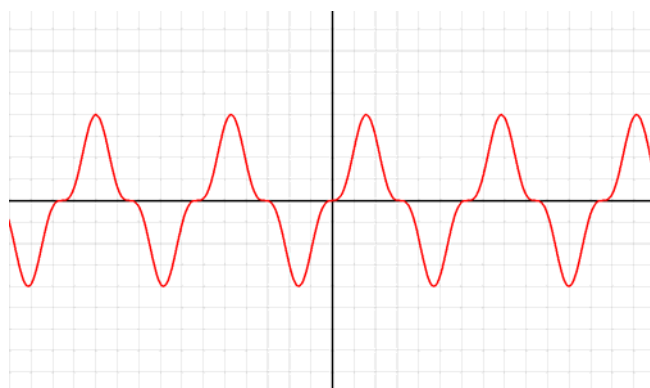
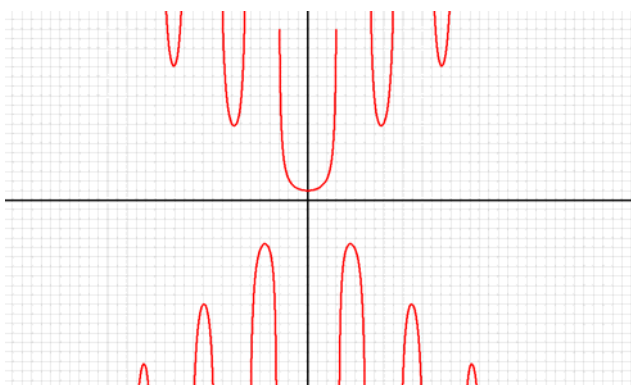
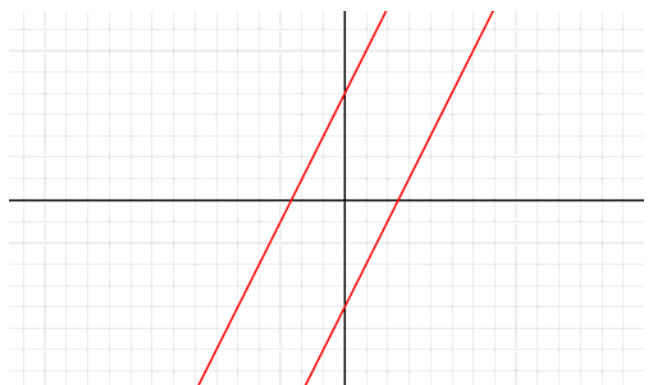
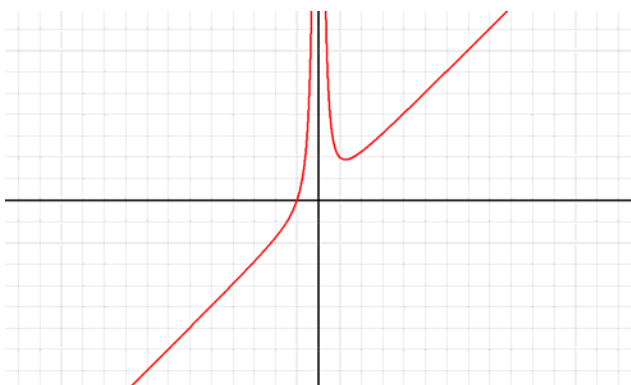
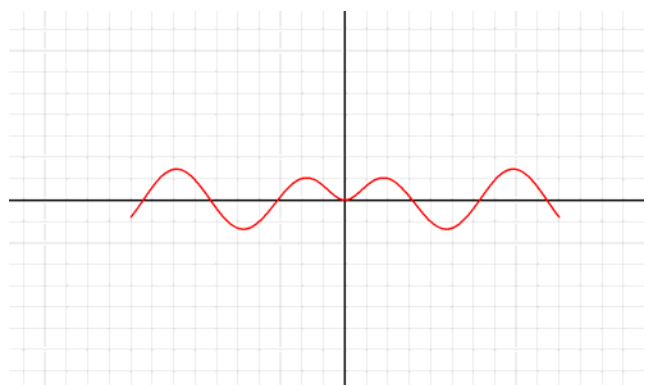
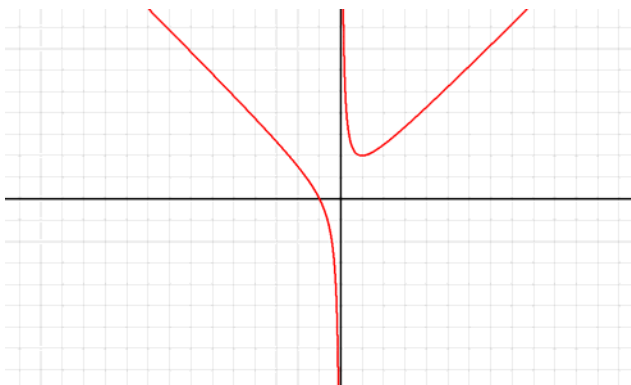
*Рис. II. 1.**Рис. II. 2.**Рис. II. 3.**Рис. II. 4.**Рис. II. 5.**Рис. II. 6.**Рис. II. 7.**Рис. II. 8.*



Рис. II. 9.



Рис. II. 10.

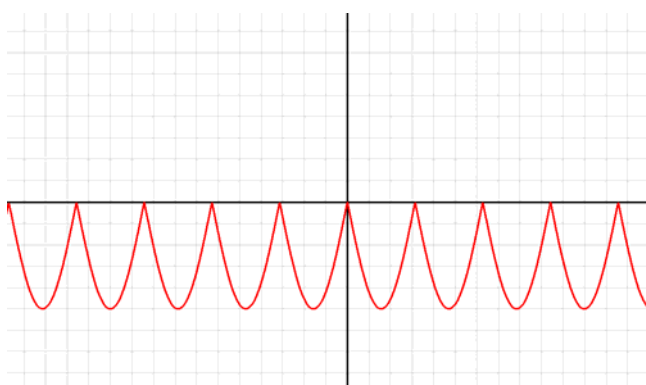


Рис. II. 11.

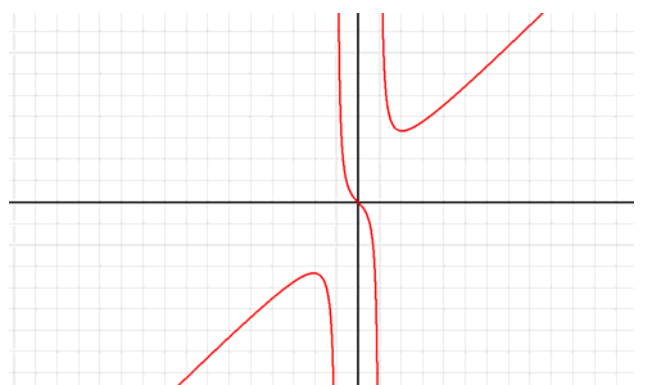


Рис. II. 12.

IV. Мотивація навчальної діяльності. Історичні відомості

З метою мотивації навчальної діяльності та розширення наукового світогляду учнів вчитель розповідає короткий історичний матеріал, застосовуючи презентацію із фотографіями визначних математиків, які вклали внесок у відкриття та розвиток похідної.

Похідна – одне з фундаментальних понять математики. Відкриттю похідної і основ диференціального числення передували роботи французького математика і юриста *П'єра Ферма* (1601–1665), який у 1629 р. запропонував спроби знаходження найбільших і найменших значень функцій, проведення дотичних до довільних кривих, що фактично спиралися на застосування похідних. Цьому сприяли також роботи *Рене Декарта* (1596–1650), який розробив метод координат і основи аналітичної геометрії. Лише в 1666 р. англійський математик і механік *І. Ньютон* (1643–1727) і дещо пізніше видатний німецький філософ і математик *Готфрід Вільгельм Лейбніц* (1646–1716) незалежно один від одного

відкрили теорію диференціального числення. І. Ньютон прийшов до поняття похідної, розв'язуючи задачі про миттєву швидкість, а Лейбніц – розв'язуючи геометричну задачу про проведення дотичної кривої. Термін «похідна» увів у 1797 р. французький математик *Жозеф Луї Лагранж* (1736–1813). Саме він ввів сучасне позначення для похідної у вигляді y' та f' . Термін «похідна» є буквально перекладом відповідного французького слова *dérivée*, яке досить влучно пояснює зміст цього поняття: функція $f'(x)$ у певному розумінні походить від функції $f(x)$, тобто є похідною від неї. До Лагранжа похідну за пропозицією Лейбніца називали диференціальним коефіцієнтом і позначили $\frac{dy}{dx}$. Позначення

Лейбніца виявилось дуже вдалим, оскільки чітко відображало саме походження похідної – як границі відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Тому його часто використовують і в сучасних курсах аналізу. Ньютон, який у своїх підходах до обґрунтування математичного аналізу широко застосовував фізичні уявлення, похідну назвав флюексією (дослівно з латини – «витіканням»), а саму функцію – флюентною (дослівно – «текучістю»). Ці терміни Ньютона не прищепилися.

Терміни ж «диференціальний», «диференційована» тощо, які тою чи іншою мірою пов'язані з поняттям похідної, відображають той суттєвий аспект утворення поняття похідної, який пов'язаний із знаходженням різниць $f(x) - f(x_0) = \Delta y$ та $x - x_0 = \Delta x$ (слово *differential* у перекладі з латини означає «різниця»).

Велику роль у розвитку диференціального числення відіграв *Л. Ейлер*, який написав «Диференціальне числення» (1755).

За допомогою диференціального числення було розв'язано цілу низку задач теоретичної механіки, фізики та астрономії. Зокрема, використовуючи методи диференціального числення, вчені передбачили повернення комети Галлея, що стало тріумфом науки XVIII ст.

За допомогою саме цих методів математики у XVIII та XIX ст. вивчали різні криві: знайшли криву, якою найшвидше падає матеріальна точка; навчилися знаходити кривизну ліній.

І тепер поняття похідної широко застосовується в різних галузях науки та техніки, зокрема, в математиці часто виникає потреба зобразити графік функції, що задано формулою. Це можна виконати досить точно, якщо знати властивості цієї функції.

V. Повідомлення теми та мети уроку

Тема уроку: «Розв'язування вправ на дослідження функції та побудови її графіка». На сьогоднішньому уроці ви повинні відпрацювати навички застосування першої і другої похідних (загальної схеми дослідження функції) для дослідження функції та побудови її графіків за допомогою проведеного дослідження та програми Advanced Grapher.

VI. Формування вмінь, вироблення навичок учнів

Для того щоб зробити наш урок ефективнішим і цікавішим, працювати ми будемо, застосовуючи інтерактивну технологію «Карусель».

Інтерактивна технологія «Карусель»

Учні сидять у двох колах обличчям один до одного. Внутрішнє коло нерухоме, а зовнішнє рухається. Учитель вивішує на дошці завдання (або проєктується за допомогою комп'ютера на екран), учні розв'язують його в парах. За сигналом вчителя відбувається заміна партнерів, і робота вже продовжується у складі інших пар. Учитель контролює роботу класу.

Зауваження. Враховуючи, громіздкість одного завдання вчителіві доцільно карусель «рухати» після виконання у парі трьох етапів із загальної схеми дослідження функції.

Завдання 1

Дослідити функцію $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 2}$ і побудувати її графік.

Розв'язання

1. Функція визначена на множині $D(f) = (-\infty; \sqrt[3]{2}) \cup (\sqrt[3]{2}; +\infty)$.

2. Розв'язавши рівняння $\frac{x^4}{x^3 - 2} = 0$, установлюємо, що $x = 0$ – єдиний нуль даної функції. Отже, $(0;0)$ – єдина точка перетину з осями координат, тобто графік функції проходить через початок координат.

3. Знаходимо проміжки знакосталості f (застосовуючи метод інтервалів): установлюємо, що $f(x) > 0$ при $x \in (\sqrt[3]{2}; +\infty)$ і $f(x) < 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \sqrt[3]{2})$.

4. Оскільки область визначення не симетрична відносно початку координат, то одразу можна стверджувати, що дана функція не є ні парною, ні непарною.

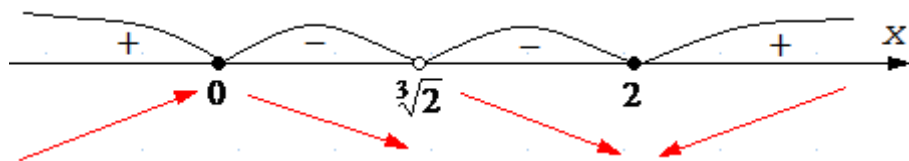
5. Функція не періодична.

6-7. Знайдемо похідну заданої функції:

$$f'(x) = \frac{4x^3 \cdot (x^3 - 2) - x^4 \cdot 3x^2}{(x^3 - 2)^2} = \frac{x^6 - 8x^3}{(x^3 - 2)^2} = \frac{x^3(x^3 - 8)}{(x^3 - 2)^2}$$

Визначимо, при яких значеннях змінної x похідна функції дорівнює нулю або не існує: $f'(x) = 0$ при $\begin{cases} x = 0, \\ x = 2; \end{cases}$ $f'(x)$ не існує при $x = \sqrt[3]{2}$.

Нанесемо здобуті значення змінної на числову вісь та визначимо знак похідної в цих проміжках:



Функція $f(x)$ зростає на проміжках $(-\infty; 0]$ і $[2; +\infty)$.

Функція $f(x)$ спадає на проміжках $[0; \sqrt[3]{2})$ і $(\sqrt[3]{2}; 2]$.

$x_{\min} = 2$, $y_{\min} = f(2) = \frac{8}{3}$; $(2; \frac{8}{3})$ – точка мінімуму.

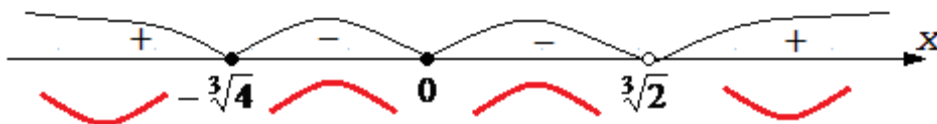
$x_{\max} = 0$, $y_{\max} = f(0) = 0$; $(0; 0)$ – точка максимуму.

8. Визначимо другу похідну заданої функції:

$$f''(x) = \frac{12x^2(x^3 + 4)}{(x^3 - 2)^3}$$

З'ясуємо, що при $\begin{cases} x=0, \\ x=-\sqrt[3]{4} \end{cases} f''(x)=0$, а при $x=\sqrt[3]{2}$ $f''(x)$ не існує. Нане-

семо здобути значення змінної на числову вісь та визначимо знак другої похідної на цих проміжках:



Отже, $x = -\sqrt[3]{4}$ – точка перегину і $f(-\sqrt[3]{4}) = -\frac{2\sqrt[3]{4}}{3}$; $\left(-\sqrt[3]{4}; -\frac{2\sqrt[3]{4}}{3}\right)$.

Функція f є опуклою вниз на проміжках $(-\infty; -\sqrt[3]{4}]$ і $[\sqrt[3]{2}; +\infty)$.

Функція f є опуклою догори на проміжку $[-\sqrt[3]{4}; \sqrt[3]{2}]$

9. Пряма $x = \sqrt[3]{2}$ – вертикальна асимптота графіка даної функції.

Загальний вигляд похилої асимптоти (сюди ж відносимо і горизонтальні асимптоти) має вигляд: $y = kx + b$.

Визначимо k і b за формулами: $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx)$.

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3 - 2} = 1, \quad b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^4}{x^3 - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x}{x^3 - 2} \right) = 0.$$

Отже, $y = x$ – похила асимптота графіка функції.

10. Ураховуючи отримані результати, будуємо у зошитах графік функції. Після побудови графіка функції в зошитах учням пропонується побудувати графік функції на комп'ютері з використанням програми Advanced Grapher (рис. И. 13).

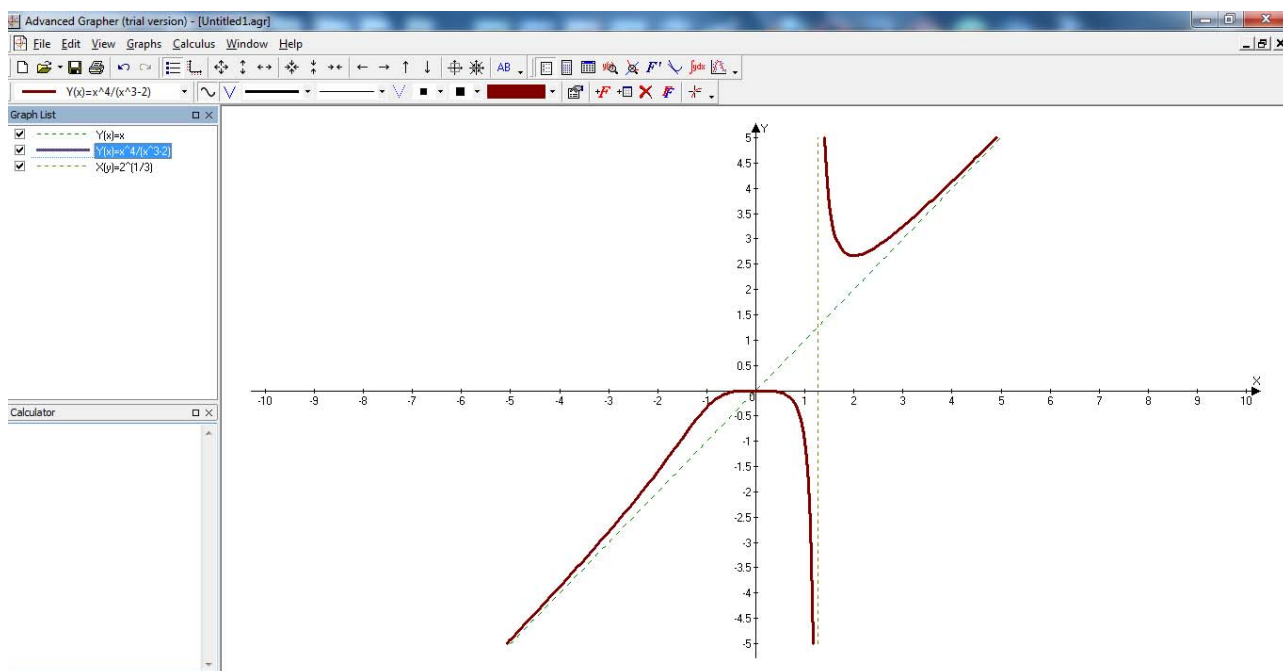


Рис. И. 13.

Завдання 2 Дослідити функцію $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2}$ і побудувати її графік (рис. И. 14)

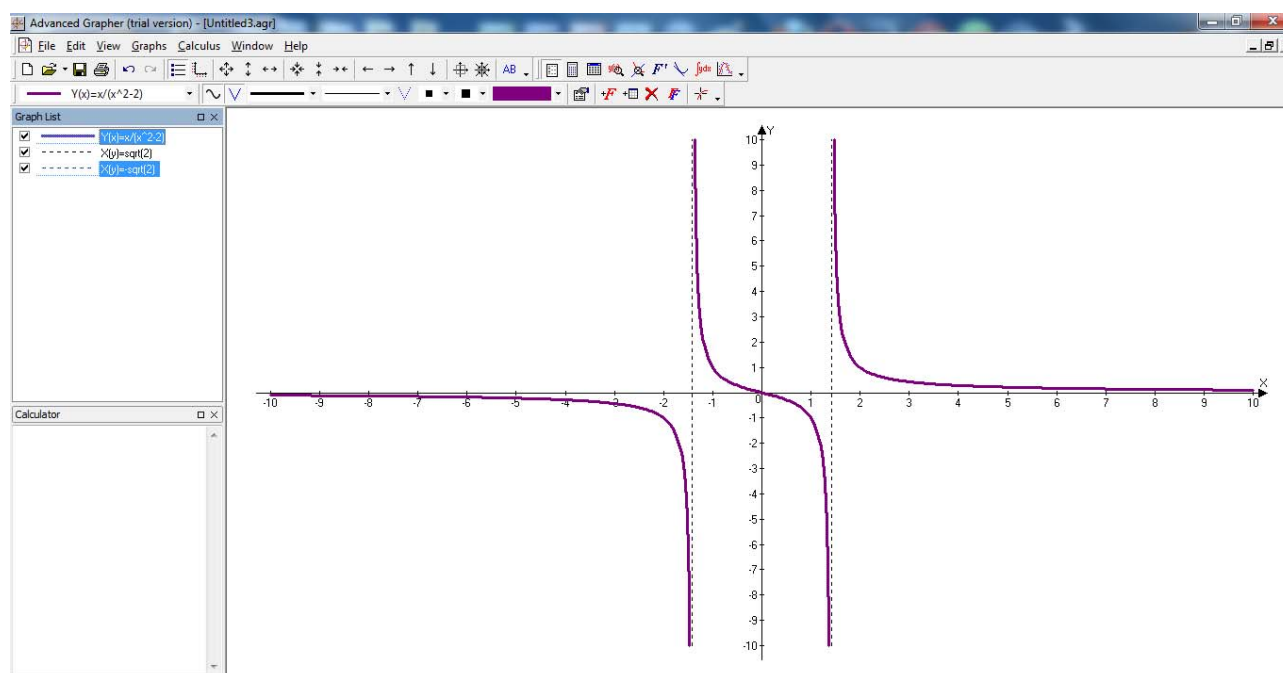


Рис. И. 14.

Завдання 3

Дослідити функцію $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$ і побудувати її графік (рис. И. 15).

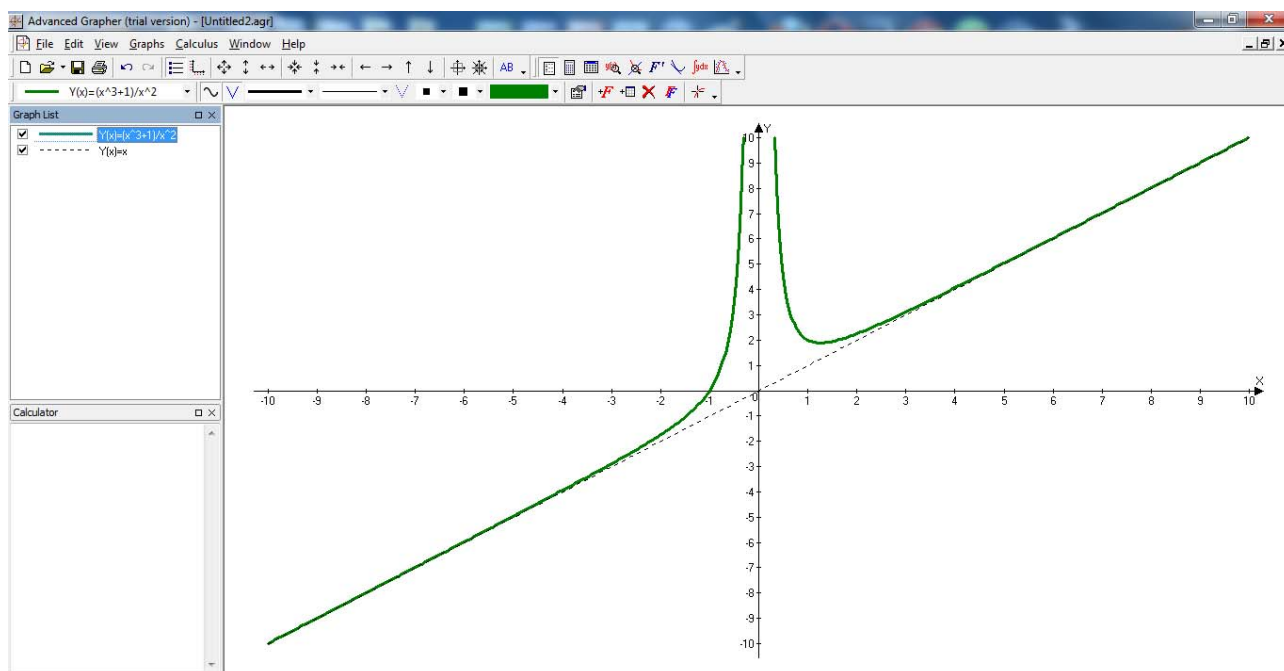


Рис. И. 15.

Завдання 4

Дослідити функцію $f(x) = 3\cos x - \cos 3x$ і побудувати її графік (рис. И. 16).

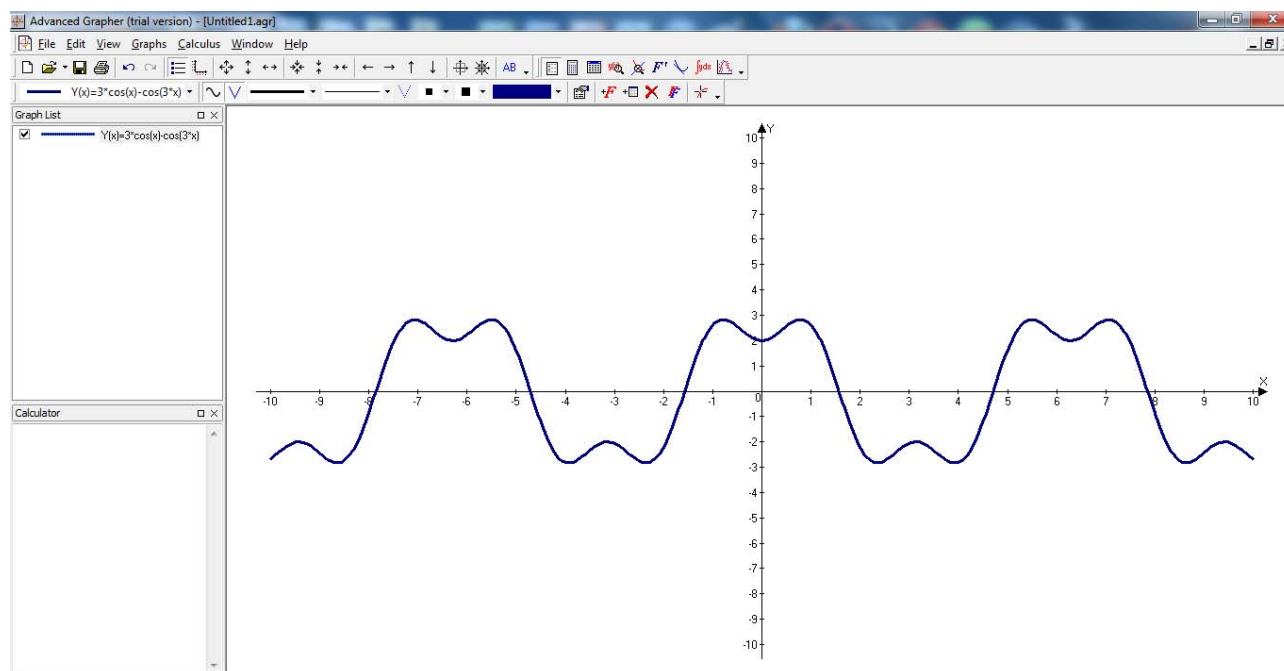


Рис. И. 16.

VII. Підсумки уроку

Рефлексія. Виділити інформативне ядро навчального матеріалу.

Які прийоми навчальної діяльності сприяли кращому усвідомленню навчального матеріалу?

Я добре навчився ..., необхідно попрацювати над ...

VIII. Домашнє завдання

Вивчити алгоритм дослідження функції та побудови її графіка.

Розв'язати:

1. За підручником Неліна Є. П. [67]: №3 (1, 3, 5, 7) (стор. 136).
2. За підручником Мерзляка А. Г. [62]: №15.4 (2, 4), №15.8 (1, 3) (стор. 148).

Урок 30

Тема: Застосування похідної до розв'язування задач з параметрами (нумерація згідно таблиці додатку 3)

Дидактична мета: навчити застосовувати похідну під час розв'язування задач з параметрами.

Розвивальна мета: розвивати пізнавальний інтерес, навички колективної праці, вміння використовувати сформовані знання, навички й уміння в нових ситуаціях; формувати навички взаємоконтролю та самоконтролю.

Виховна мета: виховувати працьовитість, охайність ведення записів, вміння об'єктивно оцінювати результати індивідуальної і колективної роботи; прищеплювати бажання мати якісні, глибокі знання, доводити розпочату роботу до кінця; виховувати зібраність, організованість, відповідальність та вимогливість до себе.

Тип уроку: застосування знань, засвоєння вмінь та навичок.

Обладнання: правила інтерактивної технології «Акваріум» (роздатковий матеріал для кожної групи учнів).

Епіграф: Будь-яка наука досягає вершин лише тоді, коли вона користується математикою (Карл Маркс).

Інтерактивні технології: «Мікрофон» (на етапі актуалізації опорних знань); «Акваріум» (на етапі формування вмінь та навичок).

Хід уроку

I. Організаційний момент

Учитель вітається з учнями, налаштовує школярів на плідну працю. Далі об'єднує учнів у гетерогенні групи з урахуванням соціонічних типів (по квадратах). На посаду головуючих-спікерів мікрогруп (квадральних груп) доцільніше призначати носіїв сенсорного типу. Зокрема, у першій квадранті головою може бути естико-сенсорний екстраверт, у четвертій – логіко-сенсорний екстраверт, у другій та третій квадрантах однозначно слід обрати відповідно сенсорно-логічного екстраверта та сенсорно-етичного екстраверта, які є природженими лідерами.

II. Перевірка домашнього завдання

Перевірка учнями-наставниками, їх звіт.

III. Актуалізація опорних знань

Інтерактивна технологія «Мікрофон»

1) *Що таке похідна функції в точці?*

[Похідною функції $y = f(x)$ у точці x_0 , називають границю відношення приросту функції в точці x_0 до приросту аргументу, коли приріст аргументу прямує до нуля]

2) *Назвіть правила знаходження похідних.*

[Похідна від сталої функції дорівнює нулю. Сталий множник можна виносити за знак похідної. Похідна алгебраїчної суми диференційованих функцій дорівнює алгебраїчній сумі їх похідних. $(uv)' = u'v + v'u$. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$. Якщо $y = f(u(x))$, то $y'_x = f'_u \cdot u'_x$]

3) *Який геометричний зміст похідної?*

[Значення похідної в точці x_0 дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної до графіка функції в точці з абсцисою x_0 і дорівнює кутовому коефіцієнту цієї дотичної]

4) *Як визначити критичні точки функції?*

[Критичні точки – внутрішні точки області визначення, у яких $f'(x)$ дорівнює нулю або не існує]

5) *Які функції є зростаючими? Спадними?*

[Якщо $f'(x) > 0$ у кожній точці інтервалу $(a;b)$, то функція $f(x)$ зростає на цьому інтервалі. Якщо $f'(x) < 0$ у кожній точці інтервалу $(a;b)$, то функція $f(x)$ спадає на цьому інтервалі]

6) *Як визначити проміжки монотонності функції?*

[Варто користуватися схемою: 1. Знайти область визначення функції. 2. Знайти похідну $f'(x)$. 3. Знайти критичні точки. 4. Позначити критичні точки на області визначення. 5. Знайти знак похідної і характер поведінки функції на кожно-

му інтервалі: якщо в кожній точці інтервалу $(a;b)$ $f'(x) > 0$, то функція $f(x)$ зростає на цьому інтервалі; якщо в кожній точці інтервалу $(a;b)$ $f'(x) < 0$, то функція $f(x)$ спадає на цьому інтервалі]

7) Як, не будуючи графіка, визначити екстремальні точки?

[Варто користуватися схемою: 1. Знайти область визначення функції. 2. Знайти похідну $f'(x)$. 3. Знайти критичні точки. 4. Позначити критичні точки на області визначення. 5. Знайти знак похідної і характер поведінки функції на кожному інтервалі. 6. Відносно кожної критичної точки визначити, чи є вона точкою максимуму або мінімуму, чи не є точкою екстремуму: якщо у точці x_0 знак функції $f'(x)$ змінюється з «–» на «+», то x_0 – точка мінімуму; якщо у точці x_0 знак функції $f'(x)$ змінюється з «+» на «–», то x_0 – точка максимуму]

8) Як визначити найбільше й найменше значення функції на відрізку?

[Потрібно користуватися такою схемою: 1. Знайти критичні точки функції $f(x)$, які належать відрізку $[a;b]$. 2. Обчислити значення функції в знайдених критичних точках і на кінцях розглядуваного відрізка. 3. З усіх знайдених значень обрати найбільше і найменше]

9) Як визначити за допомогою похідної рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ в точці x_0 ?

[Користуватися схемою: 1. Обчислити $f(x_0)$. 2. Знайти $f'(x)$ і обчислити $f'(x_0)$. 3. Підставити знайдені значення x_0 , $f(x_0)$, $f'(x_0)$ у рівняння дотичної $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$]

IV. Мотивація навчальної діяльності

Дорогі діти! Дуже хочу, щоб ви пам'ятали слова К. Маркса: «Будь-яка наука досягає вершин лише тоді, коли вона користується математикою».

Ви засвоїли одне із фундаментальних понять алгебри і початків аналізу – похідну. І, мабуть, у вас виникло питання: «А навіщо?»

На попередніх уроках ви ознайомлювались із застосуванням похідної для дослідження та побудови графіків функції, знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відрізку, розв'язування задач на оптимізацію в геометрії. Ми продовжуємо з вами розв'язувати прикладні задачі, які вимагають знань похідної. Зараз ви дізнаєтесь, чим ми будемо займатися на уроці, погравши в математичне лото (актуалізація опорних знань продовжується, переплітаючись із зацікавленням учнів темою уроку).

Математичне лото «Похідна функції»

На дошці записані функції (або використовується комп'ютер з проектором). А на столі вчителя розкладені картки, на звороті яких записані відповідні похідні заданих функцій та певна буква. До дошки викликаються по одному представнику кожної з груп, яким необхідно знайти відповідність між записаними функціями та їх похідними.

$y = \sin 1,2$	$y = x^{\frac{1}{7}}$	$y = 2 \cdot (2x + 7)^5$	$y = \cos 5x$	$y = x - e$
$y' = 0$	$y' = \frac{1}{7x^{\frac{6}{7}}}$	$y' = 20 \cdot (2x + 7)^4$	$y' = -5 \sin 5x$	$y' = 1$
З	У	С	Т	Р

$y = x^3 + 5x^2 + 9x$	$y = 2^x$	$y = \operatorname{tg} 2x$	$y = \frac{\sin x}{\cos x}$	$y = \cos^2 x$
$y' = 3x^2 + 10x + 9$	$y' = 2^x \ln 2$	$y' = \frac{2}{\cos^2 2x}$	$y' = \operatorname{tg}^2 x + 1$	$y' = -2 \sin 2x$
І	Ч		З	

$y = x \cos x$	$y = x^2 + 2e^x$	$y = (5x - 4)(2x + 1)$	$y = x \ln x$	$y = \sqrt{x} - \sqrt{\pi}$
$y' = \cos x - x \sin x$	$y' = 2(x + e^x)$	$y' = 20x - 3$	$y' = \ln x + 1$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
П	А	Р	А	М

$y = \left(21 - \frac{1}{x}\right)(\sin x - x)$	$y = \frac{x}{x+1}$	$y = \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{2} - x$	$y = 25x^2$	$y = \cos x \operatorname{tg} x$
$y' = \frac{\sin x - x}{x^2} + \left(21 - \frac{1}{x}\right)(\cos x - 1)$	$y' = \frac{1}{(x+1)^2}$	$y' = \frac{x^2}{3} + x - 1$	$y' = 50x$	$y' = \cos x$
Е	Т	Р	О	М

V. Повідомлення теми та мети уроку

Як ви зрозуміли з напису, викладеного з карток на дошці, ми сьогодні познайомимося з багатьма цікавими задачами – задачами з параметром. Тому тема нашого уроку: «Застосування похідної до розв’язування задач з параметрами». На уроці ви повинні навчитися застосовувати похідну під час розв’язування задач з параметрами.

VI. Формування вмінь та навичок

Перш, ніж приступати до розв’язування задач, учні повинні згадати (у разі потреби вчитель повинен нагадати учням) ті орієнтири, які використовувались для розв’язування завдань з параметрами в 10 класі. Зокрема, якщо в завданні з параметрами йдеться про кількість розв’язків рівняння (нерівності або системи), то для аналізу заданої ситуації зручно використати графічну ілюстрацію розв’язування.

Інтерактивна технологія «Акваріум»

Учні об’єднані у чотири групи (за соціонічними типами). У кожній групі є учні різного рівня навчальних досягнень. Це необхідно для стимулювання творчого мислення й інтенсивного обміну ідеями. Кожна з груп отримує завдання. Одна з груп сідає у центр класу й починає обговорення запропонованого вчителем завдання вголос. Інші учні спостерігають за дискусією. Через 3-5 хвилин головуючий групи записує на дошці, інші записують у зошитах. Учні класу, які спостерігали за роботою групи, оцінюють правильність розв’язання

та аналізують пошукові дії учнів. Вони також можуть ставити запитання, бути опонентами. Далі місце в «акваріумі» займає інша група.

Акваріум – правила роботи (*роздатковий матеріал для учнів*)

Такий вид діяльності на уроці допоможе вам вдосконалити навички роботи в малих групах.

Після того як учитель об'єднав вас у чотири групи і запропонував завдання для виконання та необхідну інформацію, одна з груп сідає в центр класу (або на початку середнього ряду в класі, де стоять парти) та утворює своє маленьке коло.

Учні цієї групи починають обговорювати запропоноване вчителем завдання. Групі, що працює, для виконання завдання необхідно:

- прочитати вголос задачу;
- обговорити її в групі, використовуючи метод дискусії;
- дійти спільного рішення за 3-5 хв.

Всі інші учні класу мають тільки слухати, не втручаючись в хід обговорення, спостерігають, чи відбувається дискусія за визначеними правилами дискусії. Після закінчення 3-5 хвилин група займає свої місця, а клас обговорює:

- чи погоджуєтесь ви з думкою (розв'язанням) групи;
- чи була ця думка достатньо аргументована, доведена;
- який з аргументів ви вважаєте найбільш переконливим.

Після цього місце в «Акваріумі» займає інша група та розв'язує наступну задачу.

Усі групи по черзі мають побувати в «Акваріумі», і діяльність кожної з них мусить бути обговорена класом.

Завдання для груп (із зазначенням можливого способу розв'язання задачі)

I група

При яких значеннях a і b усі екстремуми функції $f(x) = a^2x^3 + ax^2 - x + b$ від'ємні і максимум знаходиться в точці $x_0 = -1$?

Розв'язання. Знайдемо похідну заданої функції: $f'(x) = 3a^2x^2 + 2ax - 1$.
Визначимо, при яких значеннях змінної похідна функції дорівнює нулю або не існує. Оскільки функція, що є похідною заданої функції, визначена при $x \in R$, то розв'яжемо рівняння:

$$3a^2x + 2ax - 1 = 0; \quad \frac{D}{4} = a^2 + 3a^2 = 4a^2; \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{a}, \\ x_2 = \frac{1}{3a}. \end{cases}$$

Якщо точка максимуму знаходиться в точці $x_0 = -\frac{1}{a}$, маємо: $-\frac{1}{a} = -1$,
 $a = 1$. При $a = 1$: $f(x) = x^3 + x^2 - x + b$; оскільки $f(-1) < 0$ за умовою, дістаємо:
 $1 + b < 0$, $b < -1$, $b \in (-\infty; -1)$.

Якщо точка максимуму знаходиться в точці $x_0 = \frac{1}{3a}$, маємо: $\frac{1}{3a} = -1$,
 $a = -\frac{1}{3}$.

При $a = -\frac{1}{3}$: $f(x) = -\frac{x^3}{9} - \frac{x^2}{3} - x + b$; $f(-1) = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} + 1 + b = \frac{7}{9} + b$; оскільки $f(-1) < 0$ за умовою, маємо: $\frac{7}{9} + b < 0$, $b < -\frac{7}{9}$, $b \in \left(-\infty; -\frac{7}{9}\right)$.

Відповідь: при $a = 1$: $b \in (-\infty; -1)$; при $a = -\frac{1}{3}$: $b \in \left(-\infty; -\frac{7}{9}\right)$.

II група

При яких значеннях параметра a функція
 $f(x) = x^3 - 3(a-1)x^2 + 3(a-1)x - 27$ зростає при всіх $x \in R$?

Розв'язання. Знайдемо похідну заданої функції:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x(a-1) + 3(a-1).$$

Для того, щоб задана функція зростала при всіх $x \in R$, необхідно, щоб виконувалась нерівність $f'(x) > 0$ при $x \in R$. Оскільки графіки функції $f'(x)$ є

парабола, вітки якої спрямовані догори, то для виконання нерівності необхідно дотримуватись наступних мов:

- 1) рівняння $3x^2 - 6x(a-1) + 3(a-1) = 0$ не має коренів;
- 2) значення функції у вершині параболи додатне.

Отже, розв'яжемо систему нерівностей:
$$\begin{cases} y_{\epsilon} > 0, \\ D < 0. \end{cases}$$

$$x^2 - 2x(a-1) + a-1 = 0, \quad \frac{D}{4} = (a-1)^2 - (a-1) = (a-1)(a-2);$$

$$y_{\epsilon} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{D}{4a}; \quad y_{\epsilon} = (a-1)(2-a).$$

З цього випливає необхідність розв'язати наступну нерівність $(a-2)(a-1) < 0$. Отже, $a \in (1;2)$.

Розглянемо випадки, коли $a = 1$ та $a = 2$.

При $a = 1$: $f'(x) = 3x^2 > 0$.

При $a = 2$: $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 > 0$. Отже, $a \in [1;2]$.

Відповідь: $a \in [1;2]$.

III група

Знайдіть усі значення a , при яких $\cos 2x + \frac{a}{\sin x} = -7$ має хоча б один корінь.

Розв'язання. ОДЗ: $\sin x \neq 0$. На цій ОДЗ задане рівняння рівносильне рівнянням $1 - 2\sin^2 x + \frac{a}{\sin x} = -7$, $a = 2\sin^3 x - 8\sin x$.

Заміна $\sin x = t$ (де $t \in [-1;1]$ і $t \neq 0$ за ОДЗ) дає рівносильне рівняння $2t^3 - 8t = a$. Для заданого рівняння вимога задачі буде виконуватись тоді і тільки тоді, коли це рівняння матиме хоча б один ненульовий корінь у проміжку $[-1;1]$. Для цього достатньо забезпечити, щоб число a входило до області значень функції $f(t) = 2t^3 - 8t$ при $t \in [-1;1]$ і $t \neq 0$. Знайдемо область значень. По-

хідна $f'(t) = 6t^2 - 8$ існує на всій числовій прямій, і $f'(t) = 0$ при $6t^2 - 8 = 0$, $t = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ (критичні точки не входять до відрізка $[-1; 1]$, оскільки $\frac{2}{\sqrt{3}} > 1$).

Отже, на всьому заданому відрізку $f'(t)$ зберігає свій знак. Оскільки $f'(t)$ зберігає свій знак. Оскільки $f'(0) = -8 < 0$, то $f'(t) < 0$ при $t \in [-1; 1]$, тобто функція $f(t)$ спадає на $[-1; 1]$. Тоді її найбільше значення на цьому відрізку дорівнює $f(-1) = 6$, а найменшим є $f(1) = -6$.

Ураховуючи, що $f(0) = 0$, одержуємо, що при $t \in [-1; 1]$ і $t \neq 0$ неперервна функція $f(t)$ набуває всіх значень із проміжків $[-6; 0)$ і $(0; 6]$. Саме при цих значеннях a і буде виконуватися вимога задачі.

Відповідь: $[-6; 0) \cup (0; 6]$.

IV група

Знайдіть найменше значення k , при якому графік функції $y = (k-1)x^2 + 2kx + 3k - 2$ дотикається до осі абсцис.

Розв'язання. За умовою задачі вісь абсцис (яка має рівняння $y = 0$ і кутовий коефіцієнт 0) має бути дотичною до графіка функції

$$y = f(x) = (k-1)x^2 + 2kx + 3k - 2.$$

Якщо x_0 – абсциса точки дотику, то, ураховуючи геометричний зміст похідної, одержуємо $f'(x_0) = 0$. Дотичною буде саме вісь абсцис (а не паралельна їй пряма, яка має такий самий кутовий коефіцієнт), якщо $f(x_0) = 0$.

Оскільки $f'(x) = 2(k-1)x + 2k$, $f'(x) = 0$, то $2(k-1)x + 2k = 0$.

При $k = 1$ останнє рівняння не має розв'язку (одержуємо рівняння $0 \cdot x + 2 = 0$).

При $k \neq 1$ одержуємо: $(k-1)x = -k$, $x = -\frac{k}{k-1} = x_0$.

$$\text{Тоді } f(x_0) = (k-1)\frac{k^2}{(k-1)^2} - \frac{2k^2}{k-1} + 3k - 2 = \frac{2k^2 - 5k + 2}{k-1}.$$

З'ясуємо, при яких k значення $f(x_0) = 0$. Ураховуючи, що $k \neq 0$, одержуємо $2k^2 - 5k + 2 = 0$. Звідси $k_1 = 2$, $k_2 = 0,5$.

Отже, при цих значеннях k графік функції $f(x)$ дотикається до осі абсцис. Найменше з цих значень $k = 0,5$.

Відповідь: 0,5.

VII. Підбиття підсумків уроку. Виставлення оцінок

Рефлексія. Учні оцінюють свою роботи: що вдалося зробити, над чим ще необхідно попрацювати. Проводиться класифікація припущених помилок.

Учитель підбиває остаточні підсумки роботи учнів на уроці, виставляє оцінки.

VIII. Домашнє завдання

Виконати вправи: за підручником Неліна Є. П. [67]: №1, №3, №7, №10 (стор. 155).

1. Знайдіть усі значення параметра a , при яких функція

$$y = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 - (a - 1)x^2 + 2x + 1 \text{ зростає для всіх } x \in R.$$

3. Знайдіть найбільше значення k , при якому графік функції

$$y = x^2 + 2(k + 1)x + 2k^2 + k - 1 \text{ дотикається до осі абсцис.}$$

7. Знайдіть значення a , при якому дотична до параболи

$$y = 2x^2 + 3x + 5 \text{ у точці } x_0 = -2 \text{ є дотичною до параболи } y = -x^2 + 4x + a.$$

10. Знайдіть усі значення a , при яких рівняння $4\sin^3 x = a + 7\cos 2x$ не має коренів.

Уроки у додатку II розроблено автором.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Авраменко М. М. Профільне навчання в середній школі Федеративної республіки Німеччини: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня к. пед. н.: спец. 13.00.01 «Загальна педагогіка та історія педагогіки» / Мирослава Миколаївна Авраменко. – К., 2007. – 23 с.
2. Алгебра і початки аналізу: [підруч. для 10-11 кл. серед. шк.] / [Колмогоров А. М., Абрамов О. М., Дудніцин Ю. П. та ін.]; за ред. А. М. Колмогорова. – К.: Освіта, 1994. – 350 с.
3. Ампілогова Л. П. Інтерактивні принципи й підходи до організації навчально-пізнавальної діяльності учнів: теоретичні основи і практика / Л. П. Ампілогова // Математика в школах України. – 2008. – №35. – С. 2-6.
4. Апостолова Г. В. Геометрія. 11 клас: [підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл. рівень] / Г. В. Апостолова; [упорядкув. завдань: Ліпчевського Л. В. та ін.]. – К.: Генеза, 2011. – 304 с.
5. Аргірова Т. О. Інтерактивні технології: кооперативна форма організації діяльності учнів на уроках математики / Т. О. Аргірова // Математика в школах України. – 2010. – №7. – С. 2-7.
6. Аугустинавичюте А. Соционика: введение / Аушра Аугустинавичюте. – М.: АСТ; СПб.: Terra Fantastica, 1998. – 444 с.
7. Баханов К. О. Інтерактивне навчання / К. О. Баханов // Історія в школах України. – 1998. – №2. – С. 31-36.
8. Бевз Г. П. Математика: 11 клас: [підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту] / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К.: Генеза, 2011. – 320 с.
9. Бевз Г. П. Методика викладання математики / Григорій Петрович Бевз. – К.: Вища школа, 1977. – 376 с.
10. Берман В. П. Розвиток творчих здібностей учнів на профільних заняттях з математики / В. П. Берман // Математика. – 2004. – №20. – С. 5-7.
11. Бескова Л. А. Соционика в работе с персоналом, или Что показывает МВТИ / Любовь Анатольевна Бескова. – М., 2007. – 152 с.

12. Бескова Л. А. Я и все остальные. Начала соционики / Л. А. Бескова, Е. А. Удалова. – М.: Гросс медиа. – 224 с.
13. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии / Владимир Павлович Беспалько. – М.: Педагогика, 1989. – 192 с.
14. Бібік Г. В. Аспекти викладання математики в академічному ліцеї / Г. В. Бібік // Математика. – 2004. – №20. – С. 4-5.
15. Бібік Н. Проблема профільного навчання в педагогічній теорії і практиці / Н. Бібік // Математика в школі. – 2006. – №1. – С. 2-6.
16. Біляковська О. Інтерактивні методи навчання на уроках математики / О. Біляковська, О. Овчар // Психолого-педагогічні проблеми сільської школи: [збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини] / [ред. кол.: Побірченко Н. С. (гол. ред.) та інші]. – Умань: РВЦ «Софія», 2011. – Випуск 36. – С. 77-82.
17. Бодров В. А. Психология профессиональной пригодности: [учебное пособие для вузов] / Вячеслав Алексеевич Бодров. – М.: ПЕР СЭ, 2001. – 511 с
18. Бурда М. І. Програма поглибленого вивчення математики в 10-11 профільних класах / М. І. Бурда, М. І. Жалдак, Т. В. Колесник, Т. М. Хмара, М. І. Шкіль, М. Й. Ядренко // Математика в школі. – 2003. – № 6. – С. 19-25.
19. Бурда М. Структура і зміст профільного навчання математики / М. Бурда // Математика в школі. – 2007. – №7. – С. 3-6.
20. Бранопольська Ж. Нові освітні технології у навчанні математики / Ж. Бранопольська // Математика. – 2009. – №24. – С. 1-11.
21. Бродський Я. Готуємо майбутніх математиків / Я. Бродський, О. Павлов, А. Сліпенко, З. Хаметова // Рідна школа. – 2000. – Травень. – С. 59-62.
22. Бродський Я. Про нові програми з математики / Я. Бродський, О. Павлов // Математика. – 2000. – № 25-26. – С. 2-4.
23. Бродський Я. Шляхи оновлення змісту шкільної математичної освіти / Я. Бродський, О. Павлов // Математика в школі. – 2008. – №1. – С. 24-29. (закінчення: №2. – С. 33-35).

24. Вікова та педагогічна психологія: [навч. посіб.] / [Скрипченко О. В., Долінська Л. В., Огороднійчук З. В. та ін.]. – К.: Просвіта, 2001. – 416 с.
25. Вітковська О. І. Психологічні умови професійного самовизначення випускників середніх шкіл у процесі профконсультації: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня к. психол. н.: спец. 19.00.07 «Педагогічна та вікова психологія» / Оксана Ігорівна Вітковська. – К., 2002. – 22 с.
26. Волкова Н. П. Педагогіка: [навчальний посібник] / Наталія Павлівна Волкова. – К.: Академвидав, 2007. – 616 с.
27. Ворожейкіна О. М. 100 цікавих ідей до проведення уроку / Олена Миколаївна Ворожейкіна. – Х.: Основа, 2011. – 287 с.
28. Воротынцева Е. Е. Размышления о профессиональном самоопределении старшеклассников / Е. Е. Воротынцева. // Обдарована дитина. – 2003. – №1. – С. 24-26.
29. Головаха Е. И. Жизненная перспектива и профессиональное самоопределение молодежи / Евгений Иванович Головаха. – К.: Наукова думка, 1988. – 144 с.
30. Григорьянц С. В. Формирование профессионального самоопределения подростков в процессе технического творчества: автореф. дис. на соискание уч. ступени к. пед. н.: спец. 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» / Сероп Владимирович Григорьянц. – Ставрополь, 2005. – 21 с.
31. Григорьянц С. В. Формирование профессионального самоопределения подростков в процессе технического творчества: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.01 / Сероп Владимирович Григорьянц. – Ставрополь, 2005. – 147 с.
32. Гринцевич М. П. Використання інтерактивних методів навчання на уроках математики як спосіб формування комунікативної компетентності учнів / М. П. Гринцевич // Математика в школах України. – 2010. – №1. – С. 10-14.
33. Гузик М. П. Профільне навчання: як організувати, не зруйнувавши школу. Ч. 1. / Микола Петрович Гузик. – К.: Ред. загальнопед. газ., 2005. – 112 с.

34. Гуленко В. В. Соционика идет в школу. Педагогам, родителям, детям о типах и отношениях / В. В. Гуленко, В. П. Тыщенко. – М.: Чёрная белка, 2010. – 280 с. – (Библиотека SOCIONICA. Прикладная соционика).

35. Диференціація та стандартизація математичної освіти в загальноосвітніх навчально-виховних закладах та вищих навчальних закладах першого та другого рівнів акредитації: Звіт про НДР (заключний) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: www.home.skif.net.

36. Дмитренко Н. Є. Дидактичні засади профільного навчання учнів приватних загальноосвітніх навчальних закладів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня к. пед. н.: спец. 13.00.09 «Теорія навчання» / Наталя Євгеніївна Дмитренко. – Кривий Ріг, 2008. – 22 с.

37. Дорофеев Г. В. Дифференциация в обучении математике / Г. В. Дорофеев, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, В. В. Фирсов // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С. 18-21.

38. Дуднік Н. М. Задачі із використанням похідної. Урок алгебри та початків аналізу в 11 класі / Н. М. Дуднік // Математика в школах України. – 2010. – №30. – С. 28-34.

39. Єргіна О. Профільне навчання в старшій школі / О. Єргіна // Математика. – 2010. – 15. – С. 1-18.

40. Зайчук С. В. Проблема раннього вибору майбутньої професії серед старшокласників. Формування свідомого відношення до вибору майбутнього / С. В.Зайчук // Психологічна газета. – 2010. – №24. – С. 15-21.

41. Захаров Н. Н. Профессиональная ориентация школьников: [учеб. пособие для студентов-слушателей фак. обществ. профессий] / Захаров Николай Николаевич. – М.: Просвещение, 1988. – 272 с.

42. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. І. Допрофільна підготовка: Факультативи та курси за вибором / [упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна]. – Х.: Ранок, 2011. – 320 с.

43. Збірник програм з математики для до профільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. II. Профільне навчання / [упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна]. – Х.: Ранок, 2011. – 384 с.
44. Інтерактивні технології на уроках математики / [уклад. І. С. Маркова]. – Х.: Основа, 2009. – 126 с.
45. Колягин Ю. М. Профильная дифференциация обучения математике / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова // Математика в школе. – 1990. – №4. – С. 21-27.
46. Касьяненко В. В. Інтерактивні методи навчання та їх переваги / В. В. Касьяненко // Фізика в школах України. – 2009. – №2. – С. 13-16.
47. Кларин М. В. Интерактивное обучение – инструмент освоения нового опыта / М. В. Кларин // Педагогика. – 2000. – №7. – С. 12–19.
48. Климов Е. А. Психология профессионального самоопределения: [учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений] / Евгений Александрович Климов. – М.: Академия, 2004. – 304 с.
49. Ковінчук В. В. Інтерактивне навчання / В. В. Ковінчук. – Все для вчителя. – 2011. – №1. – С. 58-65.
50. Кон И. С. Психология ранней юности: [кн. для учителя] / Игорь Семенович Кон. – М.: Просвещение, 1989. – 255 с.
51. Кон И. С. Психология старшеклассника: [пособие для учителей] / Игорь Семенович Кон. – М.: Просвещение, 1980. – 192 с.
52. Концепція профільного навчання в старшій школі // Математика в школі. – 2006. – №4. – С. 2-7.
53. Концепція профільного навчання в старшій школі (нова редакція), затверджена наказом МОН України №854 від 11.09.2009 р. // Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України. – 2009. – №28-29. – С. 57-64.
54. Костенко О. Супровід допрофільної підготовки та профільного навчання / О. Костенко // Психолог. – 2010. – №14. – С. 3-7.
55. Кочерга О. Адаптація учнів 10 класів до профільного навчання. Психологічний супровід / О. Кочерга // Психолог. – 2010. – №27-28. – С. 40-51.

56. Крымова Л. Н. Метод проектов в обучении математике / Л. Н. Крымова // Математика в школе. – 2006. – №4. – С. 62-68.
57. Крягжде С. П. Психология формирования профессиональных интересов / Сигитас Петрович Крягжде. – Вильнюс: Мокслас, 1981. – 196 с.
58. Кучеренко Є. В. Професійне самовизначення особистості як психолого-педагогічна проблема / Є. В. Кучеренко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 12. Психологічні науки: [зб.наукових праць]. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – №22 (46). – С. 230-237.
59. Лихачев Б. Т. Педагогика. Курс лекций: [учеб. пособие для студентов пед. учебн. заведений и слушателей ИПК и ФПК] / Борис Тимофеевич Лихачев. – М.: Прометей, Юрайт, 1998. – 464 с.
60. Матізін Т. Новій державі – нову школу / Т. Матізін // Рідна школа. – 2000. – №2. – С. 65-66.
61. Математика. 11 клас. Рівень стандарту / [Афанасьєва О. М., Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К.]. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. – 480 с.
62. Мерзляк А. Г. Алгебра. 11 клас: [підруч. для загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, профільн. рівень] / [А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір]. – Х.: Гімназія, 2011. – 431 с.
63. Михалін Г. Професійна спрямованість викладання спеціальних математичних дисциплін / Г. Михалін, О. Томащук // Математика в школі. – 1998. – №2. – С. 9-13.
64. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів. 10-11 класи (для класів з поглибленим вивченням математики) // Математика в школі. – 2011. – №7-8. – С. 17-32.
65. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів. 10-11 класи (профільний рівень) // Математика в школі. – 2011. – №7-8. – С. 3-16.

66. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: [підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: профільний рівень] / Євген Павлович Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.
67. Нелін Є. П. Алгебра. 11 клас: [підруч. для загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, проф. рівень] / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х.: Гімназія, 2011. – 448 с.
68. Новак О. Допрофільна підготовка та профільне навчання учнів / О. Новак, Н. Костенко // Психолог. – 2005. – №17. – С. 8-11.
69. Новицька Л. Б. Інтерактивні методи навчання математики. Практичний посібник / Л. Б. Новицька // Математика в школах України. – 2008. – №3. – С. 5-9.
70. Нудельман А. Г. Формирование профессиональной ориентации учащихся IX–X классов // Математика в школе. – 1981. – №4. – С. 53-55.
71. Освітні технології: [навч.-метод. посіб.] / [О. М. Пехота, А. З. Кіктенко, О. М. Любарська та ін.]; за заг. ред. О. М. Пехоти. – К.: А.С.К., – 2001. – 256 с.
72. Особливості змісту навчання математики на рівні стандарту та її реалізація в підручниках «Математика» для 10-11 класів / [Афанасьєва О. М., Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К.] // Математика в школах України. – 2011. – №31. – С. 2-10.
73. Остапчук У. Застосування сучасних освітніх технологій / У. Остапчук. // Математика в школі. – 2004. – №8. – С. 11-17.
74. Павлютенков Е. М. Управление профессиональной ориентацией в общеобразовательной школе / Евгений Михайлович Павлютенков. – Владивосток: Изд-во Дальневост. университета, 1990. – 176 с.
75. Паламар Т. М. Засідання творчої групи вчителів математики «Салон педагогічних ідей» / Т. М. Паламар // Математична газета. – 2006. – №1. – С. 22-25.
76. Педагогический энциклопедический словарь / [сост. Бим-Бад Б.М.]. – М.: Большая российская энциклопедия, 2002. – 528с.

77. Писарева С. А. Профильное обучение как фактор обеспечения доступности образования: российское видение: Рекомендации по результатам научных исследований / С. А. Писарева; под ред. Г. А. Бордовского. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2006. – 84 с.

78. Піговська С. Особливості професійного самовизначення учнів / С. Піговська // Психолог. – 2011. – №14-15. – С. 55-60.

79. Піщалковська М. К. Профільне навчання: основні етапи [Електронний ресурс] / М. К. Піщалковська. – Режим доступу: <http://osvita.ua/school/theory/1164>

80. Педагогические технологии: [учебное пособие для студентов педагогических специальностей] / [под общей ред. В. С. Кукшина]. – М.: ИКЦ «МарТ»; Ростов н/Д: МарТ, 2004. – 336 с.

81. Петренко С. В. Особливості навчання математики в профільній школі / Діяльність навчального закладу як умова розбудови освітнього простору регіону. Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції / С. В. Петренко, О. В. Мартиненко. – Чернігів: РВВЧДПУ, 2004. – С. 63-66.

82. Пешня И. С. Интерактивные технологии обучения как средство развития творческих способностей студентов: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.01 / Инна Сергеевна Пешня. – Иркутск, 2005. – 192 с.

83. Полякова А. В. Соционика для родителей. Как перестать воспитывать ребенка и помочь ему вырасти / Анна Владимировна Полякова. – М.: АСТ; СПб.: Сова; Владимир: ВКТ, 2008. – 158 с.

84. Пометун О. Інтерактивні методики та системи навчання / Олена Пометун. – К.: Шк. світ, 2007. – 112 с.

85. Пометун О. І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: [наук. метод. посібн.] / О. І. Пометун, Л. В. Пироженко; за ред. О. І. Пометун. – К.: Видавництво А. С. К., 2004. – 192 с.

86. Прокопенко В. М. Використання інтерактивних технологій навчання на уроках математики. Теоретичне обґрунтування / В. М. Прокопенко // Математика в школах України. – 2005. – №26. – С. 3-5.

87. Професійне самовизначення старшокласників / [упоряд. М. Шелестова]. – К.: Шк. світ, 2006. – 128 с.
88. Профессиональное самоопределение молодежи / [рук. коллект. В. А. Поляков, С. Н. Чистякова] // Педагогика. – 1993. – №5. – С. 33-37.
89. Прохорова О. Впровадження сучасних педагогічних технологій в практику роботи / О. Прохорова // Математика. – 2006. – №31. – С. 3-9.
90. Пряжников Н. С. Методы активизации профессионального и личностного самоопределения: [учебно-методическое пособие] / Николай Сергеевич Пряжников. – М.–Воронеж: МОДЭК, 2002. – 400 с.
91. Психология подростка. Полное руководство / [под ред. члена корреспондента РАО А. А. Реана]. – СПб.: прайм-ЕВРОЗНАК, 2003. – 432 с.
92. Пучков Н. П. Математика в экономике: [учебное пособие] / Пучков Н. П., Денисова А. Л., Щербакова А. В. – Тамбов: Изд. Тамб. гос. техн. ун-та, 2002. – 80 с.
93. Рафальська М. В. Застосування похідної при розв'язуванні рівнянь / М. В. Рафальська // У світі математики. – 2004. – Том 10. – Вип. 4. – С. 32-40.
94. Рафикова Р. С. Интерактивные технологии обучения как средство развития творческих способностей студентов: автореф. дис. на соискание уч. ступени к. пед. н.: спец. 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» / Римма Салаватовна Рафикова. – Иркутск, 2005.
95. Ревенко В. В. До питання про суть та класифікацію інтерактивних технологій / В. В. Ревенко // Педагогіка вищої та середньої школи : [збірник наукових праць] / [гол. ред. – проф. Буряк В. К.]. – Кривий Ріг: КДПУ, 2008. – Вип. 21. – С. 228-234.
96. Ретивых М. В. Как помочь выбрать профессию / М. В. Ретивых, В. Д. Симоненко. – Тула: Приок. кн. изд-во, 1990. – 132 с.
97. Ретивых М. В. Формирование у старшеклассников готовности к профессиональному самоопределению / Михаил Васильевич Ретивых. – Брянск: БГПИ, 1994. – 125 с.

98. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / Сергей Леонидович Рубинштейн. – СПб.: Питер, 1999. – 705 с.
99. Руденко В. М. Застосування похідної / В. М. Руденко // Математика в школах України. – 2011. – №29. – С. 25-33.
100. Румянцева Е. А. На пути к взаимопониманию: соционика – учителям и родителям / Елена Алексеевна Румянцева. – М.: Армада-пресс, 2002. – 256 с. – (Отношения в зеркале соционики).
101. Савчин М. В. Вікова психологія / М. В. Савчин, Л. П. Василенко: [навчальний посібник]. – К.: Академвидав, 2009. – 360 с. – Режим доступу до посібника: http://ebk.net.ua/Book/psychology/savchyn_vp/index.htm.
102. Саломатнікова О. М. Застосування похідної до розв'язування прикладних задач. Урок – ділова гра / О. М. Саломатнікова // Математика в школах України. – 2006. – №30. – С. 15-19.
103. Сборник задач и заданий для тематического оценивания по алгебре и началам анализа для 11 класса / [Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С.]. – Харьков, Гимназия, 2001. – 96 с.
104. Світлична Н. Психологічний супровід професійного самовизначення старшокласників / Н. Світлична // Психолог. – 2009. – №17. – С. 15-19.
105. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии / Герман Константинович Селевко. – М.: Народное образование, 1988. – 256 с.
106. Сикорская Г. А. Научно-педагогическое обеспечение профильного образования старшеклассников: автореф. дис. на соискание уч. ступени д. пед. н.: спец. 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» / Галина Анатольевна Сикорская. – Оренбург, 2009. – 49 с.
107. Симоненко В. Д. Современные педагогические технологии: [учебное пособие] / В. Д. Симоненко, Н. В. Фомин. – Брянск: БГПУ, 2001. – 395 с.
108. Сипченко Т. М. Календарно-тематичний план з математики. 5-11 класи / Тетяна Миколаївна Сипченко. – Х.: Ранок, 2011. – 128 с. – (11-річна школа).

109. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: [підр. для студ. мат. Спеціальностей пед. навч. закладів] / Зінаїда Іванівна Слєпкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

110. Смирнова И. Исторические аспекты дифференциации обучения / И. Смирнова // Математика. – 2000. – №12. – С. 1-8.

111. Становських З. Л. Рефлексивні компоненти професійного самовизначення старшокласників: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня к. психол. н.: спец. 19.00.07 «Педагогічна та вікова психологія» / Зінаїда Ліландівна Становських. – К., 2005. – 22 с.

112. Старова О. О. Календарне планування. Математика. 5-11 класи / Ольга Олександрівна Старова. – Х.: Основа, 2011. – 119 с.

113. Суворова Н. Интерактивное обучение: новые подходы / Н. Суворова // Учитель. – 2000. – №1. – С. 64-66.

114. Сучасні шкільні технології. Ч. 2 / [упоряд. І. Рожнятовська, В. Зоц]. – К.: Ред. загальнопед. газ., 2004. – 128 с.

115. Уткин С. М. Интерактивная педагогическая технология как фактор повышения обученности учащихся: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.01 / Сергей Михайлович Уткин. – СПб, 2000. – 167 с.

116. Фаннінгер Л. П. Особливості профільного навчання в основній школі: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня к. пед. н.: спец. 13.00.01 «Загальна педагогіка та історія педагогіки» / Людмила Павлівна Фаннінгер. – Тернопіль, 2008.

117. Федосєєв С. Е. Активізація пізнавальної діяльності учнів на заняттях з геометрії у процесі вивчення цікавих ліній і точок трикутника / С. Е. Федосєєв // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: [збірник наукових праць]. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – №7. – С. 144–150.

118. Федосєєв С. Вивчення методики доведень теорем з використанням інформаційно-комунікаційних технологій / О. Смолінська, С. Федосєєв // Збір-

ник наукових праць студентів. – Кривий Ріг: КДПУ, 2010. – Вип. 17. – С. 149-150.

119. Федосєєв С. Е. Використання інтерактивних технологій навчання математики при вивченні теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту / І. В. Лов'янова, С. Е. Федосєєв // Теорія та методика навчання математики, фізики і інформатики: [збірник наукових праць. Випуск X: в 3-х томах]. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 153-160.

120. Федосєєв С. Е. Використання комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання на факультативних заняттях при вивченні цікавих ліній і точок трикутника / С. Е. Федосєєв // Комп'ютери у навчальному процесі: Матеріали II Всеукраїнської Інтернет конференції. Тези доповідей. – Умань, 2011. – С 95-97.

121. Федосєєв С. Е. Метод проектів як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики / С. Е. Федосєєв // Евристика і дидактика математики: Матеріали II Міжнародної науково-методичної дистанційної конференції молодих учених, аспірантів і студентів. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2011. – С. 123-124.

122. Федосєєв С. Е. Особливості дидактичної системи математичної освіти сучасної школи із застосуванням інтерактивних навчальних технологій / С. Е. Федосєєв // Теорія і практика проектування авторських педагогічних систем: Наукові роботи магістрантів КПП ДВНЗ «КНУ»: Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, 26-27 квітня 2012 р., Київ, Кривий Ріг. – К.: Інститут обдарованої дитини НАПН України, 2012. – С. 271-275.

123. Федосєєв С. Е. Особливості динаміки мотивації досягнення успіху протягом усього періоду навчання в школі / С. Е. Федосєєв // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових праць. Педагогічні науки / [головний редактор Локарева Г. В.]. – Запоріжжя: ЗНУ, 2009. – С. 201-205.

124. Федосєєв С. Е. Особливості конфліктів у системі відносин «вчитель-учень» / С. Е. Федосєєв // Вісник міжнародного дослідного центру «Люди-

на: мова, культура, пізнання»: Щокварт. науковий журнал / [гол. ред. О. М. Холод]. – 2009. – Том 22 (3). – С. 118-123.

125. Федосєєв С. Прийоми активізації учнів на уроках математики / С. Федосєєв // Збірник наукових праць студентів. – Кривий Ріг: КДПУ, 2011. – Вип. 18. – С. 46-47.

126. Федосєєв С. Е. Проблема мотивації навчальної діяльності / С. Е. Федосєєв // Вісник міжнародного дослідного центру «Людина: мова, культура, пізнання»: Щокварт. науковий журнал / [укл.: О. М. Холод]. – 2008. – Том 18 (3). – С. 76-82.

127. Филатова Е. С. Искусство понимать себя и окружающих / Екатерина Сергеевна Филатова. – СПб.: Дельта, 1999. – 368 с.

128. Харіна Н. Ю. Інтерактивні методи роботи на уроках математики / Н. Ю. Харіна // Математика в школах України. – 2006. – №6. – С. 2-3.

129. Чистякова С. Н. Проблема самоопределения старшеклассников при выборе профиля обучения [Электронный ресурс] / С. Н. Чистякова // Педагогика. – 2005. – №1. – С. 19-26. – Режим доступа до журн.:

<http://www.orenedu.ru/files/internet/profili/didakt/docs/2b/chist.html>.

130. Шаран О. Ідея профілізації в системі шкільної математичної освіти / О. Шаран // Математика в школі. – 2011. – №5. – С. 37-40.

131. Шиян Н. І. Дидактичні засади профільного навчання у загальноосвітній школі сільської місцевості: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д. пед. н.: спец. 13.00.01 «Загальна педагогіка та історія педагогіки» / Надія Іванівна Шиян. – Харків, 2005. – 34 с.

132. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу: [пробн. підруч. для 10-11 кл. серед. шк.] / Шкіль М. І., Слєпкань З. В., Дубинчук О. С.; пер. з укр. О. Є. Волянської, К. Т. Шкіль. – К.: Вежа, 1995. – 624 с.

133. Шунда Н. М. Застосування похідної до розв'язування задач: [посібник] / Никифор Миколайович Шунда. – К.: Техніка, 1999. – 240 с.

134. Як створити профільну школу / [упоряд. М. К. Голубенко]. – К.: Шк. світ, 2010. – 128 с.

135. Янковська Л. А. Інтерактивна освіта в питаннях і відповідях / Л. А. Янковська // Математика в школах України. – 2010. – №12. – С. 12-13.
136. Ярошенко В. В. Школа и профессиональное самоопределение учащихся / Валентина Владимировна Ярошенко. – К.: Рад. школа, 1983. – 112 с.
137. Яценко С. Рівнева диференціація в класах з поглибленим вивченням математики в основній школі / С. Яценко // Математика в школі. – 1999. – №2. – С. 13-15.