齐鲁工业大学 20/21 学年第一学期《概率论与数理统计 I》

期末考试试卷 A 卷 （本试卷共 4 页）

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

得分	
阅卷人	

一、填空题（满分 24 分，每小题 3 分）

1、事件 A,B 相互独立，且 $P(A)=0.2, P(A\cup B)=0.6$，则 $P(B)=$__________.

2、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} kx^3, & 0\le x<1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，则 $k=$__________.

3、设离散型随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，则 $D(1-X)=$__________.

4、设两个随机变量 X 与 Y 相互独立且同分布：$P(X=-1)=P(Y=-1)=\frac{1}{2}$，$P(X=1)=P(Y=1)=\frac{1}{2}$，则 $P(X=Y)=$__________.

5、设 $X\sim N(1,4)$，已知 $\Phi(1)=0.8413$，则 $P(1<X<3)=$__________.

6、从两个独立正态总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$ 中分别抽取样本 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 和 $y_1,y_2,\cdots,y_n$，则两样本均值差 $\bar{X}-\bar{Y}\sim$________________分布.

7、设随机变量 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$Y=(X_1+X_2)^2+(X_3+X_4)^2$，若使得随机变量 $aY\sim\chi^2(2)$，则 $a=$__________.

8、已知一批零件的长度（单位：cm）服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40cm，则 μ 对应于置信度为 0.95 的置信区间为________________.（$u_{0.025}=1.96$）

得分	
阅卷人	

二、选择题（满分 20 分，每小题 4 分）

1、设随机变量 X 与 Y 满足 $Y=-5X+6$，则 ρ_{XY} 为（　　）.

（A）1;　　（B）-1;　　（C）0;　　（D）±1.

姓名________ 学号________ 专业班级________ 学院、系________

密 封 线

2、袋子中有 3 个白球和 2 个黑球，现做有放回抽取 3 次，每次取一个，则取得的 3 球中恰有 1 个白球的概率为（　　　）.

（A）0.24；　　（B）0.72；　　（C）0.288；　　（D）0.6.

3、设二维正态随机变量 $(X,Y)\sim N(1,-1,4,9,0)$，则下列说法不正确的是（　　　）.

（A）X 与 Y 不相关；　　（B）X 与 Y 独立；

（C）$E(XY)=1$；　　（D）$cov(X,Y)=0$.

4、设 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 为总体 X 的简单随机抽样，$E(X)=\mu,D(X)=\sigma^2$，$\overline{X},S^2$ 分别为样本均值及方差，则下列结论不正确的是（　　　）.

（A）$\overline{X}$ 是 μ 的无偏估计量；　　（B）S^2 是 σ^2 的无偏估计量；

（C）$E(\overline{X})=\mu$；　　（D）$D(\overline{X})=\sigma^2$.

5、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，μ 和 σ^2 为未知参数，且 $\overline{X},S^2$ 分别为样本均值及方差，则检验假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2$ 时，应选取的统计量为（　　　）.

（A）$\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$；　　（B）$\sqrt{n}\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma_0}$；　　（C）$\sqrt{n}\dfrac{\overline{X}-\mu}{S}$；　　（D）$\dfrac{nS^2}{\sigma_0^2}$.

得分	
阅卷人	

三、计算题（满分 16 分，每小题 8 分）

1、设二维离散型 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	1	2	3
0	0.2	0.3	0.1
1	0.2	0	0.2

求 X 与 Y 的协方差 $cov(X,Y)$.

2、设随机变量 X 在区间 $[0,1]$ 上服从均匀分布，求随机变量 $Y=2X+8$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

得分	
阅卷人	

四、（本题满分 20 分，每小题 10 分）

1、设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}3e^{-x-3y}, & x>0, y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，

（1）求 X 与 Y 的边缘概率密度函数；（2）判断 X 与 Y 的独立性.

2、随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim N(-1,9)$, $Y\sim N(1,4)$, $Z=X+2Y$，

求（1）Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$（2）Y，Z 的相关系数 ρ_{YZ}.

学院、系＿＿＿＿ 专业班级＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿

密 封 线

得分	
阅卷人	

五、（本题满分 12 分）

设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1\\ (1-\theta), & 1\le x<2\\ 0, & 其它\end{cases}$，其中 $\theta\ (0<\theta<1)$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本，$\overline{X}$ 表示样本均值，（1）求参数 θ 的矩估计量；（2）判断 $\overline{X}^2$ 是否为 θ^2 的无偏估计量，并说明理由.

得分	
阅卷人	

六、（本题满分 8 分）

某工厂生产的某电子元件的平均使用寿命为 2000 小时，今采用新技术试制一批这种元件，从中随机中抽取 16 只，测得平均寿命 $\bar{x}=2075$ 小时，标准差 $s=80$ 小时．已知元件使用寿命服从正态分布，试在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下确定这批元件的平均使用寿命是否有显著提高?

（$t_{0.005}(15)=2.95$，$t_{0.01}(16)=2.58$，$t_{0.01}(15)=2.60$，$u_{0.01}=2.33$）