北京科技大学实验报告

学院： 计算机与通信工程学院　　专业： 计算机科学与技术　　班级：计 184

姓名： 王丹琳　　学号： 41824179　　实验日期： 2020 年 12 月 13 日

1. 实验名称：

N 皇后问题

2. 实验目的：

在 N×N 格的国际象棋上摆放 N 个皇后，使其不能互相攻击，即任意两个皇后都不能处于同一行、同一列或同一斜线上，求:

1. 给定一个 N，输出满足 N 皇后条件的摆法数。

2. 给定一个 N，输出满足 N 皇后条件的其中一种摆法。

3. 给定一个棋盘，棋盘上每格都有一个数字，求一种摆法，使得八皇后所在格子数字之和最大。

3. 实验环境搭建：学生填写，主要包括编程语言和华为云平台实验环境搭建的过程

3.1 实验环境：

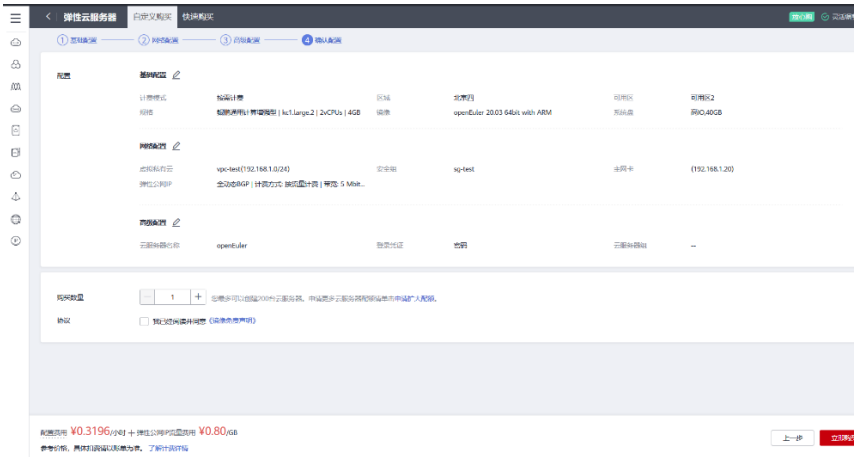
编程语言：C++

环境：华为云平台

3.2 搭建过程：

3.2.1 购买云服务器：

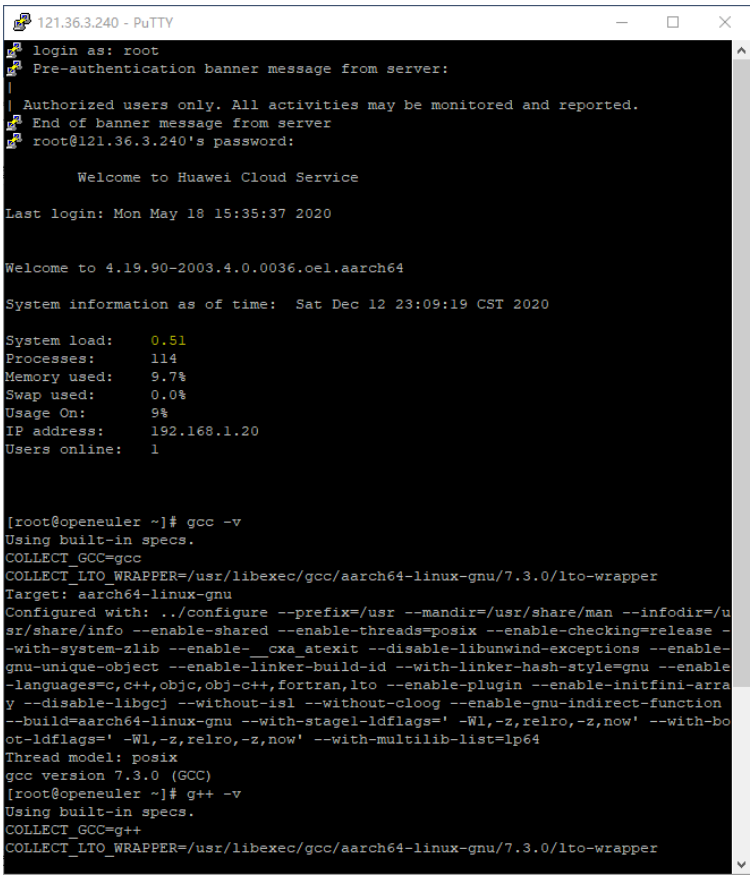
“自定义购买-4 确认配置”界面的截图



购买的服务器状态信息的截图

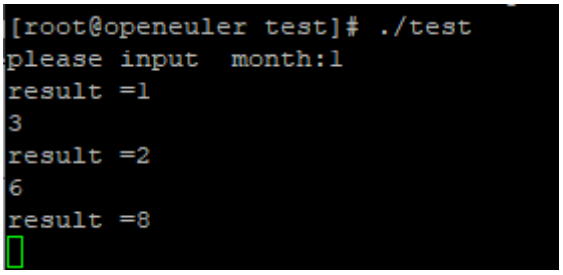
3.2.2 环境登录验证

成功登录华为云服务器界面的截图



3.2.3　环境成功搭建验证

运行实验手册中的 1.3 C++语言开发斐波那契数列程序，验证环境搭建成功，实验的成功运行截图如下：



4. 实验原理：

本题 N 皇后问题为回溯思想的的典型例题，所涉及的知识点也就是回溯法，回溯算法实际上就是一个类似枚举的搜索尝试方法，若不满足条件就“回溯”返回，尝试别的路径。区别于枚举法的地方在于：在搜索过程中，会采用约束方法或剪去得不到最优解的子树来避免无效搜索。在本题中，可以发现约束条件为不同列和不同正反对角线，用这一约束条件可以避免许多无效的枚举，提高效率。

5. 实验内容与步骤：

5.1 问题分析

根据题意，很明显本题所用到的思想为回溯思想。在试探过程中，我们可以将试探结果存放于一个大小为 N 的一维数组 s 中，其中下标 i 代表了棋盘第 i 行（第 i 个皇后），将这个皇后所处于行数保存在相应的数组位置 s[i]中。在试探第 i 个皇后能否放时所用的约束条件为不同列 s[i]!=s[k] (0<k<i)和不同正反对角线|i-k|!=|s[i]-s[k]| (0<k<i)。若放到最后一个皇后还有位置能放下的话，则为一解；若还没放到最后一个，且有位置能放，则放下，继续放下一个皇后；若已经没地方能放了，则将该皇后拿出，回溯到上一个皇后，尝试别的路径，。可以看出， N 皇后的尝试摆法实际上就是一个类似枚举的搜索尝试方法。若要求一种摆法，使得八皇后所在格子数字之和最大，则再加一个暂存 max 的一个数组（用来存放使八皇后所在格子数字之和最大的放法）。除此之外，算法上还需要在一种放法成功的时候加上和的比较，若结果大于之前的和，则更新最大值和最大数组 max。

5.2 算法设计

5.2.1　**问题 1**：给定一个 N，输出满足 N 皇后条件的摆法数。

```
    num = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        x[i] = 0;
    int k = 1;
    while (k>=1)//(k,x[k])
    {
        x[k] += 1;
        while (x[k] <= n && !Place(k))//找第k行所能放的位置
            x[k] = x[k] + 1;
        if (x[k] <= n && k == n) {//放完了
            num++;
        }
        else if (x[k] <= n && k < n)//还没全部放完
            k = k + 1;
        else {
            x[k] = 0;
            k = k - 1;
        }
    }
    cout << endl << "总计一共有" << num << "摆法";
```

5.2.2 **问题 2：**给定一个 N，输出满足 N 皇后条件的其中一种摆法。

```
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        x[i] = 0;
    k = 1;
    while (k>=1)//(k,x[k])
    {
        x[k] += 1;
        while (x[k] <= n && !Place(k))//找第k行所能放的位置
            x[k] = x[k] + 1;
        if (x[k] <= n && k == n) {//放完了
            //输出
            cout << "其中一种摆法为";
            show();//输出一种摆法
           return;//返回
        }
        else if (x[k] <= n && k < n)//还没全部放完
            k = k + 1;
        else {
            x[k] = 0;
            k = k - 1;
        }
    }
```

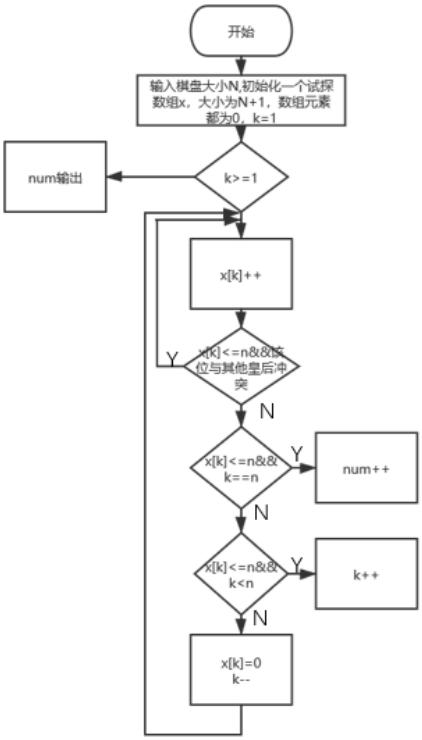
5.2.3 **问题 3：**给定一个棋盘，棋盘上每格都有一个数字，求一种摆法，使得八

皇后所在格子数字之和最大。

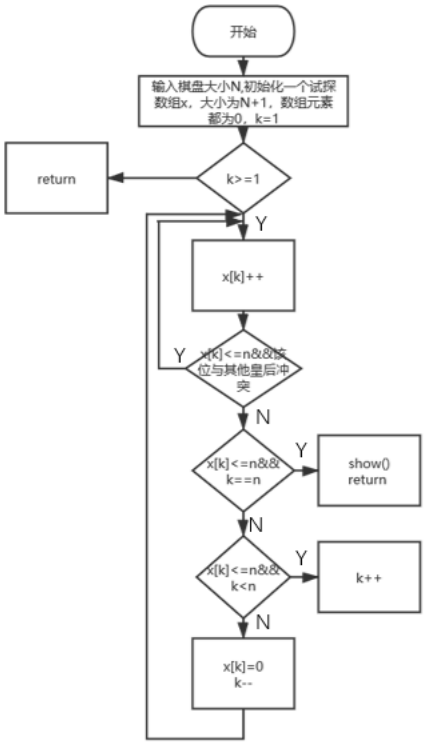
```
max = 0;
for (int i = 1; i <= n; i++)
    x[i] = 0;
k = 1;
while (k>=1)//(k,x[k])
{
    x[k] += 1;
    while (x[k] <= n && !Place(k))//找第k行所能放的位置
        x[k] = x[k] + 1;
    if (x[k] <= n && k == n) {//放完了
            for (int i = 1; i <= n; i++)
                sum += eight[i][x[i]];
            if (sum > max) {
                max = sum;

                for (int i = 1; i <= n; i++)
                    max_eight[i] = x[i];
            }
            sum = 0;
    }
    else if (x[k] <= n && k < n)//还没全部放完
        k = k + 1;
    else {
        x[k] = 0;
        k = k - 1;
    }
}
cout << endl << "sum_max=" << max;
```

5.3 算法流程图

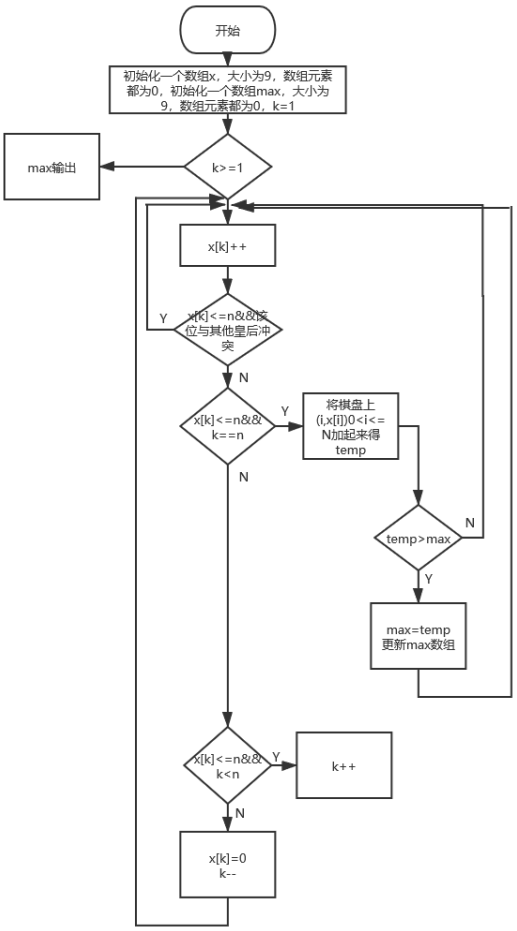
5.3.1 **问题 1：**给定一个 N，输出满足 N 皇后条件的摆法数。



5.3.2 **问题 2：**给定一个 N，输出满足 N 皇后条件的其中一种摆法。



5.3.3 **问题 3：**给定一个棋盘，棋盘上每格都有一个数字，求一种摆法，使得八皇后所在格子数字之和最大。



5.4 算法实现

```
bool Place(int k) {//判断
    for (int i = 1; i < k; i++) {
        if (x[k] == x[i] || abs(k - i) == abs(x[k] - x[i]))
            return false;
    }
    return true;
}
```

```
void show(int n) {//打印
    for (int i = 1; i <= n; i++){
        for (int j = 1; j <= n; j++)
            if (j != x[i])cout << "-";
            else cout << "o";
        cout << endl;
    }
}
```

5.5 实验测试方案

实验测试方案：

输入 4，即棋盘大小为 4，放置 4 个皇后。经过计算可以得出只有 2 种放置方法。其中一种放置方法为

-o--
---o
o---
--o-

输入 8，即棋盘大小为 8，放置 8 个皇后。经过计算可以得出只有 92 种放置方法。其中一种放置方法为

o-------
----o---
-------o
-----o--
--o-----
------o-
-o------
---o----

实验测试数据：

输入 4，预期输出：放置方法为 2，其中一种放置方法为 2 4 1 3

输入 8，预期输出：放置方法为 92，其中一种放置方法为 1 5 8 6 3 7 2 4

5.6 实验数据：

假定给定的 8*8 棋盘，棋盘上每格的数字：

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

样例输入 1

```
8
```

样例输出 1

```
One of the ways:
o-------
----o---
-------o
```

```
-----o--
--o-----
------o-
-o------
---o----
sum_max=260
There are 92 ways in total.
```

5.7 实验数据处理：

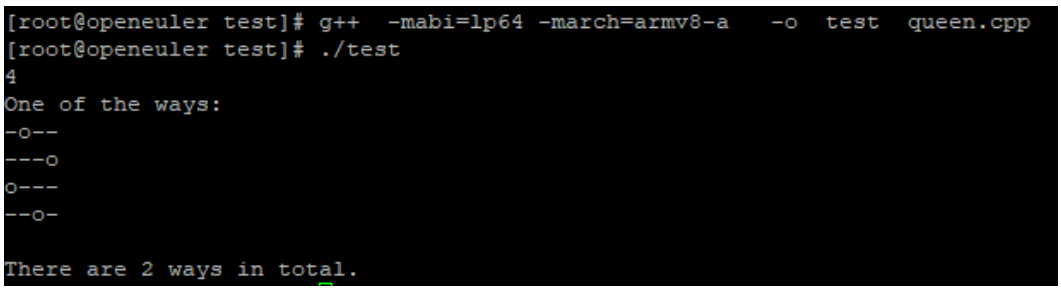
输入 8，即棋盘大小为 8，放置 8 个皇后。经过一番努力，可以得出有 92 种放置方法。其中一种放置方法为

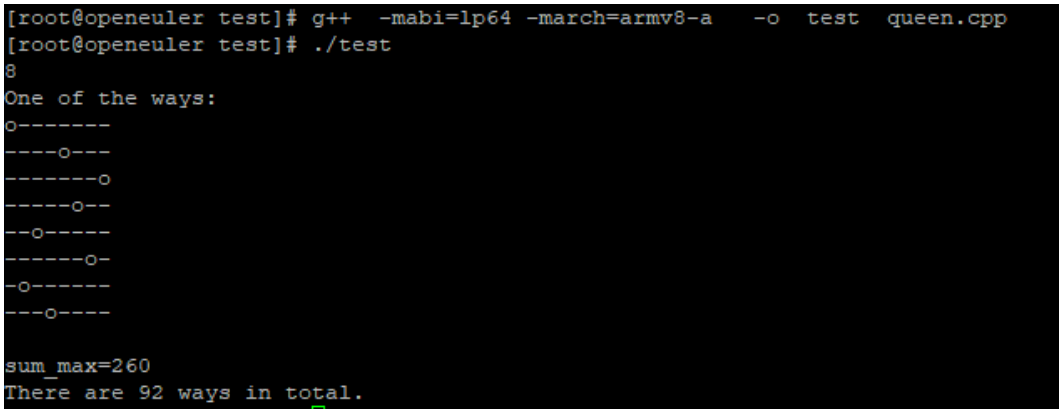
o-------
----o---
-------o
-----o--
--o-----
------o-
-o------
---o----

且最大值为 260。

6. 实验结果与分析

6.1 测评结果





6.2 实验结果和算法分析

对于测试结果的分析：测试结果符合预期

时间复杂度和空间空间复杂度计算：时间复杂度为 O(n!)，因为用了一维数组来存放皇后所在位置，所以空间复杂度为 O(n)

7. 实验总结：

通过这次实验，我深刻理解了回溯算法的基本思想，与枚举法不同，回溯算法在遇到不满足条件的情况下就会“回溯”，尝试别的路径。由此，效率就大大提升。回溯法其实就像遍历一个树，树的根节点位于第一层（搜索的初始状态），第二层就相当于对于第一层做出选择后的第二个状态，以此类推，树到叶子的路径就是一个解。在遇到不满足约束条件时，就进行剪枝，减少无意义的遍历。

同时，在运用回溯算法进行解题时，我也熟悉了回溯算法的算法框架：

主算法：1.X{}

2.flag=false;

3.advance(1);

4.if(flag)输出解 X;

else 输出“无解”

```
advance(int k){
    for(xi,xi属于 Sk){
    xk=x;
    将 xk加入 X;
    if(X 为最终解){flag=true;return;}
    else if(X 为部分解)advance(k+1);
    }
}
```