

## ครั้งที่ 8

### 1.1 จงแสดงวิธีการหาค่ารากสมการ $x^2 + x - 20 = 0$ โดยใช้กรรมวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method)

วิธีการหาค่ารากสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$  โดยใช้กรรมวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method)

กรรมวิธีนิวตัน-ราฟสัน

(Newton-Raphson Method)

(ต่อ)

11

สมการข้างต้นเมื่อทำซ้ำด้วยการหาค่า  $x_{i+1}$  ใหม่จากค่า  $x_i$  เก่า ดังนี้

$$\Delta x = (x - x_0) = - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

{  $\Delta$  หมายถึง increment }

- ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่า  $x_i$  แล้วหาค่า  $\Delta x_{i+1}$  โดยใช้สมการในรูปการทำซ้ำ ดังนี้

$$\Delta x_{i+1} = - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

โดย  $i$  และ  $i+1$  แทนการทำซ้ำครั้งที่  $i$  และ  $i+1$  ตามลำดับ

$$\text{ถ้ากำหนด } i = 0, \Delta x_1 = - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

- ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาตำแหน่ง  $x$  ใหม่ ( $x_{i+1}$ ) จากสมการ

$$\Delta x = (x - x_0)$$

หรือ

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_{i+1}$$

$$x_{i+1} = \Delta x_{i+1} + x_i$$

ถ้ากำหนด  $i = 0$

$$\Delta x = (x - x_0)$$

$$\Delta x_{i+1} = x_{i+1} - x_i$$

$$\Delta x_{i+1} + x_i = x_{i+1}$$

$$x_{i+1} = \Delta x_{i+1} + x_i$$

## ค่ารากค่าที่ 1 รอบที่ 1

ขั้นตอนที่ 1 ประมาณค่า  $x_i$  แล้วหาค่า  $\Delta x_{i+1}$  โดยใช้สมการในรูปการทำให้

$$F(x) = x^2 + x - 20 = 0$$

ขั้นตอนที่ 1.1 ประมาณค่า  $i = 0, x_i = x_0 = 4.5$

$$\begin{aligned}\text{ขั้นตอนที่ 1.2 หาค่า } F(x_i) &= F(4.5) = 4.5^2 + 4.5 - 20 \\ &= 20.25 + 4.5 - 20 \\ &= 20.25 + 4.5 - 20 = 4.75\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 1.3 หาค่า  $f'(x_i) = f'(4.5)$

$$\begin{aligned}f(x_i) &= x^2 + x - 20 \\ f'(x_i) &= \frac{df(x)}{dx} = \frac{df(x^2+x-20)}{dx} \\ &= \frac{df(x^2)}{dx} + \frac{df(x)}{dx} - \frac{df(20)}{dx} \\ &= 2x \frac{dx}{dx} + 1 - 0 \\ &= 2x + 1 \\ f'(x_i) &= 2x + 1 \\ f'(x_i) &= f'(4.5) = 2(4.5) + 1 = 10\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 1.4 หาค่า  $\Delta x_i + 1$

$$\Delta x_{i+1} = - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$\Delta x_{0+1} = - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$\Delta x_1 = - \frac{f(4)}{f'(4)}$$

$$\Delta x_1 = - \frac{4.75}{10}$$

$$\Delta x_1 = -0.475$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาตำแหน่ง ใหม่ ( $x_{i+1}$ ) จากสมการ

$$x_{i+1} = \Delta x_{i+1} + x_i$$

$$x_{0+1} = \Delta x_{0+1} + x_0$$

$$x_1 = \Delta x_1 + x_0$$

$$x_1 = -0.475 + 4.75$$

$$x_1 = 4.275$$

### ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าลู่เข้าถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้แล้วหรือไม่

3.1 กำหนดให้  $\varepsilon = 0.5$

3.2  $|\Delta x_{i+1}| < \varepsilon$

$$|\Delta x_{0+1}| < \varepsilon$$

$$|\Delta x_1| < 0.5$$

$$|-0.475| < 0.5$$

$$0.475 < 0.5$$

3.3 สรุปพบหรือไม่พบค่ารากสมการ

3.2.1 ถ้าพบ  $x^2 + x - 20 = 0$  ค่ารากสมการ คือ 4.5

## ค่ารากค่าที่ 2 รอบที่ 1

ขั้นตอนที่ 1 ประมาณค่า  $x_i$  แล้วหาค่า  $\Delta x_{i+1}$  โดยใช้สมการในรูปการทําค้า

$$F(x) = x^2 + x - 20 = 0$$

ขั้นตอนที่ 1.1 ประมาณค่า  $i = 0, x_i = x_0 = -5.5$

$$\begin{aligned}\text{ขั้นตอนที่ 1.2 หาค่า } F(x_i) &= F(-5.5) = (-5.5)^2 + (-5.5) - 20 \\ &= 30.25 - 5.5 - 20 \\ &= 30.25 - 25.5 = 4.75\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 1.3 หาค่า  $f'(x_i) = f'(-5.5)$

$$\begin{aligned}f(x_i) &= x^2 + x - 20 \\ f'(x_i) &= \frac{df(x)}{dx} = \frac{df(x^2+x-20)}{dx} \\ &= \frac{df(x^2)}{dx} + \frac{df(x)}{dx} - \frac{df(20)}{dx} \\ &= 2x \frac{dx}{dx} + 1 - 0 \\ &= 2x + 1 \\ f'(x_i) &= 2x + 1 \\ f'(x_i) &= f'(-5.5) = 2(-5.5) + 1 = -10\end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 1.4 หาค่า  $\Delta x_i + 1$

$$\Delta x_{i+1} = - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$\Delta x_{0+1} = - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$\Delta x_1 = - \frac{f(-5.5)}{f'(-5.5)}$$

$$\Delta x_1 = - \frac{4.75}{-10}$$

$$\Delta x_1 = 0.475$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาตำแหน่ง ใหม่ ( $x_{i+1}$ ) จากสมการ

$$x_{i+1} = \Delta x_{i+1} + x_i$$

$$x_{0+1} = \Delta x_{0+1} + x_0$$

$$x_1 = \Delta x_1 + x_0$$

$$x_1 = 0.475 + 4.75$$

$$x_1 = 5.225$$

### ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าลู่เข้าถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้แล้วหรือไม่

3.1 กำหนดให้  $\varepsilon = 0.5$

3.2  $|\Delta x_{i+1}| < \varepsilon$

$$|\Delta x_{0+1}| < \varepsilon$$

$$|\Delta x_1| < 0.5$$

$$|0.475| < 0.5$$

$$0.475 < 0.5$$

3.3 สรุปพบหรือไม่พบค่ารากสมการ

3.2.1 ถ้าพบ  $x^2 + x - 20 = 0$  ค่ารากสมการ คือ  $-5.5$

สรุปค่ารากสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$  คือ 4.5 และ -5.5

1.2 จงพิสูจน์ว่าค่ารากของสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$

ค่ารากของสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$  มีค่าเท่ากับ 4.5 และ -5.5 จริง

แทน  $X = 4.5$  ในสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$

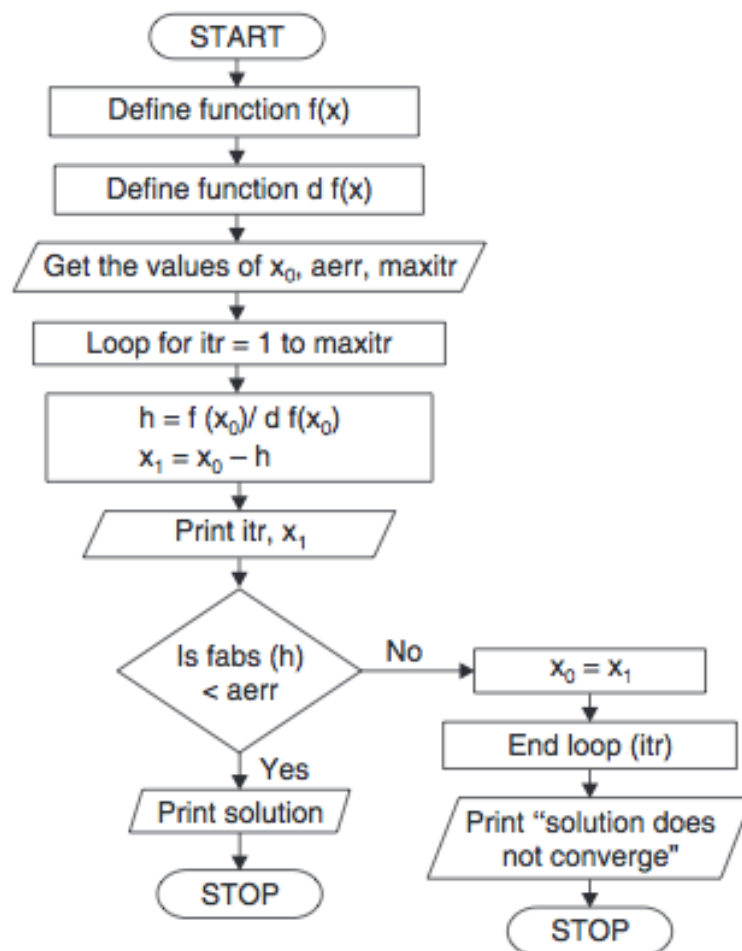
$$\begin{aligned}\text{จะได้} &= 4.5^2 + 4.5 - 20 \\ &= 20.25 + 4.5 - 20 \\ &= 20.25 + 4.5 - 20 \\ &= 4.75\end{aligned}$$

แทน  $X = -5.5$  ในสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$

$$\begin{aligned}\text{จะได้} &= (-5.5)^2 + (-5.5) - 20 \\ &= 30.25 - 5.5 - 20 \\ &= 30.25 - 25.5 \\ &= 4.75\end{aligned}$$



## 2. จงเขียน Algorithm สำหรับการหาค่ารากสมการโดย กรรมวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method)



ที่มาของข้อมูล : <https://www.codewithc.com/newton-raphson-methodalgorithm-flowchart/>