

ครั้งที่ 11.3

ตารางผลการทดลอง $x^2 + x - 20$

X	-3	-4	-5	-5.5	-6	-7
$f(X)$	-14	-8	0	4.75	10	22

1. จากตารางผลการทดลอง จงแสดงวิธีการประมาณค่า $f(X)$ ณ ตำแหน่ง $X = 5.5$
โดยใช้การประมาณค่าในช่วงกำลังสอง (Quadratic Interpolation)

ขั้นตอนที่ 1 $X_0 = \dots - 5 \dots X_1 = \dots - 6 \dots X_2 = \dots - 7 \dots$

ขั้นตอนที่ 2

$$\begin{aligned}
 f(X_0) &= x_0^2 + x_0 - 20 \\
 &= (-5)^2 + (-5) - 20 \\
 &= 25 + (-5) - 20 \\
 &= 25 - 25 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$C_0 = 0$$

$$\begin{aligned}
 f(X_1) &= x_1^2 + x_1 - 20 \\
 &= (-6)^2 + (-6) - 20 \\
 &= 36 + (-6) - 20 \\
 &= 36 - 26 \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \\
 &= \frac{10 - 0}{-6 - (-5)} \\
 &= \frac{10}{-1} \quad C_1 = -10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(X_2) &= x_2^2 + x_2 - 20 \\
 &= (-7)^2 + (-7) - 20 \\
 &= 49 - 27 \\
 &= 22
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_2 &= \frac{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} - \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}}{x_2-x_0} \\
 &= \frac{\frac{22-10}{(-7)-(-6)} - \frac{10-(0)}{(-6)-(-5)}}{(-7)-(-5)} \\
 &= \frac{\frac{12}{-1} - \frac{10}{-1}}{-7+5} \\
 &= \frac{-12+10}{-7+5} \\
 &= \frac{-2}{-2} \\
 C_2 &= 1
 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 3

$$C_0 = 0, C_1 = -10, C_2 = 1, X = -5.5, x_0 = -5, x_1 = -6, x_2 = -7$$

$$\begin{aligned} f(x) &= C_0 + C_1(x - x_0) + C_2(x - x_0)(x - x_1) \\ &= 0 + (-10(-5.5 - (-5))) + 1(-5.5 - (-5))(-5.5 - (-6)) \\ &= -10(-5.5 + 5) + 1(-5.5 + 5)(-5.5 + 6) \\ &= -10(-0.5) + 1(-0.5)(0.5) \\ &= 5 + (-0.25) \\ &= 4.75 \end{aligned}$$

สรุป ณ ตำแหน่ง $X = -5.5 \quad f(X) = 4.75$

