LABORATOR nr. 3
CALCUL NUMERIC
(titular de curs: prof. univ. dr. Bica Alexandru Mihai)

METODE ITERATIVE PENTRU REZOLVAREA ECUATIILOR NELINIARE

Metoda injumatatirii intervalului si metoda coardei

Metoda injumatatirii intervalului

Algoritmul metodei înjumătăţirii intervalului

Algoritmul aproximează soluţia izolată $x^* \in [a,b]$ a ecuaţiei $f(x) = 0$, $f \in C[a,b]$, prin metoda înjumătăţirii intervalului.

I. Date de intrare: expresia funcţiei f
capetele intervalului: a, b
precizia dorită: *eps*

II. Date de ieşire: Aproximarea rădăcinii ecuaţiei: SOL

III. Paşii algoritmului

1. Fie $c := \frac{a+b}{2}$
2. Dacă $b - c < eps$ atunci SOL:= c; Stop.
   altfel
   Dacă $f(b) \cdot f(c) < 0$ atunci $a := c$
   altfel $b := c$
3. Mergi la pasul 1.
4. Tipareste SOL; Stop.

Exemplu numeric: Se aproximeaza solutia reala a ecuatiei $x^3 - x - 1 = 0$, luand $a = 1$, $b = 2$, $f(x) = x^3 - x - 1$ si $eps = 10^{-4}$.

Metoda coardei

Se construieste sirul iterativ $(x_n)_{n \geq 0}$, convergent catre unica solutie $x^* \in (a,b)$, a ecuatiei $f(x) = 0$ folosind una din formulele

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f(b) - f(x_{n-1})}(b - x_{n-1}), \qquad x_0 = a,$$

daca $f(a) \cdot f''(a) < 0$, sau

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f(a) - f(x_{n-1})}(a - x_{n-1}), \qquad x_0 = b$$

daca $f(b) \cdot f''(b) < 0$.

Algoritm pentru metodei coardei:

I. Date de intrare: a, b capetele intervalului

$\varepsilon > 0$ eroarea admisă
expresia funcţiei f
valorile $f''(a) = dda$, $f''(b) = ddb$ necesare pentru alegerea primului termen de iteraţie

II. Date de ieşire: n ultima iteraţie
x_n aproximaţia soluţiei la ultima iteraţie, sau şirul de aproximaţii $x_i, i = \overline{0, n}$

III. Paşii algoritmului

1. Se introduc datele a, b, ε
2. Se defineşte expresia funcţiei f
3. Se introduc valorile dda, ddb
4. Dacă $f(a) \cdot dda < 0$ atunci $x(0) := a$

4.1. Fie

$$x_1 := x_0 - \frac{f(x_0)}{f(b) - f(x_0)} \cdot (b - x_0)$$

4.2. Pornind cu $n \geq 1$, cât timp

$$|x_n - x_{n-1}| \geq \varepsilon$$

Calculează

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{f(b) - f(x_n)} \cdot (b - x_n)$$

4.3. Tipăreşte n, x_n. STOP.

5. Dacă $f(b) \cdot ddb < 0$ atunci $x(0) := b$

5.1. Fie

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f(a) - f(x_0)} \cdot (a - x_0)$$

5.2. Pornind cu $n \geq 1$, cât timp

$$|x_n - x_{n-1}| \geq \varepsilon$$

Calculează

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(a) - f(x_n)} \cdot (a - x_n)$$

5.3. Tipăreşte n, x_n. STOP.

Exemple numerice:

1. Aproximarea solutiei reale x^* a ecuatiei $x^3 - 3x + 1 = 0$ situate in intervalul $(0, 1)$. Se ia $a = 0$, $b = 1$, $f(x) = x^3 - 3x + 1$ si $\varepsilon = 10^{-4}$, iar $dda = 0$, $ddb = 6$.

2. Aproximarea solutiei reale $x^* \in (1, 2)$ a ecuatiei $x^3 - x - 1 = 0$.Se ia $a = 1$, $b = 2$, $f(x) = x^3 - x - 1$ si $\varepsilon = 10^{-4}$, $dda = 6$, $ddb = 12$.

3. Aproximarea numarului $\sqrt{2}$: se va considera $a = 1$, $b = 2$, $f(x) = x^2 - 2$ si $\varepsilon = 10^{-4}$, $dda = 2$, $ddb = 2$.