#### Mesterséges Intelligencia

Metaheurisztikus algoritmusok alapjai

#### **FONTOS**

- Az alábbi anyag munkavázlat, hibákat tartalmazhat. Amennyiben hibát találnak, kérem, a portálon keresztül üzenetben jelezzék, hogy melyik heti előadás, vagy jegyzet melyik részében, milyen hibát véltek felfedezni!
- Az anyagok kizárólag a Széchenyi István Egyetem 2021-2022 tavaszi félévében Mesterséges Intelligencia kurzust felvett hallgatói számára készültek, kizárólag az adott félév kurzusaihoz használható fel!
- Az alábbi hivatkozásokon megnyitott minden fájl automatikusan begyűjti a hallgató különböző egyedi azonosítóit, mely alapján beazonosítható lehet. Ennek megfelelően a hivatkozásokat ne osszák meg egymással (különösen a kurzust nem hallgatókkal), mert abból az egyedi azonosítók visszakereshetők és a személyazonosság meghatározható!
- Az alábbi anyagra vonatkozóan minden jog fenntartva!
- Az anyagok bármely részének vagy egészének nyomtatása, másolása, megosztása, sokszorosítása, terjesztése, értékesítése módosítással vagy módosítás nélkül egyaránt szigorúan tilos!

#### A lecke főbb témakörei

- Keresés, optimalizálás
- Metaheurisztikus algoritmusok
  - Általános leírás
  - Tesztelés
  - Csoportosítás
- Konkrét módszerek

- Cél több alternatív lehetséges megoldás közül valamilyen szempont, vagy szempontok alapján a legjobb (optimális) megoldás kiválasztása
- A keresési tér
  - az egydimenzióstól szinte a végtelen dimenziósig terjedhet
  - lehet diszkrét és folytonos is
- Globális optimum
  - ha a teljes keresési térre vonatkozó legjobb megoldásról van szó
  - Lehet belőle több is
    - · jósága teljesen megegyezik, de elhelyezkedésük eltérő
- Lokális optimum
  - a keresési tér egy kisebb részére vonatkozó optimum
    - · a megoldás (jelölt) szűk környezetére vonatkozó legjobb megoldás
  - Természetesen a globális optimum bizonyos szempontból lokális optimum is

- Egyes esetekben a keresési tér bonyolultsága miatt nem, vagy nagyon nehezen, sok idő alatt található meg az optimális megoldás
  - Pl. a különböző NP-nehéz feladatok köre
    - · utazóügynök probléma
    - ilyen esetekben a garantált optimális megoldást csak az összes megoldás összehasonlítása révén lehet előállítani
      - · egyáltalán nem hatékony
  - a valós problémák esetében a rendelkezésünkre álló erőforrások korlátosak
    - akár számítási teljesítményben, akár időben
    - előfordul, hogy kompromisszumként nem a globális optimumot keressük, hanem egy úgynevezett kvázi optimális megoldást
    - A kvázi optimum lehet az optimumot adott mértékben megközelítő megoldás, vagy az adott idő, számítási lépések alatt elérhető addigi legjobb.

- A keresés során megkülönböztethetjük az informált és a nem informált keresést
  - Előbbi esetén az egyes megoldás jelöltekről rendelkezünk valamilyen minőségi leírással
  - A nem informált keresés esetén csak annyi információval rendelkezünk, hogy a kiválasztott megoldás megegyezike a keresett céllal

Metaheurisztikus módszerek

#### Determinisztikus algoritmusok

- Determinisztikus algoritmusok
  - konvencionális optimalizáló algoritmusok
    - hegymászó algoritmus, lineáris és nemlineáris programozás
  - két (vagy több) lefutás során azonos bemenetet feltételezve mindig ugyanazt az eredményt hozzák, a lépések nem térnek el

#### Determinisztikus algoritmusok

- Sztochasztikus algoritmusok
  - működésében nagy szerepet játszanak a véletlen számok
  - Heurisztikus
    - nem garantálják, hogy megtalálják az optimumot (persze ez nincs kizárva)
    - a probléma (keresési tér) valamilyen előzetes ismerete alapján felállított stratégia mentén kutatja át azt
    - kvázi optimális megoldást gyakran nagyságrendekkel gyorsabban talál meg a determinisztikus megoldásokhoz képest
  - metaheurisztikus
    - · nincs egységes meghatározása
    - felsőbb heurisztikát jelent
    - iteratív folyamatok irányítására szolgáló stratégiák, melyek célja (kvázi)optimum megoldásokat találni a keresési tér hatékony felderítése révén

- sztochasztikus jelleg
  - rendkívül nehéz objektíven összehasonlítani
  - egyetlen metaheurisztikus módszer sem jelent univerzálisan jó megoldást minden problémára
  - az egyedi jellegzetességeik, "viselkedésük" viszont egy-egy típusú probléma esetén előnnyel szokott járni
- empirikus teszteket végeznek
  - az elért eredmények alapján hasonlítják össze a különböző paramétereket, mint a futási idő, a számítási igény, vagy a keresési lépések száma, vagy a megtalált legjobb megoldás
- A legalapvetőbb megoldás a különböző, kimondottan optimalizációs algoritmusok tesztelésére szolgáló (benchmark) függvények
  - (és egyéb adathalmazok, mint például gráfok)
  - különböző matematikai jellemzőkkel bírnak
- Például a COCO (COmparing Continuous Optimisers)
  - Folytonos Optimalizálók Összehasonlítása keretrendszer
  - célja, hogy egységes tesztkörnyezetet biztosítson

- Benchmark függvények csoportosításának főbb szempontjai
  - Modalitás
    - a félrevezető csúcsok száma utal a függvény modalitására, aminek lényegében a célja, hogy minél több "lehetőséget" adjon arra (a nem kívánatos helyzetre), hogy lokális optimumba "ragadjon" az algoritmus a viselkedésétől függően;
  - tálak (basin)
    - egy nagyobb területet körbezáró nagy meredekségű alakra utal (melyből több is lehet egy függvényben), ami nagyon "vonzó" egyes algoritmusok számára, hiszen egyes heurisztikák a hirtelen javulás irányába indulnak;
  - völgyek (valley)
    - akkor beszélünk völgyről, ha kisebb változatosságú szűk területet meredek "falak" vesznek körül, hasonlóan a tálakhoz, ez is különösen vonzó az olyam megoldások számára, amely két megoldás jósága közötti eltérés nagysága alapján dönt a következő lépésről;

- szeparálhatóság (separability)
  - a különböző benchmark függvények bonyolultságára utal, a szeparálható problémákat jellemzően könnyű megoldani, hiszen minden függvényváltozó független a többi változótól, melynek köszönhetően független optimalizációs folyamatok végezhetőek el, vagyis minden változó (vagy azok egy csoportja) külön optimalizálható;
- dimenziók (dimensionality)
  - általánosságban elmondható, hogy egy probléma (függvény) dimenzióinak számával együtt nő annak bonyolultsága is, mivel a paraméterekkel együtt a keresési tér mérete exponenciálisan nő.

Metaheurisztikus optimalizáló algoritmusok csoportosítása

- az algoritmusok e családja nagyszámú
  - tagjai eltérő jellemzőkkel rendelkezhetnek
- számos csoportosítási lehetőség is fellelhető a
  - Az egyik szerint 5 fő csoportba sorolhatok a különböző jellemzőik alapján

#### Koncepció

- természet inspirálta módszerek
  - bakteriális evolúciós algoritmus, az ősrobbanás nagy reccs (Big Bang – Big Crunch) algoritmus, a hangyakolónia algoritmus, vagy a mesterséges immunrendszer módszer
- nem természet inspirálta módszerek
  - tabu keresés, vagy az iterált lokális keresés

### Egyidőben tárolt megoldások

- Populáció alapú
  - egyszerre több megoldásjelölttel rendelkeznek a
  - ezek fejlődés (evolúciója) során történik a megoldások optimalizálása
  - Lehetséges több párhuzamos populáció is
- Egypontos
  - egyetlen megoldással dolgoznak
  - trajektória módszerek (trajectory methods)
  - lényegében egy pont fejlődése során egy utat (trajektóriát) jár be
  - Például: tabu keresés, változó szomszéd kereső eljárás (Variable Neighborhood Search).

### Célfüggvény időbeni változása

- Dinamikus célfüggvényű módszer
  - például az irányított lokális keresés (Guided Local Search)
  - az optimalizáció során változtatja
    - célja az, hogy elkerülje az esetleges lokális optimumokba való ragadást
- Statikus célfüggvényű módszer
  - A leggyakoribb

#### Szomszédsági struktúra

- Szomszédsági struktúrájú
  - amennyiben a fitnesz topológia nem változik a keresés során
- változó szomszédsági struktúrájú
  - például a változó szomszéd kereső eljárás eltérő szomszédsági struktúrákat alkalmaz
    - lehetővé teszi, hogy váltson a különböző fitnesz terepek között

#### Memória

- Memóriát használó
  - · keresési folyamat lépéseit tárolja
  - rövid távú memóriával rendelkező
    - például az előző lépések (vagy egy részük), bizonyos döntések, az addigi megoldások közül kiválasztottak
  - hosszú memóriával rendelkező
    - valamilyen akkumulált szintetikus paramétereket használnak
- Memória mentes
  - nem tárolnak visszamenőleges adatokat

- John Holland mutatta be az 1960-as években
- különösen nagy népszerűségnek örvendett az 1970es évek elejétől kezdve
- és mára szinte megszámlálhatatlan módosított változata létezik
- alapelve Darwin evolúciós elméletén alapul, pontosabban a természetes szelekción
  - a környezetükhöz legjobban alkalmazkodott egyedek tovább élnek és több (kisebb változással rendelkező) utódot hoznak létre

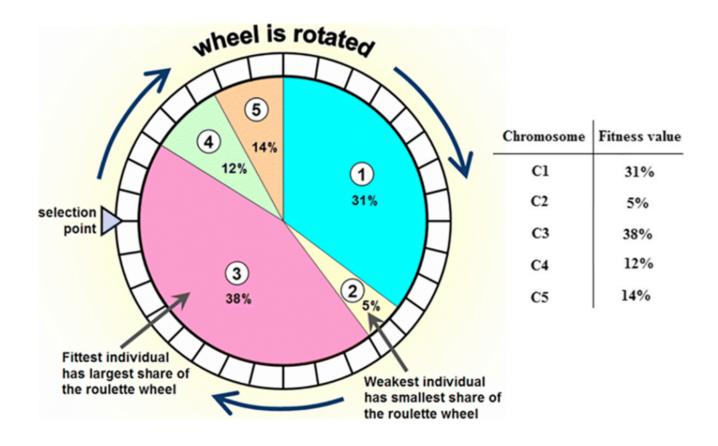
- az egyes megoldásokat (jelölteket) úgynevezett kromoszómákban kódolja
  - bináris vektorként reprezentálnak (ezeket hívják még egyedeknek is)
  - · általánosították tetszőleges n elemű vektorra
    - állhat karakterekből, egész számokból, vagy valós számokból
  - · ez reprezentálja a természetes genomot
- A populáció adott számú kromoszómából áll
  - különböző megoldásjelöltek
    - · az együtt élő élőlényeknek feleltethető meg
- Az egy időben (ciklusban) "élő" megoldások alkotják a generációt
- Az egyes megoldások jóságának leírására a fitnesz függvény szolgál.

- három alapvető genetikus operátor
  - a szelekció
    - kiválasztja a továbbjutó, keresztezésre jelölt egyedeket
  - a keresztezés
    - Két kromoszómából állít elő egy (vagy több) új kromoszómát
    - lényegében két megoldást kombinálva új megoldást alkot
  - a mutáció
    - Adott valószínűséggel bármelyik egyedben végbe mehet
    - véletlenszerűen módosítja a kromoszóma egy részét
- Az egyes operátorokra több alternatív módszer is létezik.

Genetikus Algoritmus: szelekció

### Fitnesz arányos kiválasztás

- Másnéven rulettkerék módszer
- A kromoszómák a jóságukkal arányos méretű szeletet kapnak a "rulettkerékből"
  - A kis jóságú kromoszómák is kiválasztásra kerülhetnek
    - Csak kisebb valószínűséggel
  - A jobb egyedek nagyobb valószínűséggel kerülnek kiválasztásra



Forrás: Shirani Faradonbeh, Roohollah & Hasanipanah, Mahdi & Bakhshandeh Amnieh, Hassan & Jahed Armaghani, Danial & Monjezi, Masoud. (2018). Development of GP and GEP models to estimate an environmental issue induced by blasting operation. Environmental Monitoring and Assessment. 190. 10.1007/s10661-018-6719-y.

#### További módszerek

- Random szelekció
- Levágó szelekció (truncation selection)
- Verseny szelekció (tournament selection)
  - Pár-verseny szelekció (binary tournament selection)
- Jutalom alapú szelekció (reward-based selection)
- Sztochasztikus univerzális szelekció
- Stb.

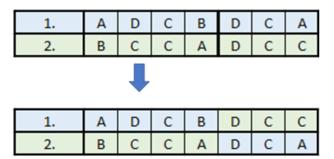
Genetikus Algoritmus: keresztezés

#### Keresztezés operátor

- Számos alternatív megoldás
- Nagyban függ a kódolástól
  - A kromoszómákat leíró adatszerkezet és az arra vonatkozó megkötések
    - Fák, gráfok, vektorok stb.
- Tipikus keresztező megoldások a vektor-jellegű kromoszómák esetén
  - Egy/többpontos keresztezés
  - Uniform keresztezés
  - Aritmetikai keresztezés

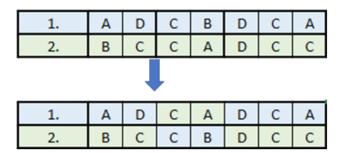
#### Egypontos keresztezés

 A két szülő kromoszómát egy véletlenszerűen kiválasztott pontban elvágjuk és a levágott részeket felcserélve megkapjuk az utódokat



#### Többpontos keresztezés

 A két szülő kromoszómát több (>2) véletlenszerűen kiválasztott pontban elvágjuk és a levágott részeket felcserélve megkapjuk az utódokat



#### Uniform keresztezés

- A két szülő kromoszómát minden második pontban (felváltva) felcserélve megkapjuk az utódokat
  - Lényegében egy "minden pontos keresztezés"

1.	Α	D	С	В	D	С	Α	
2.	В	С	С	Α	D	С	O	
1.	Α	С	С	Α	D	С	Α	

#### aritmetikai keresztezés

 A két szülő kromoszómát egy tetszőleges f függvény segítségével kombináljuk

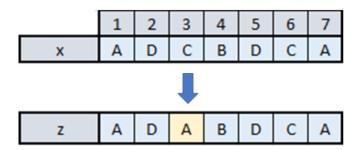
• Tipikus függvény: 
$$z_i = f(x_i, y_i)$$
 
$$f(x_i, y_i) = \alpha * x_i + (1 - \alpha) * y_i \mid \alpha \in [0; 1]$$

_		1	2	3	4	5	6	7				
	x	Α	D	С	В	D	С	Α				
	у	В	С	С	Α	D	С	С				
	•											
	Z	f(x <sub>1</sub> ,y <sub>1</sub> )	f(x2,y2)	f(x <sub>3</sub> ,y <sub>3</sub> )	f(x <sub>4</sub> ,y <sub>4</sub> )	f(x <sub>5</sub> ,y <sub>5</sub> )	f(x <sub>6</sub> ,y <sub>6</sub> )	f(x <sub>7</sub> ,y <sub>7</sub> )				

Genetikus Algoritmus: mutáció

#### Mutációs operátor

- Kromoszómák véletlenszerű megváltoztatása
  - Több változata is van
  - Eredetileg
    - A populáció elemeit adott valószínűséggel kiválasztjuk és egy véletlenszerűen kiválasztott gént módosítunk



Genetikus Algoritmus: pszeudokód

#### Genetikus Algoritmus

- Kezdeti populáció létrehozása /\* Kromoszómák véletlenszerű generálása\*/
- A <u>populáció</u> jóságának meghatározása /\* Kromoszómák fitneszének kiszámítása\*/
- Generáció = 0
- Amíg a terminálási feltétel nem teljesül /\* Az aktuális generáció szám kisebb, mint a megengedett maximális generációk száma\*/
- Szelekció /\* A túlélésre és utódlásra kiválasztott egyedek\*/
- Keresztezés /\* Utódok generálása a szülőkből\*/
- Mutáció /\*Véletlenszerű módosítás a populáció elemein adott valószínűséggel\*/
- A populáció populáció jóságának meghatározása /\*Kromoszómák fitneszének kiszámítása\*/
- Generáció += 1

- közvetlen elődjének az 1997-ben bemutatott pszeudo-bakteriális genetikus algoritmus
  - fuzzy logikai vezérlők generálására alkottak meg
  - A genetikus algoritmusokhoz képest annyiban volt új a módszer, hogy bakteriális mutációt használt
- A bakteriális evolúciós algoritmust 1999-ben N. E. Nawa és T. Furuhashi publikálták
  - céljuk fuzzy rendszerek optimális paramétereinek keresése volt
  - a baktériumok fejlődésének koncepcióját alkalmazták
  - A bakteriális mutáción felül a génátadás, vagy más néven a géntranszfer operátort alkalmazza.

- baktériumok, vagy egyedek
  - kódolt (megoldás) jelöltek az adott problémára.
- Az egyedek valamely tulajdonságait az úgynevezett gének tárolják
  - azok értékei az allélok
- Az egyes baktériumok jóságának, vagy alkalmassági mértékének meghatározására nincs szükség külön fitnesz függvényre
  - az adott probléma kiértékelése használatos erre a célra
- Az egyedek összessége alkotja a baktérium populációt
  - az azonos időben létező egyedek képezik az egyes generációkat

Bakteriális Evolúciós Algoritmus: bakteriális mutáció

#### Bakteriális mutáció

- A populáció minden egyedén (baktériumon) külön-külön végrehajtott operátor
- A baktérium jóságának "önálló", más egyedtől származó információátadás nélküli javítása a cél
- A módszer garantálja, hogy az eredeti baktérium jósága nem romolhat
- Lépései egy kiválasztott baktériumra vonatkozóan
  - A kiválasztott baktériumot  $n_k$  számban klónozzuk (identikus másolatokat hozunk létre)
  - Egy véletlenszerűen kiválasztott allélt véletlenszerűen megváltoztatunk az összes klónban (de az eredeti baktériumban nem)
  - Kiértékeljük a módosított klónokat és kiválasztjuk a legjobb egyedet a klónok és az eredeti baktérium közül
  - A legjobb egyed átadja a korábbi lépésben kiválasztott allélját minden másik egyednek (klónoknak és/vagy eredeti baktériumnak)
  - Ezt a lépéssorozatot addig ismételjük, amíg minden allél kiválasztásra nem került
  - A lépések végén a módosított baktériumot visszahelyezzük a populációba
    - legrosszabb esetben a kiindulási paraméterekkel fog rendelkezni

Bakteriális Evolúciós Algoritmus: génátadás

#### Génátadás

- A célja, hogy a populáció egyedei közötti információcserével javítsa a baktériumok jóságát
- A lépéseit  $n_i$  (infekciók száma) alkalommal ismételjük meg
- Lépései
  - A populációban található baktériumokat jóság szerint sorbarendezzük
  - Egy előre definiált  $n_c$  pontban elvágjuk a populációt
    - Ezzel a jó és rossz baktériumok csoportjára osztjuk azt
  - A jó és a rossz baktériumok csoportjából véletlenszerűen kiválasztunk egy-egy egyedet
  - A kiválasztott jó (forrás) baktérium átadja egy véletlenszerű allélját a kiválasztott rossz (cél) baktériumnak
    - Amennyiben rögzített hosszúságúak a baktériumok, akkor a célbaktérium felülírja az allélt
    - Eltérő hosszúságú baktériumok esetén hozzá is fűzheti az allélt

Bakteriális Evolúciós Algoritmus: pszeudokód

- Kezdeti populáció létrehozása /\* Baktériumok véletlenszerű generálása\*/
- Generáció = 0
- Amíg a <u>terminálási feltétel</u> nem teljesül/\*Az aktuális generáció szám kisebb, mint a megengedett maximális generációk száma\*/
- Minden egyedre
- Bakteriális mutáció
- Amíg el nem érjük a <u>maximális génátadások</u> <u>számát</u>
- Génátadás
- <u>Generáció</u> += 1

- particle swarm optimization
- R. Eberhart és J. Kennedy publikálták 1995–ben
  - céljuk nemlineáris függvények optimalizációja volt
  - két paradigmát is javasoltak, illetve vizsgáltak
    - Az egyik globálisan, míg a másik lokálisan orientált részecskesereg módszer

- Az algoritmus részecskék mozgásának az analógiáját alkalmazza
  - a füst gomolygásához hasonló az egyes egyedek (részecskék) mozgása
    - hasonlít például a madarak és a halak összehangolt mozgására is
- A részecskék a megoldás jelölteket jelképezik, amelyek a keresési térben mozognak.

Részecskesereg Optimalizáció: pszeudokód

- Kezdeti részecskék létrehozása a <u>D dimenzión</u> /\*Részecskék pozícióinak és sebességeinek véletlenszerű generálása\*/
- Amíg a <u>terminálási feltétel</u> nem teljesül, addig <u>minden részecskére</u>
- A kiválasztott minimalizálási függvény kiértékelése a <u>D</u> változókra
- Ha a <u>részecske</u> aktuális értéke jobb, mint a <u>részecske legjobb</u> értéke, akkor
- A <u>legjobb értéket</u> az <u>aktuális értékre</u> cseréljük
- Ha a <u>részecske legjobb értéke</u> jobb, mint a <u>globális legjobb</u> érték, akkor
- A <u>legjobb globális értéket</u> az <u>aktuális részecske értékre</u> cseréljük
- <u>Részecske sebességének</u> frissítése
- Részecske mozgatása az új pozícióba

- Big Bang Big Crunch
- O. K. Erol és I. Eksin publikálták 2005–ben
- céljuk egy általuk fejlesztett újszerű optimalizációs módszer bemutatása volt
- lényege az univerzum fejlődési analógiájára épül
  - Ősrobbanás
    - · egyetlen pontból tágulással jött létre az ismert univerzum
  - · nagy reccs
    - · ahol az univerzum egyetlen pontba roskad
- Az univerzum maga a keresési tér
- Az univerzum pontjai (az égitestek) az egyes egyedek, vagyis a megoldás jelöltek.

- A jóság kiszámítsa valamilyen előre megadott fitnesz függvény alapján történik
  - az univerzum keletkezésének analógiájára ez jelképezi a világegyetemben (keresési térben) található égitestek (egyedek) tömegét
- benchmark jellegű tesztben összehasonlították algoritmusukat egy genetikus algoritmussal
  - az eredményeik alapján az új módszer több esetben felülmúlta a genetikus algoritmus által hozott eredményeket

Ősrobbanás – nagy reccs: pszeudokód

- Kezdeti populáció véletlenszerű létrehozása /\*Egyedek generálása a probléma keresési terében\*/
- Amíg a terminálási feltétel nem teljesül, addig
- Minden egyedre
- Jóság kiszámítása
- <u>Súlypont</u> meghatározása az <u>egyedek</u> alapján
- Új egyedek létrehozása a súlypont körül /\*Az iterációnként módosított keresési térben\*/

Imperialista Kompetitív Algoritmus

### Imperialista Kompetitív Algoritmus

- Imperialist Competitive Algorithm
- E. Atashpaz-Gargari és C. Lucas publikálta 2007–ben
- céljuk egy a birodalmak versengésének mintájára épített optimalizációs algoritmus létrehozása volt
- az egyes országok jelképezik a probléma egy-egy megoldását a keresési térben, vagyis az egyedeket
  - két csoportra oszthatóak, az erősebbek a birodalmak (imperialists), míg a gyengébbek a gyarmatok (colonies)
    - A gyarmatok a különböző birodalmak között szétosztásra kerülnek.

### Imperialista Kompetitív Algoritmus

- Az országok erősségének meghatározására a költség függvény szolgál
  - a fitnesz függvényhez hasonló
    - működése eltér
  - alacsony költségfüggvény = erős ország
  - nem csak az egyedek önálló költségfüggvényét határozza meg
    - · A birodalmak és gyarmataik együttes költségfüggvényét is felhasználja
- A gyarmatok közelítenek a felettük álló birodalmakhoz
  - A mozgás következtében azok költségfüggvény-értéke változhat és jobb lehet a hozzájuk tartozó birodaloménál
    - az egyes gyarmatok erősebbé válhatnak, mint a föléjük rendelt birodalom
    - · Az ilyen esetekben az adott gyarmat "átveszi a hatalmat"
- A versengés során a gyengébb birodalmak elveszíthetik a gyengébb gyarmataikat
  - erősebb birodalomhoz kerülhetnek
- Az erőtlen birodalmak össze is omolhatnak
  - Eltűnnek, gyarmatai szétosztásra

Imperialista Kompetitív Algoritmus: pszeudokód

### Imperialista Kompetitív Algoritmus

- Kezdeti országok véletlenszerű létrehozása /\*Egyedek generálása a probléma keresési terében\*/
- Minden országra
- Költség függvény kiszámítása
- A birodalmak és gyarmatok kiválasztása
- Amíg a terminálási feltétel nem teljesül, addig
- Minden gyarmatra
- Mozgatás a <u>birodalma irányába</u>
- Minden gyarmatra
- Ha a gyarmat erősebb, mint a birodalma, akkor
- Gyarmat és birodalom felcserélése
- Minden birodalomra
- A <u>birodalom</u> teljes erejének meghatározása /\*A birodalom és a gyarmatai együttes, aggregált ereje\*/
- A leggyengébb <u>birodalom</u> vagy <u>birodalmak</u> leggyengébb <u>gyarmatának</u>, vagy <u>gyarmatainak</u> kiválasztása
- A kiválasztott gyarmat(ok) véletlenszerű átadása valamely birodalomnak, vagy birodalmaknak /\*A birodalmak ereje alapján eltérő valószínűséggel kaphatják meg a gyarmato(ka)t\*/
- Az erőtlen birodalmak eliminálása, gyarmataik szétosztása

#### Felhasznált források

- Botzheim János Dr. Kóczy T. László Dr. Tikk Domonkos: Intelligens rendszerek. Győr: Széchenyi István Egyetem, 2008. 287 p.
- S. Forrest, and M. Mitchell, Relative building-block fitness and the building-block hypothesis, In L. D. Whitley (Eds.): Foundations of Genetic Algorithms 2, Morgen Kauffman, San Mateo, CA, 1993.
- X.-S. Yang, Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms, Luniver Press, Cambridge, UK, 2010.
- C. Blum and A. Roli, Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison, ACM Computing Surveys, 35(3), pp. 268–308, 2003.
- N. E. Nawa, T. Hashiyama, T. Furuhashi, and Y. Uchikawa, Fuzzy logic controllers generated by pseudo-bacterial genetic algorithm, In Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks 1997, pp. 2408–2413, 1997.
- J. H. Holland, Adaptation in Natural and Artificial Systems, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1992.
- N. E. Nawa and T. Furuhashi, Fuzzy system parameters discovery by bacterial evolutionary algorithm, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 7(5), pp. 608–616, 1999.
- J. Kennedy and R. Eberhart, Particle Swarm Optimization, In Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks 1995, pp. 1942–1948, 1995.
- R. Eberhart and J. Kennedy, A New Optimizer Using Particle Swarm Theory, In Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, pp. 39-43, 1995.

- O. K. Erol and I. Eksin, A new optimization method: Big Bang Big Crunch, Advances in Engineering Software, vol. 37, Elsevier, pp. 106-111, 2005.
- H. Tang, J. Zhou, S. Xue and L. Xie, Big Bang–Big Crunch optimization for parameter estimation in structural systems, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 24, Elsevier, pp. 2888-2897, 2010.
- A. Kaveh and S. Talatahari, Size optimization of space trusses using Big Bang-Big Crunch algorithm, Computers and Structures, vol. 87, Elsevier, pp. 1129-1140, 2009.
- E. Atashpaz-Gargari and C. Lucas, Imperialist Competitive Algorithm: An Algorithm for Optimization Inspired by Imperialist Competition, In Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation 2007, pp. 4661-4667, 2007.
- H. Duan, C. Xu, S. Liu and S. Shao, Template matching using chaotic imperialist competitive algorithm, Pattern Recognition Letters, vol. 31, Elsevier, pp. 1868-1875, 2010.
- T. Niknam, E. T. Fard, N. Pourjafarian and A. Rousta, An efficient hybrid algorithm based on modified imperialist competitive algorithm and K-means for data clustering, Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 24, Elsevier, pp. 306-317, 2011.
- S. Talatahari, B. Farahmand Azar, R. Sheikholeslami and A. H. Gandomi, Imperialist competitive algorithm combined with chaos for global optimization, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 17, Elsevier, pp. 1312-1319, 2012.
- http://www-optima.amp.i.kyotou.ac.jp/member/student/hedar/Hedar\_files/TestGO.htm
- http://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html
- http://coco.gforge.inria.fr/
- https://www.toshiba.co.jp/rdc/rd/detail\_e/e1904\_01.html
- https://aisearch.github.io/#/
- https://github.com/fcampelo/EC-Bestiary