Mesterséges Intelligencia

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fő forrás: Botzheim János Dr. - Kóczy T. László Dr. - Tikk Domonkos: Intelligens rendszerek. Győr : Széchenyi István Egyetem, 2008. 287 p. [elektronikus jegyzet (pdf)]

FONTOS

- Az alábbi anyag munkavázlat, hibákat tartalmazhat. Amennyiben hibát találnak, kérem, a portálon keresztül üzenetben jelezzék, hogy melyik heti előadás, vagy jegyzet melyik részében, milyen hibát véltek felfedezni!
- Az anyagok kizárólag a Széchenyi István Egyetem 2021-2022 tavaszi félévében Mesterséges Intelligencia kurzust felvett hallgatói számára készültek, kizárólag az adott félév kurzusaihoz használható fel!
- Az alábbi hivatkozásokon megnyitott minden fájl automatikusan begyűjti a hallgató különböző egyedi azonosítóit, mely alapján beazonosítható lehet. Ennek megfelelően a hivatkozásokat ne osszák meg egymással (különösen a kurzust nem hallgatókkal), mert abból az egyedi azonosítók visszakereshetők és a személyazonosság meghatározható!
-
-

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Crisp halmazok partíciói

Crisp halmazok partíciói

- Egy *X* alaphalmaz partícióin olyan nemüres részhalmazok halmazát értjük, melyre teljesül, hogy minden *X* alaphalmazbeli *x* elem csak egyetlen részhalmazhoz tartozik
  - vagyis olyan diszjunkt részhalmazok halmaza, melyek uniója az alaphalmaz

$$\pi(X) = \left\{ A_i \middle| i \in I, A_{i_1} \cap A_{i_2} = \emptyset, \bigcup_{i \in I} A_i = X \right\}$$

- Egy n elemű halmaz lehetséges partícióinak számát a Bell-szám adja meg

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k.$$

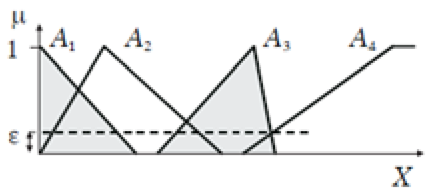
- Például az *X* : {A, B, C} alaphalmaz partícióira
  - P_1 : {{A, B, C}} (triviális partíció, minden *X* alaphalmazra létezik)
  - P_2 : {{A}, {B}, {C}}
  - P_3 : {{A}. {B, C}}
  - P_4 : {{B}, {A, C}}
  - P_5 : {{C}, {A, B}}

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy halmazok partíciói

Fuzzy halmazok partíciói

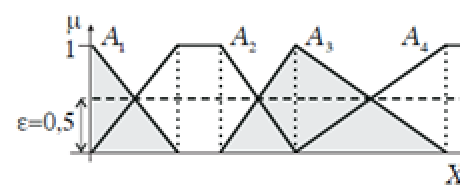
- Felosztják/részlegesen lefedik az alaphalmazt
  - Minden lehetséges bemeneti értékre legyen pozitív tagsági értékű információ
- Hasznosak a fuzzy irányítási rendszerek szabályainál alkalmazott nyelvi változóinál
- X alaphalmazon értelmezett $\{A_1, A_2, \ldots A_n\}$ fuzzy halmazok esetén ε-lefedése



$$\forall x \in X, \exists i \in [1,n] : A_i(x) \geq \varepsilon$$

  - ahol $\varepsilon > 0$ az alaphalmaz lefedettségének mértéke
  - Ekkor az $A : \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$ fuzzy halmazcsaládot az X alaphalmaz partíciójának nevezik
- A egy Ruspini-partíció, ha az A_i halmazok tagsági értékének összege minden x alaphalmazbeli elemre vonatkozóan 1

$$\sum_{i=1}^{n} A_i(x) = 1, \quad \forall x \in X$$



Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Crisp relációk

Crisp relációk

- Egy adott *n* darab halmazból képzett *X* univerzumon (szorzathalmazon) definiált *R* crisp reláció az alábbi módon definiálható

$$R(X_1, \cdots, X_n) \subseteq X_1 \times \cdots \times X_n$$

- ahol az univerzumot jelentő szorzathalmaz, melynek elemeire vonatkozik a reláció az alábbi módon írható fel

$$\mathop{\times}_{i=1}^{n} X_i = X_1 \times \cdots \times X_n$$

- Egy crisp reláció megadása a halmazokhoz hasonlóan történhet karakterisztikus függvénnyel, formálisan

$$R(x_1, \cdots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{ha} \quad \langle x_1, \cdots, x_n \rangle \in R \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy relációk

Fuzzy relációk

- Hasonlóképp adható meg egy *R* fuzzy reláció is, azonban a karakterisztikus függvény helyett tagsági függvényt kell megadni, mely tetszőleges [0;1] intervallumbéli értéket felvehet, vagyis $\mu_R(x_1, \cdots, x_n) \in [0;1]$
- Tehát az *R* fuzzy reláció ennek megfelelően formálisan $R(x_1, \cdots, x_n) = \mu_R(x_1, \cdots, x_n)$
  - ami leírja, hogy x_1, …, x_n elemekre milyen mértékben áll fenn a (relációs) kapcsolat

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy relációkon értelmezett műveletek: kompozíció

Kompozíció

- Adott két reláció *P*(*X*, *Y*) és *Q*(*Y*, *Z*)
- A két reláció kompozíciójaként előálló *R*(*X*, *Z*), vagy *PQ*(*X*, *Z*) reláció az *X* x *Z* szorzathalmazon minden *x* ∈ *X* és *z* ∈ *Z*-re az alábbi módon számítható

$$R(x,z) = [P \circ Q](x,z) = \max_{y \in Y} \min[P(x,y),Q(y,z)]$$

- Min és max: Zadeh-féle t-/s-normák
  - Általánosítható tetszőleges normapárra

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy relációkon értelmezett műveletek: tranzitív lezárt

Tranzitív lezárt

- Adott egy reláció $R(X, X)$
- Keressük azt $R_T(X, X)$ relációt, melyre teljesül a tranzitivitás tulajdonsága, tartalmazza az $R(X, X)$-et, a lehető legkevesebb elemet tartalmazza

1. $\underline{\underline{R'}} = \underline{\underline{R}} \cup (\underline{\underline{R}} \circ \underline{\underline{R}})$.
2. Ha $\underline{\underline{R'}} \neq \underline{\underline{R}}$, akkor legyen $\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{R'}}$, és folytassuk az első lépéssel.
3. Állj, ha $\underline{\underline{R'}} = \underline{\underline{R}}$, s ekkor $\underline{\underline{R'}} = \underline{\underline{R}}_T$.

- Min és max: Zadeh-féle t-/s-normák
  - Általánosítható tetszőleges normapárra
    - Ennek megfelelő tranzitivitásról beszélünk (pl. max-min tranzitivitás)

Egy fuzzy reláció *tranzitív* (pontosabban *max-min tranzitív*), ha minden $\langle x,z\rangle \in X^2$ párra

$$R(x,z) \geq \max_{y \in X} \min[R(x,y), R(y,z)]$$

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy relációkon értelmezett műveletek: projekció

Fuzzy relációkon értelmezett projekció

- Gyakorlati szempontból az egyik legfontosabb fuzzy relációkon értelmezett művelet a projekció, melynek során egy szűkebb halmazcsaládjára „vetítjük” a relációt. Vagyis formálisan adott egy *R* fuzzy reláció az *X* (szorzathalmazként előálló) univerzumon $R(X_1 \times \cdots \times X_n)$
- ekkor az *R* fuzzy reláció *Y* halmazcsalád direktszorzatából előálló univerzumra vett projekciója az alábbi fuzzy reláció lesz

$$[R \downarrow Y](\underline{y}) = \max_{\underline{x} \succ \underline{y}} \mu_R(\underline{x})$$

- $\underline{y}$ $\underline{x}$ részsorozata akkor és csakis akkor, ha

$$\underline{x} = (x_i \mid i \in N_n) \in \times_{i \in N_n} X_i \qquad \underline{y} = (y_j \mid j \in J) \in \times_{j \in J} X_j \qquad J \subset N_n \qquad \forall j \in J : y_j = x_j \qquad \underline{y} \prec \underline{x}$$

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy relációkon értelmezett műveletek: hengeres kiterjesztett

Fuzzy relációkon értelmezett hengeres kiterjesztett

- A második legfontosabb fuzzy relációkon értelmezett művelet a hengeres kiterjesztett, mely bizonyos fokig az előzőekben bemutatott projekció inverz műveletének tekinthető, azonban ez a legnagyobb „fedő” relációt állítja elő
- Ha egy R fuzzy relációt, mely az Y halmazcsalád szorzathalmazán definiált terjesztjük ki az X halmazcsaládra, az alábbi módon írható fel formálisan

$$[R \uparrow X - Y](\underline{x}) = \mu_R(\underline{y}) \qquad Y \subset X \qquad \underline{y} \prec \underline{x}$$

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

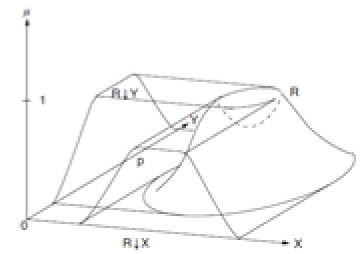
Fuzzy relációkon értelmezett műveletek: hengeres lezárt

Fuzzy relációkon értelmezett hengeres lezárt

- A hengeres kiterjesztett felhasználásával történik a meghatározása
  - A hengeres kiterjesztett által meghatározott relációk metszetéből kapjuk
- Egy az eredeti relációhoz közelebbi relációt határoz meg
  - Azonban előfordulhat információvesztés
- Legyen adott az *X* halmazon definiált *R* reláció projekcióinak $\{P_i | i \in I\}$ egy halmaza,
- Ekkor a reláció ezen projekció által generált hengeres lezártja

$$\mathrm{cyl}\{P_i\}(\underline{x}) = \min_{i \in I}[P_i \uparrow \mathcal{X} - \mathcal{Y}_i](\underline{x})$$

ahol $\mathcal{Y}_i$ jelöli azt a halmazcsaládot, amin a P_i projekció definiálva van



Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy irányítási rendszerek: Mamdani- és Larsen módszer

Mamdani-féle fuzzy irányítási rendszer

- A Zadeh által javasolt megoldáshoz képest többdimenziós *X* bemenet esetén az *R* reláció helyett annak ortogonális projekcióin alkalmazta a megoldást
  - Ez a modellre vonatkozó komoly megszorításokat jelent
  - Előnye, hogy kedvezőbb a számítási bonyolultsága
- A tudás/modell szabálybázisban tárolt „ha …, akkor …” típusú szabályokban kerül reprezentálásra
  - Antecedens: feltétel rész, lehet összetett fuzzy logikai kifejezés (bemenet)
  - Konzekvens: következmény rész (kimenet)
  - Például: HA a hőmérséklet az nagy, AKKOR a ventilátor az gyors

Mamdani-féle fuzzy irányítási rendszer

- A módszer lényegében négy fő lépésből áll

  - Illeszkedési mértékek meghatározása (fuzzyfikáció)
    - A megfigyelés (jellemzően crisp bemeneti értékek) illeszkedésének meghatározása a szabályok bemeneteinél használt változókra

  - Szabályok kiértékelése
    - Az egyes szabályoknál meghatározott *w* illeszkedési mértékek segítségével a szabályok konzekvenseiben megadott *B* halmazok „levágása"
    - Lényegében a részkövetkeztetések (*B**) meghatározása

$$B_i^*(y) = \min\left(w_i, B_i(y)\right)$$

Mamdani-féle fuzzy irányítási rendszer

- A módszer lényegében négy fő lépésből áll (folyt.)
  - Szabályok kimeneteinek aggregálása
    - A szabályonként meghatározott (levágott) kimeneti halmazok uniója $B^* = \bigcup_{i=1}^{r} B_i^*$
    - A részkövetkeztetések egyesítése
  - Defuzzyfikáció
    - Az aggregált kimeneti fuzzy halmaz alapján a (crisp) végkövetkeztetés meghatározása
    - Több alternatív megoldás létezik

Fuzzy irányítási rendszerek alapjai

Defuzzifikációs módszerek

Defuzzifikációs módszerek

- Center of Gravity $y_i^* = \frac{\int_{y\in \mathrm{supp}(B_i^*)} B_i^*(y)ydy}{\int_{y\in \mathrm{supp}(B_i^*)} B_i^*(y)dy}$ $w_i^* = \int_{y\in \mathrm{supp}(B_i^*)} B_i^*(y)dy$
  - Feltétele, hogy a $B*$ következtetés tartója (egybefüggő/)intervallum, nemüres és mérhető legyen $y_{\mathrm{COG}} = \frac{\sum_{i=1}^{r}(y_i^* \cdot w_i^*)}{\sum_{i=1}^{r} w_i^*}$
  - Az egyes részkonklúziók súlypontjának átlaga
- Center of Area $y_{\mathrm{COA}} = \frac{\int_{y\in B^*} B^*(y)ydy}{\int_{y\in B^*} B^*(y)dy}$
  - A $B*$ (teljes) következtetés területe alapján számolja
- First of Maxima $y_{FOM} = inf\{B^*_{\alpha=h(B^*)}\}$
- Mean of Maxima $y_{\mathrm{MOM}} = \frac{\int_{y\in \mathrm{MAX}(B^*)} ydy}{\int_{y\in \mathrm{MAX}(B^*)} dy}$
- Center of Maxima $y_{\mathrm{COM}} = \frac{\inf M + \sup M}{2}$
- Last of Maxima $y_{LOM} = sup\{B^*_{\alpha=h(B^*)}\}$

Larsen-féle fuzzy irányítási rendszerek

- Lépései megegyeznek a Mamdani-féle megoldásával
- Az egyetlen eltérés, hogy algebrai normát alkalmaz, melynek következtében a konzekvens halmazokon „skálázás” figyelhető meg a „vágás” helyett

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy irányítási rendszerek: Sugeno módszer

Függvény kimenetű fuzzy irányítási rendszerek

- Függvény kimenetű fuzzy irányítási rendszerek
  - Itt nem tagsági függvény, hanem valós függvény található a kimeneten
- Több változata is van
  - Sugeno/0-s típusú irányítók: konstans függvény a kimenet
  - Takagi-Sugeno/1-es típusú irányítók: lineáris függvény a kimenet
  - Takagi-Sugeno-Kang/általános típusú irányítók: magasabb rendű függvény a kimenet

Sugeno-féle függvény kimenetű fuzzy irányítási rendszerek

- Szabályok általános alakja Ha $x_1 = A_{1,i}, \ldots, x_n = A_{n,i}$ akkor $y_i = f_i(x_1, \ldots, x_n)$,
- Nincs szükség defuzzyfikációra, hisz a kimenet már valós, de a részkonklúziókat egyesíteni kell

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{r} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i \cdot f_i(x_1, \ldots, x_n)}{\sum_{i=1}^{r} w_i}.$$

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy irányítási rendszerek: Fuzzy redukciós módszerek

Algoritmusok bonyolultsága

- Bonyolultság/komplexitás
  - Algoritmusok egyik legfontosabb tulajdonsága
    - Valójában többféle komplexitás definiálható, így több tulajdonság
  - ~Megadja a megoldandó probléma mérete és a megoldásához szükséges erőforrás közötti összefüggés jellegét leíró függvényt
    - A probléma mérete a megoldandó feladatot leíró jellemző, például mátrix dimenzióinak mérete, gráf éleinek/csomópontjainak száma stb.
    - Az erőforrás lehet időigény, végrehajtandó lépések/utasítások száma, tárigény stb.
- Uniform bonyolultságú aszimptotikus komplexitás
  - $n\text{: } a\ probléma\ mérete$
  - $g(n)\text{: } a\ függvény\ (algoritmus)$
  - $O\big(f(n)\big)\text{: } a\ függvény\ nagyságrendje\ (algoritmus\ komplexitása),$ $ha\ létezik\ olyan\ c, melyre\ g(n) \leq cf(n)\ minden\ n \geq 0\ esetén$

Szabályok szükséges száma

- $X = X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_k : k\ dimenziós\ bemeneti\ alaphalmaz$
- $\varepsilon > 0\ esetén$
- $az\ X_i\ bemeneti\ halmazok\ \varepsilon - lefedéséhez\ szükséges\ fuzzy\ halmazok\ száma\ legfeljebb\ T$
- $|R| = O\left(T^k\right) : az\ alaphalmaz\ tejes\ \varepsilon - lefedéséhez\ szükséges\ szabályok\ száma$
- Ebből látható, hogy az egyes bemeneti alaphalmazok és a bemeneti halmaz dimenziószámától exponenciális mértékben függ a szükséges szabályok száma, amennyiben garantálni szeretnénk a minimális fedést minden esetre

Fuzzy következtető eljárások bonyolultsága

- Zadeh-féle CRI
  - $C_{Z,idő} = O\left(rT^{k+1}\right) = O\left(T^{2k+1}\right)$
  - $C_{Z,tár} = O(r(k+1)T) = O\left((k+1)T^{k+1}\right)$
- Mamdani, Larsen, Sugeno
  - $C_{M,idő} = O(r(k+1)T) = O\left((k+1)T^{k+1}\right)$

Csökkentési lehetőségek

- Algoritmus bonyolultságának csökkentése
  - *L. T. Kóczy. Complexity of bounded compact rule based fuzzy inference. In Towards a Unified Fuzzy Sets Theory. Proc. of the 3rd Joint IFSA-EC and EURO-WG Workshop on Fuzzy Sets, pages 59–60, Visegrád, Hungary, 1990.*
  - *L. T. Kóczy. Computational complexity of various fuzzy inference algorithms. Annales Univ. Sci. Budapest, Sect. Comp., 12:151–158, 1991.*
  - *A. Stoica. Fuzzy processing based on alpha-cut mapping. In Proc. of the 5th IFSA World Congress (IFSA'93), pages 1266–1269, Seoul, 1993.*
  - *W. Yu and Z. Bien. Design of fuzzy logic controller with inconsistent rule base. J. of Intelligent and Fuzzy Systems, 3:20 p., 1995.*

Csökkentési lehetőségek

- Szabályredukció
  - Nyelvi változók számának (bemeneti alaphalmaz méretének) csökkentése
  - Szabályok számának csökkentése
  - Az algoritmus bonyolultsága marad
    - A probléma méretét próbáljuk „kordában tartani”
      - A szabályok finomhangolása
      - *J. Bruinzeel, V. Lacrose, A. Titli, and H. B. Verbruggen. Real time fuzzy control of complex systems using rule-base reduction methods. In Proc. of the 2nd World Automation Congress (WAC'96), Montpellier, 1996.*
      - *L. X.Wang, R. Langari, and J. Yen. Principal components, B-splines, and fuzzy system reduction. InW. Chiang and J. Lee, editors, Fuzzy Logic for the Applications to Computer Systems, pages 255–259. World Scientific, 1996.*
      - *Y. Yam. Fuzzy approximation via grid point sampling and singular value decomposition. IEEE Trans. on SMC, 27(6):933–951, 1997.*
      - *P. Baranyi, Y. Yam, C. T. Yang, and A. Várkonyi-Kóczy. Practical extension of the SVD based reduction technique for extremely large fuzzy rule bases. In Proc. of the IEEE Int. Workshop on Intelligent Signal Proc. (WISP'99), pages 29–33, Budapest, Hungary, 1999.*

Ritka szabálybázisok

- „lyuk” a szabályok antecedensének fedésében
  - van olyan alaphalmazbeli elem, melyre nem teljesül az ε-lefedés ε>0 esetére
    - $A^* \cap \bigcup_{i=1}^{r} supp(A_i) \subset X = \emptyset$
    - Létezik olyan bemenet, amire „nem tud mit mondani”
  - Ilyen esetben például a Zadeh- és Mamdani-féle következtetési eljárás nem használható (nem lehet konklúziót meghatározni)
  - Számos dolog okozhatja
    - Hangolás, ritkítás, szabálybázis generálása stb.

Fuzzy halmazok összehasonlítása

- Gyakran szükséges
  - Például az interpolációs módszereknél
- A leggyakrabban (egyszerűbben) *CNF*-ekre alkalmazható
- Definiálni kell a rendezést
  $(x_1 \leq x_2,\ ha\ x_{1i} \leq_i x_{2i} \vee i\ )$
  - Részben rendezés

    $inf\{A_{1i\propto}\} \leq_i inf\{A_{2i\propto}\}$,
    $sup\{A_{1i\propto}\} \leq_i sup\{A_{2i\propto}\} \mid \forall \propto \in [0;1]$,
    $A_{1i} \prec_i A_{2i} \mid \forall i$
    $A_1 \prec A_2$
    - Fuzzy halmazok távolsága

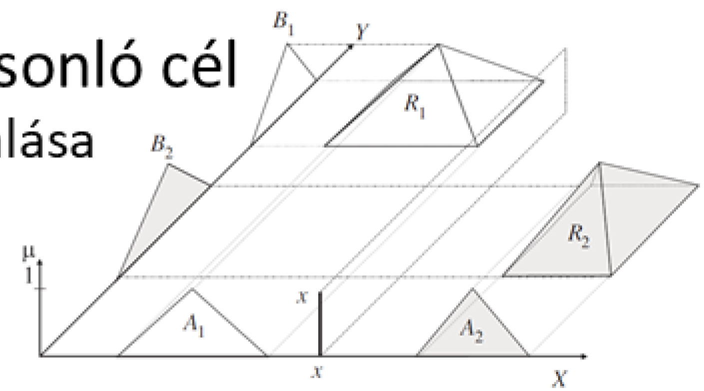
Fuzzy halmazok távolsága

- (Egydimenziós *X*) alaphalmazon értelmezett,
- részben rendezett ($A_1 \prec A_2$)
- CNF halmazok
- Alsó távolság
  - $d_{\propto L}(A_1; A_2) = inf\{A_{2\propto}\} - inf\{A_{1\propto}\}$
- Felső távolság
  - $d_{\propto U}(A_1; A_2) = sup\{A_{2\propto}\} - sup\{A_{1\propto}\}$

Fuzzy relációk, fuzzy irányítási rendszerek és fuzzy redukciós módszerek

Fuzzy irányítási rendszerek: fuzzy redukciós módszerek

Lineáris (KH)-szabáyinterpoláció



- A hagyományos interpolációhoz hasonló cél
  - Két ismert érték közötti érték megtalálása
- Alapvetés
  - Ismert két szabály (R_1;R_2)
    - a szabálybázis lyukas
    - egy-egy bemeneti (A_1;A_2) és kimeneti (B_1;B_2) halmazzal
      - A bemeneti és kimeneti halmazok rendezettek ($A_1 \prec A_2$, $B_1 \prec B_2$)
  - Ismert egy megfigyelés (A^*)
    - Nincs átfedésben a bemeneti halmazokkal
      - A rendszer alapvetően nem tud következtetést hozni
  - Cél: interpoláció művelet segítségével meghatározni azt a lehetséges B^* értéket, ami fedi a megfigyelést
    - Ehhez az ismert szabályokat és a megfigyelést használja fel

Lineáris (KH)-szabáyinterpoláció

- $inf\{B_\propto^*\} = \dfrac{\frac{inf\{B_{1\propto}\}}{d_L(A_\propto^*;A_{1\propto})}+\frac{inf\{B_{2\propto}\}}{d_L(A_\propto^*;A_{2\propto})}}{\frac{1}{d_L(A_\propto^*;A_{1\propto})}+\frac{1}{d_L(A_\propto^*;A_{2\propto})}}$

- $sup\{B_\propto^*\} = \dfrac{\frac{sup\{B_{1\propto}\}}{d_U(A_\propto^*;A_{1\propto})}+\frac{sup\{B_{2\propto}\}}{d_U(A_\propto^*;A_{2\propto})}}{\frac{1}{d_U(A_\propto^*;A_{1\propto})}+\frac{1}{d_U(A_\propto^*;A_{2\propto})}}$

- Szakaszonként lineáris CNF halmazok esetén elegendő a töréspontokhoz tartozó $\propto\in[0;1]$ értékekre meghatározni

Hierarchikus szabálybázisok

- Komplex, időérzékeny feladatok
  - nagyszámú szabályt feltételez
    - komoly problémát okoz a szabálybázis mérete
- A problémát felosztják aldoménekre
  - az egyes doménekhez kiválasztják azon szabályokat, melyek szükségesek az adott részfeladat kezeléséhez
    - A következtetés meghozásakor így az adott problémához köthető kisebb méretű szabálybázist kell a rendszernek kiértékelnie
    - csökkentve a szükséges számítások mennyiségét
  - Ahhoz, hogy meghatározható legyen, hogy egy aktuális helyzetben melyik aldoménhez tartozó szabálybázist, úgynevezett meta–szabályok bevezetése szükséges
    - számuk jellemzően elhanyagolható a szabálybázis méretéhez viszonyítva.

Hierarchikus szabálybázisok