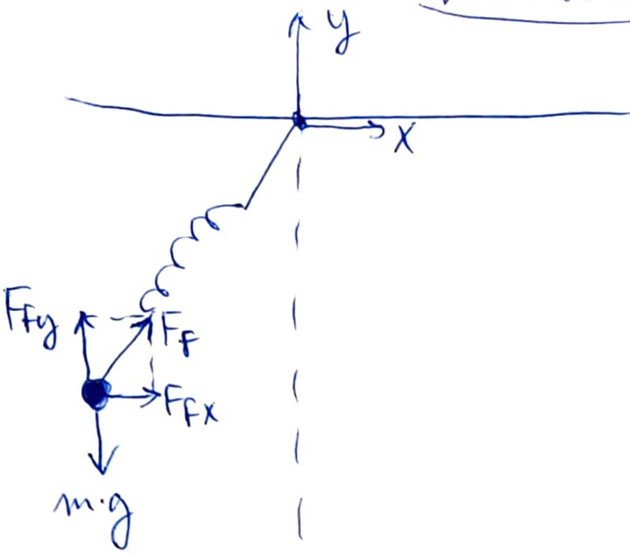
Kaotikus rezgések – Luchner, Worg



$$m\cdot\ddot{x} = m\cdot a_x = \sum F_x$$

$$m\cdot\ddot{y} = m\cdot a_y = \sum F_y$$

Rugóban ébredő erő:

$F_f = D\cdot(l - l_0)$, ahol l_0 a nyugalmi hossz.

l változó → x, y-al → $l = \sqrt{x^2+y^2}$, ebből

$F_f = D\left(\sqrt{x^2+y^2} - l_0\right)$; geometriából át

erő komponensek:

$$\frac{F_{fy}}{F_f} = \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad ; \quad \frac{F_{fx}}{F_f} = \frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$m\cdot\ddot{x} = \sum F_x \to \ddot{x} = \frac{\sum F_{fx}}{m}$$

$$\ddot{x} = -\frac{D}{m}\cdot x\cdot\frac{\left(\sqrt{x^2+y^2} - l_0\right)}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\ddot{y} = -\frac{D}{m}\cdot x\cdot\frac{\left(\sqrt{x^2+y^2} - l_0\right)}{\sqrt{x^2+y^2}} - g$$

Az $\sum F_{fy}$ tartalmazza az m.g erőt is

Ha $x << y$, akkor $\ddot{x} = -\frac{D}{m}\cdot x\cdot\left(1 - \frac{l_0}{y}\right)$

$D = 50N/m \quad M = 2,3kg, \ L = 0,55m$

Lépések:

$$\dot{x}(t+dt) = \dot{x}(t) + \ddot{x}(t)\,dt$$

$$x(t+dt) = x(t) + \dot{x}(t)\,dt$$

$$\dot{y}(t+dt) = \dot{y}(t) + \ddot{y}(t)\,dt$$

$$y(t+dt) = y(t) + \dot{x}(t)\,dt$$

Vermes Miklós – Fonálinga

Newton egyenletek:

$$m \cdot a_x = -D \cdot (l - L) \cdot \sin \varphi =$$
$$= -D \cdot (l - L) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$m \cdot a_y = +D(l - L) \cdot \cos \varphi - m \cdot g =$$
$$= -D \cdot (l - L) \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} - m \cdot g$$

A fentiek ugyanazok lesznek, mint Lechner egyenletei, ha
$L = l_0$ és $l = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$m \cdot a_x = -D \cdot x \cdot \frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - l_0)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$m \cdot a_y = -D \cdot y \cdot \frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - l_0)}{\sqrt{x^2 + y^2}} - m \cdot g$$

Lépések: $x(t)$ és $v(t)$ számítása → gyorsulásból az $x(t+\Delta t)$ és $v(t+\Delta t)$ kiszámolható → lsd. Lechner.

$$v_x(t+\Delta t) = v_x(t) + \ddot{x}(t) \cdot \Delta t$$

$$v_y(t+\Delta t) = v_y(t) + \ddot{y}(t) \cdot \Delta t$$

?

$$x(t+\Delta t) = x(t) + v_x(t) \cdot \Delta t + a_x(t) \cdot \frac{\Delta t^2}{2}$$

$$y(t+\Delta t) = y(t) + v_y(t) \cdot \Delta t + a_y(t) \cdot \frac{\Delta t^2}{2}$$

2 De egyébként kavarta lépéssel is → Németh a jó!

Ha $T_{inga} = T_{rugó}$ — 1

$$T_{inga} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

$$T_{rugó} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$T_i = T_R \rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = \sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow \frac{1}{\frac{g}{l}} = \frac{m}{D} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{l}{g} = \frac{m}{D}} \rightarrow \boxed{l = \frac{m \cdot g}{D}} \quad \boxed{m = \frac{l \cdot D}{g}} \quad \boxed{D = \frac{m \cdot g}{l}}$$

váltás irracionális

De et racionális → 1.

Legyen a $\frac{T_{in}}{T_R}$ = irracionális szám, pl. $\sqrt{2}$

$$\sqrt{2} * \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = \sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{2}{\left(\frac{g}{l}\right)} = \frac{m}{D}} \rightarrow \boxed{2 \cdot \frac{l}{g} = \frac{m}{D}}$$

$$\boxed{l = \frac{m \cdot g}{2D}} \quad \boxed{m = \frac{2l \cdot D}{g}} \quad \boxed{D = \frac{m \cdot g}{2l}}$$

Nézzük meg π-vel

$$\pi * \frac{2\cancel{\pi}}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2\cancel{\pi} \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow \frac{\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = \sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow \boxed{\pi^2 \cdot \frac{l}{g} = \frac{m}{D}}$$

$$\boxed{l = \frac{m \cdot g}{\pi^2 \cdot D}} \quad \boxed{m = \frac{\pi^2 \cdot l \cdot D}{g}} \quad \boxed{D = \frac{m \cdot g}{\pi^2 \cdot l}}$$

T inga vs. T rugó
arány – 2

Legyen $T_i / T_R = \frac{3}{2}$

$$3 * \overbrace{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}}^{T_i} = 2 * \overbrace{2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}}^{T_R}$$

$$3 * \frac{1}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2 * \sqrt{\frac{m}{D}} \longrightarrow \frac{9}{\left(\frac{g}{l}\right)} = 4 * \frac{m}{D}$$

$$\boxed{\frac{9l}{g} = \frac{4m}{D}} \longrightarrow \boxed{l = \frac{4m \cdot g}{9 \cdot D}}$$

$$\boxed{D = \frac{4 \cdot m \cdot g}{9l}} \quad \boxed{m = \frac{9 \cdot l \cdot D}{4 \cdot g}}$$