

## Automaten und formale Sprachen

Voller Freude haben wir beim Abarbeiten des Arbeitsblattes „Übungen zu Grammatiken/ endlichen Automaten“ eine Vorschrift entwickelt, mit Hilfe derer man einen Zustandsgraphen eines Automaten (fast 1:1) in eine entsprechende Grammatik übersetzen kann (und umgekehrt). Leider wurde diese Freude durch Aufgabe 7) ein wenig getrübt, weil dort diese Möglichkeit entfiel – stattdessen musste man sich in dem Fall eines Kellerautomaten bedienen. Dadurch ergibt sich allerdings konsequenter Weise die folgende, noch allgemeinere Frage:

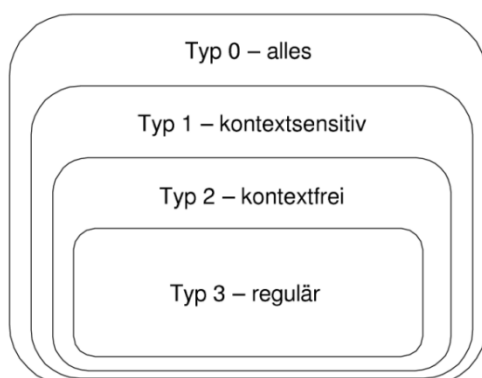
*Welche Sprachen*

*(die ja mit Hilfe einer Grammatik beschrieben werden können)  
können durch welche Art von Automaten gelöst werden?*

Dazu definieren wir zunächst verschiedene Typen von **Sprachklassen**, die uns – unbewusst – im Laufe der Zeit begegnet sind, indem wir angeben, mit welcher Art von Produktions-Regeln die zugehörigen Grammatiken dargestellt werden können (Großbuchstaben kennzeichnen dabei Nichtterminale, Kleinbuchstaben Terminale,  $\epsilon$  das leere Wort). Außerdem stellen wir einen Bezug zu der entsprechenden Automaten-Klasse her, die die entsprechende Grammatik entscheiden kann:

Sprache	Grammatik	Regeln	Automat
regulär	Typ-3	$A ::= \epsilon,$ $A ::= a,$ $A ::= aB$	Endlicher Automat
kontextfrei	Typ-2	$A ::= \epsilon,$ $A ::= \gamma,$ wobei $\gamma$ eine beliebige Kombination aus Terminalen und Nichtterminalen darstellt	Kellerautomat
kontextsensitiv	Typ-1	$aAb ::= a\gamma b,$ $\gamma$ wie oben, $a$ und $b$ können auch leer sein, $S ::= \epsilon$ nur erlaubt, wenn $S$ sonst nie rechts auftritt (allgemein: „rechts immer mindestens genauso viele Zeichen wie links“)	Linear beschränkte Turingmaschine
rekursiv aufzählbar	Typ-0	alle beliebigen Kombinationen	Turingmaschine

### Chomsky-Hierarchie für formale Sprachen



Typische Beispiele  
für die verschiedenen Sprachklassen:

Typ 0 \ Typ 1: Halteproblem

Typ 1 \ Typ 2:  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$

Typ 2 \ Typ 3:  $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

Typ 3: genügend Beispiele bekannt 😊