MEEC, MAero

Controlo por Computador

2016/2017

Primeiro Teste

9 de Novembro de 2016, 20 horas – salas V1.16, V1.15, V1.14, V1.12

Quotação: P1a)1b)2c)1d)1e)1f)1 P2a)3b)1c)1d)1 P3a)3b)1 P4a)1b)1c)1

Duração: 2 horas. Não é permitida a consulta de quaisquer elementos.

P1. Num dado processo a variável manipulada u e a saída estão relacionadas pela seguinte função de transferência

$$Y(z) = \frac{1}{z + 0{,}5} U(z)$$

a) Escreva uma equação de diferenças que relaciona as amostras de u com as de y.

b) Tomando como condição inicial $y(0) = 0$, use a equação de diferenças para calcular $y(k)$ quando $k = 1, \dots, 5$, supondo que $u(k) = 1,\ k \geq 0$.

c) Nas condições da alínea b), determine o valor exacto $\bar{y}$ do qual $y(k)$ se aproxima quando k tende para infinito.

d) Por forma a controlar o processo, fazendo com que a saída y tenha um valor próximo da referência r, o processo é ligado a um controlador integral tal como se mostra na figura P1-1. Determine a função de transferência do sistema em cadeia fechada, $y(z)/R(z)$.

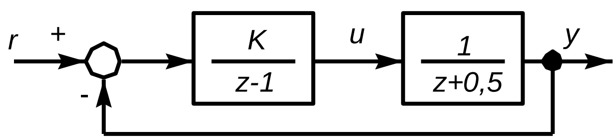

Fig. P1-1. Problema P1. Interligação entre o processo e o controlador.

e) Mostre que se o sistema em cadeia fechada for estável, e se a referência r for constante, então quando k tende para infinito, $y(k)$ tende para o valor da referência r.

f) Diga se o sistema realimentado é estável para $K = 0{,}52$. Justifique.

P2. Um sistema contínuo com função de transferência

$$G(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

é amostrado com um D/A e um A/D, com um intervalo de amostragem h (considere um valor genérico $h > 0$).

a) Obtenha a função de transferência discreta equivalente (em função de h).

b) Diga justificando qual a gama de valores de h que garante que a função de transferência discreta que obteve não tenha zeros fora do círculo unitário.

c) Diga justificando se a escolha $h = 1$ é ou não adequada.

d) Escreva as equações de uma realização de estado para a função de transferência discreta.

Ajuda: $Z(1,\ para\ k \geq 0) = \dfrac{z}{z-1}$ $\quad Z\left(e^{-kh/T}\right) = \dfrac{z}{z - e^{-h/T}}$ $\quad \mathcal{L}(e^{-at}) = \frac{1}{s+a}$

P3. Considere um sistema modelado pela equação de diferenças:

$$y(t) = -ay(t-1) + bu(t-1) + v(t) \qquad \text{(P2-1)}$$

em que v é um sinal de ruído de média nula. É efectuada uma experiência no sistema para recolher dados por forma a estimar os parâmetros a e b. Com os dados obtidos para u e y calcularam-se as seguintes quantidades:

$$\sum_{i=1}^{999} y^2(i-1) = 30 \quad \sum_{i=1}^{999} u^2(i-1) = 50 \quad \sum_{i=1}^{999} y(i)y(i-1) = 1$$

$$\sum_{i=1}^{999} y(i-1)u(i-1) = 20 \quad \sum_{i=1}^{999} y(i)u(i-1) = 36$$

a) Determine a estimativa de mínimos quadrados dos parâmetros a e b. Apresente os cálculos intermédios.

b) Suponha que $v(k) = e(k) + ce(k-1)$. Explique o algoritmo de mínimos quadrados extendido para estimar a, b e c. Escreva as equações que definem o algoritmo mas <u>não</u> necessita de o aplicar para obter estimativas.

P4. A temperatura T de um termo-acumulador para aquecimento de água satisfaz a seguinte equação de diferenças

$$T(k+1) = \alpha T(k) + (1-\alpha)R$$

em que R é uma constante e α é um parâmetro constante que verifica $0 < \alpha < 1$.

a) Determine o valor da temperatura de equilíbrio (quer dizer, um valor da temperatura tal que, se a condição inicial fôr igual a ele, então a temperatura permanece sempre constante) $\bar{T}$ em função de α e R.

b) Suponha que a condição inicial não é a temperatura de equilíbrio. Obtenha uma equação de diferenças para o desvio

$$E(k) = T(k) - \bar{T}$$

c) <u>Sem</u> usar o conceito de pólo <u>nem</u> a transformada Z, mostre que $E(k)$ tende para zero quando k tende para infinito, ou seja, que o equilíbrio $\bar{T}$ é assimptoticamente estável.