Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2223 – Teoría de autómatas y lenguajes formales – 2' 2024
IIC2224 – Autómatas y Compiladores

TAREA 4

Publicación: Viernes 18 de octubre.
Entrega: **Jueves 24 de octubre hasta las 23:59 horas**.

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si está en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en LaTeX. No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Pregunta 1

Un transductor $\mathcal{T} = (Q, \Sigma, \Omega, \Delta, I, F)$ se dice *síncrono* si $\Delta \subseteq Q \times \Sigma \times \Omega \times Q$. En otras palabras, no tiene ϵ-transiciones, ni transiciones que producen ϵ al leer una letra. En particular, es fácil ver que si $\mathcal{T}$ es síncrono y $(u, v) \in [\![\mathcal{T}]\!]$, entonces $|u| = |v|$. Por último, para todo $u = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$ y $v = b_1 \dots b_n \in \Omega^*$ se define la palabra $u \times v = (a_1, b_1) \dots (a_n, b_n)$ sobre el alfabeto $\Sigma \times \Omega$.

1. Para una relación $R \subseteq \Sigma^* \times \Omega^*$ tal que $|u| = |v|$ para todo $(u, v) \in R$, se define el lenguaje:

   $$R^\times = \{u \times v \mid (u, v) \in R\}.$$

   Demuestre que para todo transductor síncrono $\mathcal{T}$ se tiene que $[\![\mathcal{T}]\!]^\times$ es un lenguaje regular.

2. Para una palabra $w = a_1 \dots a_{n-1} a_n$, se define la palabra reversa de w como $w^{\text{rev}} = a_n a_{n-1} \dots a_1$. Considere la relación $\text{Rev} = \{(w, w^{\text{rev}}) \mid w \in \Sigma^*\}$. Demuestre que NO existe un transductor síncrono $\mathcal{T}$ tal que $\text{Rev} = [\![\mathcal{T}]\!]$.

Pregunta 2

Para cada uno de los siguientes lenguajes, muestre una gramática libre de contexto que lo defina y explique su correctitud. No es necesario demostrar su correctitud, pero si explicar de manera precisa porque la gramática propuesta cumple con lo solicitado.

1. Todas las formulas proposicionales con una variable p y constantes 0 (false) y 1 (true).
2. Todas las formulas proposicionales con una variable p y constantes 0 y 1 que son *tautologías*.

Notar que el alfabeto de ambos lenguajes es $\{p, 0, 1, \neg, \wedge, \vee, (,)\}$. Por ejemplo, $(\neg(p) \wedge 1)$ y $((1 \wedge \neg(p)) \vee p)$ son palabras en el primer lenguaje. En cambio, $(\neg p \wedge 1)$ o $0 \wedge \neg p \vee p$ no lo son. Notar que cada operación $\neg$, $\wedge$, o $\vee$ de la formula tiene que estar entre paréntesis.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada item de cada pregunta se evaluará con un puntaje de 0, 1, 2, 3 o 4 puntos. Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final y cada item tiene la misma ponderación en cada pregunta.