Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC2223 – Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales
Segundo semestre de 2024
Profesor: Cristian Riveros
Ayudante: Amaranta Salas

# Ayudantia 2

Construcción de Autómatas y No Determinismo

## Problema 1

Considere $\Sigma = \{0, 1\}$ construya un NFA para cada uno de los siguientes lenguajes:

- $L = \{w = a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n \mid a_1 a_2 a_3 = 011 \vee a_1 a_2 a_3 = 001 \}$
- $L = \{w = a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n \mid a_1 a_2 = 01 \vee a_{n-1} a_n = 01 \}$
- $L = \{w = a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n \mid a_{n-1} = a_n \}$

## Problema 2

Sea $\Sigma$ un alfabeto finito y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes. Se define el lenguaje

$$L_1 \mid L_2 = \{w \in L_1 \mid \exists u, v \in \Sigma^* . w = u \cdot v \wedge v \in L_2\}$$

Demuestre que si $L_1$ y $L_2$ son lenguajes regulares, entonces $L_1 \mid L_2$ es regular.

## Problema 3

La *distancia de Hamming* $H(u, v)$ entre dos palabras $u$ y $v$ sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ es el nuúmero de posiciones en que difieren. Por ejemplo, $H(01, 00) = 1$ y $H(011, 110) = 2$. En el caso especial que $|u| \neq |v|$ la distancia de Hamming se define como infinita, esto es, $H(u, v) = \infty$. Si $u$ es una palabra y $L$ es un conjunto de palabras, la distancia de Hamming entre $u$ y $L$ se define como la distancia desde $u$ a la palabra mas cercana en $L$:

$$H(u, L) = \min_{v \in L} H(u, v)$$

Para cualquier $L \subseteq \{0, 1\}^*$ y $k \geq 0$, considere el lenguaje:

$$N_k(L) = \{u \in \{0, 1\}^* \mid H(u, L) \leq k\}$$

esto es, el conjunto de palabras que están a distancia de Hamming a lo más $k$ de $L$. Por ejemplo, $N_0(\{000\}) = \{000\}$, $N_1(\{000\}) = \{000, 100, 010, 001\}$ y $N_2(\{000\}) = \{0, 1\}^3 - \{111\}$.
Demuestre que si $L \subseteq \{0, 1\}^*$ es regular, entonces $N_k(L)$ es regular para todo $k \geq 0$.
(Hint: piense el caso para $k = 1$ y $k = 2$ y después generalice la construcción para cualquier $k$.)

## Problema 4 (propuesto)

Sea $\Sigma$ un alfabeto finito. Para dos lenguajes $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ se define la operación de "barajar" $L_1$ y $L_2$ como:

$$barajar(L_1, L_2) = \{a_1 a_2 \dots a_{2n} \in \Sigma^* \mid a_1 a_3 \dots a_{2n-3} a_{2n-1} \in L_1 \ \wedge \ a_2 a_4 \dots a_{2n-2} a_{2n} \in L_2\}$$

Demuestre que si $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$ son autómatas finitos no-deterministas, entonces existe un autómata finito no-determinista $\mathcal{A}$ tal que:

$$L(\mathcal{A}) = barajar(L(\mathcal{A}_1), L(\mathcal{A}_2)).$$

Demuestre como construir $\mathcal{A}$ a partir de $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$, como también demuestre la correctitud de su construcción.