Ayudantia 5

Teorema de Kleene y Lema de Bombeo

Problema 1

Demuestre usando el contrapositivo del lema de bombeo que los siguientes lenguajes no son regulares:

- $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^r\}$
- $L = \{w = 0^n \mid n \text{ es primo}\}$
- $L = \{u\#v \mid u, v \in \{0,1\}^+ \wedge \text{bin}(v) = \text{bin}(u) + 1\}$, donde $\text{bin}(w)$ es el número natural que representa la palabra binaria w y donde los bits más significativos son los primeros.

Problema 2

Sea $\Sigma = \{a, b\}$. Para $w = a_1 ... a_n$ se define $w|_k = a_{n-(k-1)} a_{n-(k-2)} ... a_n$ si $k \leq n$ y $w|_k = w$ en caso contrario. Es decir, $w|_k$ son los últimos k símbolos de w.
Sea $\#$ un nuevo símbolo tal que $\# \notin \Sigma$. Para un lenguaje $L \in \Sigma^*$, definimos el lenguaje $\text{Window}(L)$ sobre el alfabeto $\{a, b, \#\}$ como:

$$\text{Window}(L) = \{a^k \# w \mid k \geq 1 \wedge w \in \Sigma^* \wedge w|_k \in L\}$$

En otras palabras, el lenguaje $\text{Window}(L)$ viene dado por las palabras de la forma $a^k \# w$ donde primero viene una secuencia de k letras a, que definen el largo de la ventana, luego viene el separador $\#$ y se termina con una palabra $w \in \Sigma^*$, donde los últimos k símbolos forman la ventan que debe pertenecer al lenguaje L, es decir, $w|_k \in L$.
Demuestre que existe un lenguaje regular L tal que $\text{Window}(L)$ no es regular.

Problema 3

Para el siguiente autómata $\mathcal{A}$, construya una expresión regular usando el algoritmo visto en clases: