Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC2223 – Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales
Segundo semestre de 2024
Profesor: Cristian Riveros
Ayudante: Amaranta Salas

Ayudantia 10

Gramáticas Libre de Contexto (CFG)

Problema 1

Para cada uno de los siguientes lenguajes, muestre una gramática libre de contexto que lo defina y explique su correctitud. No es necesario demostrar su correctitud, pero si explicar de manera precisa porque la gramática propuesta cumple con lo solicitado.

1. Todas las palabras de paréntesis $\{(,)\}$ bien balanceadas, tal que el número de paréntesis abiertos es par. Por ejemplo, $(())$ y $(()())()$ están en el lenguaje, pero $(()))$ y $()(())$ no lo están.

2. Todas las palabras de letras en $\{a, b\}$ de largo par, tal que el número de ocurrencias de b-letras en posiciones pares es igual al número de b-letras en posiciones impares. Por ejemplo, $baab$ y $ababbaba$ están en el lenguaje, pero bba y $baba$ no lo están.

Problema 2

Sea $\Sigma = \{a, b\}$. Una palabra $w \in \Sigma^*$ es un palíndromo si $w = w^r$, donde w^r es el reverso de w. Decimos que w es un casi-palíndromo si al eliminar o cambiar exactamente una letra en cualquier posición de w, entonces el resultado es un palíndromo. Por ejemplo, la palabra $aabba$ es un casi palíndromo debido a que podemos eliminar el segundo símbolo se obtiene $abba$ que sí es un palíndromo. Sea L el lenguaje de todos los casi-palíndromos. Construya una gramática libre de contexto $\mathcal{G}$ tal que $\mathcal{L}(\mathcal{G}) = L$ y demuestre que su gramática $\mathcal{G}$ es correcta, esto es, demuestre que $\mathcal{L}(\mathcal{G}) = L$.

Problema 3

Sea Σ un alfabeto. Considere $u = a_1 \dots a_n$ y $v = b_1 \dots b_m$ dos palabras sobre Σ tal que $u \neq v$ y $1 \leq n \leq m$. Considere el autómata finito no-determinista $\mathcal{A}_{u,v} = (Q, \Sigma, \Delta, I, F)$ tal que:

- $Q = (\{u\} \times \{1, \dots, n\}) \cup (\{v\} \times \{1, \dots, m\}) \cup \{0\}$
- $\Delta = \{(0, a, 0) \mid a \in \Sigma\} \cup$
  $\{(0, a_1, (u, 1)), (0, b_1, (v, 1))\} \cup$
  $\{((u, i), a_{i+1}, (u, i + 1)) \mid 1 \leq i < n\} \cup$
  $\{((v, i), b_{i+1}, (v, i + 1)) \mid 1 \leq i < m\}$
- $I = \{0\}$
- $F = \{(u, n), (v, m)\}$

Sea $\mathcal{A}^{det}_{u,v} = (Q^{det}, \Sigma, \delta^{det}, \{0\}, F^{det})$ la determinización de $\mathcal{A}_{u,v}$ tal que Q^{det} contiene solo los estados alcanzables desde $\{0\}$. Demuestre que $|Q^{det}| \leq n + m + 1$.