Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2223 — Teoría de autómatas y lenguajes formales — 2'2020

# Examen

## Indicaciones

- La duración del examen es 3 horas pero puede tomarse más tiempo si estima necesario.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre, sección y número de lista en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital de cada pregunta por el buzón del curso, antes de las 23:59 horas del día del examen.
- Debe preocuparse que la copia digital y su calidad sea legible. Se recomienda usar hojas blancas y un lápiz oscuro que sea visible en la versión digital. En caso de no ser legible, no podrá ser evaluada su solución.
- Durante la evaluación puede hacer uso de sus apuntes o slides del curso.
- Esta es una evaluación estrictamente individual y, por lo tanto, no puede compartir información con sus compañeros o usar material fuera de sus apuntes o slides del curso. En caso de hacerlo, el examen no reflejará su progreso en el curso, viéndose perjudicada su formación personal y profesional.
- **Al comienzo de cada pregunta debe escribir la siguiente oración y firmarla:**

  "*Doy mi palabra que la siguiente solución de la pregunta X fue desarrollada y escrita individualmente por mi persona según el código de honor de la Universidad.*"

  **En caso de no escribir esto al comienzo de cada pregunta, su solución no será evaluada.**

## Pregunta 1

Sea $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, I, F)$ un autómata finito no-determinista. Considere el lenguaje:

$$\mathcal{S}(\mathcal{A}) = \{\ p \cdot q \cdot w \in I \cdot F \cdot \Sigma^* \ \mid \ \text{existe una ejecución de } \mathcal{A} \text{ sobre } w \text{ desde el estado } p \text{ al estado } q\ \}$$

Demuestre que $\mathcal{S}(\mathcal{A})$ es un lenguaje regular.

## Pregunta 2

1. Sea $\Sigma = \{a, \#\}$ y considere el lenguaje $L$ de todas las palabras de la forma $u_1 \# u_2 \# \ldots \# u_n$ con $n \geq 1$ tal que $u_i \in \{a\}^*$ para todo $i \leq n$ y $u_j \neq u_k$ para todo $j, k \leq n$ con $j \neq k$.

   Demuestre que $L$ NO es regular.

2. Demuestre la siguiente versión del lema de bombeo para lenguajes libres de contexto:

   "Existe un $N > 0$ tal que para toda palabra $z \in L$ con $|z| \geq N$ existe una descomposición $z = u\, v\, w\, x\, y$ con $v \neq \epsilon$ tal que para todo $i \geq 0$, se cumple que $u \cdot v^i \cdot w \cdot x^i \cdot y \in L$."

## Pregunta 3

Demuestre que para todo lenguaje regular $L$, existe una gramática libre de contexto $\mathcal{G}$ tal que $L = \mathcal{L}(\mathcal{G})$ y $\mathcal{G}$ es una gramática LR($k$) para algún $k$.

Para esta pregunta, usted NO puede hacer su solución demostrando que $L$ es LL($k$) y, después, que toda gramática LL($k$) es también LR($k$).

## Pregunta 4

Para un lenguaje $L \subseteq \Sigma^*$, se define $\texttt{first}_k(L) = \{ w|_k \mid w \in L \}$.

Escriba un algoritmo que reciba como entrada un autómata finito no-determinista $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, I, F)$, una palabra $w \in \Sigma^*$ y $k > 0$, y responda `TRUE` si, y solo si, $w \in \texttt{first}_k(\mathcal{L}(\mathcal{A}))$. Su algoritmo debe tomar tiempo lineal en $|Q| + |\Delta|$, $|w|$ y $k$. Por último, demuestre la correctitud de su algoritmo.