

## BIOMECÂNICA

### DEFINIÇÃO DE BIOMECÂNICA

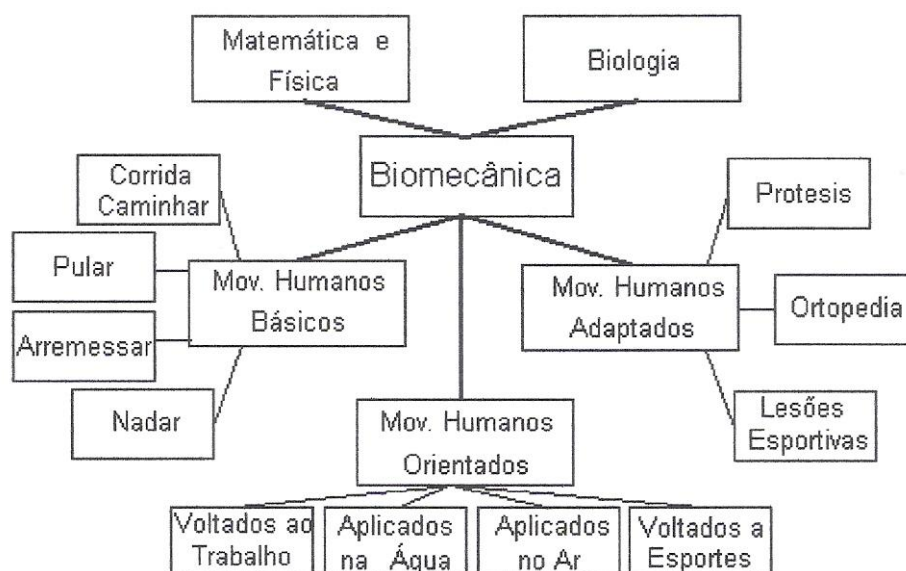
Podemos definir biomecânica como a área de estudos onde conhecimentos e métodos mecânicos são utilizados para analisar estruturas e funcionamentos de sistemas humanos vivos (Kreighbaum e Barthels, 1990).

Ainda podemos definir biomecânica como a ciência preocupada com forças internas e externas que atuam no corpo humano e os efeitos produzidos por estas forças (Hay, 1985).

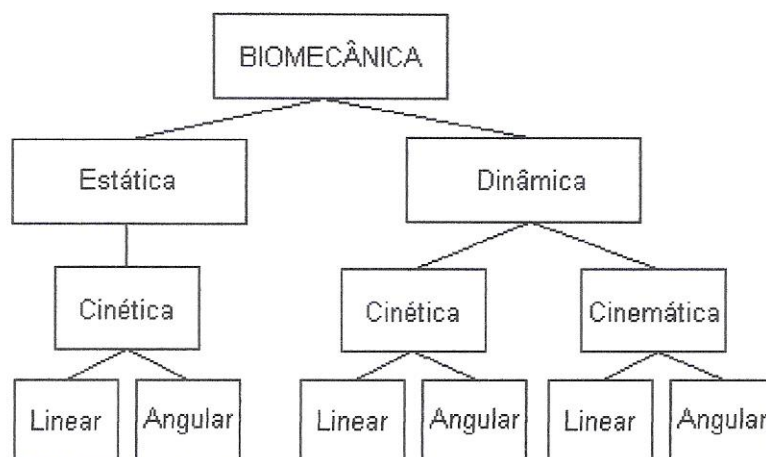
Atualmente a definição de biomecânica não só envolve fenômenos mecânicos, mas também fenômenos elétricos, que através do desenvolvimento de novas tecnologias e equipamentos, se observa a aplicabilidade desses conhecimentos.

### APLICAÇÃO E DIVISÃO DA BIOMECÂNICA

As aplicações de biomecânica são utilizadas em muitas áreas como:



Já a divisão da biomecânica pode ser representada mediante o tipo de evento analisado como:



Entendemos como cinemática o ramo da biomecânica que descreve a natureza do movimento e cinética o ramo da biomecânica que explica as causas deste movimento. Em uma análise cinemática do movimento, levamos em conta os deslocamentos, velocidades e acelerações dentre outras variáveis. E em uma análise cinética nos preocupamos com as forças atuantes.

### SISTEMA ESCALAR

Basicamente existem quatro quantidades, as de comprimentos, massa, tempo e força. Estas quantidades podem ser expressas em diferentes unidades. Normalmente é utilizado o sistema métrico internacional, porém, ainda existem publicações que utilizam o sistema americano. O quadro a seguir indica cada uma das quantidades em cada sistema métrico.

Quantidades	Sistema Métrico Internacional		Sistema Métrico Americano	
	Nome	Sigla	Nome	Sigla
Comprimento	metro	m	pés	ft
Massa	quilograma	kg	slug	sl
Tempo	segundo	s	segundo	s
Força	Newton	N	Libra ou pound	lb

As proporções de cada uma destas unidades podem ser verificadas no quadro abaixo.

	Sistema Métrico Internacional	Sistema Métrico Americano
Quantidades	Proporção e sigla	Proporção e sigla
Comprimento	1 m	3,281 ft
Massa	1 kg	0,069 sl
Força	1 N	0,225 lb

Sabedor destas proporções podemos realizar as conversões de uma unidade para outra. Por exemplo, podemos verificar quantos Newtons se equivale a 6,4 libras, para isso devemos fazer uma regra de três simples. Assim temos que 6,4 lb é igual a 28,44 N.

Para verificarmos quantos ft/s se equivale a 14,7 m/s. Como a quantidade de tempo é igual entre os dois sistemas devemos apenas nos preocupar com a quantidade de comprimento. Após a realização de uma regra de três temos que 14,7 m/s é igual a 48,23 ft/s.

#### EXERCÍCIO:

Realizar as seguintes conversões:

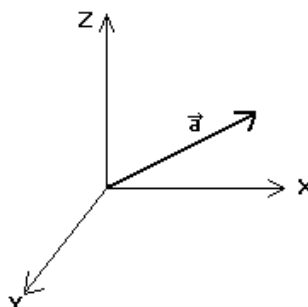
- a) 4,5 kg para slug
- b) 18,2 ft/s para m/s
- c) 9,1 Nm para lbft

### VETORES

#### Análise tridimensional

A análise tridimensional de um evento se equipara a análise bidimensional com exceção do acréscimo de informações em mais um eixo o **z**. O sistema cartesiano agora apresenta três componentes. O vetor **a** pode ser representado através das três componentes como:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \text{ un}$$



Podemos notar que a única diferença é o acréscimo da componente z representada na direção k. A magnitude agora passa a ser a raiz quadrada do quadrado das componentes x, y e z, como:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Já a direção requer o ângulo entre dois referenciais para se ter a idéia de sua posição no espaço. Podemos, ainda, calcular os ângulos das componentes em relação ao seu respectivo eixo pelas seguintes equações:

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \qquad \cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} \qquad \cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

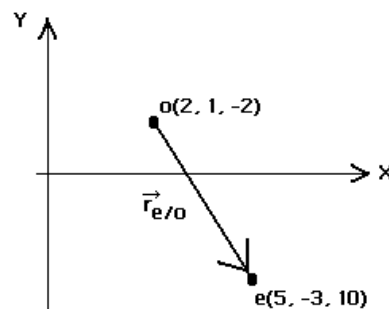
#### EXERCÍCIO:

Calcule a magnitude e direção de cada eixo dos seguintes vetores:

- a)  $\vec{b} = -4,5\vec{i} + 8,4\vec{j} - 5,1\vec{k}$  m/s  
 b)  $\vec{c} = -7,2\vec{i} + 4,2\vec{k}$  m

#### Vetor posição

Esse tipo de vetor indica a posição de um determinado ponto em relação a outro. Ele pode ser calculado através de duas técnicas mediante a situação encontrada. A primeira técnica é de indicar vetorialmente a posição de um ponto através de dois. Esses dois pontos são respectivamente a origem e a extremidade do vetor posição. Para indicarmos o vetor posição que possui origem no ponto o(2, 1, -2) e extremidade no ponto e(5, -3, 10), podemos calcular o vetor, subtraindo as componentes do vetor da extremidade pelas da origem. Devemos observar que toda operação preserva os sinais (sentido) de cada componente. O vetor posição é representado pela letra  $\vec{r}$  indicando primeiro a extremidade (e) e depois origem (o). Esta indicação é feita por  $\vec{r}_{e/o}$  como mostrado no plano cartesiano.

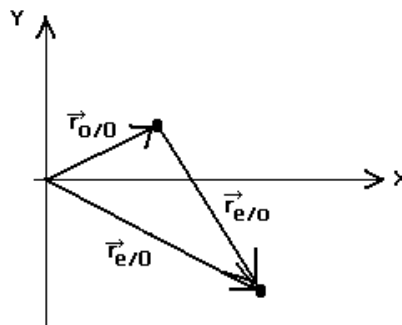


$$\vec{r}_{e/o} = \vec{r}_{e/0} - \vec{r}_{o/0}$$

$$\vec{r}_{e/o} = (5 - 2)\vec{i} + (-3 - 1)\vec{j} + [10 - (-2)]\vec{k}$$

$$\vec{r}_{e/o} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$$

A segunda técnica é utilizada quando possuímos dois vetores ao invés de pontos. Devemos nos preocupar que estes dois vetores possuam a mesma origem. Neste caso a técnica não muda muito, devemos subtrair o vetor cuja extremidade assumirá a extremidade do vetor posição, pelo vetor cuja origem assumirá a origem do vetor posição. Assim, os vetores  $\vec{r}_{e/o}$  e  $\vec{r}_{o/o}$  podem indicar o vetor posição.



Podemos verificar que em ambos os casos o resultado foi o mesmo, uma vez que pontos podem se transformar em vetores em relação ao ponto zero.

#### EXERCÍCIO:

Calcule os vetores posição nas seguintes condições, indicando seus nomes ( $\vec{r}_{e/o}$ ):

- a)  $a(2, 4, 6)$  e  $b(1, 3, 1)$
- b)  $d(2, -3, -4)$  e  $f(2, 0, 5)$
- c)  $\vec{g} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + 8\vec{k}$  e  $\vec{h} = -7\vec{i} + \vec{j}$
- d)  $\vec{l} = -4\vec{i} - 8\vec{j} - 6\vec{k}$  e  $\vec{m} = -2\vec{i} - 3\vec{j} - 8\vec{k}$
- e)  $\vec{n} = 3\vec{j} - 6\vec{k}$  e  $\vec{p} = 8\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$

#### Vetor unitário

O vetor unitário apresenta uma característica diferente, sua magnitude sempre é 1 (uma unidade). Este tipo de vetor indica a direção de um determinado evento sem interferir na sua magnitude. Para se calcular o vetor unitário de um vetor qualquer deve-se dividir cada componente do vetor pela sua magnitude. O vetor unitário do vetor  $\vec{c} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$  m pode ser calculado primeiro obtendo a magnitude do vetor  $|\vec{c}| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2 + 4^2} = 7,07$  m, assim:

$$\vec{\mu}_c = \frac{-3}{7,07} \vec{i} + \frac{5}{7,07} \vec{j} + \frac{4}{7,07} \vec{k} \text{ m}$$

$$\vec{\mu}_c = -0,42\vec{i} + 0,57\vec{j} + 0,71\vec{k} \text{ m}$$

### OPERAÇÕES ENTRE VETORES

Podemos efetuar várias operações entre vetores e constantes. Exemplificaremos as principais operações:

$$\vec{g} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + 8\vec{k} \text{ N} \text{ e } \vec{l} = -4\vec{i} - 8\vec{j} - 6\vec{k} \text{ N}$$

$$\text{a) } \vec{g} + \vec{l} = [2 + (-4)]\vec{i} + [-5 + (-8)]\vec{j} + [8 + (-6)]\vec{k} \text{ N}$$

$$\text{b) } \vec{g} - \vec{l} = [2 - (-4)]\vec{i} + [-5 - (-8)]\vec{j} + [8 - (-6)]\vec{k} \text{ N}$$

$$\text{c) } 4 \cdot \vec{l} = [4(-4)]\vec{i} + [4(-8)]\vec{j} + [4(-6)]\vec{k}$$

### Produto escalar ou produto ponto

Esta multiplicação de dois vetores gera um resultado escalar, ou seja, o resultado não apresenta direção ou sentido. Esta multiplicação faz parte do cálculo de ângulos entre dois vetores.

Nesta operação, multiplicamos as respectivas componentes dos vetores em operação e somamos ou subtraímos, mediante o sinal final da multiplicação. Como resultado temos um valor escalar, uma vez que as direções não são consideradas.

$$\vec{g} \cdot \vec{l} = [2 \cdot (-4)] + [-5 \cdot (-8)] + [8 \cdot (-6)] \text{ N}$$

$$\vec{g} \cdot \vec{l} = -8 + 40 - 48 = -16 \text{ N}$$

Podemos verificar que a operação  $\vec{g} \cdot \vec{l}$  é igual a  $\vec{l} \cdot \vec{g}$ .

### Produto vetorial ou produto cruz

Nesta operação montamos uma matriz 3 x 3 obtendo na primeira fileira a indicação das direções i, j e k. Na segunda fileira colocaremos as componentes do primeiro vetor e na terceira fileira colocamos as componentes do segundo vetor, sempre incluindo o sinal de cada componente. Muito cuidado com a ordem de preenchimento das fileiras. O preenchimento é feito mediante a indicação  $\vec{c} \times \vec{d}$ , que difere de  $\vec{d} \times \vec{c}$ .

Para calcular  $\vec{c} \times \vec{d}$  devemos montar a seguinte matriz

$$\vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}$$

$$\vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j} + d_z \vec{k}$$

$$\vec{c} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ c_x & c_y & c_z \\ d_x & d_y & d_z \end{vmatrix}$$

Para resolver esta matriz devemos efetuar determinadas multiplicações. Primeiro iremos calcular a componente do eixo do x (i). Para isso iremos desconsiderar a primeira fileira e a primeira coluna (eixo do x). Multiplicamos cruzado as componentes  $c_y$  e  $d_z$ . Agora subtraímos de outro produto entre  $c_z$  e  $d_y$ . Como podemos ver, sempre multiplicamos em forma de cruz subtraindo um produto do outro.

$$\vec{c} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \boxed{\phantom{0000}} & \boxed{\phantom{0000}} & \boxed{\phantom{0000}} \\ \boxed{\phantom{0000}} & c_y & c_z \\ \boxed{\phantom{0000}} & d_y & d_z \end{vmatrix}$$

Assim temos a componente x do novo vetor igual a:

$$(\vec{c} \times \vec{d})_i = [(c_y)(d_z) - (c_z)(d_y)] \vec{i}$$

Para calcularmos a componente do eixo do y (j) iremos desconsiderar a primeira fileira e a segunda coluna (eixo do y). Atribuindo o sinal negativo ao

$$\vec{c} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \boxed{\phantom{0000}} & \boxed{\phantom{0000}} & \boxed{\phantom{0000}} \\ c_x & \boxed{\phantom{0000}} & c_z \\ d_x & \boxed{\phantom{0000}} & d_z \end{vmatrix}$$

primeiro produto, multiplicamos cruzado as componentes  $c_x$  e  $d_z$ . Agora subtraímos de outro produto entre  $c_z$  e  $d_x$ .

Assim temos a componente y do novo vetor igual a:

$$(\bar{c} \times \bar{d})\bar{j} = -[(c_x)(d_z) - (c_z)(d_x)]\bar{j}$$

Devemos salientar que existe um sinal negativo, da própria fórmula, a ser multiplicado pelo valor da componente y.

Para calcularmos a componente do eixo do k (z) iremos desconsiderar a primeira fileira e a terceira coluna (eixo do z). Multiplicamos cruzado as componentes cx e dy. Agora subtraímos de outro produto entre cy e dx.

$$\bar{c} \times \bar{d} = \begin{vmatrix} \boxed{\phantom{000}} & \boxed{\phantom{000}} & \boxed{\phantom{000}} \\ c_x & c_y & \boxed{\phantom{000}} \\ d_x & d_y & \boxed{\phantom{000}} \end{vmatrix}$$

Assim temos a componente k do novo vetor igual a:

$$(\bar{c} \times \bar{d})\bar{k} = [(c_x)(d_y) - (c_y)(d_x)]\bar{k}$$

Unindo as três etapas temos como resultado final o seguinte:

$$\bar{c} \times \bar{d} = [(c_y)(d_z) - (c_z)(d_y)]\bar{i} - [(c_x)(d_z) - (c_z)(d_x)]\bar{j} + [(c_x)(d_y) - (c_y)(d_x)]\bar{k}$$