Prof. Andrei Braga



Conteúdo

- Estratégia para descobrir se existe um caminho entre dois vértices
- Implementação
- Exercícios
- Referências

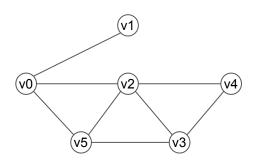
Operações em um grafo

 Em uma classe que representa um grafo (como uma matriz de adjacências ou listas de adjacência), podemos implementar operações que determinam propriedades locais do grafo

Exemplos:

- Operação: determinar se existe ou não uma aresta entre dois vértices
- Operação: calcular o grau de um vértice
- Também podemos implementar operações que determinam propriedades globais do grafo
- A seguir, vamos estudar como implementar uma primeira operação deste tipo:
 - Operação: determinar se existe ou não um caminho entre dois vértices

- Quando estamos processando os valores de uma matriz de adjacências ou de listas de adjacência de um grafo, não temos uma visão global do grafo
- Em vez disso, temos apenas uma visão local do grafo
- Neste contexto, que estratégia podemos usar para descobrir se existe um caminho entre os vértices v_0 e v_4 ?

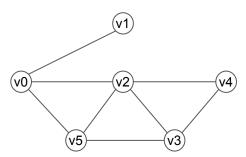


Estratégia:

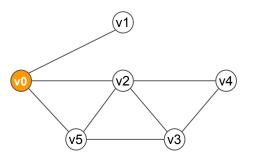
 Vamos percorrer as arestas do grafo tendo apenas uma visão local do grafo, sem ter uma visão global dele

o Para escolher o próximo vértice para onde ir, vamos simplesmente escolher o vizinho de

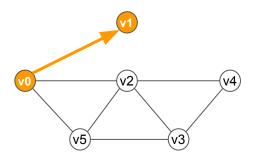
menor índice



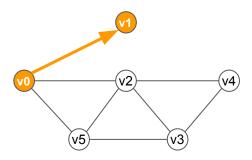
- Estratégia:
 - 1. Comece em v_0



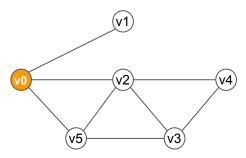
- 1. Comece em v_0
- 2. Vá para v_1



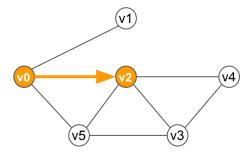
- 1. Comece em v_0
- 2. Vá para v_1 Não é possível seguir adiante



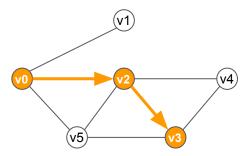
- 1. Comece em v_0
- 2. Vá para v_1 Não é possível seguir adiante
- 3. Volte para v_0



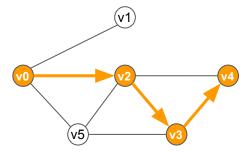
- 1. Comece em v_0
- 2. Vá para v_1 Não é possível seguir adiante
- 3. Volte para v_0
- 4. Vá para v_2



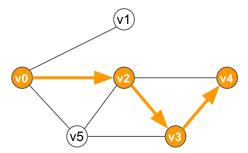
- 1. Comece em v_0
- 2. Vá para v_1 Não é possível seguir adiante
- 3. Volte para v_0
- 4. Vá para v_2
- 5. Vá para v_3



- 1. Comece em v_0
- 2. Vá para v_1 Não é possível seguir adiante
- 3. Volte para v_0
- 4. Vá para v_2
- 5. Vá para v_3
- 6. Vá para v_4



- 1. Comece em v_0
- 2. Vá para v_1 Não é possível seguir adiante
- 3. Volte para v_0
- 4. Vá para v₂
- 5. Vá para v_3
- 6. Vá para v_4
- 7. Existe um caminho entre v_0 e v_4 ! Υ



- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - \circ Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4



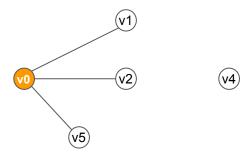


- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0

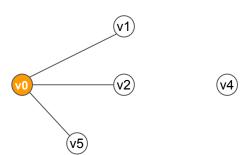




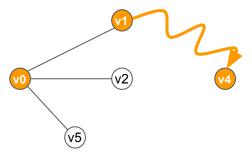
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0



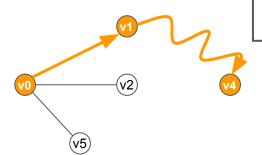
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0 Observe que,



- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0 Observe que, se existe um caminho entre v_1 e v_4 ,

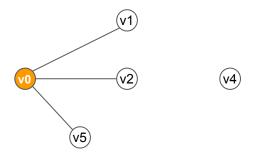


- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0 Observe que, se existe um caminho entre v_1 e v_4 , então existe um caminho entre v_0 e v_4

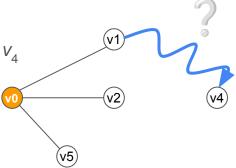


Para que este caminho entre v_0 e v_4 seja de fato um caminho, não pode haver vértices repetidos

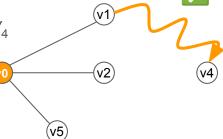
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0



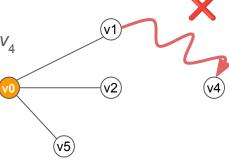
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0
 - 3. Descubra recursivamente se existe um caminho entre v_1 e v_2



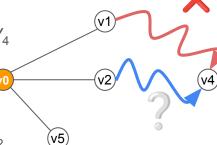
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0
 - 3. Descubra recursivamente se existe um caminho entre v_1 e v_4
 - 4. Se sim, existe um caminho entre v_0 e v_4 !



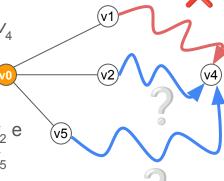
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0
 - 3. Descubra recursivamente se existe um caminho entre v_1 e v_4
 - 4. Se sim, existe um caminho entre v_0 e v_4 !
 - 5. Senão,



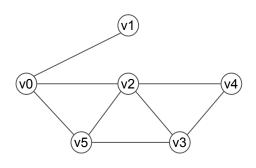
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_4
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0
 - 3. Descubra recursivamente se existe um caminho entre v_1 e v_4
 - 4. Se sim, existe um caminho entre v_0 e v_4 !
 - 5. Senão,
 - 6. faça os passos 3 a 5 para v_2



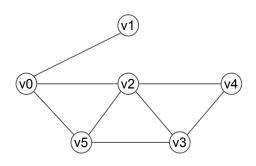
- Como podemos descrever a estratégia anterior de uma forma geral?
 - Queremos descobrir se existe um caminho entre v_0 e v_1
 - 1. Comece em v_0
 - 2. Considere os vizinhos de v_0
 - 3. Descubra recursivamente se existe um caminho entre v_1 e v_4
 - 4. Se sim, existe um caminho entre v_0 e v_4 !
 - 5. Senão,
 - 6. faça os passos 3 a 5 para v_2 e faça os passos 3 a 5 para v_5



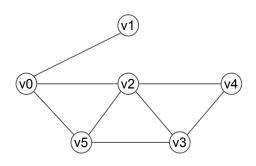
```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
```



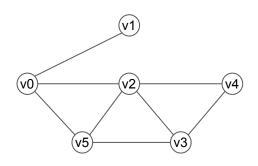
```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
```



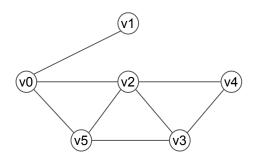
```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
```



```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```

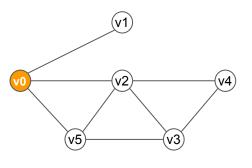


```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```



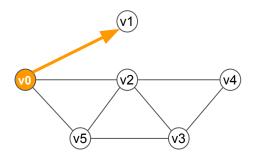
caminho(0, 4)

```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```



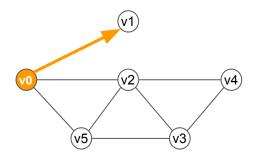
caminho(0, 4)

```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```



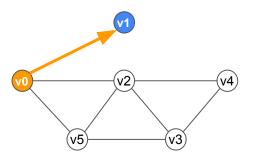
caminho(0, 4)

```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```



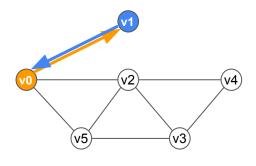
caminho(0, 4)
 caminho(1, 4)

```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```



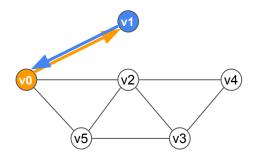
```
caminho(0, 4)
caminho(1, 4)
```

```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
caminho(1, 4)
```

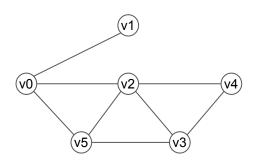
```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```



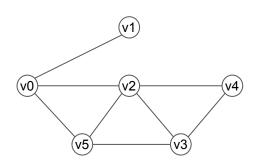
```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
```

Nesta implementação, estamos considerando caminhos onde vértices podem se repetir!

```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (caminho(u, w))
                 return true;
    return false;
```

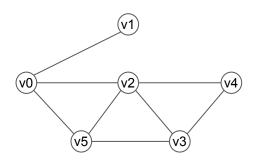


```
bool Grafo::caminho(int v, int w) {
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
                if (caminho(u, w))
                     return true;
    return false;
```



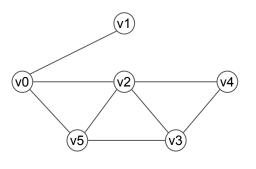
```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

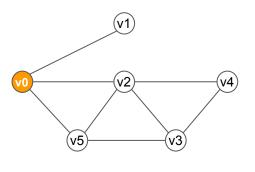
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



caminho(0, 4)

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

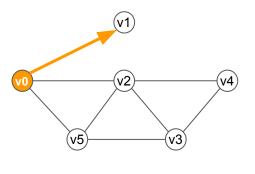
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



caminho(0, 4)

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

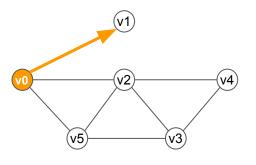
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



caminho(0, 4)

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

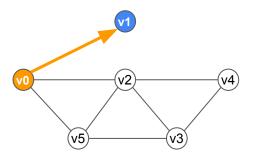
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

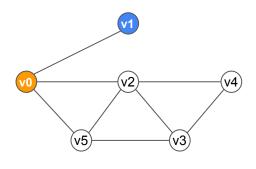
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



caminho(0, 4)
 caminho(1, 4)

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

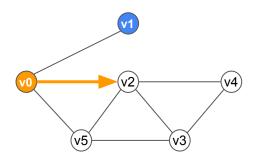
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

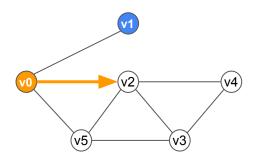
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



caminho(0, 4)
 caminho(1, 4)

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

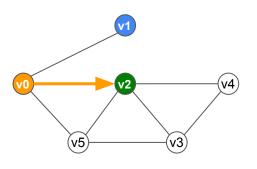
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

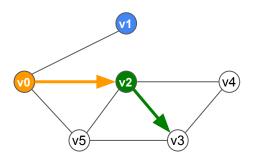
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

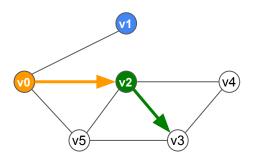
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
caminho(1, 4)
caminho(2, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

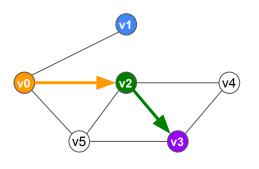
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
  caminho(3, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

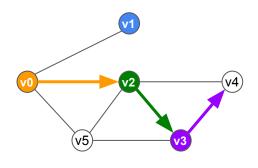
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
  caminho(3, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

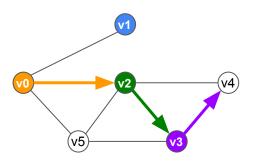
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
  caminho(3, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

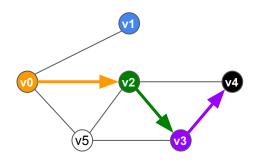
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
     caminho(3, 4)
     caminho(4, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

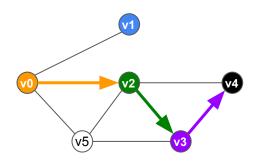
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
    caminho(3, 4)
    caminho(4, 4)
```

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



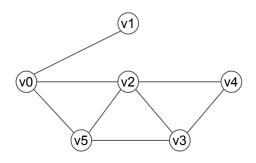
```
caminho(0, 4)
  caminho(1, 4)
  caminho(2, 4)
   caminho(3, 4)
   caminho(4, 4)
```

Em uma chamada

caminho(v, v),
o retorno será false,
mas deveria ser true!

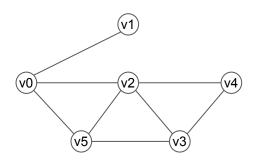
```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



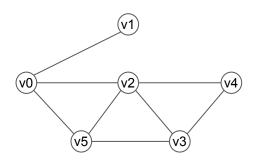
```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



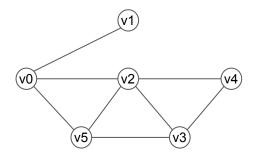
```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    if (\vee == \vee)
        return true;
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                 if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

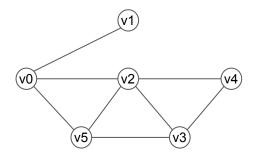
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    if (\vee == \vee)
        return true;
    marcado[v] = 1:
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                 if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false;
```



Como imprimir o caminho encontrado?

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

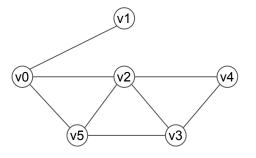
```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    if (v == w)
        return true;
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado))
                     return true;
    return false:
```



Como imprimir o caminho encontrado?

```
// O vetor marcado eh criado e inicializado antes
// do metodo caminho ser chamado
```

```
bool Grafo::caminho(int v, int w, int marcado[]) {
    if (v == w) {
        printf("%d-", v);
        return true;
    marcado[v] = 1;
    for (int u = 0; u < num_vertices_; u++)</pre>
        if (matriz_adj_[v][u] != 0)
            if (marcado[u] == 0)
                if (caminho(u, w, marcado)) {
                    printf("%d-", v);
                     return true;
    return false:
```



Como imprimir o caminho encontrado?

Os vértices do caminho estão sendo impressos na direção de w para v

Exercícios

1. Modifique o método caminho para imprimir uma linha contendo

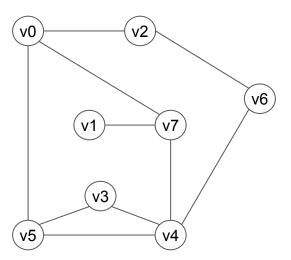
```
caminho(v, w)
```

sendo v e w os vértices recebidos por parâmetro pelo método. Faça isto de modo que, para uma chamada recursiva de um nível mais profundo, a linha acima seja impressa com um nível de indentação a mais em relação à linha impressa para a chamada recursiva do nível anterior.

Veja o exemplo deste slide.

Exercícios

2. Execute o método implementado no Exercício 1 para o grafo abaixo recebendo como parâmetro os vértices v0 e v7.



Referências

- Esta apresentação é baseada nos seguintes materiais:
 - Capítulo 17 do livro
 Sedgewick, R. Algorithms in C++ Part 5. Graph Algorithms. 3rd. ed.
 Addison-Wesley, 2002.