PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

PROJETO I

AMOSTRAGEM DE SINAIS ANALÓGICOS

Departamento de Eletrônica e Sistemas - UFPE

PROJETO I

Amostragem de Sinais Analógicos

No processo de conversão de um sinal de tempo contínuo para um sinal de tempo discreto (conversão A/D), a amostragem pode provocar perda de informação se certas condições não forem respeitadas. Se a taxa de amostragem usada não for suficiente, ocorre o efeito chamado *aliasing,* o qual produz uma distorção nas componentes de frequência mais altas do sinal.

Nesse projeto vc examinará o efeito de *aliasing* que pode ocorrer na amostragem de sinais de banda limitada. O teorema da amostragem de Nyquist (também chamado teorema da amostragem de Shannon-Kotelnikov), estabelece que se $x(t)$ é um sinal de banda limitada em Ω_N, isto é, se sua transformada de Fourier satisfaz $|X(j\Omega)| = 0,$ para $|\Omega| \geq \Omega_N$, então o mesmo pode ser reconstruído a partir de suas amostras $x[n] = x(nT),$ desde que as mesmas tenham sido obtidas a uma taxa de $\Omega_s \geq 2\Omega_N$ amostras por segundo. Nessas condições $x(t)$ pode ser recuperado por um filtro passa-baixas de ganho T e frequência de corte $\Omega_c = \Omega_s / 2$.

Parte 1: Problemas Básicos

Considere o sinal senoidal

$$x(t) = \sin(\Omega_0 t).$$

Se $x(t)$ é amostrado com frequência $\Omega_s = 2\pi / T = 2\pi(8192)$ rad/seg, então o sinal de tempo discreto (sequência) obtido é

$$x[n] = \sin(\Omega_0 n / 8192).$$

a) Considere $\Omega_0 = 2\pi(1000)$ rad/seg e crie o vetor n = [0:8191], de modo que $t = nT$ contenha os 8192 instantes de amostragem do intervalo $0 \leq t < 1$. Crie um vetor x que contenha as amostras de $x(t)$ nos instantes de amostragem em t.

b) Esboce as primeiras 50 amostras de $x[n]$ em função de n usando *stem*. Esboce as primeiras 50 amostras de $x(t)$ em função dos instantes de amostragem usando *plot*. Use *subplot* para exibir simultaneamente os dois gráficos.

Note que, dadas as amostras em x, *plot* (t, x) esboça um sinal de tempo contínuo usando linhas retas para interpolar entre os valores das amostras. Embora esta interpolação não seja igual à reconstrução de banda limitada decorrente do teorema da amostragem, ela pode ser uma boa aproximação.

c) Coloque o arquivo MATLAB (M-*file*) *ctfts.m* no seu MATHLABPATH. Use $[X,\omega]=ctfts(x,T)$ para calcular a transformada de Fourier de tempo contínuo do sinal reconstruído $x_r(t)$. Esboce a magnitude de *X versus* ω. *X* é diferente de zero nos valores de frequência esperados? (Note que quase todos os elementos em *X* são não nulos, mas a maioria deles são valores pequenos devido a erros de arredondamento.

Parte 2: Problemas Intermediários

d) Repita as partes (a)-(c) para as frequências $\Omega_0 = 2\pi(1500)$ e $\Omega_0 = 2\pi(2000)$ rad/seg. A magnitude de X é diferente de zero nas frequências esperadas? A fase de X está correta?

e) Escute cada um dos sinais amostrados criados na parte (d) usando ***sound*** **(*x*, 1/T)**. A afinação (*pitch*) do tom que você ouve aumenta com a frequência Ω_0? Experimente livremente. Note que, como acontece com a função ***plot***, a função ***sound*** também implementa uma interpolação. Em resumo, seu micro converte o sinal de tempo discreto do MatLab em um sinal de tempo contínuo por meio de um conversor D/A e então reproduz o sinal contínuo no auto-falante.

f) Agora repita as partes (a)-(c) para as frequências $\Omega_0 = 2\pi(3500)$, $\Omega_0 = 2\pi(400)$, $\Omega_0 = 2\pi(4500)$, $\Omega_0 = 2\pi(5000)$ e $\Omega_0 = 2\pi(5500)$ rad/seg. Escute cada um dos sinais amostrados usando ***sound***. O que você observa em relação à afinação nesses casos? Explique.

Parte 3: Problemas Avançados

Agora considere o sinal *chirp*

$$x(t) = \sin(\Omega_0 t + \tfrac{1}{2}\beta t^2),$$

cuja frequência instantânea $\Omega_i(t)$ aumenta com o tempo,

$$\Omega_i(t) = \tfrac{d}{dt}(\Omega_0 t + \tfrac{1}{2}\beta t^2) = \Omega_0 + \beta t.$$

Para os itens (g)-(j) considere que $\Omega_s = 2\pi(8192)$ rad/seg,

g) Considere $\Omega_0 = 2\pi(3000)$ rad/seg e $\beta = 2000$ rad/seg^2. Armazene no vetor ***x*** as amostras do *chirp* no intervalo $0 \le t < 1$.

h) Use ***sound*** para ouvir o chirp contido em ***x***. Vc pode explicar o que escutou?

i) Determine a amostra temporal em que o *chirp* tem frequência máxima. Dada a equação linear da frequência instantânea e o seu conhecimento sobre o efeito de *aliasing*, explique como vc poderia ter previsto esse valor.

j) Armazene no vetor ***x*** as amostras dos primeiros 10 segundos do *chirp*. Escute o sinal usando ***sound***. Explique como vc poderia ter previsto os instantes nos quais o sinal tem frequência nula ou muito baixa.

Entrega do relatório: Data do EE1 Prof. Ricardo Campello