Inatel

C209 – Computação Gráfica e Multimídia
EC212 – Computação Gráfica

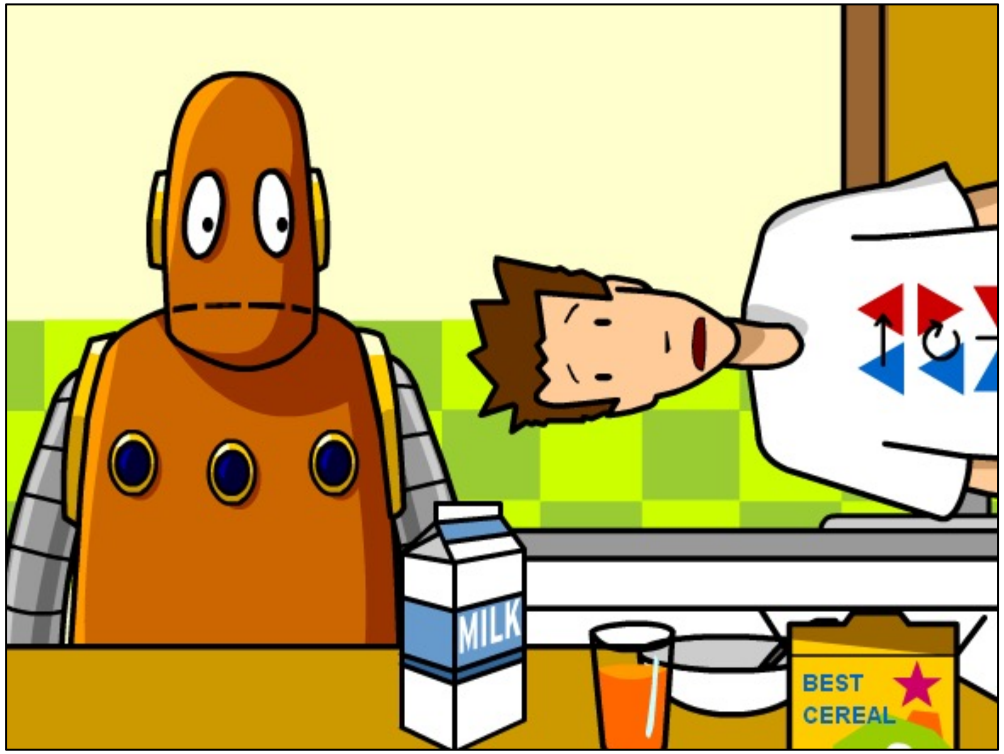
Transformações Geométricas Parte 1/3

Marcelo Vinícius Cysneiros Aragão

marcelovca90@inatel.br

Introdução

- Transformações geométricas são operações que podem ser utilizadas visando alterar algumas características do objeto a ser desenhado, tais como:
  - Posição
  - Orientação
  - Forma
  - Tamanho



Matrizes em Computação Gráfica

- Todas as transformações geométricas podem ser representadas na forma de equações vetoriais/matriciais.
- Estas estruturas de dados se assemelham com o modelo organizacional da memória dos computadores.
- As representações de pontos no plano (x,y) e no espaço tridimensional (x,y,z) são feitas por matrizes 2x2 e 3x3, respectivamente.

Pontos, Vetores e Matrizes

- Dado um sistemas de coordenadas cartesianas, é possível definir pontos e objetos neste sistema pelas suas coordenadas. Exemplos:

- Plano (bidimensional): $A = [2, 3] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

- Espaço tridimensional: $B = [1, 2, 3] = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

Aritmética de Vetores e Matrizes

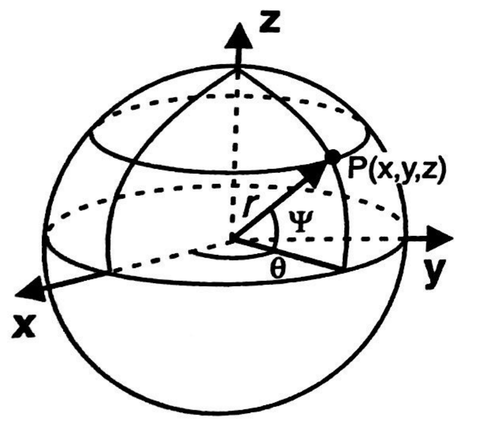
- Vetores e matrizes podem ser processados por operações aritméticas como as que fazemos com os números.
- A adição/subtração de vetores é definida pela simples soma/diferença dos respectivos elementos, desde que os operandos tenham a mesma dimensão.
- Exemplo: $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

Aritmética de Vetores e Matrizes

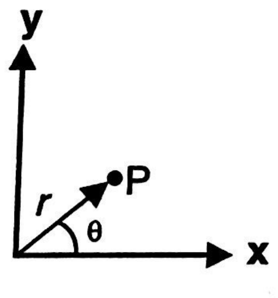
- Matrizes também podem ser multiplicadas entre si, desde que o número de colunas da primeira seja igual ao número de linhas da segunda.
- O resultado será uma matriz com o número de linhas da primeira e o número de colunas da segunda.
- Exemplo 1: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\times7+2\times5 & 1\times6+2\times0 \\ 3\times7+4\times5 & 3\times6+4\times0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 6 \\ 41 & 18 \end{bmatrix}$
- Exemplo 2: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\times3+2\times4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$

Sistemas de Coordenadas

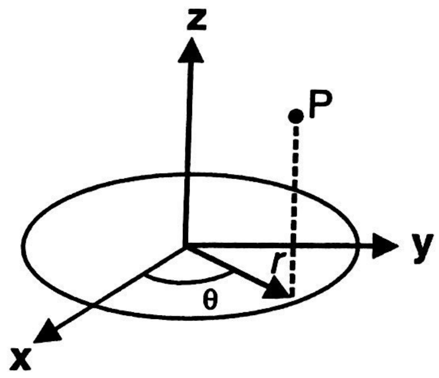
- Podemos utilizar diferentes sistemas de coordenadas para descrever os objetos modelados em um sistema 2D ou 3D e nos fornecer uma referência em termos de medidas do tamanho e posição dos objetos dentro de nossa área de trabalho.



Coordenadas Esféricas



Coordenadas Polares



Coordenadas Cilíndricas

Sistemas de Coordenadas

Raio e dois ângulos

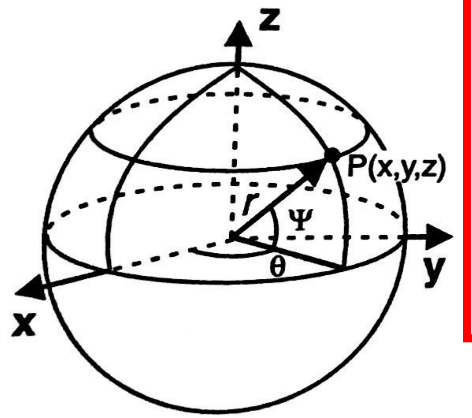
(r, θ, Ψ)

Raio e ângulo

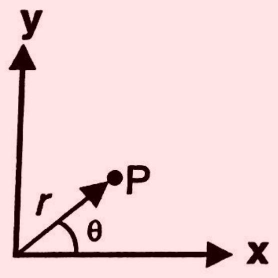
(r, θ)

Raio, ângulo e comprimento

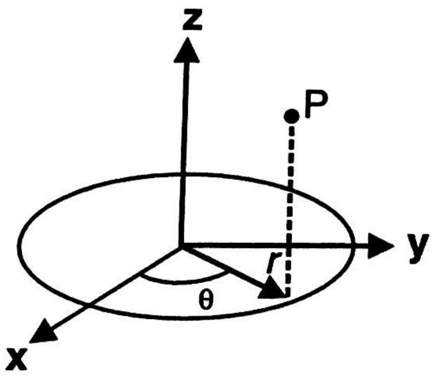
(r, θ, P)



Coordenadas Esféricas



Coordenadas Polares



Coordenadas Cilíndricas

Sistemas de Coordenadas

Raio e dois ângulos

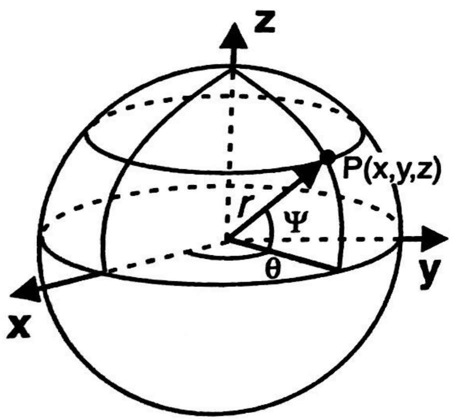
(r, θ, Ψ)

Raio e ângulo

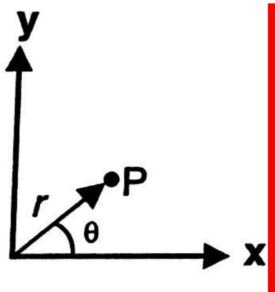
(r, θ)

Raio, ângulo e comprimento

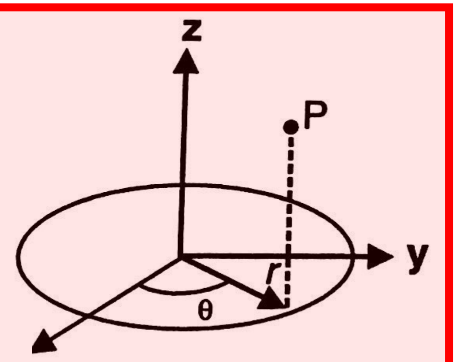
(r, θ, P)



Coordenadas Esféricas



Coordenadas Polar

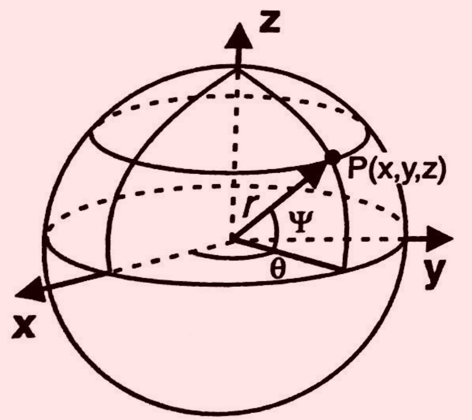


Coordenadas Cilíndricas

Sistemas de Coordenadas

Raio e dois ângulos

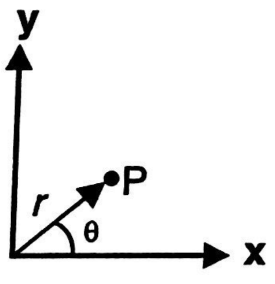
$$(r, \theta, \Psi)$$



Coordenadas Esféricas

Raio e ângulo

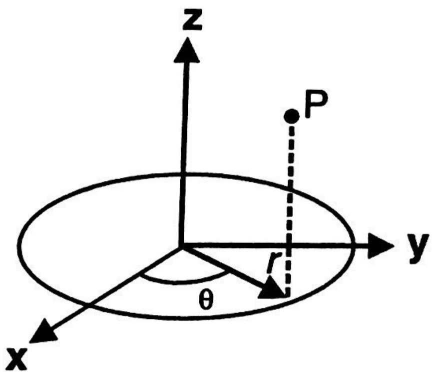
$$(r, \theta)$$



Coordenadas Polares

Raio, ângulo e comprimento

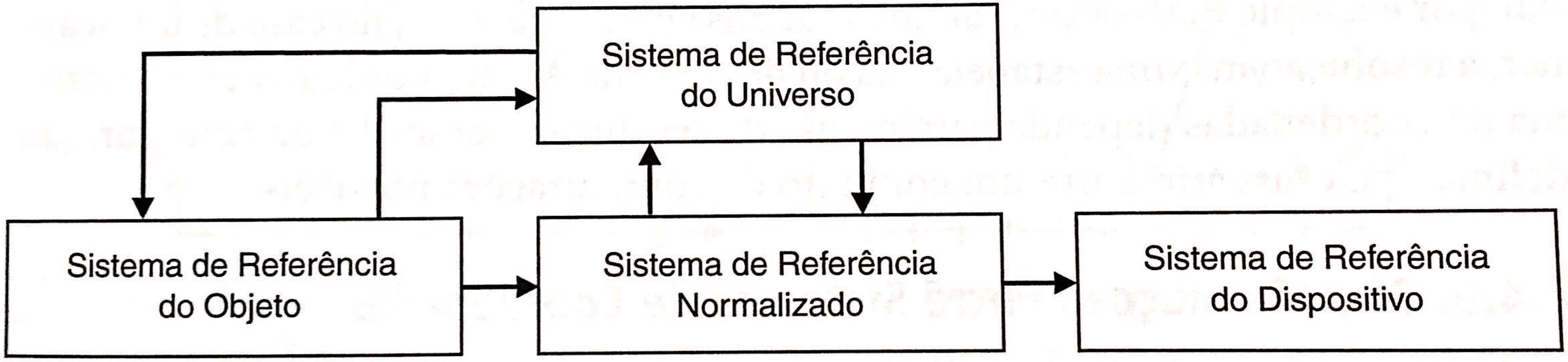
$$(r, \theta, P)$$



Coordenadas Cilíndricas

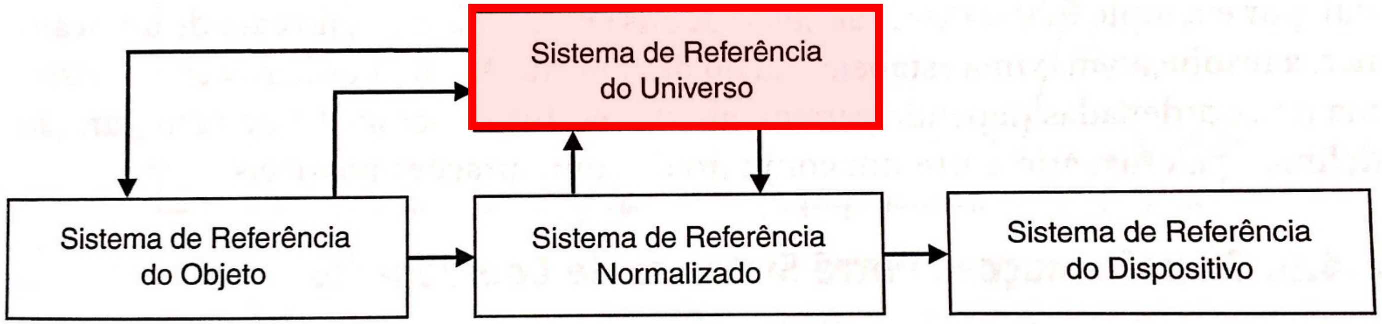
Sistemas de Referência

- Ao definirmos um sistemas de coordenadas de referência, devemos especificar dois aspectos principais: a unidade de referência básica e os limites extremos dos valores aceitos para descrever os objetos.



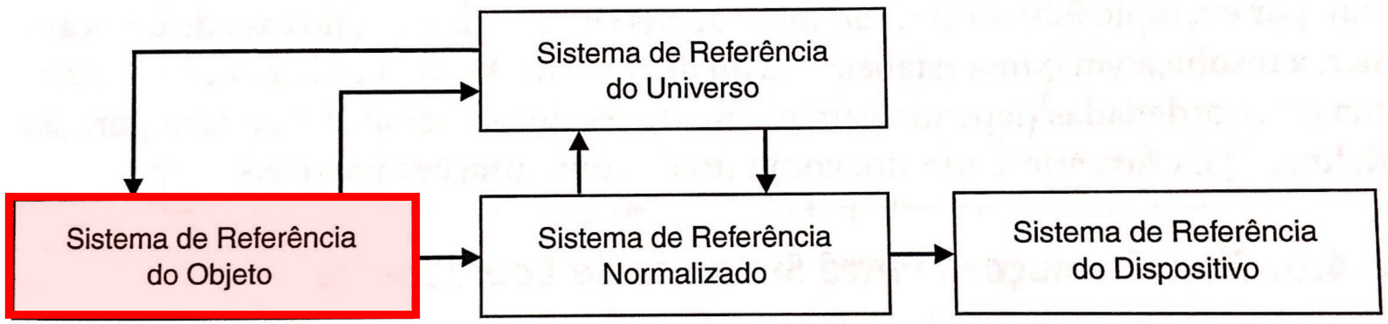
Sistemas de Referência do Universo (SRU)

- Também chamado de coordenadas do mundo, é utilizado para descrever os objetos em termos das coordenadas utilizadas pelo usuário da aplicação.
  - CAD de arquitetura: metros ou centímetros
  - CAD de mecânica de precisão: milímetros, micrômetros ou nanômetros
  - Sistemas de radar (para localização de aviação, por exemplo): coordenadas polares



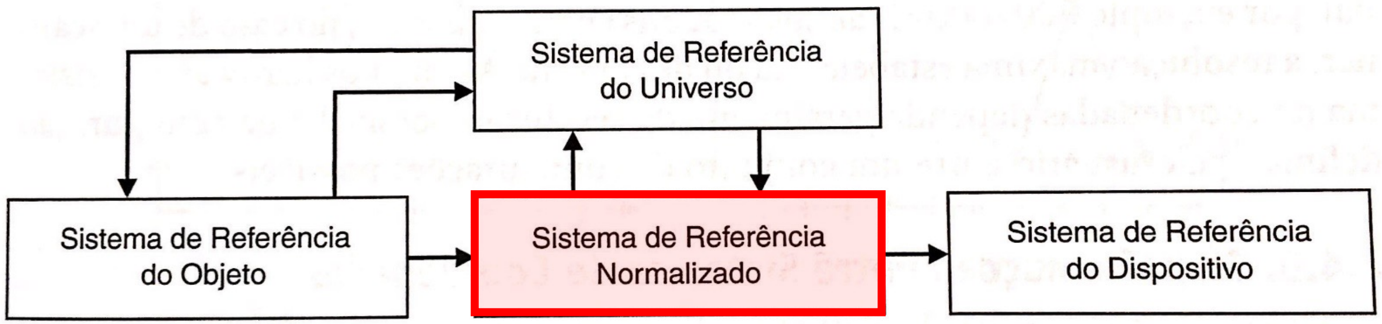
Sistemas de Referência do Objeto (SRO)

- Neste sistema, cada objeto é um miniuniverso individual, ou seja, tem suas particularidades descritas em função do seu sistema, muitas vezes coincidindo o centro do sistema de coordenadas com seu centro de gravidade.
  - Objetos com distribuição uniforme de massa possuem seu centro de gravidade no ponto médio de cada eixo. Nesta disciplina , assumiremos que este será sempre o caso.



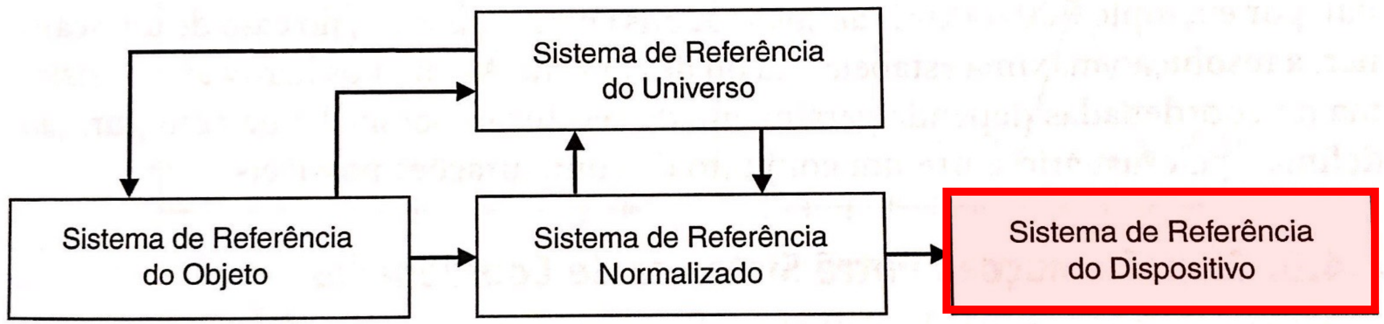
Sistemas de Referência Normalizado (SRN)

- Este sistema trabalha com as coordenadas normalizadas, isto é, com valores entre 0 e 1 onde $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$ (sendo x as coords. horizontais e y as verticais).
  - Serve como um sistema de referência intermediário entre o SRU e o SRD (explicado a seguir).
  - Sua aplicação é tornar a geração de imagens independente do dispositivo, pois as coordenadas do universo são convertidas para um sistema de coordenadas padrão normalizado.



Sistemas de Referência do Dispositivo (SRD)

- Utiliza coordenadas que podem ser fornecidas diretamente para um dado dispositivo de saída específico.
    - Por exemplo, em um vídeo esses valores podem ser o número máximo de pixels que podem ser acesos (640x480, 800x600 etc) ou podem indicar a resolução especificada em determinada configuração do sistema operacional, por exemplo 1920x1080 x TrueColor (32 bits).



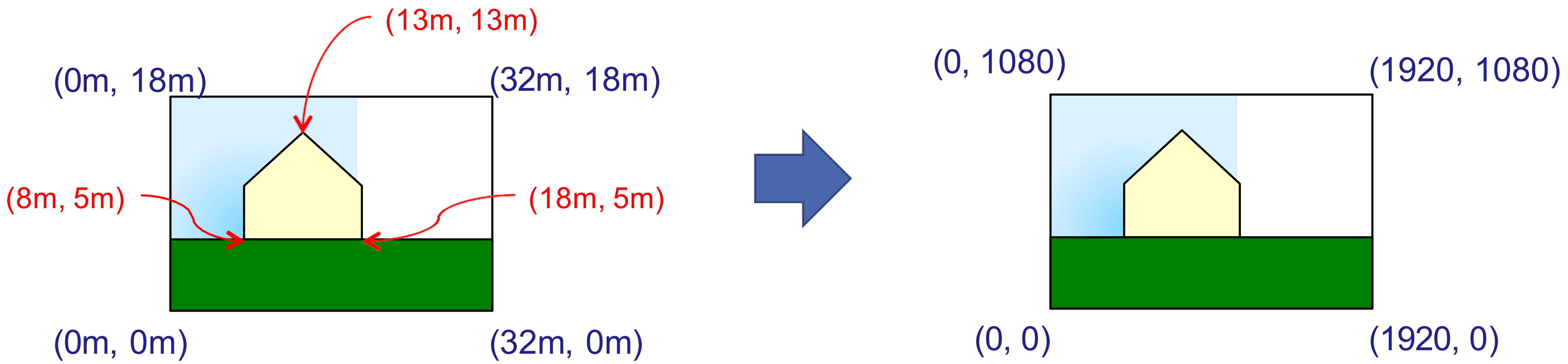
Transformações entre Sistemas de Coordenadas

- Aplicações gráficas frequentemente requerem a transformação de descrições de objetos de um sistemas de coordenadas para outro.
- Muitas vezes, o objeto é descrito em um sistema de coordenadas não cartesiano (ex.: polares, cilíndricas ou esféricas), e precisa ser convertido para o cartesiano.
- Em aplicações de animação e modelagem, objetos individuais são definidos em seu próprio sistema de coordenadas, e as coordenadas locais devem ser transformadas para posicionar os objetos no sistema de coordenadas global da cena.

Transformações entre Sistemas de Coordenadas

Exemplo 1:

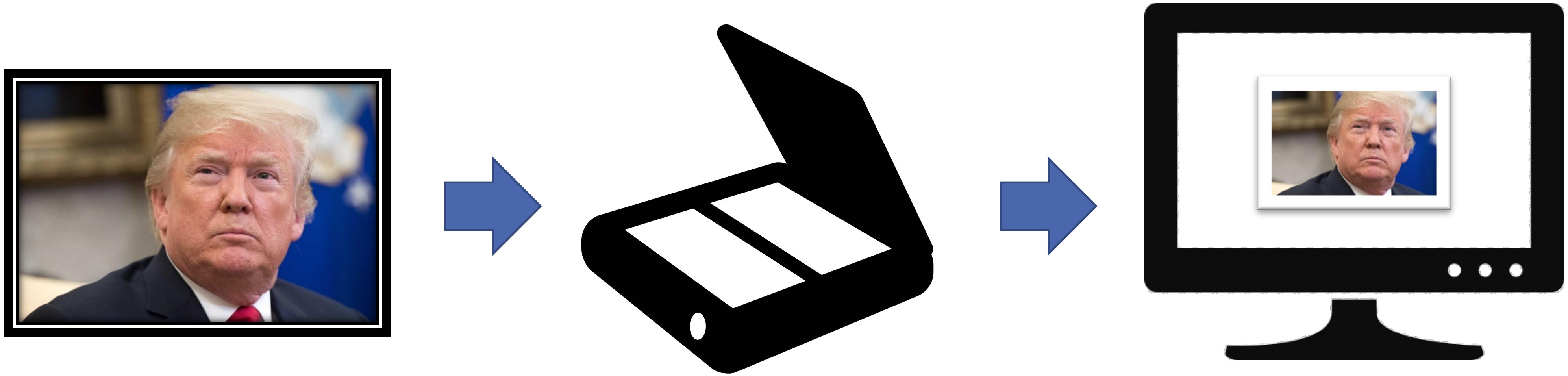
- Um fotógrafo tira uma foto de uma casa como na figura da esquerda abaixo. Esta foto é exibida em uma televisão Full HD, com resolução de 1920x1080. Calcule o valor de cada coordenada da casa em pixels.



Transformações entre Sistemas de Coordenadas

Exemplo 2:

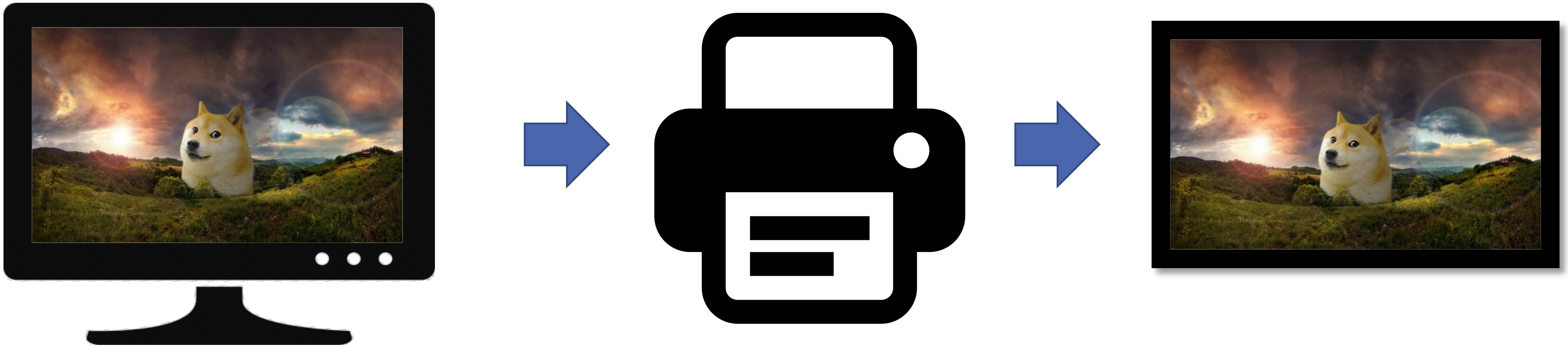
- Uma foto de 15,24x10,16 centímetros é escaneada com densidade de 150 dpi (pontos por polegada). Calcule a largura e a altura em pixels da imagem resultante. Considere que 1 pol = 2,54 cm.



Transformações entre Sistemas de Coordenadas

Exemplo 3:

- Possuo um belíssimo papel de parede em 8K UHD (4320p, razão de aspecto 16:9) e desejo transformá-lo em poster para colocar na parede do meu quarto.
- Minha impressora possui densidade de impressão de 150x300 dpi (na horizontal e vertical, respectivamente). Calcule o tamanho do poster em centímetros.



Referências

- AZEVEDO, Eduardo. CONCI, Aura. **Computação gráfica: geração de imagens. Rio de Janeiro: Campus**, 2003.
- Transformation – BrainPOP. Disponível em <https://www.brainpop.com/math/geometryandmeasurement/transformation/>