

# M109

# Estatística

Aula 9 – Testes Paramétricos

Profª. Rosimara Beatriz Arci Salgado

Créditos:

Profª. Karina Perez Mokarzel Carneiro

Prof. Rausley Adriano Amaral de Souza

**Inatel**

**CAMINHOS  
QUE CONECTAM  
COM O FUTURO**



## Bibliografia básica:

Arango HG. Bioestatística: teórica e computacional. 3ªed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan; 2011.

SPIEGEL, Murray Ralph; FARIA, Alfredo Alves De Probabilidade e estatística. São Paulo, SP: McGraw-Hill, 1978.

# TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS



## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS



## TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS

Dados categorizados referem-se à contagem de frequência de uma variável classificada ou subdividida em categorias ou atributos.

## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

Dados amostrais são valores ou variáveis quantitativas.

# TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS



## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

# TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS



## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

TESTES PARAMÉTRICOS

TESTES NÃO PARAMÉTRICOS



## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

### TESTES PARAMÉTRICOS



Média, Mediana, Variância e Desvio Padrão

### TESTES NÃO PARAMÉTRICOS



Sinais e Posto

# TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS



## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

### TESTES DE NORMALIDADE

#### TESTES PARAMÉTRICOS

#### TESTES NÃO PARAMÉTRICOS



# TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS



## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

### TESTES DE NORMALIDADE

TESTES PARAMÉTRICOS

TESTES NÃO PARAMÉTRICOS

# TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS

→ Amostras Independentes

→ Amostras Pareadas

## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

### TESTES DE NORMALIDADE

#### TESTES PARAMÉTRICOS

→ Amostras Independentes

→ Amostras Pareadas

#### TESTES NÃO PARAMÉTRICOS

→ Amostras Pareadas

→ Amostras Independentes



# TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS

→ Amostras Independentes

Grupos com indivíduos diferentes

→ Amostras Pareadas

Mesmos indivíduos em situações diferentes (ex: antes e depois)

## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

### TESTES DE NORMALIDADE

#### TESTES PARAMÉTRICOS

→ Amostras Independentes

→ Amostras Pareadas

#### TESTES NÃO PARAMÉTRICOS

→ Amostras Pareadas

→ Amostras Independentes



## TESTES PARA DADOS CATEGORIZADOS



### → Amostras independentes

→  $n > 40$  → Teste  $\chi^2$  Clássico.

→  $20 < n < 40$  → Teste  $\chi^2$  com Correção de Yates.

→  $n < 20$  → Teste Exato de Fisher

### → Amostras pareadas → Teste McNemar

## TESTES PARA DADOS AMOSTRAIS

### TESTES DE NORMALIDADE

TESTES PARAMÉTRICOS → Teste de Student (t)

#### → Amostras Independentes

Populações Homocedásticas e Populações Heterocedásticas

#### → Amostras Pareadas

Teste de Fisher

TESTES NÃO PARAMÉTRICOS

→ Amostras Pareadas → Testes dos sinais

→ Amostras Independentes → Teste de wilcoxon-mann-whitney

# TESTES PARAMÉTRICOS





## → TESTE DE *STUDENT* (t)

### → Amostras Independentes

#### TESTE DE FISHER (F)

- Populações Homocedásticas
- Populações Heterocedásticas

### → Amostras Pareadas

## Conceitos

Os testes paramétricos servem para efetuar comparações entre dois ou mais grupos (categorias), usando os parâmetros amostrais (média e variância) como principais elementos de decisão.

É importante lembrar que a hipótese de normalidade deve ser testada, executando-se um teste de normalidade.



# TESTES PARAMÉTRICOS PARA COMPARAÇÃO DE DUAS POPULAÇÕES



## Teste de *Student* (t)

O teste de *Student* (teste t) é o método mais usado para se avaliar as diferenças entre as **médias de dois grupos**.



# TESTES PARAMÉTRICOS PARA COMPARAÇÃO DE DUAS POPULAÇÕES



## Teste de *Student* (t)

Também pode ser montada uma experiência **aos pares** e se efetuar o teste para o **mesmo grupo em duas situações diferentes**.

O teste t pode ser usado mesmo que as amostras sejam pequenas ( $n = 10$ ) desde que seja admitido que as populações que deram origem às amostras tenham distribuição normal e variabilidades não significativamente diferentes.

A verificação da igualdade de variâncias pode ser feita por meio do teste de Fisher, ou pelo teste de Levene.

## COMPARAÇÃO DE DUAS VARIÂNCIAS: TESTE DE FISHER (F)



O teste de comparação de duas variâncias serve para determinar se as populações A e B possuem variabilidades semelhantes ou se as variabilidades podem ser consideradas diferentes. No primeiro caso, as populações são chamadas de Homocedásticas, enquanto no segundo caso as populações são designadas Heterocedásticas.

As hipóteses para o teste de duas variâncias são:

Hipótese de nulidade,  $H_0 \rightarrow \sigma_A^2 = \sigma_B^2$

Hipótese alternativa,  $H_1 \rightarrow \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

## AMOSTRAS INDEPENDENTES



### Populações Homocedásticas

Dadas duas amostras extraídas das populações A e B, o número  $t$  indica a diferença entre as amostras

$$t = \frac{|\bar{x}_A - \bar{x}_B|}{s_{A,B} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}} \quad \text{com} \quad s_{A,B} = \sqrt{\frac{s_A^2 \cdot (n_A - 1) + s_B^2 \cdot (n_B - 1)}{n_A + n_B - 2}}$$

## AMOSTRAS INDEPENDENTES



### Populações Heterocedásticas

$$t = \frac{|\bar{x}_A - \bar{x}_B|}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}}$$

Em qualquer dos casos, o valor obtido de  $t$  deve ser comparado, no teste clássico, com o valor limite de  $t$  (Tabela 2, Apêndice, pág. 372) associado a um determinado nível de significância e a um número de graus de liberdade que depende da comparação das variâncias, como é mostrado a seguir.

## AMOSTRAS INDEPENDENTES



### Graus de Liberdade para Populações Homocedásticas

$$gl = n_A + n_B - 2$$

### Graus de Liberdade para Populações Heterocedásticas

$$gl = \frac{\left( \frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B} \right)^2}{\frac{\left( \frac{s_A^2}{n_A} \right)^2}{n_A - 1} + \frac{\left( \frac{s_B^2}{n_B} \right)^2}{n_B - 1}}$$

## EXEMPLO 1:



Os dados da Tabela 11.1 mostram os pesos, em gramas, das refeições de dez homens e dez mulheres tomados casualmente de um restaurante “a quilo”:

Tabela 11.1 Peso de refeições de homens e mulheres										
Caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Homens	680	750	620	540	580	660	450	560	860	660
Mulheres	450	560	400	480	320	520	680	520	300	420

Avaliar se o peso médio das refeições está relacionado com o sexo.



## EXEMPLO 1:

- Dados amostrais
- Amostras independentes

### 1º PASSO: Teste de Normalidade

Tem o objetivo de escolher entre teste paramétrico ou não-paramétrico

#### Hipóteses:

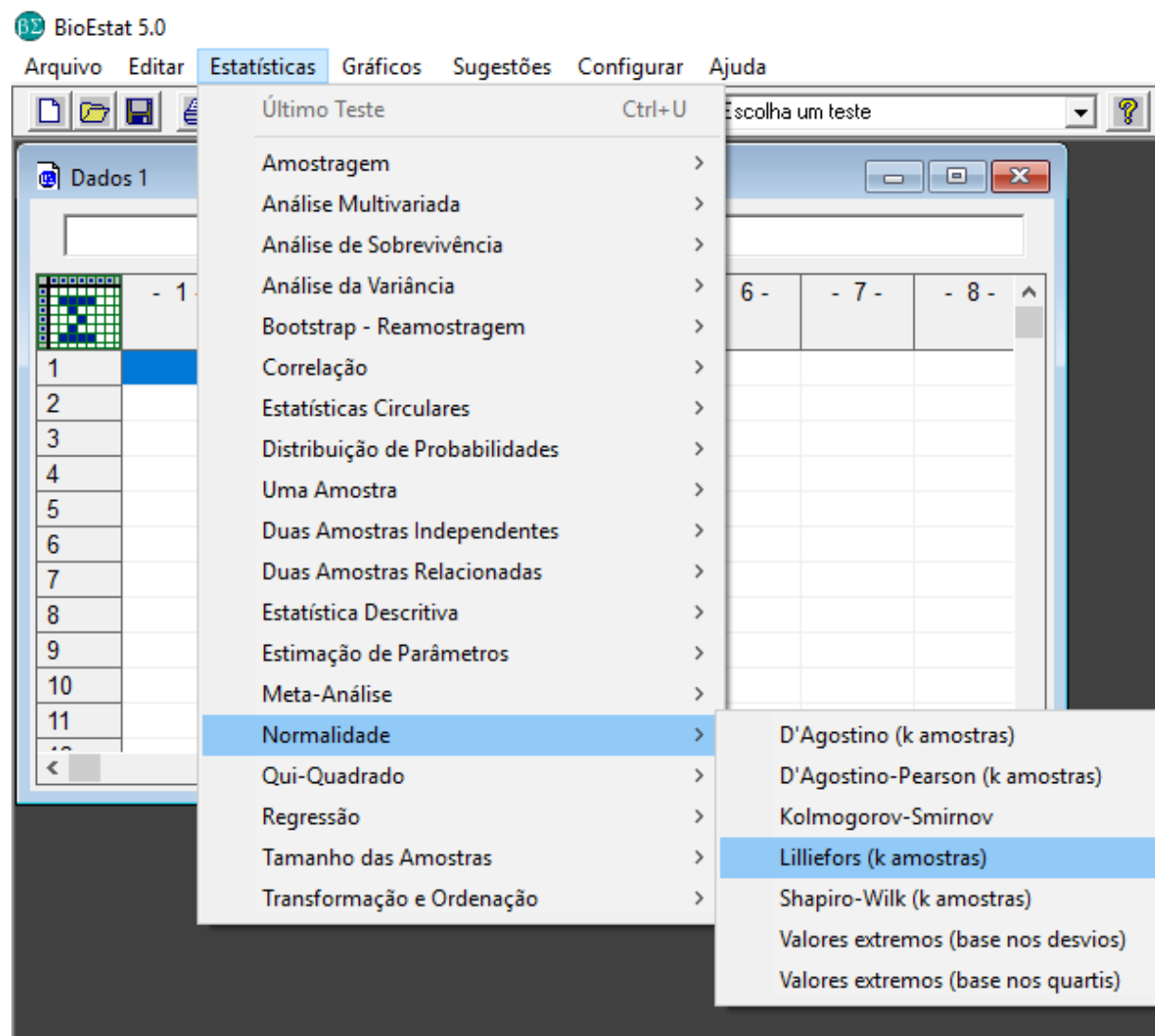
$H_0$  : a amostra provém de uma população Normal

→ Teste Paramétrico

$H_1$  : a amostra não provém de uma população Normal

→ Teste Não-paramétrico

## EXEMPLO 1:





## EXEMPLO 1:

	- 1 - Homens	- 2 - Mulheres
1	680	450
2	750	560
3	620	400
4	540	480
5	580	320
6	660	520
7	450	680
8	560	520
9	860	300
10	660	420
11		

Aceita  $H_0$   
Teste Paramétrico

Normalidade Teste de Lilliefors		
Arquivo Editar Gráfico		
	- 1 - Homens	- 2 - Mulheres
Tamanho da amostra =	10	10
Desvio máximo =	0.1511	0.1142
Valor crítico (0.05) =	0.2580	0.2580
Valor crítico (0.01) =	0.2940	0.2940
p(valor)	ns	ns

Teste de Shapiro-Wilk		
Arquivo Editar Gráfico		
Resultados	- 1 -	- 2 -
Tamanho da amostra =	10	10
Média =	636.0000	465.0000
Desvio padrão =	115.1038	113.6515
W =	0.9780	0.9723
p =	0.9499	0.9023

## EXEMPLO 1:



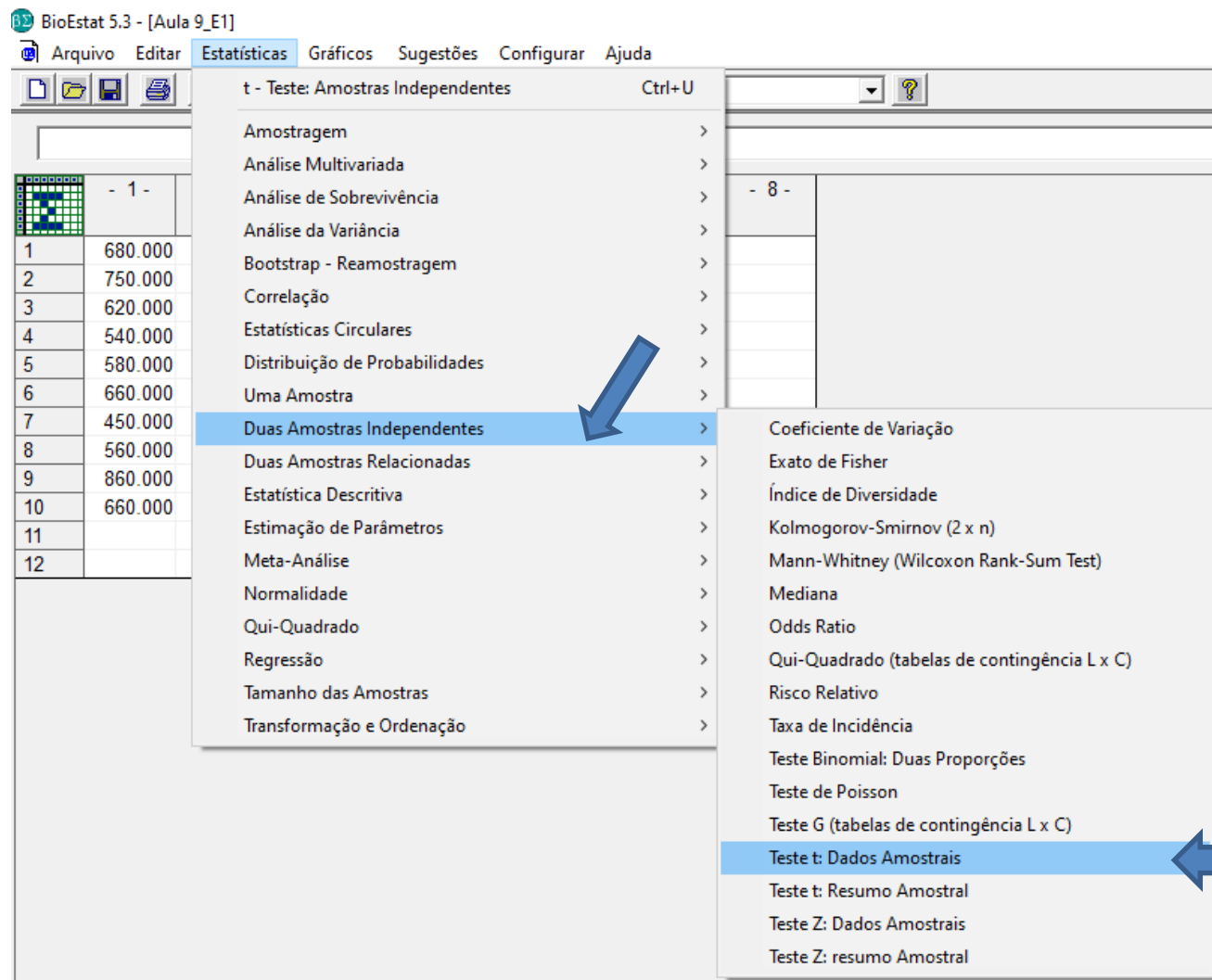
Ao executar o Teste de *Student*, o BioEstat já realiza o Teste de Fisher e informa se as populações são homocedásticas (variâncias semelhantes) ou heterocedásticas (variâncias diferentes).

**2º PASSO:** Hipóteses para o teste de *Student*:

$$H_0 \rightarrow \mu_M = \mu_H$$

$$H_1 \rightarrow \mu_M \neq \mu_H$$

## EXEMPLO 1:



## EXEMPLO 1:



t - Teste: Amostras Independentes		
Arquivo Editar Gráfico		
	- 1 - Homens	- 2 - Mulheres
Tamanho =	10	10
Média =	636.0000	465.0000
Variância =	13248.8889	12916.6667
	Homocedasticidade	---
Variância =	13082.7778	---
t =	3.3430	---
Graus de liberdade =	18	---
p (unilateral) =	0.0018	---
p (bilateral) =	0.0036	---
Poder (0.05)	0.9552	---
Poder (0.01)	0.8445	---
Diferença entre as médias =	171.0000	---
IC 95% (Dif. entre médias) =	63.5291 a 278.4709	---
IC 99% (Dif. entre médias) =	23.7837 a 318.2163	---



## EXEMPLO 1:



### 3º PASSO: Decisão

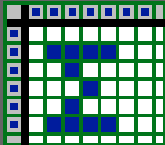
Como  $p < 5\%$  - Rejeita-se  $H_0$

Como  $p < 1\%$  - Existe uma diferença altamente significativa

### 4º PASSO: Conclusão

Pode-se concluir que o peso médio das refeições masculinas difere do peso médio das refeições femininas, a um nível de significância de  $p = 0,0036$  ( $p < 1\%$ ).

## EXEMPLO 2:

	- 1 - Homens	- 2 - Mulheres
1	3300.000	2600.000
2	3000.000	1800.000
3	3200.000	1500.000
4	2700.000	2300.000
5	3100.000	2900.000
6	2800.000	1700.000
7	2800.000	2200.000
8	2600.000	3200.000
9	3100.000	2600.000
10	2800.000	2200.000
11	2600.000	3400.000
12	3200.000	1600.000

Um estudo tem a finalidade de comparar o consumo diário de calorias entre homens e mulheres. Para isso, foram anotados os consumos em kcal de 24 indivíduos de ambos os sexos, como mostra a tabela ao lado:

Determinar se o consumo calórico está relacionado com o sexo.



## EXEMPLO 2:

- Dados amostrais
- Amostras independentes

### 1º PASSO: Teste de Normalidade

#### Hipóteses:

$H_0$  : a amostra provém de uma população Normal

→ Teste Paramétrico

$H_1$  : a amostra não provém de uma população Normal

→ Teste Não-paramétrico

## EXEMPLO 2:

### Teste de Normalidade

Normalidade Teste de Lilliefors		
Arquivo Editar Gráfico		
	- 1 - Homens	- 2 - Mulheres
Tamanho da amostra =	12	12
Desvio máximo =	0.2060	0.1363
Valor crítico (0.05) =	0.2420	0.2420
Valor crítico (0.01) =	0.2750	0.2750
p(valor)	ns	ns

Aceita  $H_0$   
Teste Paramétrico

Teste de Shapiro-Wilk		
Arquivo Editar Gráfico		
Resultados	- 1 -	- 2 -
Tamanho da amostra =	12	12
Média =	2933.3333	2333.3333
Desvio padrão =	246.1830	625.7117
W =	0.9159	0.9481
p =	0.3192	0.5680



## EXEMPLO 2:



2º PASSO: Hipóteses para o teste de Student:

$$H_0 \rightarrow \mu_M = \mu_H$$

$$H_1 \rightarrow \mu_M \neq \mu_H$$

## EXEMPLO 2:



t - Teste: Amostras Independentes		
Arquivo Editar Gráfico		
	- 1 - Homens	- 2 - Mulheres
Tamanho =	12	12
Média =	2933.3333	2333.3333
Variância =	60606.0606	391515.1515
	Heterocedasticidade	---
Variância =	37676.7677	---
t =	3.0911	---
Graus de liberdade =	14.33	---
p (unilateral) =	0.0040	---
p (bilateral) =	0.0079	---
Poder (0.05)	0.9259	---
Poder (0.01)	0.7767	---
Diferença entre as médias =	600.0000	---
IC 95% (Dif. entre médias) =	167.5340 a 1032.4660	---
IC 99% (Dif. entre médias) =	-15.1189 a 1215.1189	---

## EXEMPLO 2:



### 3º PASSO: Decisão

Como  $p < 5\%$ , rejeita-se  $H_0$

Como  $p < 1\%$ , Existe uma diferença altamente significativa

### 4º PASSO: Conclusão

A hipótese de que o consumo calórico de homens e mulheres é igual deve ser rejeitada, ao nível de significância de 5%. Portanto o consumo diário calórico está relacionado com o sexo para  $p < 5\%$

## AMOSTRAS DEPENDENTES, PAREADAS OU AOS PARES



Uma amostra pareada corresponde ao levantamento de dados da mesma amostra em duas situações nas quais tenha interferido algum fator cujo efeito se quer avaliar.

Uma amostra pareada de  $k$  observações, antes e depois da intervenção de um fator, pode ser representada como no Quadro:

Antes do fator (A)	Depois do fator (D)	Diferença entre as situações (d)
$x_{A1}$	$x_{D1}$	$d_1 = x_{A1} - x_{D1}$
$x_{A2}$	$x_{D2}$	$d_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$x_{Ak}$	$x_{Dk}$	$d_k$



A estimativa da diferença entre as situações pode ser avaliada calculando-se a média da diferença entre cada observação individual

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$$

Por outro lado, é necessário obter uma estimativa da variabilidade desses resultados. Esse valor pode ser conseguido calculando-se a variância das diferenças entre as observações individuais,

$$s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$



Dados os valores,  $t$  é calculado:

$$t = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$$

Decisão estatística:

- Com um programa de cálculo de funções de probabilidade: o valor de  $t$ , associado a  $n - 1$  graus de liberdade, fornece o nível de significância do teste,  $p$ , que deve ser avaliado como de costume.
- Com a Tabela 2 (pág. 372, Apêndice): obter o valor tabelado de  $t$  para o nível de significância desejado (p. ex., 5%) e comparar como valor calculado de  $t$  pela expressão anterior ( $H_0$  rejeitada se  $t_t < t_c$ ).



### EXEMPLO 3:

Para verificar os efeitos de um produto denominado “Creme redutor” foram medidos os diâmetros abdominais de 10 indivíduos, antes de começar o tratamento e uma semana após a aplicação diária do produto.

n	Antes	Depois
1	80	76
2	77	75
3	74	74
4	86	82
5	72	74
6	66	60
7	78	77
8	62	65
9	82	80
10	94	90

A comparação dos resultados antes e depois do uso do creme pode ser feita usando um teste de *Student* para amostras pareadas.



## EXEMPLO 3:

- Dados amostrais
- Amostras pareadas

### 1º PASSO: Teste de Normalidade

#### Hipóteses:

$H_0$  : a amostra provém de uma população Normal

→ Teste Paramétrico

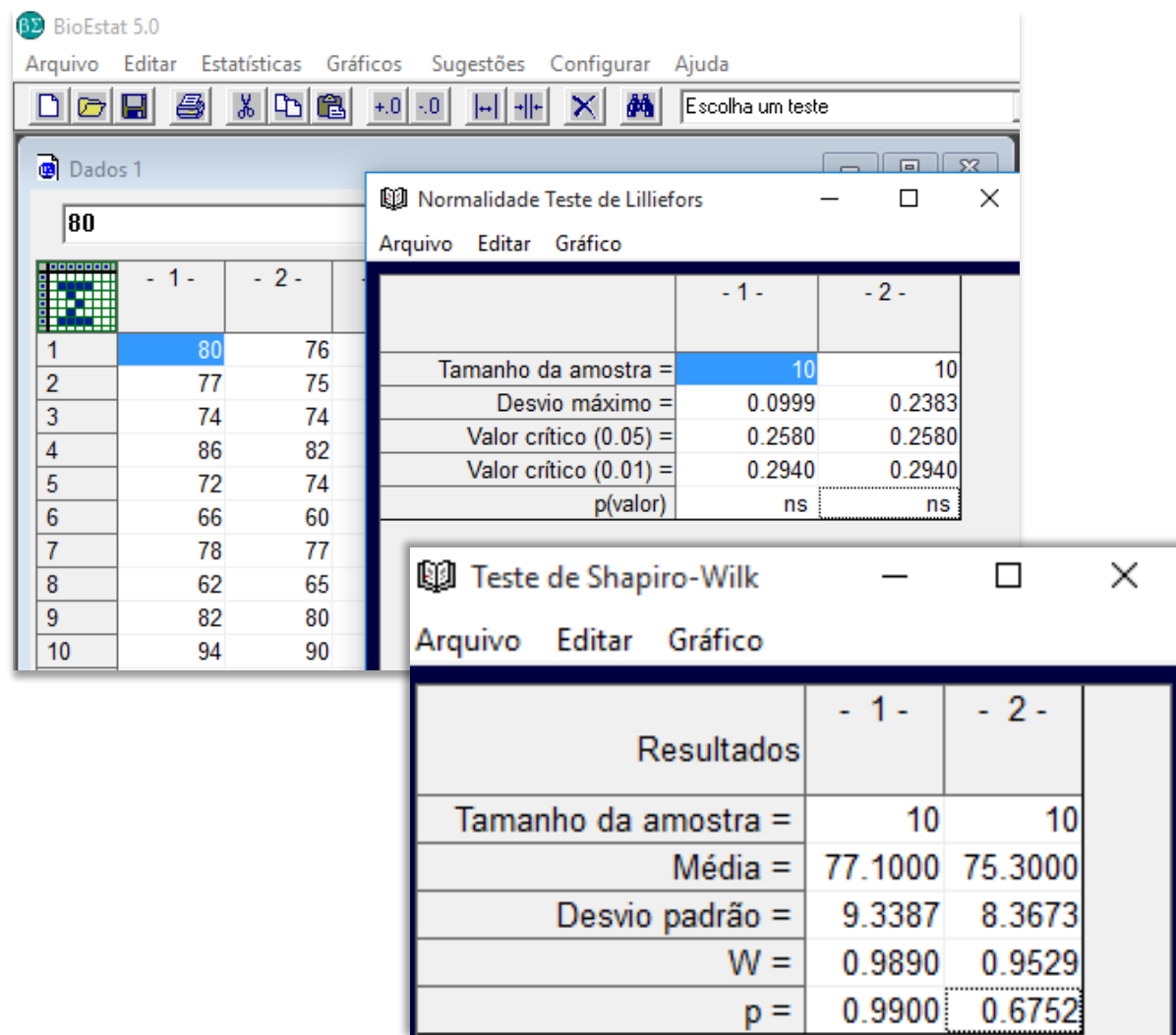
$H_1$  : a amostra não provém de uma população Normal

→ Teste Não-paramétrico



## EXEMPLO 3:

### Teste de Normalidade



Aceita  $H_0$   
Teste Paramétrico

### EXEMPLO 3:

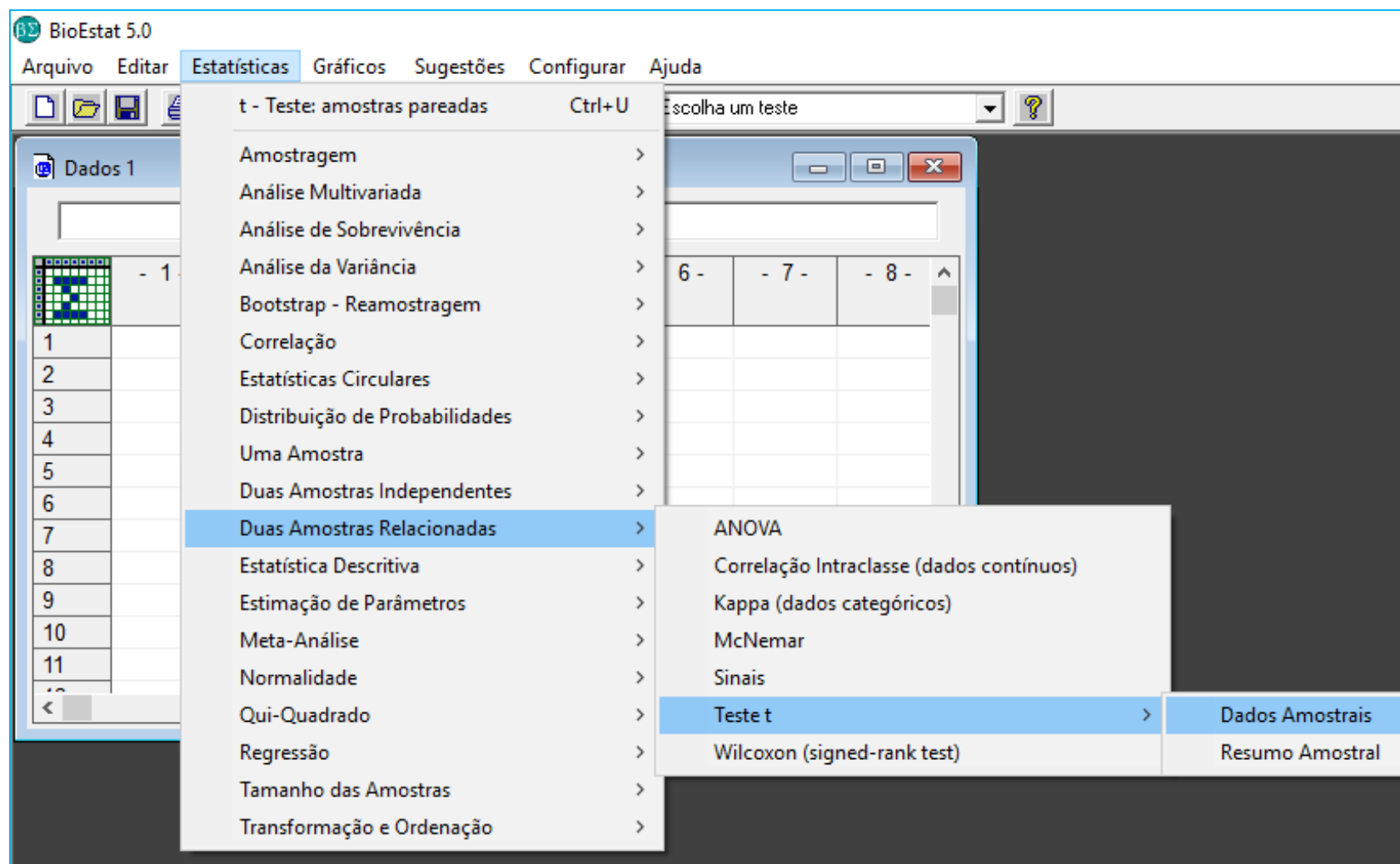


2º PASSO: Hipóteses para o teste de *Student*.

$$H_o \rightarrow \mu_{\text{antes}} = \mu_{\text{depois}}$$

$$H_1 \rightarrow \mu_{\text{antes}} \neq \mu_{\text{depois}}$$

## EXEMPLO 3:



## EXEMPLO 3:

BioEstat 5.0

Arquivo Editar Estatísticas Gráficos Sugestões Configurar Ajuda

Escolha um teste

Dados 1

	- 1 -	- 2 -	- 3 -
1	80	76	
2	77	75	
3	74	74	
4	86	82	
5	72	74	
6	66	60	
7	78	77	
8	62	65	
9	82	80	
10	94	90	
11			

t - Teste: amostras pareadas

Arquivo Editar Gráfico

	- 1 -	- 2 -
Indivíduos	10	10
Média	77.1000	75.3000
Desvio Padrão	9.3387	8.3673
Erro Padrão	2.9532	2.6460
Desv. Padrão da Diferença	2.8597	---
Erro Padrão da Diferença	0.9043	---
Média das diferenças	1.8000	---
(t)=	1.9905	---
Graus de Liberdade	9	---
(p) unilateral =	0.0388	---
(p) bilateral =	0.0777	---
IC (95%)	-0.2456 a 3.8456	---
IC (99%)	-1.1390 a 4.7390	---

## EXEMPLO 3:



### 3º PASSO: Decisão

Como  $p > 5\%$ , aceita-se  $H_0$

### 4º PASSO: Conclusão

Não é possível rejeitar a hipótese de nulidade ao nível de significância de 5%. Assim, não é possível afirmar que o creme redutor provoca alterações no diâmetro abdominal uma semana após o seu uso, ao nível de significância de 5%.

## Rosimara Salgado

Professora  
Coordenadora do NEaD

rosimara@inatel.br



**Inatel**

CAMINHOS  
QUE CONECTAM  
COM O FUTURO