

5ª LISTA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 01: Observe as sequências de demonstração abaixo e indique o(s) erro(s) (se houver). Se possível, encontre uma interpretação em português para enfatizar o problema.

a) $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$

1. $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$	hip
2. $(\forall x)P(x) \vee Q(a)$	1, pe
3. $P(a) \vee Q(a)$	2, pu
4. $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$	3, gu

b) $(\forall y)[F(x, y) \vee [G(x)]'] \rightarrow (\exists y)[G(x) \rightarrow F(x, y)]$

1. $(\forall y)[F(x, y) \vee [G(x)]']$	hip
2. $F(x, z) \vee [G(x)]'$	1, pu
3. $[G(x)]' \vee F(x, z)$	2, comut
4. $G(x) \rightarrow F(x, z)$	3, cond
5. $(\exists y)[G(x) \rightarrow F(x, y)]$	5, ge

c) $(\exists x)[B(x) \rightarrow [C(x)]'] \rightarrow (\forall x)[C(x) \rightarrow [B(x)]']$

1. $(\exists x)[B(x) \rightarrow [C(x)]']$	hip
2. $B(a) \rightarrow [C(a)]'$	1, pe
3. $[B(a)]' \vee [C(a)]'$	2, cond
4. $[C(a)]' \vee [B(a)]'$	3, comut
5. $C(a) \rightarrow [B(a)]'$	4, cond
6. $(\forall x)[C(x) \rightarrow [B(x)]']$	5, gu

d) $(\forall x)(\exists y)[[D(x)]' \vee E(x, y)] \wedge (\forall x)D(x) \rightarrow (\forall x)E(x, a)$

1. $(\forall x)(\exists y)[[D(x)]' \vee E(x, y)]$	hip
2. $(\forall x)D(x)$	hip
3. $(\forall x)[[D(x)]' \vee E(x, a)]$	1, pe
4. $[D(z)]' \vee E(z, a)$	3, pu
5. $D(z)$	2, pu
6. $E(z, a)$	4, 5, sd
7. $(\forall x)E(x, a)$	6, gu

EXERCÍCIO 02: Considerando a fbf $(\forall y)(\exists x)Q(x, y) \rightarrow (\exists x)(\forall y)Q(x, y)$, justifique os passos adotados e indique os erros na sequência de demonstração a seguir (se houver).

1. $(\forall y)(\exists x)Q(x, y)$
2. $(\exists x)Q(x, y)$
3. $Q(a, y)$
4. $(\forall y)Q(a, y)$
5. $(\exists x)(\forall y)Q(x, y)$

EXERCÍCIO 03: Justifique cada passo das sequências de demonstração a seguir.

a) $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)]$

1. $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$
2. $P(a) \rightarrow Q(a)$
3. $(\forall x)P(x)$
4. $P(a)$
5. $Q(a)$
6. $(\exists x)Q(x)$

b) $(\exists x)[(P(x) \vee Q(x)) \wedge S(x)] \rightarrow (\exists x)[[P(x)]' \wedge [Q(x)]'] \rightarrow [S(x) \wedge R(x)]$

1. $(\exists x)[(P(x) \vee Q(x)) \wedge S(x)]$
2. $[P(a) \vee Q(a)]'$
3. $(P(a) \vee Q(a)) \wedge S(a)$
4. $P(a) \vee Q(a)$
5. $S(a)$
6. $R(a)$
7. $S(a) \wedge R(a)$
8. $[P(a) \vee Q(a)]' \rightarrow [S(a) \wedge R(a)]$
9. $[P(a)]' \wedge [Q(a)]' \rightarrow [S(a) \wedge R(a)]$
10. $(\exists x)[[P(x)]' \wedge [Q(x)]'] \rightarrow [S(x) \wedge R(x)]$

c) $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge (\forall y)[Q(y) \rightarrow R(y)] \wedge (\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)R(x)$

1. $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$
2. $(\forall y)[Q(y) \rightarrow R(y)]$
3. $(\forall x)P(x)$
4. $P(a) \rightarrow Q(a)$
5. $Q(a) \rightarrow R(a)$
6. $P(a)$
7. $P(a) \rightarrow R(a)$
8. $R(a)$
9. $(\exists x)R(x)$

EXERCÍCIO 04: Proponha uma sequência de demonstração para cada fbf a seguir.

a) $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \rightarrow (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$

b) $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)[P(x)]' \rightarrow (\exists x)Q(x)$

c) $(\exists x)[A(x) \wedge R(x, y)] \wedge (\forall x)[R(x, y) \rightarrow I(x, y)] \rightarrow (\exists x)[A(x) \wedge I(x, y)]$

d) $(\forall y)[Q(x, y) \rightarrow P(x)] \rightarrow [(\exists x)Q(x, y) \rightarrow P(x)]$

EXERCÍCIO 05: Leia as frases a seguir, formule o argumento na notação lógica de predicados e forneça uma sequência de demonstração.

- a) Nenhum matemático é bom em literatura. Algum físico também é matemático.
Portanto, algum físico não é bom em literatura.

- b) Todo estudante de ciência da computação trabalha mais do que alguém e todo o mundo que trabalha mais do que uma pessoa, dorme menos do que essa pessoa. Maria é uma estudante de ciência da computação. Portanto, Maria dorme menos do que alguém.
- c) Há um astrônomo que não é míope. Todo mundo que usa óculos é míope. Portanto, todo mundo ou usa óculos ou usa lentes de contato. Portanto, algum astrônomo usa lentes de contato.