Nome: Pedro Gabriel Garcia Ribeiro Balestra		Matricula: 1551
Cruso: GEC	Periodo: P7	Matéria: M020

EXERCÍCIO 01: Observe as sequências de demonstração abaixo e indique o(s) erro(s) (se houver). Se possível, encontre uma interpretação em português para enfatizar o problema.

a) $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$

1. $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$	hip
2. $(\forall x)P(x) \vee Q(a)$	1, pe
3. $P(a) \vee Q(a)$	2, pu
4. $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$	3, gu

Falso, pois não posso usar $\forall x$ em Q(x)

b) $(\forall y)[F(x,y) \vee [G(x)]'] \rightarrow (\exists y)[G(x) \rightarrow F(x,y)]$

1. $(\forall y)[F(x,y) \vee [G(x)]']$	hip
2. $F(x,z) \vee [G(x)]'$	1, pu
3. $[G(x)]' \vee F(x,z)$	2, comut
4. $G(x) \rightarrow F(x,z)$	3, cond
5. $(\exists y)[G(x) \rightarrow F(x,y)]$	5, ge

Correto

c) $(\exists x)[B(x) \rightarrow [C(x)]'] \rightarrow (\forall x)[C(x) \rightarrow [B(x)]']$

1. $(\exists x)[B(x) \rightarrow [C(x)]']$	hip
2. $B(a) \rightarrow [C(a)]'$	1, pe
3. $[B(a)]' \vee [C(a)]'$	2, cond
4. $[C(a)]' \vee [B(a)]'$	3, comut
5. $C(a) \rightarrow [B(a)]'$	4, cond
6. $(\forall x)[C(x) \rightarrow [B(x)]']$	5, gu

Falso, pois não posso transformar um ∃x em ∀x

d) $(\forall x)(\exists y)[[D(x)]' \vee E(x,y)] \wedge (\forall x)D(x) \rightarrow (\forall x)E(x,a)$

1. $(\forall x)(\exists y)[[D(x)]' \vee E(x,y)]$	hip
2. $(\forall x)D(x)$	hip
3. $(\forall x)[[D(x)]' \vee E(x,a)]$	1, pe
4. $[D(z)]' \vee E(z,a)$	3, pu
5. $D(z)$	2, pu
6. $E(z,a)$	4, 5, sd
7. $(\forall x)E(x,a)$	6, gu

correto

EXERCÍCIO 02: Considerando a fbf $(\forall y)(\exists x)Q(x,y) \rightarrow (\exists x)(\forall y)Q(x,y)$, justifique os passos adotados e indique os erros na sequência de demonstração a seguir (se houver).

1. $(\forall y)(\exists x)Q(x,y)$	Hip
2. $(\exists x)Q(x,y)$	1, pu
3. $Q(a,y)$	2, pe
4. $(\forall y)Q(a,y)$	3, gu
5. $(\exists x)(\forall y)Q(x,y)$	4, ge

A segunda linha se encontra errada pois primeiro devemos fazer o pe, como abaixo:

1. $(\forall y)(\exists x)Q(x,y)$	hip
2. $(\forall y)Q(a,y)$	2, pe
3. $Q(a,y)$	1, pu
4. $(\forall y)Q(a,y)$	3, gu
5. $(\exists x)(\forall y)Q(x,y)$	4, ge

EXERCÍCIO 03: Justifique cada passo das sequências de demonstração a seguir.

a) $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)]$

1. $(\exists x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$	Hip
2. $P(a) \rightarrow Q(a)$	1, pe
3. $(\forall x)P(x)$	Hip (md)
4. $P(a)$	3, pu
5. $Q(a)$	2,4 md
6. $(\exists x)Q(x)$	5, ge

b) $(\exists x)\big[\big(P(x) \vee Q(x)\big) \wedge S(x)\big] \rightarrow (\exists x)[[[P(x)]' \wedge [Q(x)]'] \rightarrow [S(x) \wedge R(x)]]$

1. $(\exists x)\big[\big(P(x) \vee Q(x)\big) \wedge S(x)\big]$	Hip
2. $[P(a) \vee Q(a)]'$	Hip temp.
3. $\big(P(a) \vee Q(a)\big) \wedge S(a)$	1, pe
4. $P(a) \vee Q(a)$	3, simp
5. $S(a)$	3, simp
6. $R(a)$	2,4 inc
7. $S(a) \wedge R(a)$	5,6 conj
8. $[P(a) \vee Q(a)]' \rightarrow [S(a) \wedge R(a)]$	2,7 retirada
9. $[[P(a)]' \wedge [Q(a)]'] \rightarrow [S(a) \wedge R(a)]$	8, de morgan
10. $(\exists x)[[[P(x)]' \wedge [Q(x)]'] \rightarrow [S(x) \wedge R(x)]]$	9, ge

c) $(\exists x)[P(x) \to Q(x)] \wedge (\forall y)[Q(y) \to R(y)] \wedge (\forall x)P(x) \to (\exists x)R(x)$

1. $(\exists x)[P(x) \to Q(x)]$	Hip
2. $(\forall y)[Q(y) \to R(y)]$	Hip
3. $(\forall x)P(x)$	Hip
4. $P(a) \to Q(a)$	1, pe
5. $Q(a) \to R(a)$	2, pu
6. $P(a)$	3, pu
7. $P(a) \to R(a)$	4,5 sh
8. $R(a)$	6,7 mp
9. $(\exists x)R(x)$	8, ge

EXERCÍCIO 04: Proponha uma sequência de demonstração para cada fbf a seguir.

a) $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \to (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$

1. $(\forall x)P(x)$	hip
2. $(\exists x)Q(x)$	hip
3. $Q(x)$	2, pe
4. $P(x)$	1, pu
5. $P(x) \wedge Q(x)$	3, 4 conj
6. $(\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$	5, ge

b) $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)[P(x)]' \to (\exists x)Q(x)$

1. $(\forall x)P(x)$	*hip*
2. $(\exists x)[P(x)]'$	*hip*
3. $[P(x)]'$	*2, pe*
4. $P(x)$	*1, pu*
5. $Q(x)$	*3, 4 inc*
6. $(\exists x)Q(x)$	*5, ge*

c) $(\exists x)[A(x) \wedge R(x,y)] \wedge (\forall x)[R(x,y) \to I(x,y)] \to (\exists x)[A(x) \wedge I(x,y)]$

1. $(\exists x)[A(x) \wedge R(x,y)]$	*hip*
2. $(\forall x)[R(x,y) \to I(x,y)]$	*hip*
3. $A(x) \wedge R(x,y)$	*1, pe*
4. $R(x,y) \to I(x,y)$	*2, pu*
5. $A(x)$	*3, simp*
6. $R(x,y)$	*3, simp*
7. $I(x,y)$	*4, 6 mp*
8. $A(x) \wedge I(x,y)$	*5, 7 conj*
9. $(\exists x)[A(x) \wedge I(x,y)]$	*8, ge*

d) $(\forall y)[Q(x,y) \rightarrow P(x)] \rightarrow [(\exists x)Q(x,y) \rightarrow P(x)]$

$(\forall y)[Q(x,y) \rightarrow P(x)] \wedge (\exists x)Q(x,y) \rightarrow P(x)$ (md)

$1. (\forall y)[Q(X,Y) \rightarrow P(X)]$	*hip*
$2. (\exists x)Q(x,y)$	*hip*
$3. Q(X,Y)$	$2, pe$
$4. Q(X,Y) \rightarrow P(X)$	$1, pu$
$5. P(X)$	$3{,}4\ mp$

EXERCÍCIO 05: Leia as frases a seguir, formule o argumento na notação lógica de predicados e forneça uma sequência de demonstração.

a) Nenhum matemático é bom em literatura. Algum físico também é matemático. Portanto, algum físico não é bom em literatura.

M(x) = x é matemático
L(x) = x é bom em literatura
F(x) = x é físico

Notação Simbólica: $(\forall x)[M(x) \rightarrow L(x)]' \wedge (\exists x)[M(x) \wedge F(x)] \rightarrow (\exists x)[F(x) \wedge [L(x)]']$

Demonstração:

$(\forall x)[M(x) \rightarrow L(x)]' \wedge (\exists x)[M(x) \wedge F(x)] \rightarrow (\exists x)[F(x) \wedge [L(x)]']$

$1. (\forall x)[M(x) \rightarrow L(x)]'$	hip
$2. (\exists x)[M(x) \wedge F(x)]$	hip
$3. M(a) \wedge F(a)$	2, pe
$4. [M(x) \wedge L(x)]'$	1, pu
$5. [M(x)]' \vee [L(x)]'$	4, De Morgan
$6. M(x) \rightarrow [L(x)]'$	5, cond
$7. M(a)$	3, simp
$8. F(a)$	3, simp
$9. [L(x)]'$	6, 7, mp
$10. F(a) \wedge [L(x)]'$	8, 9, conj
$11. (\exists x)[F(x) \wedge [L(x)]']$	10, ge

b) Todo estudante de ciência da computação trabalha mais do que alguém e todo o mundo que trabalha mais do que uma pessoa, dorme menos do que essa pessoa. Maria é uma estudante de ciência da computação. Portanto, Maria dorme menos do que alguém.

C(x) = x é estudante de ciências da computação
T(x, y) = x trabalha mais que y
D(x, y) = x dorme menos que y
C(m) = x é Maria

Notação Simbólica:

$$(\forall x)(\exists y)\left[\left(C(x) \rightarrow T(x,y)\right) \wedge \left(T(x,y) \rightarrow D(x,y)\right)\right] \wedge (\exists x)[C(m)] \rightarrow (\exists x)(\exists y)[C(m) \wedge D(m,y)]$$

Demonstração:

$$(\forall x)(\exists y)\left[\left(C(x) \rightarrow T(x,y)\right) \wedge \left(T(x,y) \rightarrow D(x,y)\right)\right] \wedge (\exists x)[C(m)] \rightarrow (\exists x)(\exists y)[C(m) \wedge D(m,y)]$$

1. $(\forall x)(\exists y)\left[\left(C(x) \rightarrow T(x,y)\right) \wedge \left(T(x,y) \rightarrow D(x,y)\right)\right]$	hip
2. $(\exists x)[C(m)]$	hip
3. $(\forall x)\left[\left(C(x) \rightarrow T(x,a)\right) \wedge \left(T(x,a) \rightarrow D(x,a)\right)\right]$	1, pe
4. $\left(C(x) \rightarrow T(x,a)\right) \wedge \left(T(x,a) \rightarrow D(x,a)\right)$	3, pu
5. $C(m)$	2, pe
6. $C(x) \rightarrow T(x,a)$	4, simp
7. $T(x,a) \rightarrow D(x,a)$	4, simp
8. $T(x,a)$	5, 6, mp
9. $D(x,a)$	7, 8, mp
10. $C(m) \wedge D(x,a)$	5, 9, conj
11. $(\exists y)[C(m) \wedge D(x,y)]$	10, ge
12. $(\exists x)(\exists y)[C(m) \wedge D(m,y)]$	11, ge