Lista de Exercícios 9

Funções Compostas e Regra da Cadeia

1. Identifique as funções compostas como no exemplo abaixo.
   Ex. : $f(x) = \cos(x^3+3) = g(h(x))$, onde $g(x) = \cos(x)$ e $h(x) = x^3+3$.

   (a) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$
   (b) $f(x) = \operatorname{sen}^2(x)$
   (c) $f(x) = \dfrac{1}{\operatorname{sen}(x)}$
   (d) $f(x) = \sqrt{x^3+x+6}$
   (e) $f(x) = \operatorname{sen}(\cos(\operatorname{sen}(x)))$
   (f) $f(x) = \dfrac{4}{5x+7}$

2. Derive as funções do exercício anterior.

3. As funções f e g dadas por $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$ e $g(x) = \operatorname{sen}(1/x)$ são periódicas? São funções pares? São funções ímpares?

4. Para cada uma das funções do exercício anterior, determine a reta tangente ao gráfico de f em $x_0 = 2$.

5. Faça um esboço do gráfico das seguintes funções. Use o mesmo roteiro utilizado no exercício 1 da Lista 04.

   (a) $f(x) = \operatorname{sen}(x) + x$, $x \in [0, 10]$
   (b) $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \dfrac{x}{2}$, $x \in [0, 10]$
   (c) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$, $x \in [-4, 4]$
   (d) $f(x) = x\cos(x)$, $x \in [-4, 4]$

6. Descreva o gráfico das seguintes funções.

   (a) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x^2+0.1}\right)$
   (b) $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \dfrac{\operatorname{sen}(8x)}{5}$
   (c) $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}\left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right) + 1$
   (d) $f(x) = \operatorname{sen}^2(x)$
   (e) $f(x) = \operatorname{sen}^3(x)$

(f) $f(x) = \operatorname{sen}^{20}(x)$

(g) $f(x) = \operatorname{sen}^{21}(x)$

(h) $f(x) = \operatorname{sen}^{1/20}(x)$

(i) $f(x) = \operatorname{sen}^{1/21}(x)$

(j) $f(x) = (\operatorname{sen}(x) + 1)^{1/3}$

(k) $f(x) = (\operatorname{sen}(x) + 2)^{1/3}$

(l) $f(x) = \cos(\cos(x))$

(m) $f(x) = \operatorname{sen}(\tan(x))$

(n) $f(x) = \operatorname{sen}(x \cos(x))$

7. Seja $f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 2 + x, & -1 \leq x \leq 2 \\ 4, & x > 2 \end{cases}$ e seja $g(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t.$

Esboce os gráficos de f e g e diga se são funções contínuas e se são funções deriváveis.

8. Seja $f(x) = \operatorname{sen}(x) + 1$ e seja $g(x) = \displaystyle\int_{x^2}^{x^3} f(t)\,\mathrm{d}t.$

(a) Esboce a função f e as regiões cujas áreas são dadas por

(i) $g(2)$

(ii) $g(3)$

(iii) $g(1)$

(iv) $g(0)$

(v) $g(0.5)$

(b) Escreva uma expressão para $g(x)$.

9. Calcule as derivadas de:

(a) $f(x) = \displaystyle\int_{a}^{b} t \operatorname{sen}(t)\,\mathrm{d}t$

(b) $f(x) = \displaystyle\int_{a}^{x} t \operatorname{sen}(t)\,\mathrm{d}t$

(c) $f(x) = \displaystyle\int_{a}^{x^2} \operatorname{sen}(t) + 1\,\mathrm{d}t$

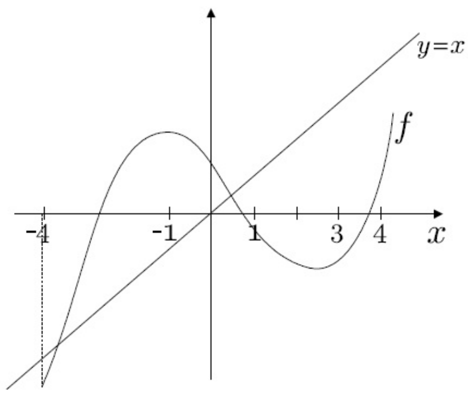
(d) $f(x) = \displaystyle\int_{x-1}^{x^2+x-2} \sqrt{t^2 + 5}\,\mathrm{d}t$

10. Sejam f uma função invertível e derivável e $g(x) = \sqrt{(f(x))^3}$. Sabendo que $f(0) = 1$ e $f'(0) = -1$, calcule $g(0)$ e $g'(0)$.

11. Seja f uma função tal que a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$ é $y = 2x - 1$ e seja $g(x) = f(x^2 + 2x + 1)$. Determine a equação da reta r, tangente ao gráfico de g em $x = 0$.

12. Seja g a função dada por $g(x) = x^2 - 6x + 11$ e f uma função derivável que é decrescente em $(-\infty, 3]$ e crescente em $[3, \infty)$, e cuja derivada só é zero em $x = 3$. Considere $h(x) = f(g(x))$. Em quais intervalos h é crescente?

13. Considere f a função definida pelo gráfico da figura abaixo:



Decida qual das afirmações abaixo é verdadeira:

(a) Se a função $g(x) = f(|x|)$, então $\mathrm{Dom}(g) = [0, 4]$.
(b) f é um polinômio de grau 3.
(c) $f(f(-1)) < 0$.
(d) A equação $f(f(x)) = 1$ tem exatamente três soluções.
(e) A equação $f(x) - x = 0$ tem três soluções reais.

Selecione a opção que melhor justifica sua resposta:

(i) Pois f possui três raízes.
(a) Pois o gráfico de f corta o eixo-x em três pontos .
(ii) Pois $|x| \geq 0$.
(iii) Pois $1 < f(-1) < 3$ e para $1 < x < 3$ temos $f(x) < 0$.
(iv) Porque $f(x) = 1$ tem três soluções.