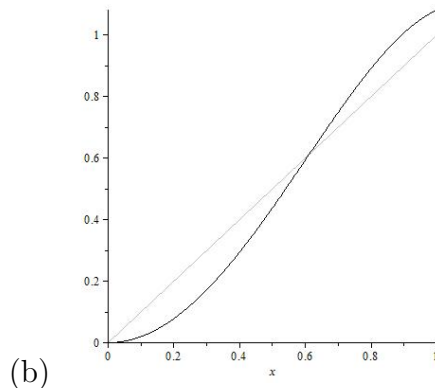
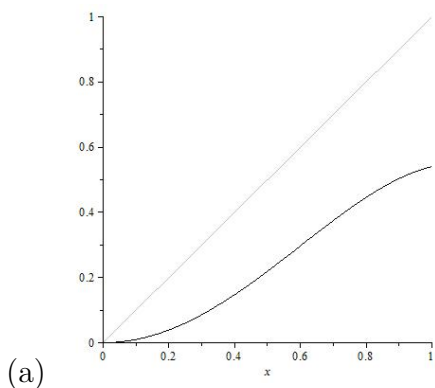


Lista de Exercícios 12

Funções Inversas, Funções Exponenciais e Logarítmicas

1. Em cada figura abaixo vemos a reta $y = x$ e o gráfico de uma função f . Desenhe f^{-1} .



2. Em cada item, encontre um valor de a para que a equação tenha exatamente uma solução.

- (a) $a^x = 3x$
- (b) $a^x = 4x$
- (c) $a^x = \log_a(x)$
- (d) $a^x = \ln(a)$

3. Determine o domínio e uma expressão para a inversa de f passando pelo ponto P :

- (a) $f(x) = x^2$, $P = (4, 2)$
- (b) $f(x) = x^2$, $P = (4, -2)$
- (c) $f(x) = \ln(2x - 5)$, $P = (0, 3)$
- (d) $f(x) = \frac{e^x}{3 + e^x}$, $P = \left(\frac{1}{4}, 0\right)$
- (e) $f(x) = x^3 - x$, $P = (0, 0)$
- (f) $f(x) = x^3 - x$, $P = (0, 1)$

4. Seja $f(x) = \log_3(\sqrt{1 + 2^x})$.

- (a) Determine a derivada de $f(x)$.
- (b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ em $(0, f(0))$.
- (c) f é invertível? Justifique.
- (d) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da inversa de f em $(f(0), 0)$.

5. Seja f uma função invertível e derivável. Seja g dada por $g(x) = \sqrt{(f(x))^3}$. Sabendo que $f(0) = 1$ e $f'(0) = -1$, calcule $g(0)$, $g'(0)$ e $(g^{-1})'(1)$.

6. Derive e determine o domínio de f em cada um dos itens abaixo:

(a) $f(x) = \ln(x^2)$

(b) $f(x) = e^{\sin(x)}$

(c) $f(x) = \ln(x)e^x$

(d) $f(x) = \ln(x^3 - x)$

7. Seja $f_1(x) = \ln(x)$ e $f_n(x) = \ln(f_{n-1}(x))$, para $n > 1$.

(a) Escreva a expressão de $f_2(x)$, $f_3(x)$, e $f_4(x)$.

(b) Determine o domínio de f_1, f_2, f_3, f_4 , e f_5 .

(c) Derive f_4 .

8. Integre:

(a) $\int x e^x \, dx$

(e) $\int x \ln(x^2) \, dx$

(b) $\int x^2 e^x \, dx$

(f) $\int x^2 \ln(x) \, dx$

(c) $\int \ln(x) \, dx$

(g) $\int e^x \sin(x) \, dx$

(d) $\int x \ln(x) \, dx$

(h) $\int \frac{e^{\frac{3}{x}}}{x^2} dx$

9. Sejam f uma função derivável e g e h dadas por $g(x) = 4^{f(x)}$ e $h(x) = \log_7 |f(x)|$. Sabendo que $f(0) = -1$ e $f'(0) = 2$, calcule $g'(0)$ e $h'(0)$.

10. Derive:

(a) $g(x) = \int_x^1 e^{t^2} \, dt$.

(b) $h(x) = \int_{x^2}^{1+e^{3x}} \sin(t^2) \, dt$.

11. Determine os pontos de inflexão do gráfico da função f dada por $f(x) = \int_0^x (t-1)^2 e^t \, dt$.