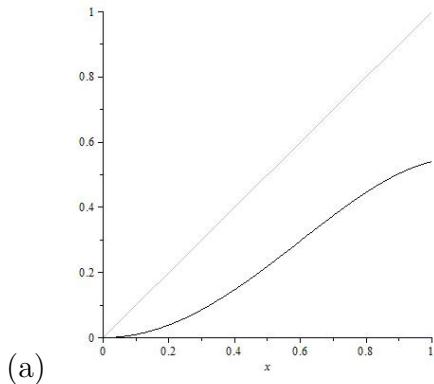


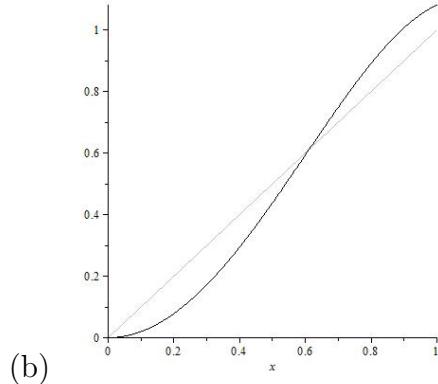
## Lista de Exercícios 12

### Funções Inversas, Funções Exponenciais e Logarítmicas

1. Em cada figura abaixo vemos a reta  $y = x$  e o gráfico de uma função  $f$ . Desenhe  $f^{-1}$ .



(a)



(b)

2. Em cada item, encontre um valor de  $a$  para que a equação tenha exatamente uma solução.

- (a)  $a^x = 3x$   
 (b)  $a^x = 4x$   
 (c)  $a^x = \log_a(x)$   
 (d)  $a^x = \ln(a)$
3. Determine o domínio e uma expressão para a inversa de  $f$  passando pelo ponto  $P$ :

- (a)  $f(x) = x^2$ ,  $P = (4, 2)$   
 (b)  $f(x) = x^2$ ,  $P = (4, -2)$   
 (c)  $f(x) = \ln(2x - 5)$ ,  $P = (0, 3)$   
 (d)  $f(x) = \frac{e^x}{3 + e^x}$ ,  $P = \left(\frac{1}{4}, 0\right)$   
 (e)  $f(x) = x^3 - x$ ,  $P = (0, 0)$   
 (f)  $f(x) = x^3 - x$ ,  $P = (0, 1)$

4. Seja  $f(x) = \log_3(\sqrt{1 + 2^x})$ .

- (a) Determine a derivada de  $f(x)$ .  
 (b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x)$  em  $(0, f(0))$ .  
 (c)  $f$  é invertível? Justifique.  
 (d) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da inversa de  $f$  em  $(f(0), 0)$ .

5. Seja  $f$  uma função invertível e derivável. Seja  $g$  dada por  $g(x) = \sqrt{(f(x))^3}$ . Sabendo que  $f(0) = 1$  e  $f'(0) = -1$ , calcule  $g(0)$ ,  $g'(0)$  e  $(g^{-1})'(1)$ .

6. Derive e determine o domínio de  $f$  em cada um dos itens abaixo:

- (a)  $f(x) = \ln(x^2)$
- (b)  $f(x) = e^{\sin(x)}$
- (c)  $f(x) = \ln(x)e^x$
- (d)  $f(x) = \ln(x^3 - x)$

7. Seja  $f_1(x) = \ln(x)$  e  $f_n(x) = \ln(f_{n-1}(x))$ , para  $n > 1$ .

- (a) Escreva a expressão de  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$ , e  $f_4(x)$ .
- (b) Determine o domínio de  $f_1, f_2, f_3, f_4$ , e  $f_5$ .
- (c) Derive  $f_4$ .

8. Integre:

- |                        |   |
|------------------------|---|
| (a) $\int x e^x dx$    | (e) $\int x \ln(x^2) dx$                  |
| (b) $\int x^2 e^x dx$  | (f) $\int x^2 \ln(x) dx$                  |
| (c) $\int \ln(x) dx$   | (g) $\int e^x \sin(x) dx$                 |
| (d) $\int x \ln(x) dx$ | (h) $\int \frac{e^{\frac{3}{x}}}{x^2} dx$ |

9. Sejam  $f$  uma função derivável e  $g$  e  $h$  dadas por  $g(x) = 4^{f(x)}$  e  $h(x) = \log_7 |f(x)|$ . Sabendo que  $f(0) = -1$  e  $f'(0) = 2$ , calcule  $g'(0)$  e  $h'(0)$ .

10. Derive:

- (a)  $g(x) = \int_x^1 e^{t^2} dt.$
- (b)  $h(x) = \int_{x^2}^{1+e^{3x}} \sin(t^2) dt.$

11. Determine os pontos de inflexão do gráfico da função  $f$  dada por  $f(x) = \int_0^x (t-1)^2 e^t dt$ .