

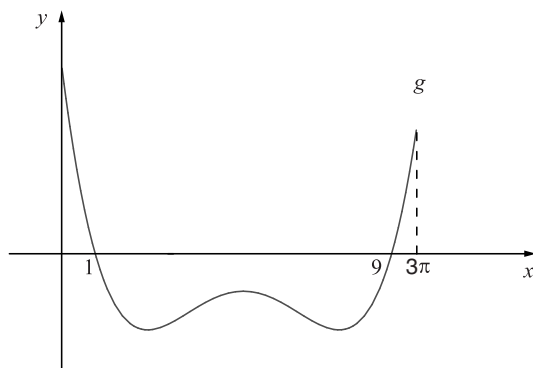
Lista de Exercícios 2Parábolas

1. Escreva a equação de uma parábola com as raízes dadas:
 - (a) 3 e 4
 - (b) -2 e 0
 - (c) $\frac{1}{3}$ e $\sqrt{7}$
2. Escreva a equação de uma parábola com o vértice no ponto dado:
 - (a) (3,4)
 - (b) (-2,0)
 - (c) $(0, \frac{1}{7})$
 - (d) $(\frac{1}{3}, \sqrt{7})$
3. Escreva a expressão de uma função quadrática f tal que a parábola $y = f(x)$ passe pelos pontos dados:
 - (a) (1,1), (3,7), (5,5)
 - (b) (0,2), (2,2), (5,5)
 - (c) (0,2), (1,3), (3,5)
 - (d) $(\sqrt{7}, 1)$, $(2, \sqrt{5})$, $(7, -3)$
4. Encontre as raízes das funções do exercício anterior.
5. Considere os pontos (1,1), (3,7), e (5,4).
 - (a) Escreva a expressão de uma função quadrática f tal que a parábola $y = f(x)$ passe pelos pontos dados.
 - (b) Escreva a expressão de uma função quadrática g tal que a parábola $x = g(y)$ passe pelos pontos dados.
 - (c) Faça um desenho no Maple mostrando as duas parábolas. Use o comando implicit-plot.
 - (d) As duas parábolas têm algum outro ponto de interseção? Qual?
6. Escreva a equação de uma reta que passe pelos pontos de interseção das parábolas $y = (x - 3)(x - 7)$ e $y = 2 - (x - 6)^2$.
7. Determine o conjunto de números reais que satisfazem cada uma das desigualdades abaixo.
 - (a) $x^2 - 2x - 2 \geq 0$
 - (b) $\frac{2x^2 + x - 1}{2x - x^2} \leq 0$

8. Determine o conjunto de números reais que satisfazem o sistema de 2 inequações abaixo. Isto é, satisfazem simultaneamente as 2 inequações.

$$\begin{cases} -2x^2 - x + 1 > 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 < 0 \end{cases}$$

9. Sejam as funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = 5(x-2)(x-7)$ e $g : [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ dada pelo gráfico abaixo.



Determine quais valores de x , pertencentes ao intervalo $[0, 3\pi]$, satisfazem a inequação

$$f(x) \cdot g(x) > 0$$

10. Esboce a região do plano em cada item.

(a) $\begin{cases} y < x^2 \\ -1 < x < 1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} y < x^2 \\ -1 < y < 1 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x < 2 - y^2 \\ x < 5 - y^2 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} y > x^2 \\ x > y^2 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} y < (x-5)^2 + 1 \\ y > 2 - (x-3)^2 \\ 2 < x < 6 \end{cases}$

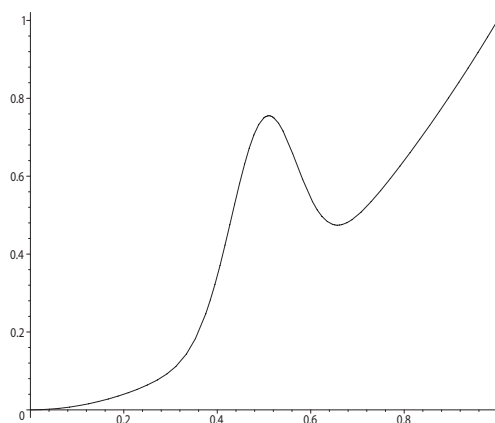
(f) $\begin{cases} y > (x-5)^2 - 3 \\ y < 2 - (x-3)^2 \end{cases}$

11. Dentre todos os retângulos de perímetro 80 cm, determine o que tem área máxima.
12. Dentre todos os retângulos de perímetro $\sqrt{107}$ cm, determine o que tem área máxima.

13. Dentre todos os pares de números com soma 6, determine aquele cuja soma dos quadrados dos números é mínima.
14. Dentre todos os pares de números com soma $\sqrt{6}$, determine aquele cuja soma dos quadrados dos números é mínima.
15. Sejam f e g funções tais que o gráfico de f é uma parábola e g é dada por $g(x) = 5$. Sabendo que $g(x) = f(x)$ se, e somente se, $x = -1$ ou $x = 5$, determine a primeira coordenada do vértice da parábola que é o gráfico de f .
16. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função dada por $f(x) = 13 - 2x$. Considere um retângulo com um vértice na origem, um vértice sobre o eixo y positivo, um vértice sobre o eixo x positivo, digamos em $(x, 0)$, e o quarto vértice sobre o gráfico da função f . Seja A a função que fornece a área do retângulo em termos de x . Dê o domínio da função A . Qual é o retângulo com a maior área possível?
17. No Maple, use o comando `animate` para desenhar uma parábola se movendo. Ela não deve mudar de forma; apenas sofrer translações. O vértice da parábola deve caminhar sobre a reta $y = x/2$. Mostre também a reta no desenho.
18. Considere funções g_n com domínio $[0, 1]$. Seja

$$g_n(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}g_{n-1}(3x), & x < \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} - \frac{1}{3}g_{n-1}(3x-1), & \frac{1}{3} < x < \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} + \frac{2}{3}g_{n-1}(3x-2), & \frac{2}{3} < x \end{cases}$$

- (a) Se $g_0(x) = x$, desenhe $g_1(x)$.
- (b) Se $g_0(x)$ é dada pelo desenho abaixo, desenhe $g_1(x)$.



- (c) Se $g_0(x) = x$, desenhe $g_2(x)$.
- (d) Se $g_0(x) = x$, desenhe $g_3(x)$ e $g_4(x)$ no Maple.
19. Decida se as seguintes proposições são falsas ou verdadeiras. Justifique.
 - (a) Se $(2x - 4)(x - 3) > 0$, então $x < 2$.
 - (b) Se $x < 2$, então $(2x - 4)(x - 3) > 0$.

(c) Se $x^2 > 9$, então $x > 3$.

(d) Se $(x - 1)(x + 1) = 0$, então $x = 1$ ou $x = -1$.

(e) Se $(x - 1)(x + 1) = 2$, então $x - 1 = 2$ ou $x + 1 = 2$.

20. Considere a seguinte proposição: Se $\frac{3x^2 - 3x + 3}{x - 1} > 2x + 5$ então $x > 1$

(a) Decida se a proposição é Verdadeira ou Falsa. (Justifique sua resposta).

(b) Enuncie a recíproca e decida se ela é Verdadeira ou Falsa.