Lista de Exercícios 14

Limites, Gráficos com assíntotas

1. Para cada uma das funções dos gráficos abaixo, escolha valores para preencher as lacunas, quando possível, e indique no gráfico os valores escolhidos.

   (a) Para valores muito grandes de x, $f(x)$ se aproxima de $L =$__________.

   (b) Para $x >$__________, o valor de $f(x)$ está sempre no intervalo $[L-5, L+5]$.

   (c) Para $x >$__________, o valor de $f(x)$ está sempre no intervalo $[L-4, L+4]$.

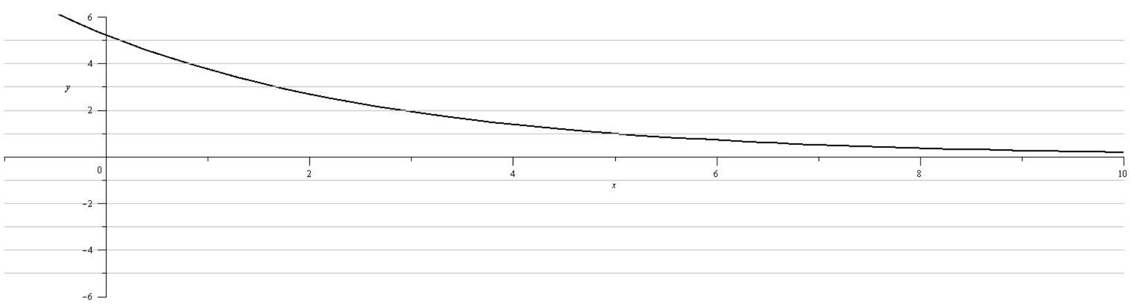
   (d) Para $x >$__________, o valor de $f(x)$ está sempre no intervalo $[L-3, L+3]$.

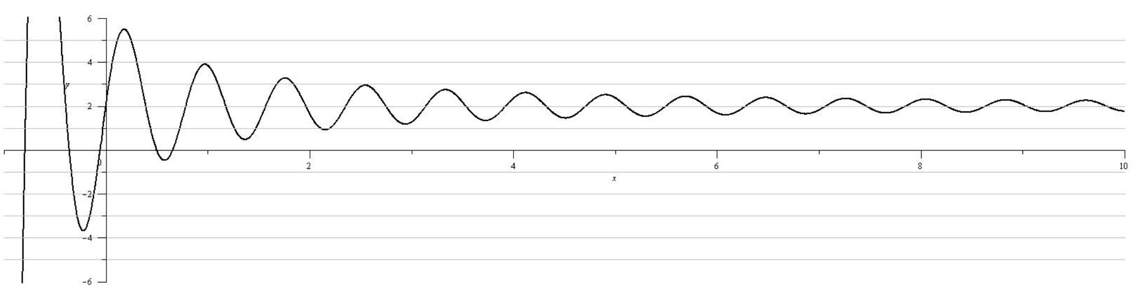
   (e) Para $x >$__________, o valor de $f(x)$ está sempre no intervalo $[L-2, L+2]$.

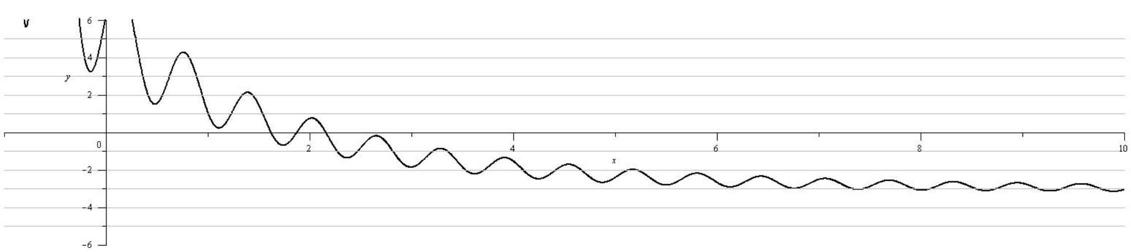
   (f) Para $x >$__________, o valor de $f(x)$ está sempre no intervalo $[L-1, L+1]$.

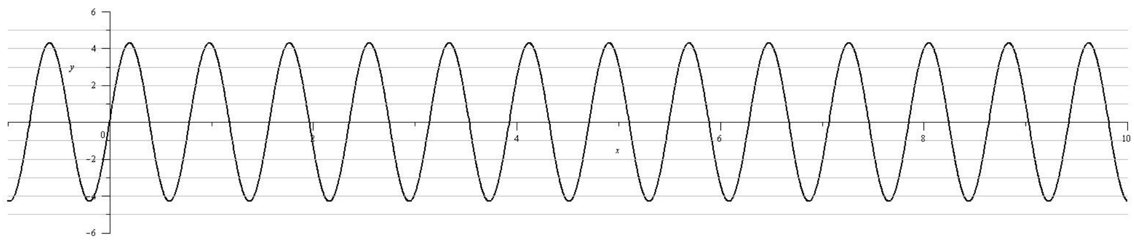
   (g) Para qualquer valor de ϵ, existe um N tal que, para $x > N$, o valor de $f(x)$ está sempre no intervalo $[L-\epsilon, L+\epsilon]$? _____ Sim _____ Não

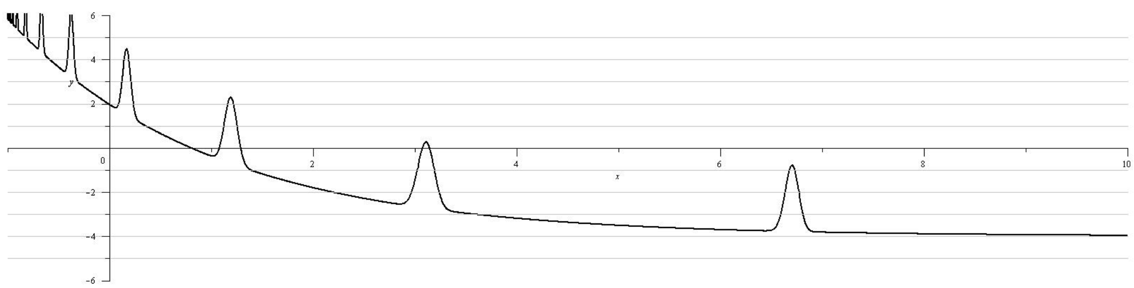
   (h) A função apresentada possui assíntota horizontal? _____ Sim _____ Não

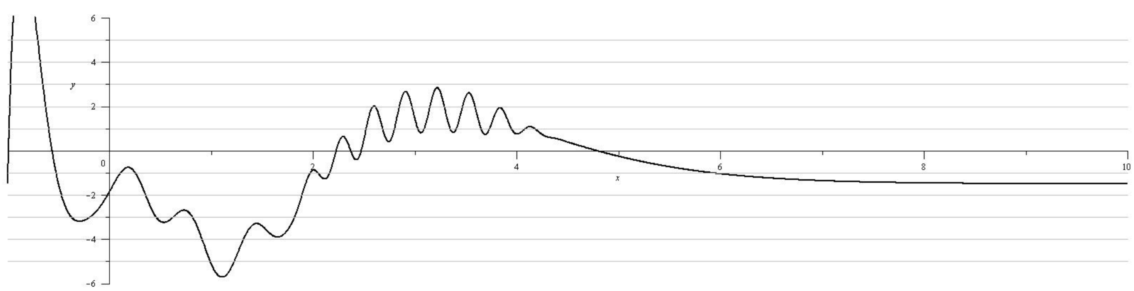












2. Calcule os limites **sem usar** a regra de l'Hôpital:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x^2+2x-4}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^2+6x-7}{x^2+5x-6}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x^2+2x-3}$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to 4^+} \frac{6}{\sqrt{x-4}}$

(e) $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} \frac{3x+5}{x^2-4}$

(f) $\displaystyle\lim_{x\to 2^+} \frac{3x+5}{x^2-4}$

(g) $\displaystyle\lim_{x\to -2^-} \frac{3x+5}{x^2-4}$

(h) $\displaystyle\lim_{x\to -2^+} \frac{3x+5}{x^2-4}$

(i) $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt{x^2-9}}{2x-6}$

(j) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^2-9}}{2x-6}$

(k) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{3x+5}{4-x}$

(l) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{7-3x-5x^3}{4x^2-5}$

(m) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{2x-1}{7-x^4}$

(n) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{2x+5x^6}{4-x}$

(o) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^6-x}}{4+x^3}$

(p) $\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{3x^2+2}$

(q) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{9x^2+x}-3x$

3. Faça esboços dos gráficos das funções, seguindo o roteiro da Lista 4, exercício 1, além de estudar o domínio da função e suas assíntotas (horizontais, verticais e oblíquas (inclinadas)).

(a) $f(x) = \dfrac{5+x}{2+x}$

(b) $f(x) = \dfrac{1-3x}{x-2}$

(c) $f(x) = \dfrac{3x+5}{x^2-4}$

(d) $f(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$

(e) $f(x) = x+\sqrt{3x^2+2}$

(f) $f(x) = \sqrt{9x^2+x}-3x$

(g) $f(x) = x\sqrt{2-x}$

(h) $f(x) = \mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{x}$

(i) $f(x) = x+\ln(x^2+1)$

(j) $f(x) = \arctan\left(\mathrm{e}^{-x}\right)$

(k) $f(x) = \ln(x^2-x)$

(l) $f(x) = \begin{cases} 1+x\ln(x), & x>0 \\ (x+1)^2, & x\leq 0 \end{cases}$

4. Calcule os limites:

(a) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+x}-2x$

(b) $\lim_{x\to\infty} (\mathrm{e}^x+x)^{\frac{1}{x}}$

(c) $\lim_{x\to 0} (\mathrm{e}^x+x)^{\frac{1}{x}}$

(d) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{2^x+5^x}{5^x-2^x}$

(e) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{5x}{\sqrt{2x^2+7}}$

(f) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x}{\arctan(4x)}$

(g) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos(x)}$

(h) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x5^x}{5^x-1}$

(i) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\ln(x)}{\operatorname{sen}(\pi x)}$

(j) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\ln(\ln(x))}{x}$

(k) $\lim_{x\to\infty} x\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$

(l) $\lim_{x\to 0} \dfrac{5^x-\mathrm{e}^x}{x}$

(m) $\lim_{x\to\infty} x-\ln(x)$

(n) $\lim_{x\to 0^+} x^{\sqrt{x}}$

(o) $\lim_{h\to 0} \dfrac{9^h-\mathrm{e}^h}{h}$

(p) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\arctan(x-1)}{2\operatorname{sen}(1-x)}$

(q) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x}$

(r) $\lim_{t\to 0} \dfrac{\ln(\mathrm{e}-t^2)}{t^2}$

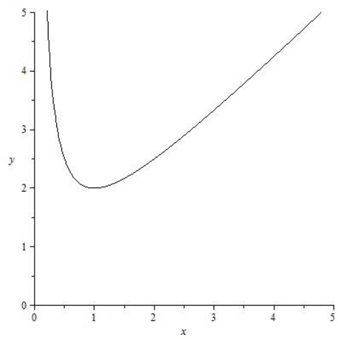
(s) $\lim_{x\to 0^+} x\ln x$

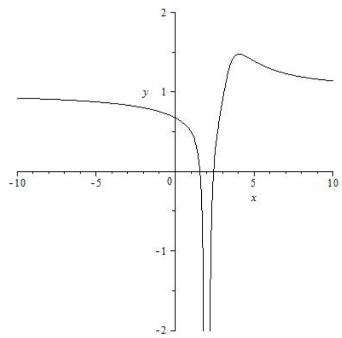
(t) $\lim_{x\to 0^+} x^x$

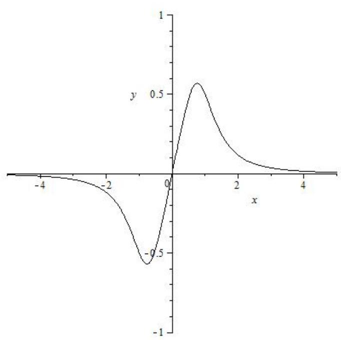
(u) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\ln(x^2+1)}{\mathrm{e}^{x^2}-\mathrm{e}}$

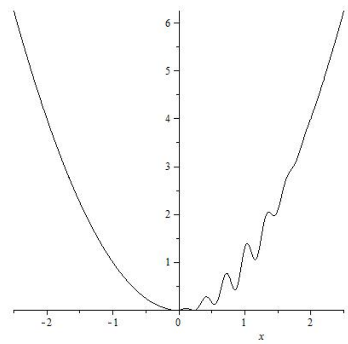
5. Tente encontrar funções cujos gráficos sejam parecidos com os das figuras do exercício 1.

6. Tente encontrar funções cujos gráficos sejam parecidos com estes:

(a) 

(c) 

(b) 

(d) 

7. Decida se a proposição é verdadeira ou falsa: Se $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ e $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$ então $\lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$ pois $f(x)$ e $g(x)$ assumem valores arbitrariamente grandes.

8. Faça um esboço do gráfico de uma função $f : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$ com as seguintes propriedades:

   (i) f é contínua.

   (ii) f é crescente nos intervalos $(-\infty, -1)$ e $(1, \infty)$.

   (iii) f é decrescente no intervalo $(-1, 1)$.

   (iv) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 = \lim_{x\to\infty} f(x), \quad \lim_{x\to-1} f(x) = 2$

   $\lim_{x\to1^+} f(x) = -\infty \quad e \quad \lim_{x\to1^-} f(x) = -\infty.$