



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA**



## **SISTEMAS DE CONTROLE**

### **Roteiro 01a – Modelagem e Simulação de Sistemas Dinâmicos**

Aluno: Pedro Gome Dias

Matrícula: 11821ECP007

Uberlândia – 07/08/2023

### Questão 01)

Poincaré desempenhou um papel pioneiro ao investigar o comportamento de sistemas complexos em movimento, através do problema dos 3 corpos, e através do uso de equações diferenciais, que são ferramentas matemáticas essenciais para descrever o comportamento de sistemas dinâmicos ao longo do tempo.

O problema dos três corpos, originado na mecânica celeste, trata da interação gravitacional entre três corpos celestes. Poincaré abordou esse problema com a intenção de encontrar soluções analíticas para prever o movimento dos corpos celestes ao longo do tempo. Realizou diversas descobertas que foram um marco fundamental na formação da teoria dos sistemas dinâmicos. Poincaré percebeu que muitos sistemas naturais e artificiais exibiam comportamentos complexos, caóticos e não-lineares, que eram difíceis de prever com precisão a longo prazo. Esse entendimento levou ao desenvolvimento da teoria dos sistemas dinâmicos, que se concentra em analisar os padrões, trajetórias e comportamentos de sistemas complexos ao longo do tempo, mesmo em situações em que a previsibilidade é limitada.

Portanto, sua contribuição na investigação do problema dos três corpos e seu reconhecimento da complexidade dos sistemas dinâmicos desempenharam um papel fundamental na criação e evolução da área de sistemas dinâmicos, que atualmente tem aplicações em diversas disciplinas, como física, biologia, economia e engenharia.

### Questão 02)

a) Uma ODE envolve uma única variável independente e uma ou mais variáveis dependentes. Essas equações descrevem as relações entre as derivadas das variáveis dependentes em relação à única variável independente. ODEs são comumente usadas para modelar processos dinâmicos em que as variáveis mudam em relação a um único parâmetro, como o tempo. ODEs são usadas em aplicações como:

- Modelagem do crescimento populacional ao longo do tempo.
- Descrição do movimento de objetos sob a influência de forças (mecânica clássica).
- Análise de circuitos elétricos e seu comportamento ao longo do tempo.

Uma PDE envolve múltiplas variáveis independentes e uma ou mais variáveis dependentes. Essas equações descrevem as relações entre as derivadas parciais das variáveis dependentes em relação às múltiplas variáveis independentes. São frequentemente usadas para modelar fenômenos que variam no espaço e no tempo, onde várias variáveis interagem e mudam ao mesmo tempo.

PDEs são usadas em aplicações como:

- Descrição da condução de calor em um material sólido ao longo do espaço e do tempo.

- Modelagem da dinâmica de fluidos, como o comportamento de fluidos em movimento (equações de Navier-Stokes).
- Estudo da propagação de ondas eletromagnéticas no espaço.

Em resumo, a diferença fundamental entre as ODEs e as PDEs está no número de variáveis independentes envolvidas. As ODEs concentram-se em mudanças em relação a uma única variável independente (geralmente o tempo), enquanto as PDEs abrangem mudanças em múltiplas variáveis independentes, frequentemente envolvendo dimensões espaciais e temporais.

b) Um gráfico de espaço físico é uma representação visual das trajetórias que um sistema dinâmico segue em um espaço de estados multidimensional. Ele é usado para entender o comportamento e a evolução de sistemas dinâmicos ao longo do tempo, fornecendo informações valiosas sobre suas propriedades e características.

Cada eixo representa uma variável do sistema (ou uma de suas derivadas) e os pontos no gráfico representam estados possíveis do sistema em um determinado momento. As trajetórias no espaço de fase mostram como o sistema se move ao longo do tempo, proporcionando uma visão detalhada de seu comportamento.

c) Significado Matemático: Na matemática, a expressão  $e^A$  é definida usando o conceito de uma série de potências, que é uma soma infinita de termos que envolvem a matriz A elevada a diferentes potências. A expansão da série de potências de  $e^A$  é dada por:

$$e^A = I + A + \frac{1}{2!} A^2 + \frac{1}{3!} A^3 + \dots$$

Aqui, I é a matriz identidade do mesmo tamanho que A, e  $A^n$  representa a matriz A elevada à potência n. Os coeficientes  $(1/2!)$ ,  $(1/3!)$ , etc., vêm dos termos fatoriais nos denominadores e são usados para garantir a convergência da série.

Aplicação Física:

A exponencial de matriz está intimamente relacionada às soluções de sistemas lineares de equações diferenciais ordinárias (EDOs). Na física e engenharia, muitos fenômenos podem ser descritos por EDOs, e a exponencial de matriz ajuda a resolver essas equações e prever como os sistemas evoluem ao longo do tempo.

### Questão 03)

Um sistema de controle é um conjunto organizado de componentes interconectados que trabalham em conjunto para regular o comportamento de um sistema dinâmico, de modo a alcançar um objetivo específico. O objetivo central de um sistema de controle é manter ou modificar as variáveis de saída do sistema para que elas sigam um padrão desejado, mesmo em face de perturbações ou mudanças nas condições.

Em resumo, sistemas de controle desempenham um papel crucial em manter ou ajustar o comportamento de sistemas dinâmicos para atender aos objetivos desejados. Eles empregam conceitos de referência, erro, controladores e feedback para alcançar a estabilidade e a resposta desejada, tendo ampla aplicação em engenharia, automação, indústria, transporte e muitos outros campos.

Alguns dos tópicos/conceitos fundamentais para Sistemas de Controle são englobados dentro da Teoria de Controle, como: Planejamento e Análise, para que seja possível criar a Referência correta que seu sistema irá seguir e ter certeza de que ele atinge os pré-requisitos do projeto; Tipos de Método de Controle (Feed Forward and Feedback); Estimção de Estado, no qual é necessário tratar as medições com ruídos e conseguir estimar as variáveis que são alvo do sistema para que ela seja calculada com um erro aceitável pro sistema; Modelagem matemática do sistema, utilizado para o design de praticamente todas as etapas do sistema.

Questão 04)

Exemplo 1.3 - Massa Mola

Exemplo 1.4 - RLC

Exemplo 1.6 - Queda Livre

Exemplo 1.7 - Pêndulo