

APUNTES DEL CUADERNO

Pedro Ignacio Ibarra Mercado

8ºA T/M

Carlos Enrique Morán Garabito

Cinemática de Robots

Universidad Politécnica De La Zona Metropolitana De Guadalajara

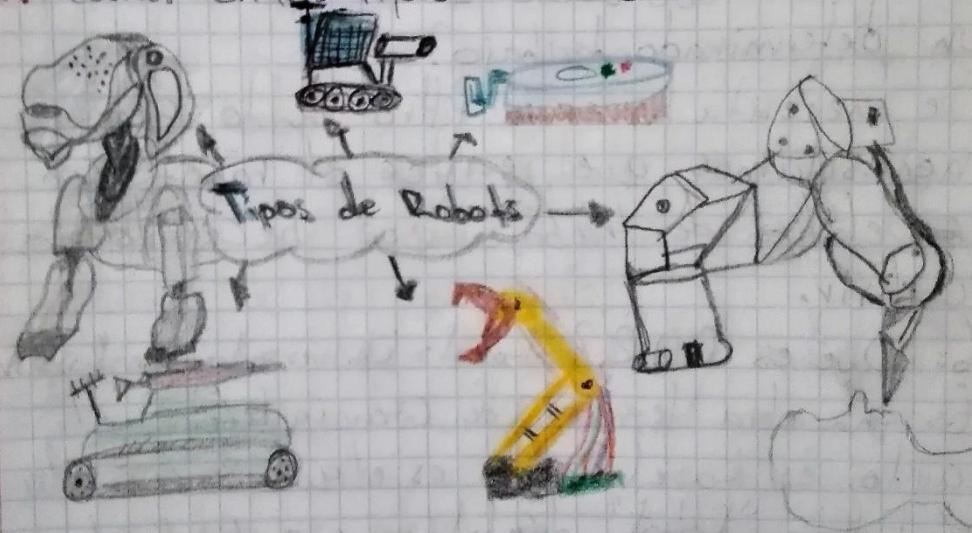
Pedro Ibarra

09/01/19

1. ¿Qué es un robot?

Es una máquina programable que puede moverse, manipular objetos y realizar trabajos, puede ser tanto un mecanismo electromecánico físico como un sistema virtual de software.

2. Cuáles son los tipos de robots?



3. Mencione algunas aplicaciones típicas de un robot industrial:

- Soldadura por puntos, resistencia, arco.
- Corte térmico, láser, plasma, corte por chorro de agua.

Pedro Ibarra

4: Cuáles son las diferencias entre un robot industrial y una máquina-herramienta CNC?

Un robot se puede fácilmente reprogramarse para realizar un sinfín de tareas, mientras que el CNC sólo puede hacer ciertas labores limitadas.

5: Cómo debe decidirse el tipo de robot para un determinado trabajo?

Se necesita hacer un filtro de lo que necesitamos que realice el robot con el tipo de trabajo que necesitamos cubrir.

6: ¿Qué es R.U.R.? Robots Universales de Rossum
Es una obra teatral de ciencia ficción, el autor es Karel Čapek es el que acuñó la palabra "Robot", dándole un significado de trabajador forzado, con una idea de fabricar robots con forma humana que suplanten el trabajo del hombre

7: Anotar las diferencias entre robots seriados y paralelos.

Pedro Ibarra

- Los robots paralelos tienen ciertas ventajas sobre los seriales como la rigidez, velocidad, precisión e inercia en movimiento.
- Una ventaja del robot serial es su reducido espacio de trabajo en comparación a los robots paralelos.

8.- Cuáles son los problemas de seguridad en el uso de robots?

Son equipos bastante potentes, con grandes capacidades que pueden llegar a causar severas lesiones a las personas.

9.- ¿Cómo se especifica un robot industrial?

Es una máquina multifuncional capaz de mover materias u objetos, manipular herramientas y piezas, son programables para hacer diversas tareas automáticamente.

10.- ¿Cuál es la población de robots en el mundo?

Alrededor de los 2 millones actualmente

11.- ¿Qué industria es considerada el usuario más grande de robots industriales de

tipo serial?

La industria automotriz

12- Cuáles son las áreas nuevas de aplicaciones de robots?

- Manipulación en: fundición, moldeados de plásticos, tratamientos térmicos, forjar y estampado.
- Soldadura
- Aplicación de materiales como pintura o adhesivos.
- Mecanización.
- Cortes

Pedro Ignacio Ibáñez M.

14/01/19

Herramientas Matemáticas para La Localización Espacial.

Representación de la posición.

Se cuenta con una herramienta que permite la localización espacial de sus puntos, teniendo 2 grados de libertad o más, normalmente utilizamos coordenadas cartesianas, coordenadas polares para dos dimensiones, cilíndricas y esféricas de tres dimensiones.

Sistema cartesiano de referencia.

Se define mediante los ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Denominado sistemas cartesianos, normalmente vistos en 2 y 3 dimensiones.

Coordenadas cartesianas.

Se trabaja en un plano, ya sea OXY ó OXZY, cuyas coordenadas del sistema se asocian a un vector "P" que se desplaza del origen hasta dicho punto en el plano.

Coordenadas polares y cilíndricas

Caracteriza la localización de un punto o vector "P" a los ejes cartesianos como OXY denominadas coordenadas polares $P(r, \theta)$ o OXYZ para coordenadas cilíndricas $P(r, \theta, z)$, donde "r" es el que representa la distancia desde el Origen O hasta el vector P, mientras que θ es el ángulo que forma el vector P.

Coordenadas esféricas.

Las coordenadas esféricas son utilizadas para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones, usando "r", " θ " y " ϕ " es el ángulo formado por el vector Z.

Representación de la orientación

Se necesita definir cuál es su orientación con respecto a un sistema de referencia. La orientación se define por el sistema que representa, como el espacio tridimensional viene definida por 3 grados de libertad o

Pedro Ibarra

14/01/19

3 componentes linealmente independientes.

Matrices de rotación

Define la orientación del sistema OUV con OXY, OXYZ, OUVW y sirve para transformar las coordenadas de un vector en un sistema a las del otro.

También conocido como matriz de coseños directores. El VW se maneja en el eje OZ.

Ángulos de Euler

El sistema OUVW solidario al cuerpo, cuya orientación se describe, con respecto al sistema OXYZ mediante tres ángulos ϕ, θ, ψ conocidos como ángulos de Euler. Giro en OXYZ obtenido de OUVW y se necesita conocer los ángulos los cuales se realizaran los giros.

Roll, pitch and yaw (baldeo, cabeceo y giñada)

Giñada: OUVW gira en ψ con respecto al eje OX.

Cabeceo: OUVW gira en θ con respecto al eje OY.

Alabeo: OUVW gira en Φ con respecto al eje Oz.

Par de rotación:

El eje k o vector k pasa por el origen O de ambos sistemas. Al par (k, θ) se le denomina par de rotación que puede demostrar que es único.

La aplicación de un par de rotación que rote vector p un ángulo θ alrededor del eje k se realiza a través de la siguiente expresión:

$$\text{Rot}(k, \theta)p = p \cos \theta - (k \times p) \sin \theta + k(k \cdot p)(1 - \cos \theta)$$

Cuaternios

Son utilizados como herramientas matemática de gran versatilidad computacional para trabajar con giros y orientaciones.

Un cuaternion Q está constituido por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del ~~en~~ cuaternion en una base.

Se representa como: $Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [S \mathbf{N}]$ donde S es el escalar y N la parte vectorial.

Pedro Barrera

14/01/19

al unir el vector k al cuaternio Q :

$$Q = \text{Rot}(k, \theta) = \left(\cos \frac{\theta}{2}, k \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

Matrices de transformación homogénea

Coordenadas y matrices homogéneas.

Se representa por medio de coordenadas

de un espacio $(h+1)$ -dimensional, que de tal forma un vector $P(x, y, z)$ vendrá representado por $p(w_x, w_y, w_z, w)$, donde w tiene un valor arbitrario y representa un factor de escala.

Aplicaciones de las matrices homogéneas.

1º Representa la posición y orientación de un sistema girado y traslado $O'UVW$ con respecto a un sistema fijo de referencia $OXYZ$ que es la misma que realiza una rotación y traslación de un sistema de referencia.2º Transforma un vector expresado en coordenadas con respecto a un sistema $O'UVW$ a su expresión del sistema $OXYZ$.

3º Rotar y trasladar un vector con

respecto a un ~~vector~~ sistema de referencia fijo $OXYZ$.

Significado geométrico de las matrices homogéneas.

Sirve para transformar un vector expresado en coordenadas homogéneas con respecto a un sistema UVW , a su expresión en las coordenadas del sistema de referencia ~~fijo~~ $OXYZ$. También se puede utilizar para rotar y girar un vector referido a un sistema de referencia fijo, en definitivo sólo expresa la orientación y posición de un sistema de referencia UVW con respecto a $OXYZ$.

Composición de matrices homogéneas.

Se compone de las matrices homogéneas para describir diversos giros y traslaciones consecutivos sobre un sistema de referencia determinado.

De esta forma, una transformación

Pedro Ibarra

14/01/19

compleja podrá descomponerse en la aplicación consecutiva de transformaciones simples.

Gráficos de transformaciones.

Si se quiere obtener la relación entre el objeto y la herramienta bastará multiplicar ambos miembros de la ecuación obtenemos:

$$({}^W T_O)^{-1} {}^W T_R R T_E E T_H = {}^O T_H$$

Aplicación de los cuaternios.
Álgebra de cuaternios

Se compone de (q_0, q_1, q_2, q_3) con coordenadas en una base (e, i, j, k) :

$$Q = q_0 e + q_1 i + q_2 j + q_3 k = (s, v)$$

Utilización de los cuaternios.

Es el uso de los cuaternios para la representación y composición de rotaciones, usando el valor θ sobre un eje k como:

$$Q = \text{Rot}(k, \theta) = \left(\cos \frac{\theta}{2}, k \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

Pedro Ibáñez

10/09

Relación y Comparación entre los distintos métodos de localización espacial.

Ángulos de Euler: Matriz de transformación homogénea.

Es capaz de realizar una representación de la orientación, únicamente quedará definida la submatriz de rotación R_{3x3} .

Basta con componer las matrices que representan las rotaciones que definen los propios ángulos en Relación directa.

En relación inversa.

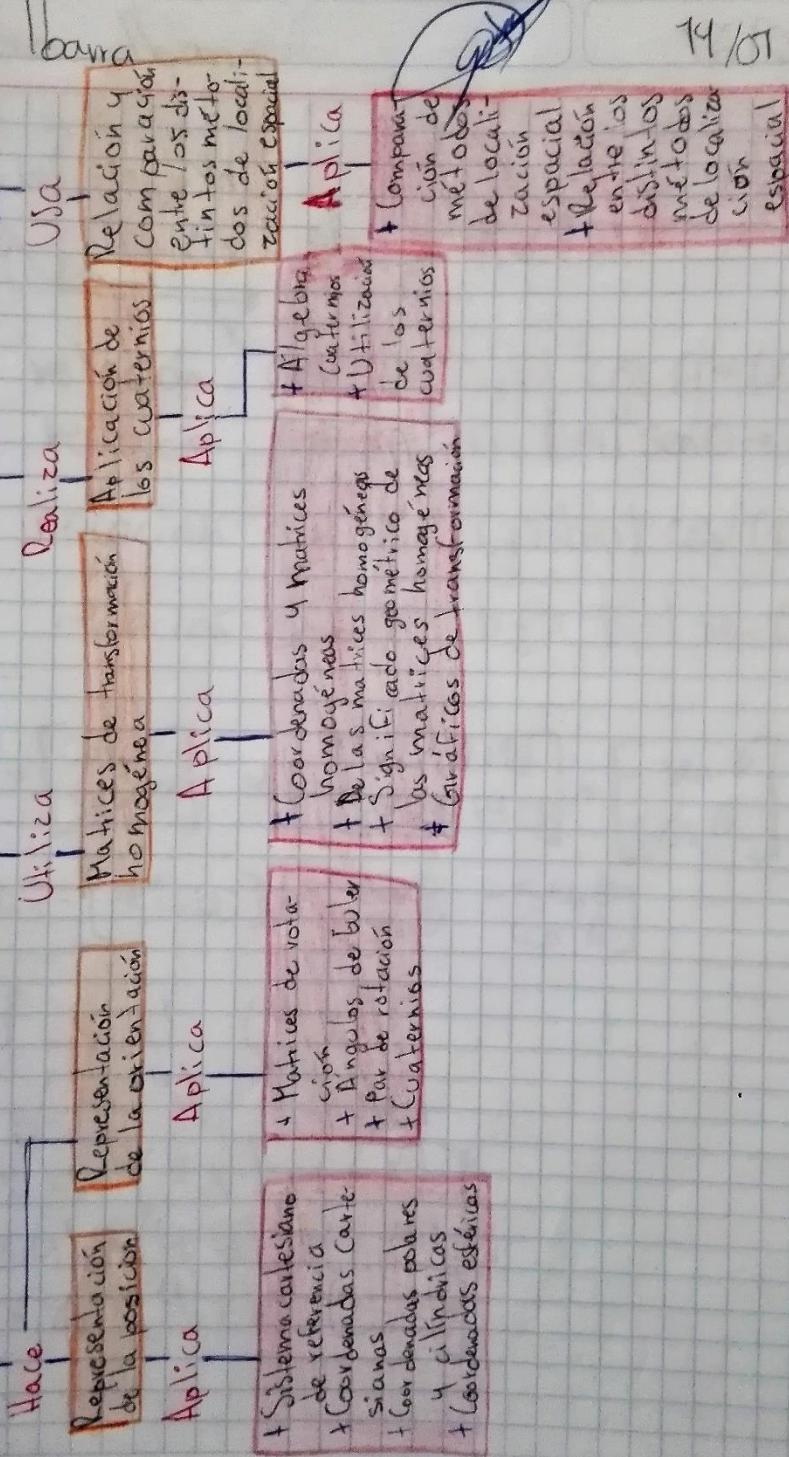
El paso de la representación mediante matriz homogénea a cualquiera de los conjuntos de ángulos de Euler visto no es trivial.

~~Euler~~
Cuaternios: Matriz de transformación homogénea
Se pueden deducir fácilmente utilizando como representación auxiliar intermedia el eje y ángulo de rotación

Pedro Ibarra

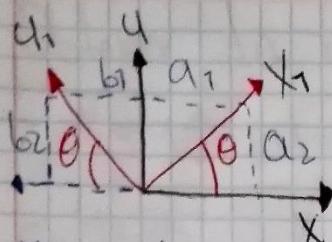
14/01/19

Herramientas Matemáticas para la Localización espacial



Pedro Ibarra

16/01/19



x_1 relación con X $a_1 = |a_1| \cos \theta \rightarrow (x_1, X)$

x_1 relación con y $a_2 = |a_2| \sin \theta \rightarrow (x_1, y)$

u_1 relación con X $-b_1 = |u_1| \cos (\theta + 90^\circ) = -\frac{|u_1|}{\sin \theta} \sin \theta$

u_1 relación con X $b_2 = |u_2| \sin (\theta + 90^\circ) = \frac{|u_2|}{\cos \theta} \cos \theta$

∴

$$x_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad u_1^0 = \begin{bmatrix} \sin (\theta + 90^\circ) \\ \cos (\theta + 90^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R_1^0 = [x_1^0, u_1^0] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (x_1, X) & (y, X) \\ (x_1, y) & (y, y) \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} (x, X) & (y, X) & (z, X) \\ (x, y) & (y, z) & (z, z) \end{bmatrix} \\ & q \begin{bmatrix} (x, X) & (y, X) & (z, X) \\ (x, y) & (y, z) & (z, z) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ANALÍSIS

$X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

$Y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$

$Z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Pedro Ibarra

21/01/19

Obtener la rotación de un objeto realiza:

- $X = 90^\circ \quad Y = 30^\circ \quad Z = 70^\circ$
- $Y = 75^\circ \quad X = 60^\circ \quad Z = 70^\circ$
- $Z = 45^\circ \quad X = 35^\circ \quad Z = 75^\circ$
- $Z = 15^\circ \quad X = 35^\circ \quad Z = 45^\circ$

Pedro Ibarra

21/01/1a

$$X = 90^\circ \quad Y = 30^\circ \quad Z = 70^\circ$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90) & -\sin(90) \\ 0 & \sin(90) & \cos(90) \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \cos(30) & 0 & \sin(30) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(30) & 0 & \cos(30) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.86 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -0.86 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} \cos(70) & -\sin(70) \\ \sin(70) & \cos(70) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.30 & -0.81 & 0.5 \\ 0.77 & -0.46 & -0.86 \\ 0.93 & 0.34 & 0 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

$$\Psi = 75^\circ \quad X = 60^\circ \quad \Theta = 7^\circ$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \cos(75) & 0 & \sin(75) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(75) & 0 & \cos(75) \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(60) - \sin(60) & \sin(60) \\ 0 & \sin(60) & \cos(60) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0.85 & 0.48 \\ 0 & 0.5 & -0.86 \\ -0.96 & 0.22 & 0.13 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} \cos(7) & 0 & \sin(7) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(7) & 0 & \cos(7) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.72 & 0.85 & 0.52 \\ 0.56 & 0.5 & -0.65 \\ -0.80 & 0.22 & -0.53 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

21/01/19

$$\gamma = 45^\circ \quad \chi = 35^\circ \quad \zeta = 15^\circ$$

$$Z = \begin{bmatrix} \cos(45) & -\sin(45) & 0 \\ \sin(45) & \cos(45) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(35) & -\sin(35) \\ 0 & \sin(35) & \cos(35) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.25 & -0.79 & 0.55 \\ 0.96 & 0.21 & -0.75 \\ 0 & 0.57 & 0.81 \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} \cos(15) & -\sin(15) & 0 \\ \sin(15) & \cos(15) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.04 & -0.82 & 0.55 \\ 0.98 & -0.04 & -0.75 \\ 0.14 & 0.55 & 0.81 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibañez

21/01/19

$$Z = 15^\circ \quad X = 35^\circ \quad Z = 45^\circ$$

$$Z = \begin{bmatrix} \cos(15) & -\sin(15) & 0 \\ \sin(15) & \cos(15) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(35) & -\sin(35) \\ 0 & \sin(35) & \cos(35) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.96 & -0.27 & 0.75 \\ 0.25 & 0.79 & -0.55 \\ 0 & 0.57 & 0.81 \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} \cos(45) & -\sin(45) & 0 \\ \sin(45) & \cos(45) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.53 & -0.82 & 0.15 \\ 0.73 & 0.38 & -0.55 \\ 0.40 & 0.40 & 0.81 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

23/01/19

~~Denavit-Hartenberg~~

Es un proceso sencillo para obtener el modelo cinemático directo cuya estructura queda en representación de transformaciones.

La conversión Denavit-Hartenberg, consiste en determinar una tabla de parámetros relacionados con los eslabones de un robot.

Los cuatro parámetros de D-H ($\theta_i, d_i, \alpha_i, \gamma_i$) dependen de únicamente de las características geométricas de cada eslabón.

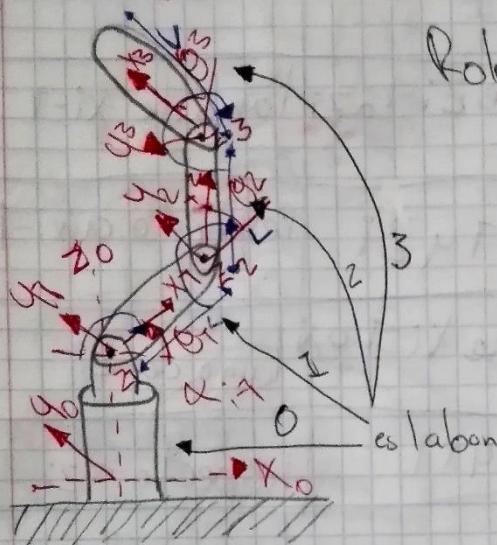
La cinemática directa es la forma general de transformaciones que los sistemas de referencia cartesianos, asociados a los eslabones del robot, todos relativos al sistema de referencia.

- D-H1: Numerar los estabones, se enumerá como estabón 0 a la base fija del robot
- D-H2: Numera las articulaciones.
- D-H3: Localizar los ejes de cada articulació:
- D-H4: Para i de 0 a n-1 situar el eje Z sobre el eje de la articulació, +1.
- D-H5: Situar el origen de la base en cualquier punto del eje Z
- D-H6: Para i de 1 a n-1 situar el sistema en la intersección del eje Z
- D-H7: Situar X en la linea normal común
- D-H8: Situar Y de modo que forme un sistema de trógiro con X e Y Z.
- D-H9: Situar el sistema en el extremo del robot
- D-H10: Obtener θ como el ángulo az paralelo entre X e Y Z.

Pedro Ibarra

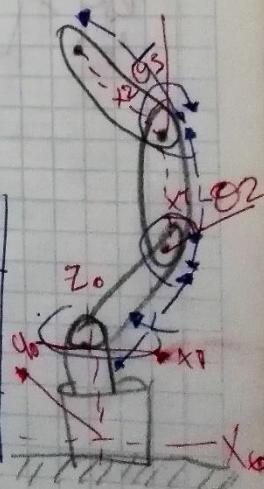
11/02/1999

Obtener D-H



Robot RRR

eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90°	0	θ_1
2	L_1	0	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

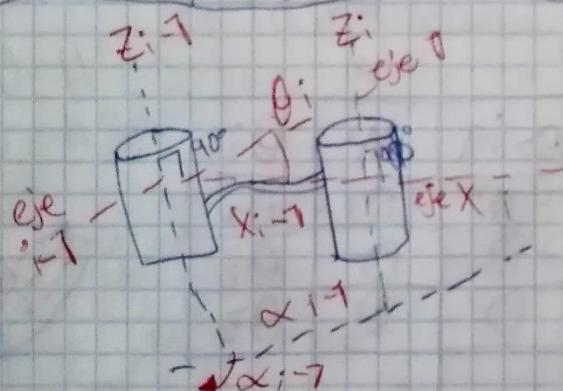


eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	L_1	90°	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

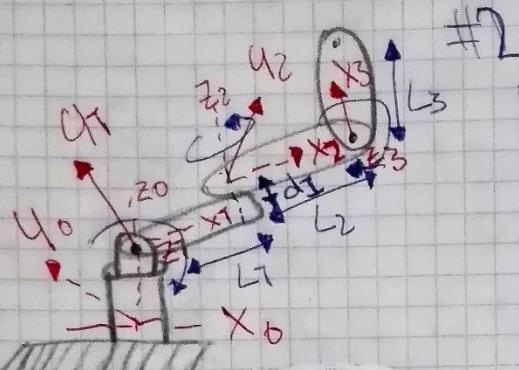
Pedro Ibarra.

11/02/19

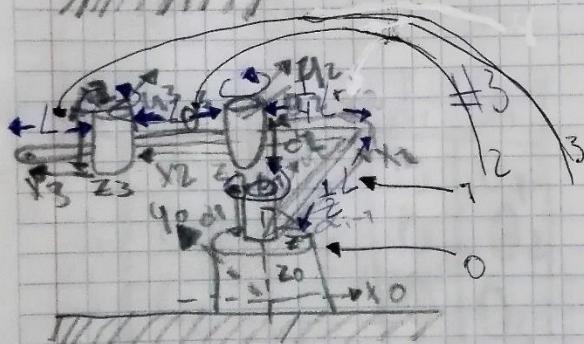
Parametro	Interpretación	Medido
θ_i		
a_{i-1}	distancia de z_{i-1} a z_i largo de x_{i-1}	
α_{i-1}	ángulo $z_{i-1} z_i z_i$ respecto a x_{i-1}	
d_i	distancia de x_{i-1} a x_i largo de z_i	
θ_i	ángulo $x_{i-1} x_i z_i$ respecto a z_i	



Pedro Noama



estalon	α_{i-1}	$\dot{\alpha}_{i-1}$	$\dot{\theta}_i$	θ_i
1	0	90	0	θ_1
2	L_1	-90	$\dot{\theta}_1$	θ_2
3	L_2	90	0	θ_3



estalon	α_{i-1}	$\dot{\alpha}_{i-1}$	$\dot{\theta}_i$	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	$\frac{1}{2}L + \frac{1}{4}L$	0	$\dot{\theta}_1$	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

Pedro Moaña

7/02/19

Cálculo de matrices Homogéneas

$$T_i^{-1} = \begin{bmatrix} C_{0i} & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C_{x,i-1} & C_{0i} C_{x,i-1} & -\sqrt{x_{i-1}} - d_i S_{x,i-1} \\ S\theta_i S_{x,i-1} & C_{0i} S_{x,i-1} & C_{x,i-1} d_i C_{x,i-1} \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

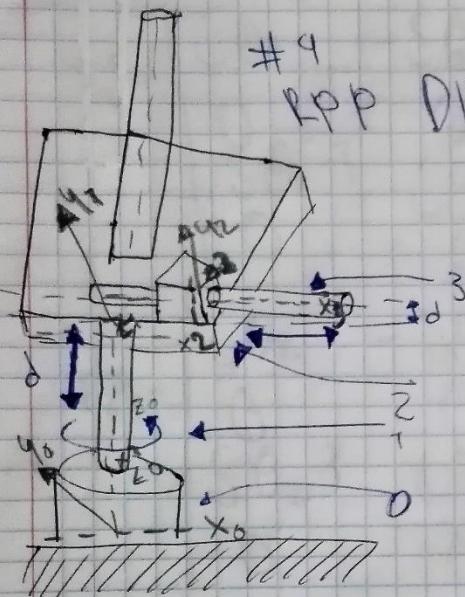
i	a_{i-1}	x_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90	0	θ_1
2	L_1	0	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

$$T_i^o = \begin{bmatrix} C_{0i} & -S\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S\theta_i & C_{0i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C_{02} & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ S\theta_2 & C_{02} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

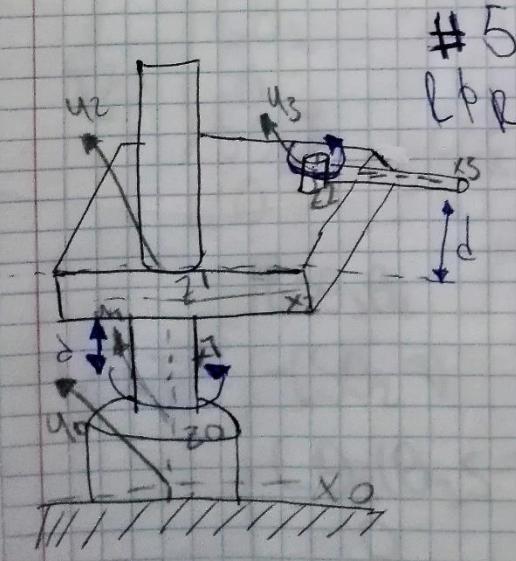
Pedro Ibarra

73/02/19



#4
LPP DH 4 T_3^0

estable	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90	0	θ_1
2	0	0	d_1	0
3	l_2	0	d_2	0



#5
LPR

estable	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90	0	θ_1
2	0	0	d_1	0
3	l_2	90	d_2	0

Pedro Ibáñez

13/02/19

#4

$$T_1^{\circ} = \begin{bmatrix} CO_1 & -SO_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ SO_1-1 & CO_1+1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^{\circ} = \begin{bmatrix} CO_2 & -SO_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_1-1 \\ SO_2-1 & CO_2+1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^{\circ} = \begin{bmatrix} CO_3 & -SO_3 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2-1 \\ SO_3-1 & CO_3+1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^{\circ} \times T_2^{\circ} = \begin{bmatrix} C^2O_3O_2 & -CO_3SO_2 & O_3S & L_2O_3SO_2 \\ -(SO_2-1) & -(CO_2+1) & 0 & -d_2-1 \\ CO_2(O_3S-1) - SO_2(O_3S-1) - (CO_3+1)(-d_1)(A) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^o (T_3^2 \times T_2^2) =$$

$$\begin{bmatrix} C^3 \theta_3 \theta_2^2 + \theta_3 S(\theta_2 S - 1) & \theta_3 S((\theta_2 + 1) - C^2 \theta_3 \theta_2^2 S) \\ -C\theta_2(\theta_2 S - 1) & \theta_2 S(\theta_2 S - 1) \\ C^2 \theta_2^2 (\theta_3 S - 1) - (C\theta_3 + 1)(\theta_2 S - 1) & -C\theta_2^2 S(\theta_2 S - 1) - (C\theta_3 + 1)(C\theta_2 + 1) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C\theta_3 \theta_2 S & -C\theta_3 \theta_2 S(d_1 - 1) - \theta_3 S(d_1 - 1) + L_2 \\ C\theta_2 + 1 & C\theta_2 + C\theta_2 d_1 + d_2 - d_2 \\ \theta_2 S(\theta_3 S - 1) & (d_1 - 1)((C\theta_3 + 1) - \theta_2 S(-d_1 - 1))(\theta_3 S - 1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Resultado final

Pedro Ibanez

13/02/19

#5

$$T_1^o = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^o = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^o = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 \times T_2^1 =$$

$$\begin{bmatrix} C^2\theta_3\theta_2 & -C\theta_3S\theta_2 & \theta_3S & L_2 + \theta_3S\theta_1 \\ -(S\theta_2-1) & -C\theta_2 & 0 & -\theta_2 \\ C\theta_2(\theta_3S-1) & -S\theta_2(\theta_3S-1) & -C\theta_3 & -C\theta_3\theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^0(T_3^2 \times T_2^1) =$$

$$\begin{bmatrix} C^3\theta_3\theta_2\theta_1 + \theta_3S(S\theta_1-1) & -C^2\theta_3\theta_2S\theta_1 + C\theta_3S\theta_1 \\ -C\theta_1(\theta_2S-1) & S\theta_1(\theta_2S-1) \\ C^2\theta_2\theta_1(\theta_3S-1) - C\theta_3(S\theta_1-1) & -C^2\theta_3\theta_2 - C\theta_2S\theta_1(\theta_3S-1) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

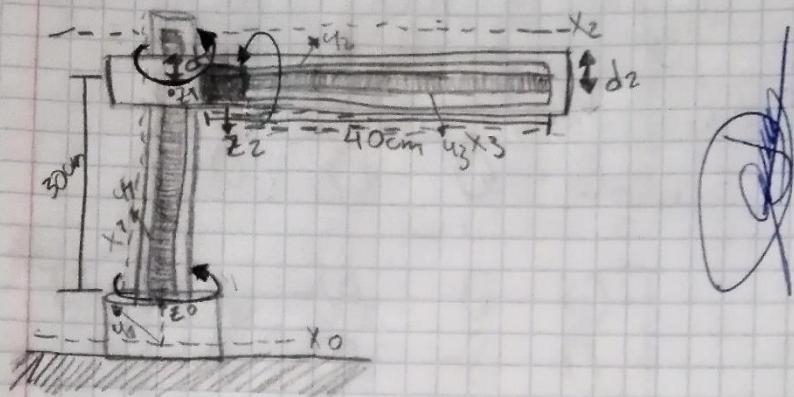
$$\begin{bmatrix} C\theta_3\theta_2S & C\theta_3\theta_2S + \theta_3S\theta_1 - \theta_3S + L_2 \\ C\theta_2 & C\theta_2\theta_2 \\ \theta_2S(\theta_3S-1) & C\theta_3 - C\theta_3\theta_1 + \theta_2S(\theta_3S-1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resultado final

Pedro Ibarra

18/02/19

DH y TH de brazo robótico cilíndrico.



Eslabón	α_{i-1}	α_{i-1}/d_i	θ_i
1	0	0	θ_1
2	30 cm	90	$d_1 \cdot 0$
3	40 cm	90	$d_2 \cdot 0$

Pedro Ibarra

18/02/19

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ -S\theta_1 & -C\theta_1 & -2 & -1 \\ 0 & C\theta_1(2) & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 30 \\ -S\theta_2 & -C\theta_2 & -2 & 0 \\ 0 & C\theta_2(2) & -1 & -d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & 40 \\ -S\theta_3 & -C\theta_3 & -2 & 0 \\ 0 & C\theta_3(2) & -1 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

78/02/19

$$T_3^2 \times T_2^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} C^2O_3O_2 + O_3S^2O_2 & 0 & 2O_3S & 3O(CO_3+4O) \\ 0 & O_3S^2O_2 + C^2O_3O_2 - 4CO_2 & 2CO_3+2 & 2d_1 - 3O_3S \\ -2CO_3SO_2 & -2C^2O_3O_2 - 2CO_2 & -4CO_3+1 & d_1 - d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^0 (T_3^2 \times T_2^{-1}) =$$

$$\begin{bmatrix} CO_3(C^2O_3O_2 + O_3S^2O_2) & 4CO_3SO_2 + SO_3(C^2O_2O_2 + O_3S^2) \\ -SO_3(C^2O_3O_2 + O_3S^2O_2 - 4CO_2) & 2(O_3(2CO_3+2) - CO_3(C^2O_3O_2 + O_3S^2O_2 - 4CO_2)) \\ 2CO_3SO_2 & 2(O_3O_2S^2O_2 + CO_3(-4CO_3+1) - CO_3(-2CO_3O_2-2O_2)) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2O_2S \\ -2CO_3 - 2C^2O_3O_2 - 2O_3O_2S^2 + 8CO_2 \\ 4CO_3 + 1 + 4C^2O_2O_2 + 4CO_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3OCO_3 - 2O_3S + 4O \\ 2d_1 - 3O_3S - 2CO_3 - 2O_3O_2S^2 - C^2O_3O_2 + 4CO_2 \\ d_1 - d_2 + 4CO_3 - 1 + 2C^2O_3O_2 + 2CO_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Respuesta final

Pedro Ibarra

18/02/19



Cinemática Inversa

El conocimiento de la cinemática de robot se obtiene la n-upla de valores articulares que posicionan y orientan su extremo, su inconveniente es que se trata de métodos numéricos iterativos, cuya velocidad de convergencia no está garantizada.

Esto presenta una solución cerrada, este tipo de solución presenta las sig. ventajas:

1: El problema cinemático inverso ha de resolverse en tiempo real.

2: Con cierta frecuencia la solución del problema cinemático inverso no es única, existiendo diferentes n-uplas que posicionan y orientan el extremo del robot, del mismo modo.

Es posible realizar pautas que permitan plantear y resolver el problema cinemático inverso de una manera sistemática.

Los métodos geométricos permiten obtener los valores de las variables articulares, que se encargan de posicionar el robot.

Pedro Ibáñez

Resolución del problema cinemático inverso por
métodos geométricos

Este proceso es adecuado para robots
de pocos grados de libertad, dedicados
a posicionar el extremo.

Se basa en obtener el número de relaciones
geométricas en las que intervengan las coordena-
das del extremo del robot, las articulaciones y las
dimensiones físicas de sus elementos.

Resolución del problema cinemático inverso a
partir de la matriz de transformación
homogénea.

Se es posible tratar de obtener el
modelo cinemático inverso de un robot a
partir del conocimiento de su modelo directo.

Suponiendo conocidas las relaciones que
expresan el valor de la posición y orientación
del extremo del robot en función de sus
coordenadas articulares, obtener por manipu-
lación de aquéllas las relaciones inversas.

Pedro Ibarra

18/02/19

Jacobiana Inversa

Supuesta conocida la relación directa, dada por la matriz Jacobiana, se puede obtener la relación inversa simbólicamente la matriz:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

Suponiendo que la matriz J sea cuadrada, la inversión de una matriz 6×6 , cuyos elementos son funciones trigonométricas, es de gran complejidad, siendo este procedimiento inviable.

Como segunda alternativa se evalúa la numérica de la matriz J para una configuración (q_i) concreta del robot, e invirtiendo numéricamente esta matriz encontrar la relación inversa válida para esa configuración.

El valor numérico de la Jacobiana J

va cambiando a medida que el robot se mueve q, por lo tanto, la jacobiana inversa ha de ser recalculada constantemente.

Estas configuraciones del robot en las que el Jacobiano se anula se denominan configuraciones singulares.

La matriz jacobiana inversa se obtendrá por diferenciación con respecto del tiempo de ambos miembros de la igualdad:

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \dots & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \dot{x}} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \frac{\partial f_n}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\partial f_n}{\partial x} & & & \frac{\partial f_n}{\partial \dot{x}} \end{bmatrix}$$

Configuraciones Singulares.

En las configuraciones singulares no existe Jacobiana inversa.

En las inmediaciones de las configuraciones singulares se pierde algunos de los grados de libertad del robot.

Pedro Ibarra

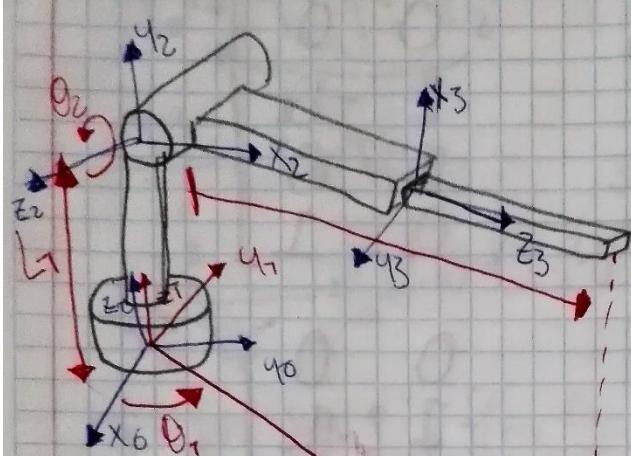
18/02/19.

Las diferentes configuraciones singulares del robot pueden ser clasificadas como:

- Singularidades en los límites del espacio de trabajo del robot. Se presentan cuando el extremo del robot está en algún punto del límite de trabajo interior o exterior.
- Singularidades en el interior del espacio de trabajo del robot.

Pedro Ibarra

21/02/19



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	90	0	θ_2
3	0	90	93	θ_3

$$T_1^o = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MISIÓN

análisis

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} CO_2 & -SO_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ -SO_2 & -CO_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 \times T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & q_1 \\ -SO_2 & -CO_2 & 0 & -q_3 \\ CO_2 & -SO_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^0(T_3^2 \times T_2^1) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & q_1 \\ CO_2 + SO_2 + CO_2 SO_2 & CO_2 SO_2 - SO_2 CO_2 & 0 & -q_3 \\ CO_2 SO_2 - SO_2 CO_2 & -CO_2 SO_2 + CO_2 SO_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = T_0^1 T_1^2 T_2^3$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3} = T_0^1 T_1^2$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3 T_1^2} = T_0^1 \Rightarrow (T_2^3)^{-1} (T_1^2)^{-1} T_0^3 = T_0^1$$

$$T = \begin{bmatrix} h & 0 & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_x & 0_x & a_x & p_x \\ h_y & 0_y & a_y & p_y \\ h_z & 0_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J(a) = \begin{bmatrix} J_x(a) \\ J_y(a) \\ J_z(a) \end{bmatrix}$$

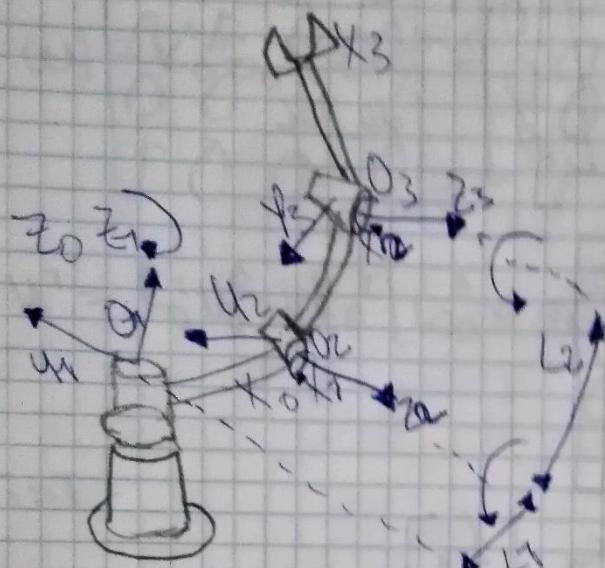
$$T^3 = \begin{bmatrix} h_x & h_a & h_p & -h T_b \\ 0_x & 0_a & 0_p & -b T_a \\ a_x & a_y & a_z & -a T_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = a * b * c$$

$$\frac{D}{c} = a \quad \frac{D}{b} = c \quad \frac{D}{a} = b$$

Pedro Ibarra

Manipulador de 3-GDL



i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	90°	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} G_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & G_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2^0 = \begin{bmatrix} G_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_2 & G_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} G_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ S_3 & G_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} G_1 G_2 & -G_1 S_2 & S_1 & L_1 G_1 \\ S_1 G_2 & -S_1 S_2 & -G_1 & L_1 S_1 \\ S_2 & G_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} G_1 G_2 G_3 & -G_1 S_{23} & S_1 & L_1 G_1 + L_2 G_1 G_2 \\ S_1 G_2 G_3 & -S_1 S_{23} & -G_1 & L_1 S_1 + L_2 S_1 G_2 \\ S_{23} & G_{23} & 0 & L_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & L \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

$$i=0$$

$$\omega_i^1 = R_0^1 \omega_0^0 + \theta_i z_i^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_i^1 = R_0^1 v_0^0 + R_0^0 [\omega_0^0 \times r_i^0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$i=1$$

$$\omega_i^2 = R_1^2 \omega_1^1 + \theta_i z_i^2$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \theta_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 \theta_2 \\ C_2 \theta_2 \\ 0_2 \end{bmatrix}$$

$$v_i^2 = R_1^2 v_1^1 + R_1^1 [\omega_1^1 \times r_i^1]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Redacted}} \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \theta_1 \end{bmatrix}$$

$$S(\omega_1) r_2^1 = \omega_1^1 \times r_2^1$$

$$i=2$$

$$\omega_3^3 = R_2^3 \omega_2^2 + \theta_3 z_3^3$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2 \theta_1 \\ C_2 \theta_1 \\ 0_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \theta_1 [S_2 C_3 + C_2 S_3] \\ \theta_1 [C_2 C_3 - S_2 S_3] \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 S_{23} \\ \theta_1 C_{23} \\ \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

$$V_3^3 = R_2^3 V_2^2 + R_2^3 [\omega_2^2 \times r_3^2]$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{23} \\ C_{23} \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_2 \theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\theta_2 & L_2 \theta_1 \\ \theta_2 & -S_{23} \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_2 \theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ L_2 \theta_2 \\ -L_2 \theta_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_2 \theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_2 \theta_2 S_3 \\ L_2 \theta_2 C_3 \\ -L_2 \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2 \theta_2 S_3 \\ L_2 \theta_2 C_3 \\ -\theta_1 \end{bmatrix} \left[1 + L_2 \theta_2 \right]$$

$$V_3^0 = R_3^0 V_3^3 = \begin{bmatrix} C_1 L_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 \\ S_1 L_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 \\ S_{23} & C_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_2 \theta_2 S_3 \\ L_2 \theta_2 C_3 \\ -\theta_1 \end{bmatrix} \left[1 + L_2 \theta_2 \right]$$

Pedro Ibarra

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} L_2\theta_2G_1 [S_2(S_{23} - C_2S_{23})] + \theta_1 [L_1S_1 + L_2S_2C_2] \\ L_2\theta_2S_1 [S_3(S_{23} - C_3S_{23})] - \theta_1 [L_1G_1 + L_2G_1C_2] \\ L_2\theta_2S_3S_{23} + L_2\theta_2C_3C_{23} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -L_2\theta_2G_1S_2 - \theta_1 [L_1S_1 + L_2S_2C_2] \\ -L_2\theta_2S_1S_2 + \theta_1 [L_1G_1 + L_2G_1C_2] \\ L_2\theta_2S_3S_{23} + L_2\theta_2C_3C_{23} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -L_2\theta_2G_1S_2 - \theta_1 [L_1S_1 + L_2S_2C_2] \\ -L_2\theta_2S_1S_2 + \theta_1 [L_1G_1 + L_2G_1C_2] \\ L_2\theta_2C_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\omega_3^0 = R_3^0 \omega_3^3$$

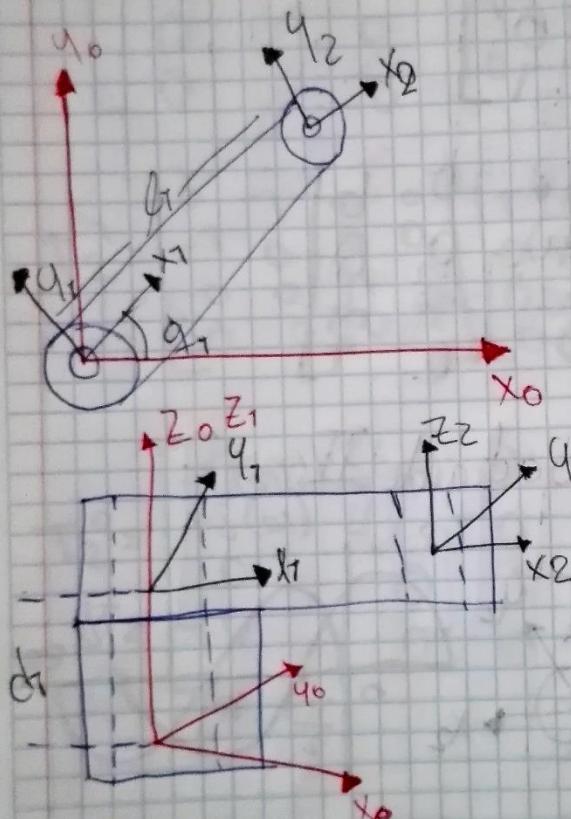
$$\begin{bmatrix} G_1(S_{23} - C_1S_{23}) & S_1 \\ S_1(S_{23} - C_1S_{23}) & -G_1 \\ S_{23} & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1S_{23} \\ \theta_1(S_{23}) \\ \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2S_1 + \theta_3S_1 \\ -\theta_2G_1 - \theta_3G_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

04/03/19

$q_1 = 0$ = home Pendulo

Coordenante I



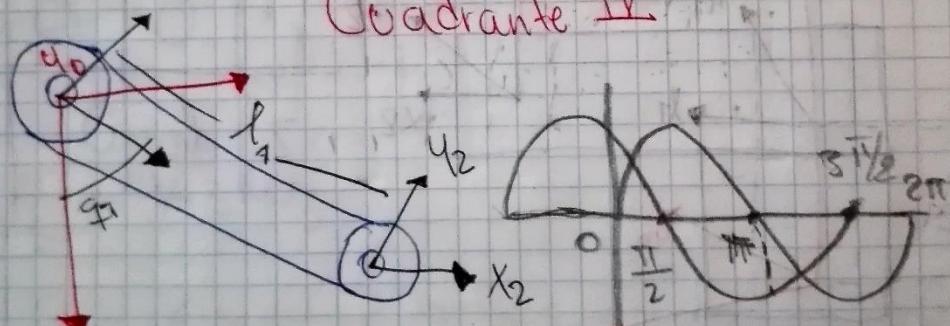
i	a _{i-1}	x _{i-1}	d _i	θ _i
1	0	0	d ₁	q ₁
2	h	0	0	0

$$T_{1,0} = \begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^{\circ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^{\circ} = \begin{bmatrix} (\cos q_1) & -\sin(q_1) & 0 & l_1 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Quadrante IV



$$\theta = 270^\circ$$

$$T_1^{\circ}\left(\frac{3\pi}{2}\right) \begin{bmatrix} (\cos(270)) & -\sin(270) & 0 & 0 \\ \sin(270) & \cos(270) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\cos q_1) & -\sin(q_1) & 0 & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

$$= \begin{bmatrix} s(q_1) & c(q_1) & 0 & 0 \\ -c(q_1) & s(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tau_2^r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 & b \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & b \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tau_2^o = \begin{bmatrix} -c(q_1) & s(q_1) & 0 & b \\ -s(q_1) & -c(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \omega_1^1 &= R_0^1 \omega_0^0 + \dot{\theta}_1 z_1^1 = [R_0^1]^T \omega_0^0 + \dot{\theta}_1 z_1^1 \\ &= \begin{bmatrix} C(\varphi_0) & -S(\varphi_0) & 0 \\ S(\varphi_0) & C(\varphi_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$V_i^1 = R_0^1 V_0^0 + R_0^1 [\omega_0^0 \times r_1^0] = [R_0^1]^T V_0^0 + [R_0^1]^T [(\omega_0^0 \times r_1^0)]$$

$$= \begin{bmatrix} C(\varphi_0) & -S(\varphi_0) & 0 \\ S(\varphi_0) & C(\varphi_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C(\varphi_0) S(\varphi_0) & 0 \\ S(\varphi_0) C(\varphi_0) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pedro (baña)

$$\omega_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} + q_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix}$$

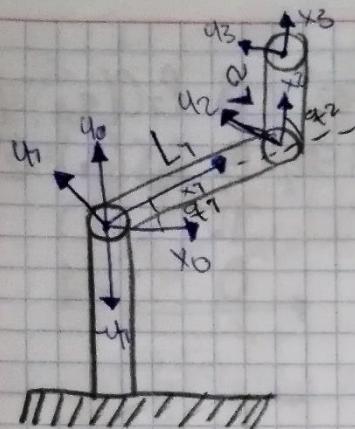
$$V_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 S(q_1) \\ l_1 C(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_b^2 = V_2^2 = \begin{bmatrix} l_1 S(q_1) \\ l_1 C(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_R}{\partial q_1} \ddot{q}_1 = \begin{bmatrix} l_1 C(q_1) \\ -l_1 S(q_1) \\ 0 \end{bmatrix} \times \dot{q}_1^2 = \begin{bmatrix} l_1 (C(q_1) \ 0 \ 0 \ 0) \\ 0 \ (-l_1 S(q_1) \ 0) \\ 0 \ 0 \ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix},$$

Jacobiano

$$q_1 = \tan^{-1} \left[\frac{x}{u} \right] = I K \rightarrow \text{Cinematica Inversa.}$$



i	a _{i-1}	x _{i-1}	d _i	θ _i
1	0	0	0	q ₁
2	l ₁	0	0	q ₂
3	l ₂	0	0	q ₃

$$T_1^o = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

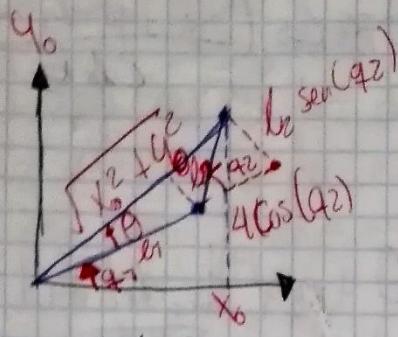
$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & l_1 \cos q_2 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & l_1 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^o = \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2) & -\sin(q_1 + q_2) & 0 & l_1 C(q_1) & l_2 C(q_2) \\ \sin(q_1 + q_2) & \cos(q_1 + q_2) & 0 & l_1 S(q_1) & l_2 S(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

25/03/19.



$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ -l_1 \cos(q_1) - l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ \beta_1 + \beta_2 \end{bmatrix}$$

c) jacobiano del robot de 2GDL

$$J(q) = \frac{\partial f_R(\beta_1, \beta_2, l_1, l_2, q)}{\partial q}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} J(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$x_0^2 + y_0^2 = [l_1 + l_2 \cos(q_2)]^2 + l_2^2 \sin^2(q_2) = l_1^2 + l_2^2 \cos^2(q_2) + 2l_1l_2 \cos(q_2)$$

$$q_2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos(q_2) = a \cos\left(\frac{x_0^2 + y_0^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

Tomando los angulos $\theta + q_1$ dentro del triángulo y la hipotenusa $\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ se cumple lo siguiente $\theta + q_1 = \arctan\left(\frac{x_0}{y_0}\right)$
entonces

$$q_1 = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \theta \\ = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

$$\therefore \text{la cinemática del robot es } 2 \text{ DDL} \\ q_2 = a \cos\left(\frac{x_0^2 + y_0^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)$$

$$q_1 = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

Práctica #3

Investigar y explicar las librerías de ROS en su robot.

Pedro Ibarra

Práctica #2

Obtener q_1 y q_2 del robot de 2GDL con $l_1=30$
 $l_2=26$ con punto en el origen en $(4, 4)$ para

los sig. puntos: $\begin{matrix} x & y \\ -1 & 6 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 9 & -6 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -5 & 6 \end{matrix}$

2. $\begin{matrix} x & y \\ 2 & -7 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 8 & -7 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -4 & 7 \end{matrix}$

3. $\begin{matrix} x & y \\ -3 & 8 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -7 & 8 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 3 & -8 \end{matrix}$

4. $\begin{matrix} x & y \\ 4 & -9 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 6 & -9 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 2 & -9 \end{matrix}$

5. $\begin{matrix} x & y \\ 5 & 1 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -5 & 1 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -1 & 1 \end{matrix}$

6. $\begin{matrix} x & y \\ -6 & 2 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 4 & -2 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -2 & 2 \end{matrix}$

7. $\begin{matrix} x & y \\ -7 & 3 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -3 & 3 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 3 & -3 \end{matrix}$

8. $\begin{matrix} x & y \\ 8 & -4 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 2 & -4 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ 4 & -4 \end{matrix}$

9. $\begin{matrix} x & y \\ 9 & 5 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -1 & 5 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x & y \\ -5 & 5 \end{matrix}$

Pedro Viana



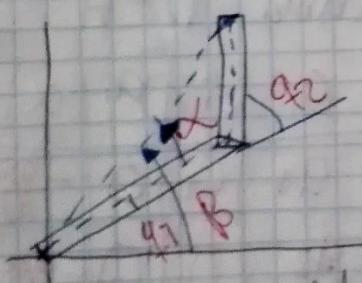
Datos: p_x, p_y, p_z donde queremos situar el extremo del robot

$$q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} q_3 &= \pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3} \\ \therefore q_3 &= \arctan\left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_1}}{\cos q_1}\right) \end{aligned}$$

Para la articulación q_2



$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{p_z}{p_x}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{p_z}{\pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right)$$

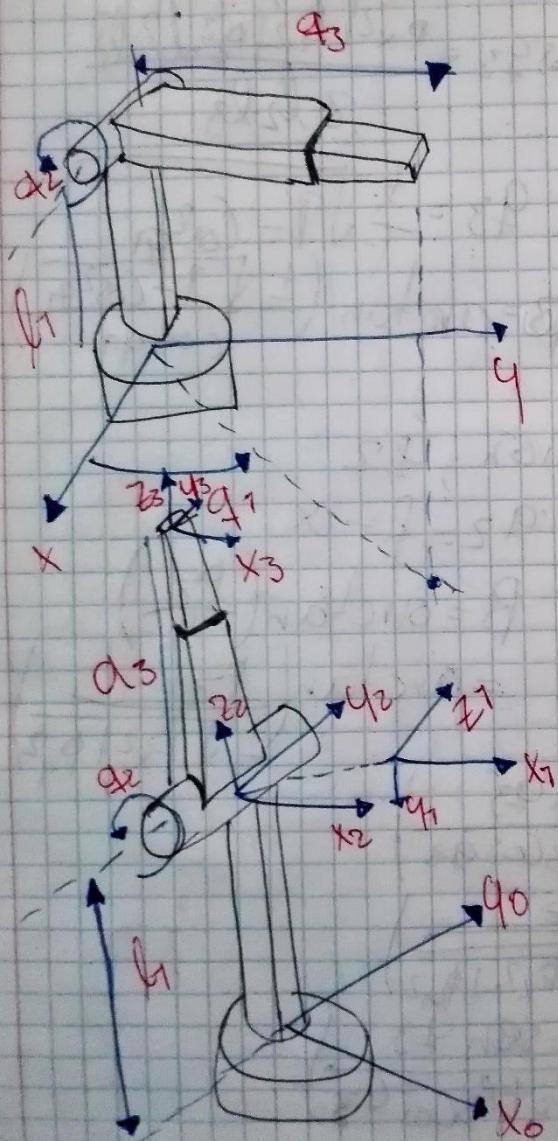
$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

$$\therefore q_2 = \arctan\left(\frac{p_z}{\pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

Cinematica Inversa por matrices Homogeneas

Robot 3GDL



Obtener: T_3^0
 A_1^0
 A_2^0
 A_3^0

Tabla DH

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	l_1	0	-90°
2	q_2	0	0	90°
3	0	q_3	0	0

Pedro Ignacio Ibarra

01/04/19

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} C(q_1) & S(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L \\ S(q_1) & -C(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^{-1} = \begin{bmatrix} C(q_2) & -S(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S(q_2) & C(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} C(q_1)C(q_2) & C(q_2)S(q_1) - S(q_2) & L_7 S(q_2) \\ -S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ C(q_1)S(q_2) & S(q_1)S(q_2)C(q_2) & q_3 - L_7 C(q_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

01/04/19

Práctica

$$1: (-1, 6) \quad (a, -6) \quad (-5, 6)$$

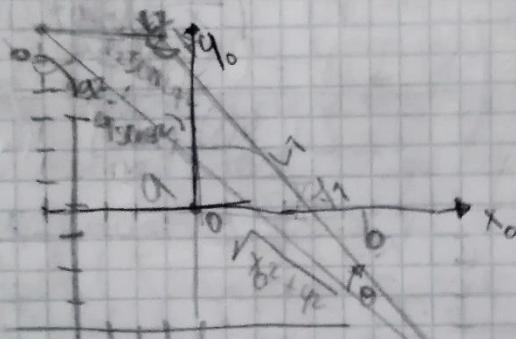
$$l_1 = 30$$

$$O = (4, 4)$$

$$l_2 = 20$$

$$q_2 =$$

$$q_1 =$$



$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \cos(q_1) - l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} l_1(l_1 \sin(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2)) & -l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$x^2 + y_0^2 = [l_1^2 + l_2^2 \cos^2(q_2)] + l_2^2 \sin^2(q_2) =$$

$$l_1^2 + l_2^2 [(q_2)^2 (\sin^2 c q_2)] + 2l_1 l_2 \cos(q_2)$$

$$q_2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) =$$

$$\arccos \left(\frac{x^2 + z^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \right)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{l_2 \sin(\alpha_2)}{l_1 + l_2 \cos(\alpha_2)} \right)$$

$$\alpha_1 = \arctan \left(\frac{u_1}{x} \right) - \arctan \left(\frac{(70) \sin(\alpha_2)}{(50 + 20) \cos(\alpha_2)} \right)$$

$$\alpha_2 = \arccos \left(\frac{x^2 + z^2 - (30)^2 - (20)^2}{2(30)(20)} \right)$$

Pedro Ibarra

01/04/19

Práctica 3

Algunos tipos de librerías o herramientas que se usarán, son:

Rviz: permite mostrar en 3D de manera gráfica, intuitiva y en tiempo real, el estado y la información del sistema.

TF: Esta es una librería bastante fundamental, ya que nos permite coordinar y transformar los distintos marcos de referencia o ejes de coordenadas del robot. (Transform Frames)

URDF: Esta se encarga de especificar las propiedades del robot, como sus dimensiones, número de articulaciones, parámetros, etc.

System Visualization, rqt_graph
Este se encarga de mostrar un gráfico visual de los procesos que se están ejecutando en ROS y sus conexiones.

MTH

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_{q1} & 0 & S_{q1} & 0 \\ 0 & C_{q1} & 0 & 0 \\ S_{q1} & 0 & C_{q1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} C_{q1} & 0 & -S_{q2} & 0 \\ S_{q1} & 0 & C_{q2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 \therefore \bar{a}^1 = \frac{1}{a}$$

$$(A_1^0)^{-1} A^0 T = \frac{1}{a} A_2^1 A_3^2 A \rightarrow \text{percejamos } q_1$$

$$(A_1^0)^{-1} + A_3^2 = \begin{bmatrix} C_{q1} & 0 & -S_{q1} & 0 & -1 \\ S_{q1} & 0 & C_{q1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x & 0_x & 0_x & p_x \\ h_y & 0_y & 0_y & p_y \\ h_z & 0_z & 0_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q1} & 0 & S_{q2} & 0 \\ S_{q2} & 0 & -C_{q2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{q_1} & S_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x & 0 & q_x & p_x \\ h_y & 0 & q_y & p_y \\ h_z & 0 & q_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & S_{q_2} & S_{q_2} q_3 \\ S_{q_2} & 0 & -C_{q_2} & -C_{q_2} q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-q \times S_{q_1} + p_y C_{q_1} = 0 \rightarrow \frac{S_{q_1}}{C_{q_1}} = \frac{p_y}{p_x} \rightarrow q_1 = \arctan\left(\frac{p_x}{p_y}\right)$$

$$(A_1^{-1})^{-1} (A_1^0)^{-1} t_h = \begin{bmatrix} C_{q_2} & S_{q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_{q_2} & C_{q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} q_1 & S_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -L_1 \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x & 0 & q_x & p_x \\ h_y & 0 & q_y & p_y \\ h_z & 0 & q_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pedro Ibarra

$$= \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{q1} & C_{q2}S_{q1} & S_{q1} - L_{q2} \\ -S_{q1} & C_{q1} & 1 \\ S_{q2}S_{q1} & -S_{q1}C_{q1} & C_{q2} - L_{q2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_x & 0_x & q_1x & p_x \\ h_y & 0_y & q_2y & p_y \\ h_z & 0_z & q_2z & p_z \\ b & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p_x C_{q2}(q_1 + p_y S_{q1}) + p_z S_{q1}(q_2 + l_z S_{q2} - l_z S_{q2}) = 0$$

$$\frac{-S_{q2}}{C_{q2}} = \frac{p_x C_{q1} + p_y S_{q1}}{p_z - l_z} =$$

$$q_2 = \arccos\left(-\frac{p_x C_{q1} + p_y S_{q1}}{p_z - l_z}\right)$$

$$-S_{q2}C_{q1}p_z - S_{q2}S_{q1}p_y + p_z(C_{q2} - l_z)C_{q2}$$

$$= q_3 + q_3 - C_{q2}(p_z - l_z) - S_{q2}(C_{q1}p_z + S_{q1}p_y)$$