ϕ aplicações lineares matrizes representativas

$\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m \qquad \phi(u_1, u_2, \ldots, u_n) = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$

$$\phi \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = [\phi]_{e_m \leftarrow e_n} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$ aplicação linear

Sejam T e S bases de $\mathbb{R}^m$ e $\mathbb{R}^n$, respetivamente.

$$\phi \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = T \overbrace{[\phi]_{T \leftarrow S} [(u_1, u_2, \ldots, u_n)]_S}^{[\phi(u_1, u_2, \ldots, u_n)]_T} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$ aplicação linear (II)

$$[\phi]_{T \leftarrow S} = \left[[\phi(S_1)]_T \; [\phi(S_2)]_T \; \ldots \; [\phi(S_n)]_T \right]$$

coordenadas de $\phi(S_n)$ na base T

$[\phi(S_n)]_T = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$

mudança de base

$\Leftrightarrow \; \phi(S_n) = \alpha_1 T_1 + \alpha_2 T_2 + \ldots + \alpha_m T_m$

$$[M_{e \leftarrow T} \mid [\phi]_{e \leftarrow S}] \sim (\ldots) \sim [I_n \mid [\phi]_{T \leftarrow S}]$$ mudança de base (II)

$M_{B \leftarrow A} = [\,[A_1]_B \; [A_2]_B \; \ldots \; [A_n]_B\,]$ onde $A = [A_1 \; A_2 \ldots A_n]$

matriz mudança de base revisão

ALGA

Teste AD3

revisões capítulos 5 a 7

Capítulo 5

matrizes semelhantes $P^{-1}AP = D$

matrizes simétricas → têm n valores próprios (sendo A, $n \times n$)
$A = A^T$
→ vetores próprios associados a valores próprios distintos são ortogonais

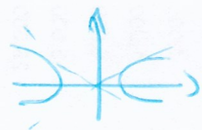
diagonalização ortogonal P é ortogonal ⟶ $P^T P = I_n \Leftrightarrow P^{-1} = P^T$
→ toda a matriz simétrica é diagonalizável ortogonalmente

Capítulo 6

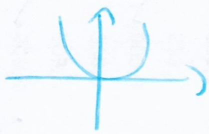
cónicas

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ elipse

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$ hipérbole



$$y = ax^2$$ parábola



cónicas degeneradas

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$$ $\emptyset$

$$\frac{x^2}{a^2} = -1$$ $\emptyset$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$$ um ponto $(0,0)$

$$\frac{x^2}{a^2} = 0$$ duas retas coincidentes (Oy, $x = 0$)

$$\frac{x^2}{a^2} = 1$$ duas retas est paralelas ($x = \pm a$)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$$ duas retas concorrentes ($y = \pm \frac{b}{a} x$)

quádricas

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$ elipsóide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$ hiperbolóide de uma folha

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$ " de duas folhas

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$ cone (hiperbolóide degenerado)

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$ parabolóide elíptico

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$ " hiperbólico

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ cilindro elíptico

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$ " hiperbólico

$$y = ax^2$$ " parabólico

Capitulo 7

bijetividade injetividade $\dim \ker(\phi) = 0$

$\phi: V \to W$ sobrejetividade $\dim im(\phi) = \dim W$

= isomorfismo

invertibilidade ① ϕ é isomorfismo se qlq das suas matrizes representativas é invertível

$\phi: V \to W$

B_V base de V

B_W base de W

② ϕ é isomorfismo, então $[\phi^{-1}]_{B_V \leftarrow B_W} = ([\phi]_{B_W \leftarrow B_V})^{-1}$

sendo $\phi^{-1}: W \to V$ aplicação linear