E-fólio A | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: Computação Numérica

CÓDIGO: 21180

DOCENTE: Paulo Shirley

A preencher pelo estudante

NOME: Pedro Pereira Santos

N.º DE ESTUDANTE: 2000809

CURSO: Licenciatura em Engenharia Informática

DATA DE ENTREGA: 02/11/2023

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Grupo I [4 valores]

1. Considere a função $g(x) = e^{-x}\cos x - 1.1x$ para a qual se pretende resolver a equação $g(x) = 0$ pelo método do ponto fixo.

1.1. [1] Determine uma função iteradora $f(x)$ e prove que é uma função apropriada para a aplicação do método do ponto fixo no intervalo $x \in [0\ 1]$.

Segundo o teorema do ponto fixo, sendo f:[a, b] -> [a, b] uma função diferenciável em [a, b], tal que $\max_{x \in [a,b]} |f'(x)| \leq L < 1$, obtemos, de modo iterativo, uma aproximação da solução da equação x = f(x).

Para começar, precisamos de averiguar uma fórmula de iteração f(x) que satisfaça a condição de |f'(x)| < 1. Igualando g(x) a 0, obtemos:

g(x) = 0 ⇔ $e^{-x}\cos(x) - 1.1x = 0$ ⇔ $e^{-x}\cos(x) = 1.1x$ ⇔ $x = \frac{e^{-x}\cos(x)}{1.1}$

Com isto, temos f(x) = $\frac{e^{-x}\cos(x)}{1.1}$ => f'(x) = $\frac{e^{-x}(-\cos(x) - sen(x))}{1.1}$

$\max_{x \in [0,1]} |f'(x)| = \max_{x \in [0,1]} \left| \frac{e^{-x}(\cos(x) - sen(x))}{1.1} \right| = \left| \frac{e^{-0}(-\cos(0) - sen(0))}{1.1} \right| = 0.9(09) < 1$

Temos, também, que, como a função exponencial, cosseno e seno são continuas no intervalo de 0 a 1, inclusive, e uma constante é também ela contínua, sendo que a composição de funções contínuas é também ela contínua, concluímos que f'(x) é também ela contínua em todo o domínio [0, 1], sendo também decrescente.

f(0) = $\frac{e^{-0}\cos(0)}{1.1}$ = 0.9(09)

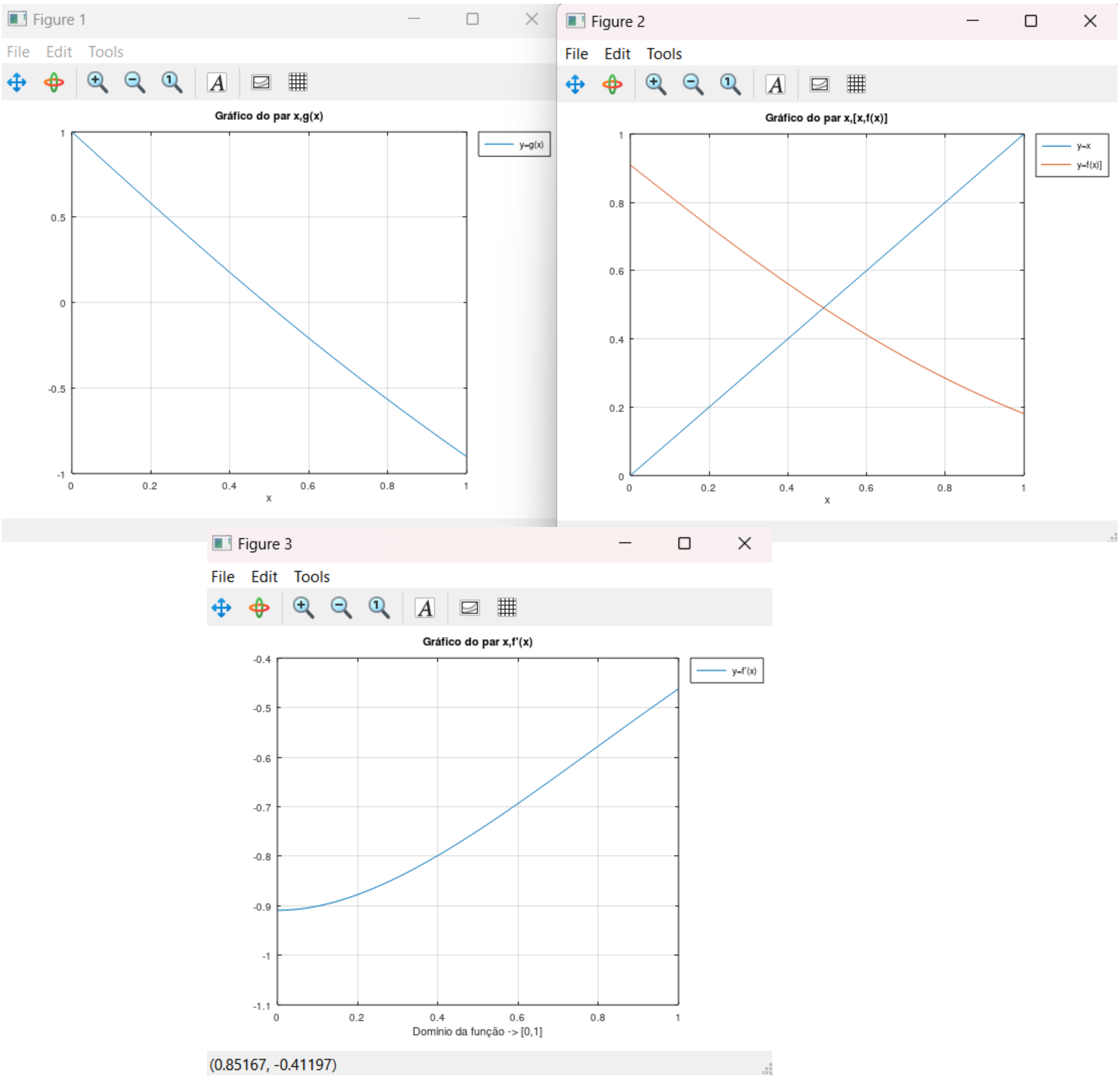
f(1) = $\frac{e^{-1}\cos(1)}{1.1}$ = 0,180696 , logo temos que f:[0, 1] -> [0, 1].

Com isto e com a condição |f'(x)| < 1 satisfeita, temos que, f(x) = $\frac{e^{-x}\cos(x)}{1.1}$ é uma função iteradora apropriada para aplicação do método do ponto fixo no intervalo $x \in [0,1]$.

1.2. [1] Escreva em Octave um script de nome efa20_1.m que imprima o valor de $L = \max|f'(x)|$ e faça 3 gráficos em janelas separadas para $x \in [0\ 1]$ para os seguintes pares de abcissas,ordenadas: $\{x, g(x)\}$, $\{x, [x, f(x)]\}$, $\{x, f'(x)\}$. Os gráficos devem conter pelo menos 100 pontos, legenda, título, grelha e etiqueta no eixo das abcissas.
Dica: utilize o comando "figure(n)"para criar/selecionar previamente a janela em que vai gerar o gráfico.

Ficheiro efa20_1.m incluído no ficheiro zip.

```
Janela de Comandos
L = max|f'(x)| = 0.90909
>>
```

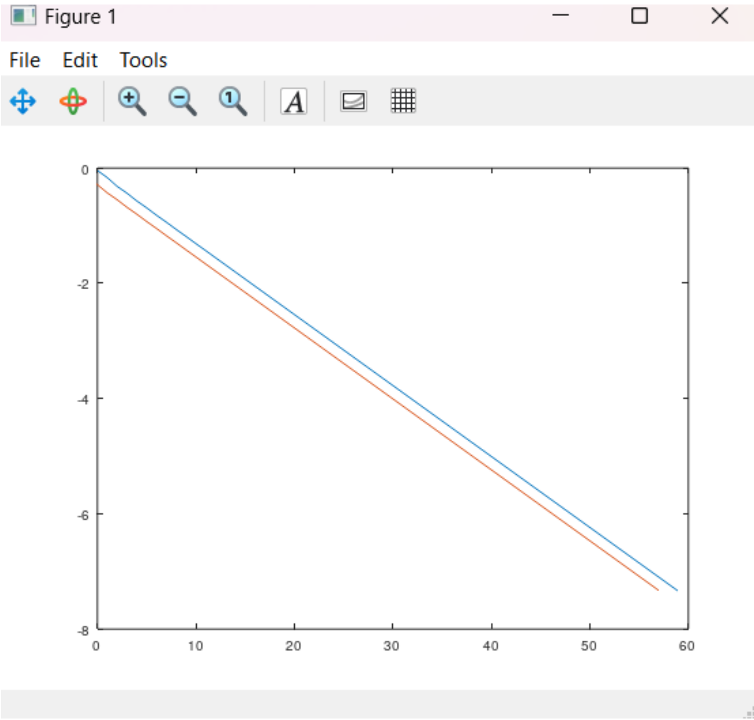


1.3. [2] Escreva em Octave um script de nome efa20_2.m que obtenha duas soluções da equação $g(x) = 0$ pelo método do ponto fixo correspondentes aos dois valores iniciais $x_0 = 0$ e $x_0 = 0.8$. As soluções devem ter 6 algarismos significativos (AS) e ser impressas devidamente identificadas no ecrã com 8 casas decimais. Faça também um gráfico conjunto de $\log_{10}(\varepsilon_i)$ $i = 1, 2$ em função das iterações, onde ε_i é o erro absoluto para cada valor inicial. Comente possíveis razões para a baixa taxa de convergência.

Ficheiro efa20_2.m e algoritmopontofixo.m (algoritmo adaptado do ficheiro alg12_pontofixo.m, criado pelo professor, com as devidas alterações para se adequar a este exercício) incluídos no ficheiro zip.

Janela de Comandos

```
A solucao para x0 = 0 é 0.49079868 , com 60 iteracoes.
A solucao para x0 = 0.8 é 0.49079872 , com 58 iteracoes.
>>
```



Possíveis razões para a baixa taxa de convergência são:

Dependência Exponencial e da Função Cosseno: Uma vez que a função depende de uma função exponencial, até pequenas mudanças podem dar diferenças grandes entre iterações. Ao depender também da função cosseno, faz com o que o valor ande a rondar, em ciclos, o valor da solução.

Outra razão é a precisão requerida, uma vez que, sendo um valor muito pequeno, a função demora mais a esse valor de erro tão pequeno.