

Determinação de uma Função Preditiva para Temperatura em Usinagem em Ferramentas com Canais Internos de Refrigeração

Descrição de caso

O projeto de ferramentas refrigeradas é um projeto do Laboratório de Ensino e Pesquisa em Usinagem (LEPU). O intuito desta metodologia é resfriar a ferramenta de uma forma sustentável, ou seja, pode-se entender esta técnica como um possível substituto dos fluidos de corte. Neste trabalho foi realizado um modelo teórico de similitude que procura determinar as temperaturas de usinagem, entrando com alguns parâmetros de corte e fenômenos que tem influência direta na temperatura. Normalmente as temperaturas de usinagem são medidas através do método do termopar ferramenta-peça, porém é uma técnica que tem um custo e tempo relativamente grande, principalmente em relação as ferramentas refrigeradas, que apresentam um custo elevado.

É fácil de perceber que na usinagem são vários os fenômenos que tem influência direta na temperatura de corte, como: dureza do material, velocidade de corte, avanço, condutividade térmica da peça e ferramenta, temperatura ambiente, tempo de usinagem, profundidade de corte, área de contato da ferramenta com a peça, rigidez da máquina. E principalmente quando é incluído canais de refrigeração interno nas ferramentas de corte (Figura 1), com água refrigerada circulando internamente (densidade do fluido refrigerante, condutividade térmica, coeficiente de convecção, temperatura do fluido, rugosidade relativa dos canais internos, vazão do fluido, viscosidade, assim adiante).

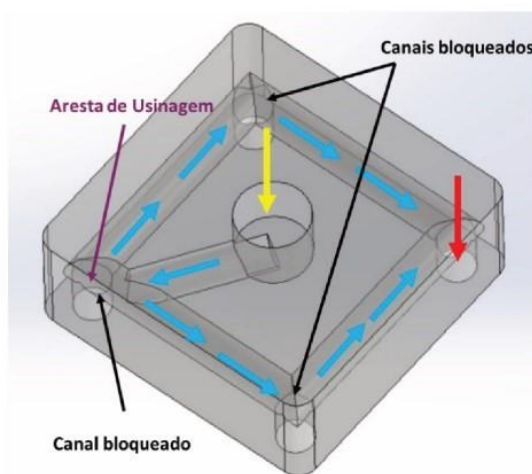


Figura 1 – Esquema de uma ferramenta refrigerada internamente.

Por isso, construir uma equação teórica que simule bem o comportamento das temperaturas é um trabalho bastante complexo. Devido a essas dificuldades do sistema, para este trabalho foi considerado apenas alguns dos parâmetros mais importantes que

influenciam nas temperaturas de usinagem deste problema, que são: velocidade de corte, avanço, dureza do material, coeficiente de convecção da água, temperatura da água, tempo de usinagem. Além disso, para o problema foram considerados dados fictícios, porém dados que tem uma relação próxima à literatura.

1. Construção do Problema

1.1 Variáveis do problema

Para a realização do modelo, em primeiro lugar, é necessário estabelecer as variáveis que serão utilizadas bem como as suas dimensões. Por isso, serão utilizadas as seguintes variáveis influentes para determinar a Temperatura de Usinagem (T_u).

- Temperatura de Usinagem (T_u): $T_u = \theta^1$
- Temperatura do fluido (T_f): $T_f = \theta^1$
- Dureza (d): $d = M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$
- Tempo (t): $t = T^1$
- Convecção do fluido (C_f): $C_f = M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-3}$
- Velocidade de corte (V_c): $V_c = L^1 \cdot T^{-1}$
- Avanço(f): $f = L$

Assim, o modelo teórico de temperatura de usinagem será influenciado por:

$$T_u = f(T_f, d, t, C_f, V_c, f)$$

Aplicando o Teorema de Buckingham, o número de π – termos é dado por:

- Número de variáveis = 7
- Número de dimensões = 4
- Número de grupos $\pi = 7 - 4 = 3$

então,

$$T_u = \alpha \cdot T_f^{C1} \cdot d^{C2} \cdot t^{C3} \cdot C_f^{C4} \cdot V_c^{C5} \cdot f^{C6}$$

$$\theta = 1 \cdot C1 + 0 \cdot C2 + 0 \cdot C3 + 0 \cdot C4 + 0 \cdot C5 + 0 \cdot C6$$

$$M = 0 \cdot C1 + 1 \cdot C2 + 0 \cdot C3 + 1 \cdot C4 + 0 \cdot C5 + 0 \cdot C6$$

$$L = 0 \cdot C1 - 1 \cdot C2 + 0 \cdot C3 + 2 \cdot C4 + 1 \cdot C5 + 1 \cdot C6$$

$$T = 0 \cdot C1 - 2 \cdot C2 + 1 \cdot C3 - 3 \cdot C4 - 1 \cdot C5 + 0 \cdot C6$$

Colocando quatro incógnitas em função das outras três, sendo mais específico, coloca-se $c1$, $c2$, $c3$ e $c4$ em função de $c5$ e $c6$. Para que isso seja válido é necessário que o determinante dos coeficientes $c1$, $c2$, $c3$ e $c4$ do sistema não seja nulo. Fazendo os cálculos:

$$\text{Det} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \text{ (seleção válida)}$$

assim, é possível realizar o cálculo dos π – termos.

Calculando π_1 ,

$$\pi_1 = T_f^{C1} \cdot d^{C2} \cdot t^{C3} \cdot C_f^{C4} \cdot T_u$$

$$M^0 \cdot L^0 \cdot T^0 \cdot \theta^0 = (\theta^1)^{C1} \cdot (M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-2})^{C2} \cdot (T^1)^{C3} \cdot (M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-3})^{C4} \cdot \theta^1$$

por fim,

$$\pi_1 = \frac{T_u}{T}$$

Calculando π_2 ,

$$\pi_2 = T_f^{C1} \cdot d^{C2} \cdot t^{C3} \cdot C_f^{C4} \cdot V_c$$

$$M^0 \cdot L^0 \cdot T^0 \cdot \theta^0 = (\theta^1)^{C1} \cdot (M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-2})^{C2} \cdot (T^1)^{C3} \cdot (M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-3})^{C4} \cdot L^1 \cdot T^{-1}$$

por fim,

$$\pi_2 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot t^2 \cdot V_c^3}{C_f}}$$

Calculando π_3 ,

$$\pi_2 = T_f^{C1} \cdot d^{C2} \cdot t^{C3} \cdot C_f^{C4} \cdot f$$

$$M^0 \cdot L^0 \cdot T^0 \cdot \theta^0 = (\theta^1)^{C1} \cdot (M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-2})^{C2} \cdot (T^1)^{C3} \cdot (M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-3})^{C4} \cdot L^1$$

por fim,

$$\pi_3 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot f^3}{t^2 \cdot C_f}}$$

Resumidamente, tem-se:

$$\pi_1 = \frac{T_u}{T}, \pi_2 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot t^2 \cdot V_c^3}{C_f}}, \pi_3 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot f^3}{t^2 \cdot C_f}}$$

Finalizando, a função de interesse pode ser escrita como:

$$\frac{T_u}{T} = f \left(\sqrt[3]{\frac{d \cdot t^2 \cdot V_c^3}{C_f}}, \sqrt[3]{\frac{d \cdot f^3}{t^2 \cdot C_f}} \right)$$

2. Delineamento dos experimentos e tabelas de leituras feitas

Como a função resultante foi apresentada em três π – termos, para a realização dos cálculos, é necessário que algumas variáveis permaneçam constante e outras variem e vice-versa. Então tem-se dois casos:

Caso A – Manter fixo o terceiro π – termo e variar o segundo π – termo:

$$\pi_3 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot f^3}{t^2 \cdot C_f}} \text{ fixo e } \pi_2 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot t^2 \cdot V_c^3}{C_f}} \text{ variando}$$

A estratégia será manter os valores de d, f, t e C_f fixo e variar V_c .

Caso B – Manter fixo o segundo π – termo e variar o terceiro π – termo:

$$\pi_3 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot f^3}{t^2 \cdot C_f}} \text{ variando e } \pi_2 = \sqrt[3]{\frac{d \cdot t^2 \cdot V_c^3}{C_f}} \text{ fixo}$$

Aqui a estratégia será manter fixo os parâmetros d, V_c , t e C_f e variar o f. A seguir é apresentado as tabelas referentes aos valores fictícios referentes aos ensaios. Considerando como parâmetros padrão:

- $t = 40 \text{ s}$
- $C_f = 30 \text{ W}$
- $d = 50 \text{ Mpa}$
- $V_c = 160 \frac{\text{m}}{\text{min}}$
- $f = 0,0020 \frac{\text{mm}}{\text{rev}}$

Caso A - π_3 fixo e π_2 variando.

Tabela 1 – Variação do parâmetro (v_c).

$v_c \text{ (m/min)}$	$T_u \text{ (}^\circ\text{C)}$	$\pi_1 \text{ (-)}$	$\pi_2 \text{ (-)}$	$\pi_3 \text{ (-)}$
80	635,8	31,790	880,5139	0,0016091
120	680,3	34,015	1320,7709	0,0016091
160	733,4	36,670	1761,0279	0,0016091
200	802,1	40,105	2201,2848	0,0016091
240	823,8	41,190	2641,5418	0,0016091

Caso B - π_2 fixo e π_3 variando.

Tabela 2 – Variação do parâmetro (f).

$f \text{ (mm/rev)}$	$T_u \text{ (}^\circ\text{C)}$	$\pi_1 \text{ (-)}$	$\pi_2 \text{ (-)}$	$\pi_3 \text{ (-)}$
0,01	715,8	35,790	1761,02787	0,000805
0,015	723,2	36,160	1761,02787	0,001207
0,020	739,0	36,950	1761,02787	0,001609
0,025	736,2	36,810	1761,02787	0,002011
0,030	762,1	38,105	1761,02787	0,002414

Para realizar o teste de validade para a equação preditiva, ou seja, verificar se está é dada pela soma ou produto das equações componentes foi realizado o Caso A'.

Caso A' - π_3 fixo e π_2 variando.

Tabela 3 – Variação de V_C utilizando fluido com C_f de 60 W.

v_C (m/min)	T_u (°C)	π_1 (-)	π_2 (-)	π_3 (-)
80	598,8	29,940	1109,378	0,002027
120	635,8	31,790	1664,067	0,002027
160	699,7	34,985	2218,756	0,002027
200	798,5	39,475	2773,445	0,002027
240	800,2	40,100	3328,134	0,002027

2.1 Equações Componentes

Para realizar os cálculos referentes às equações componentes, é necessário primeiro analisar o comportamento de π_1 sobre π_3 e π_2 . Com isso, plotou-se os gráficos de π_1 sobre π_2 e π_1 sobre π_3 . Os gráficos são ilustrados abaixo.

Caso A - π_1 em função de π_2 .

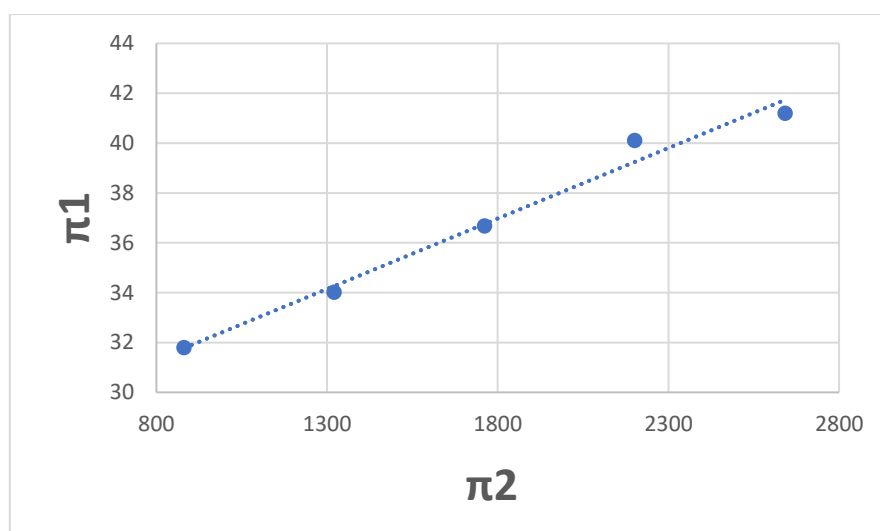


Figura 2 - π_1 em função de π_2 .

Analisando o gráfico de π_1 sobre π_2 observa-se que seu comportamento é praticamente linear. Com isso, é possível escrever π_1 sobre π_2 sob a aproximação de uma reta.

$$\pi_1 = 0,0057 \pi_2 + 26,798$$

Caso B - π_1 em função de π_3 .

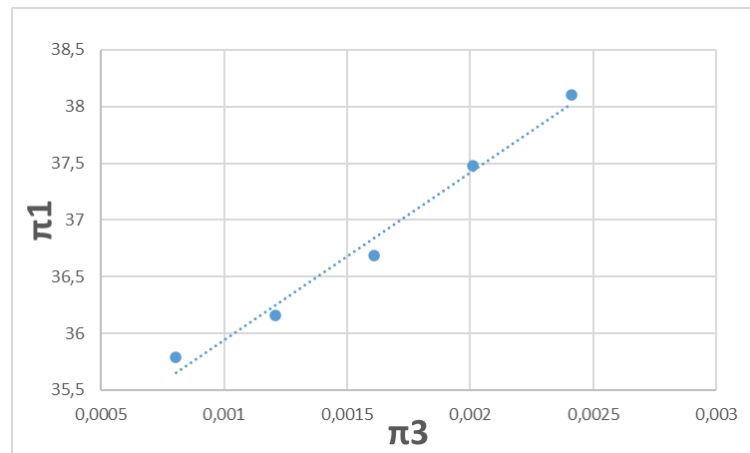


Figura 3 - π_1 em função de π_3 .

Analisando o gráfico de π_1 sobre π_3 observa-se que seu comportamento apresenta uma boa correlação à uma reta. Assim, escreve-se π_1 sobre π_3 em função de uma reta.

$$\pi_1 = 1477,8 \pi_3 + 34,498$$

Caso A' - π_1 em função de π_2 .

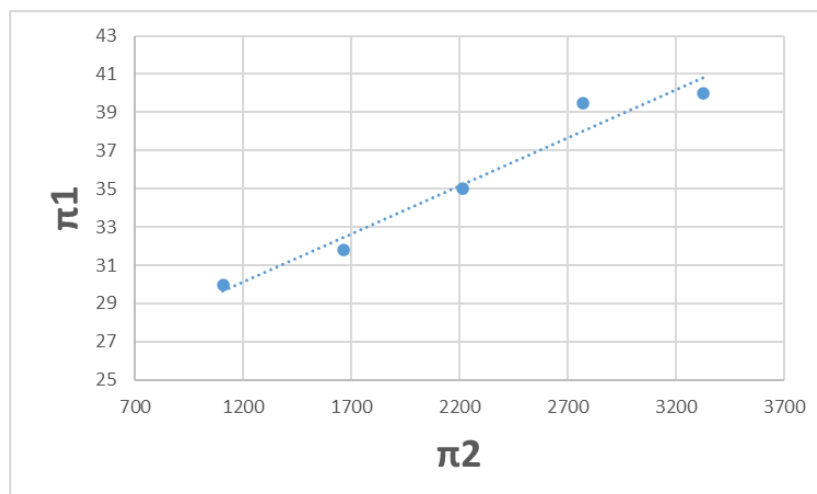


Figura 4 - π_1 em função de π_3 .

Analisando o gráfico de π_1 sobre π_2 observa-se também o mesmo comportamento de reta, similar aos casos A e B. Então, escreve-se π_1 sobre π_2 em função de uma reta.

$$\pi_1 = 0,005 \pi_2 + 24,11$$

Após o levantamento de todos os gráficos, é possível escrever as equações referentes aos casos anteriores em função de π , obtendo assim:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \bar{\pi}_3) = 0,0057 \pi_2 + 26,798$$

$$\pi_1 = F(\bar{\pi}_2, \pi_3) = 1477,8 \pi_3 + 34,498$$

$$\pi_1 = F(\pi_2, \bar{\bar{\pi}}_3) = 0,005 \pi_2 + 24,11$$

Para testar se a equação preditiva é dada pelo produto ou pela soma das componentes, em primeiro lugar, foi feito o teste dos produtos conforme indicado na equação abaixo.

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3) = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3) \cdot F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} =$$

Para o problema ser validado pelo teste do produto é necessário que a atribuição abaixo seja cumprida:

$$\frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} = \frac{F(\pi_2, \bar{\bar{\pi}}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\bar{\pi}}_3)}$$

Calculando cada componente da equação acima, obtém-se os valores a seguir, onde foi considerado o valor constante de $\pi_2 = 1761,02787$ para determinar $F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)$ e $F(\bar{\pi}_2, \bar{\bar{\pi}}_3)$.

$$F(\pi_2, \bar{\pi}_3) = 0,0057 \pi_2 + 26,798$$

$$F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = 36,84$$

$$F(\pi_2, \bar{\bar{\pi}}_3) = 0,005 \pi_2 + 24,11$$

$$F(\bar{\pi}_2, \bar{\bar{\pi}}_3) = 32,92$$

Assim, tem-se:

$$\frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} = 15,47 \cdot 10^{-5} \pi_2 + 0,7274$$

$$\frac{F(\pi_2, \bar{\bar{\pi}}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\bar{\pi}}_3)} = 15,19 \cdot 10^{-5} \pi_2 + 0,7324$$

agora aplicando a regra da soma:

$$F(\pi_2, \pi_3) = F(\pi_2, \bar{\pi}_3) + F(\bar{\pi}_2, \pi_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)$$

onde o teste de validade é dado por:

$$F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = F(\pi_2, \bar{\bar{\pi}}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\bar{\pi}}_3)$$

comparando cada parte da igualdade, tem-se:

$$F(\pi_2, \bar{\pi}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = 0,0057 \pi_2 - 10,04$$

$$F(\pi_2, \bar{\bar{\pi}}_3) - F(\bar{\pi}_2, \bar{\bar{\pi}}_3) = 0,005 \pi_2 - 8,81$$

Ao analisar ambas as comparações, foi visto que a equação preditiva é dada pela expressão do produto. Diante disso, é possível escrever a equação preditiva:

$$\begin{aligned} \pi_1 = F(\pi_2, \pi_3) &= \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3) \cdot F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \\ &= 0,2286498 \cdot \pi_2 \cdot \pi_3 + 0,005338 \cdot \pi_2 + 1074,975 \cdot \pi_3 + 25,09439 \end{aligned}$$

Substituindo π_1 , π_2 e π_3 , a equação que representa o problema será:

$$\frac{T_u}{T} = 0,2286498 \sqrt[3]{\frac{d \cdot t^2 \cdot V_c^3}{C_f}} \sqrt[3]{\frac{d \cdot f^3}{t^2 \cdot C_f}} + 0,005338 \sqrt[3]{\frac{d \cdot t^2 \cdot V_c^3}{C_f}} + 1074,975 \sqrt[3]{\frac{d \cdot f^3}{t^2 \cdot C_f}} + 25,09439$$

Para analisar a diferença entre o experimental e o teórico foi realizado uma curva variando os valores de π_3 , mantendo π_2 constantes, conforme a Figura 5.

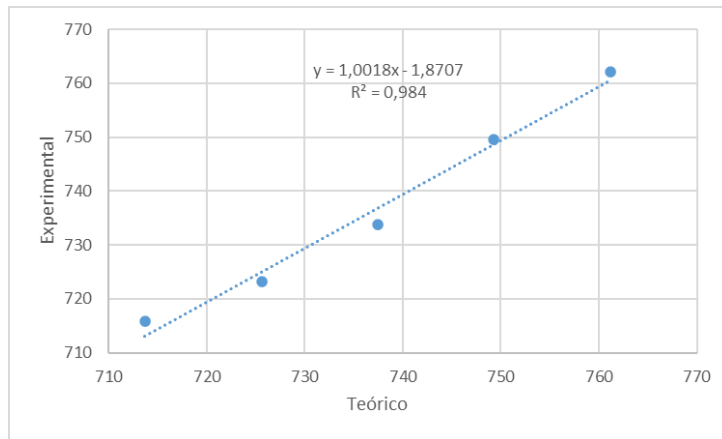


Figura 5 – Comparação da curva teórica com os dados experimentais.

Observando o gráfico da Figura 5 percebe-se uma correlação da curva teórica bem próxima à do experimental, com um comportamento praticamente linear, de correlação $R^2 = 0,984$. Isso indica que o modelo construído pode ser utilizado para prever as temperaturas de usinagem, desde que a faixa de parâmetros utilizados estejam dentro das estipuladas durante a montagem da curva teórica.