

Las reducciones

Comentario: Ningún ejercicio reviste mayor dificultad (hay que pensar un poco más en los ejercicios 3 a 5, pero se recomienda no dejar de considerarlos).

Ejercicio 1. Considerando la reducción de HP a L_U descrita en clase, responder:

- a. Explicar por qué la función identidad, es decir la función que a toda cadena le asigna la misma cadena, no es una reducción de HP a L_U .
- b. Explicar por qué las MT M_2 generadas en los pares de salida $\langle M_2 \rangle, w$, o bien paran aceptando, o bien loopean.
- c. Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a L_U también sirve para reducir HP^C a L_U^C .
- d. Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a L_U no sirve para reducir L_U a HP.
- e. Explicar por qué la siguiente MT M_f no computa una reducción de HP a L_U : dada una cadena válida $\langle M \rangle, w$, M_f ejecuta M sobre w , si M acepta entonces genera la salida $\langle M \rangle, w$, y si M rechaza entonces genera la cadena 1.

Ejercicio 2. Sabiendo que $L_U \in RE$ y $L_U^C \in CO-RE$:

- a. Probamos en clase que existe una reducción de L_U a L_{Σ^*} . En base a esto, ¿qué se puede afirmar con respecto a la ubicación de L_{Σ^*} en la jerarquía de la computabilidad?
- b. Se prueba que existe una reducción de L_U^C a L_{\emptyset} . En base a esto, ¿qué se puede afirmar con respecto a la ubicación de L_{\emptyset} en la jerarquía de la computabilidad?

Ejercicio 3. Sea el lenguaje $D_{HP} = \{w_i \mid M_i \text{ para a partir de } w_i\}$ (considerar el orden canónico). Encontrar una reducción de D_{HP} a HP. *Comentario: hay que definir la función de reducción y probar su total computabilidad y correctitud.*

Ejercicio 4. Sean TAUT y NOSAT los lenguajes de las fórmulas booleanas sin cuantificadores tautológicas (satisfactibles por todas las asignaciones de valores de verdad) e insatisfactibles (insatisfactibles por todas las asignaciones de valores de verdad). Encontrar una reducción de TAUT a NOSAT. *Comentario: hay que definir la función de reducción y probar su total computabilidad y correctitud.*

Ejercicio 5. Se prueba que existe una reducción de L_U^C a L_{Σ^*} (y así, como $L_U^C \notin RE$, entonces se cumple que $L_{\Sigma^*} \notin RE$). La reducción es la siguiente. Para toda w : $f(\langle M_1 \rangle, w) = \langle M_2 \rangle$, tal que M_2 , a partir de su entrada v , ejecuta $|v|$ pasos de M_1 a partir de w , y acepta sii M_1 no acepta. Probar que la función definida es efectivamente una reducción de L_U^C a L_{Σ^*} . *Comentario: hay que probar su total computabilidad y correctitud.*