El origen de la teoría de la computación

Las máquina de Turing fue introducida por A. Turing en un artículo de 1936. Turing presentó en términos de dicha máquina un modelo general de computación, equivalente al λ-cálculo creado por A. Church (1936), la máquina de Post (1936), las funciones recursivas parciales de Kleene (1936), y los algoritmos de Markov (1954), entre otros modelos. Particularmente, la máquina de Turing no determinística surgió más adelante, más como necesidad en el marco de la complejidad computacional que en el de la computabilidad (la primera publicación fue, por parte de M. Rabin y D. Scott, en 1959).

Turing probó además la equivalencia de su formalismo con el de Church, y que el problema de la parada de una máquina de Turing es indecidible (Church hizo lo propio con el problema de la equivalencia de dos expresiones del λ-cálculo). Por aquel entonces, Turing acababa de terminar sus estudios de grado en matemáticas, y luego del trabajo mencionado fue invitado por Church a Princeton para doctorarse bajo su tutela.

El formalismo de E. Post es muy similar al de Turing. Siendo profesor en Nueva York envió a publicar el manuscrito que lo describía un poco después que lo hiciera Turing. Post fue también autor de otro modelo computacional equivalente, los sistemas que llevan su nombre, basados en reglas de reescritura o producciones como los algoritmos de Markov. Por su parte, S. Kleene demostró la equivalencia de su formalismo con el λ-cálculo de Church. A él se le debe el enunciado de la Tesis de Church-Turing, de 1952.

Una de las motivaciones más importantes de Turing era resolver el *Entscheidungsproblem*, problema consistente en determinar si una fórmula de la lógica de primer orden es un teorema. Este problema se formulaba en el marco de un ambicioso proyecto de los matemáticos formalistas, liderado por D. Hilbert, uno de los matemáticos más importantes de comienzos del siglo XX. Hilbert había planteado un plan para mecanizar las pruebas matemáticas. Resultados positivos en este sentido fueron los Principia Mathematica de B. Russell y A. Whitehead (1913), y la demostración de la completitud de la lógica de primer orden por parte de K. Gödel (1929), resultados que alentaban a los formalistas. Pero fue el mismo Gödel quien en 1931 acabó abruptamente con el proyecto: su famoso Teorema de Incompletitud demostraba que todo sistema axiomático recursivo y consistente con suficiente aritmética (suma y multiplicación) tiene enunciados indecidibles (en particular, la propia consistencia del sistema). Reforzando este resultado negativo, Turing y Church demostraron en 1936, de manera independiente y con distintos métodos, la indecibilidad del Entscheidungsproblem. Ambos se enfocaron en una instancia particular de la lógica de primer orden, la *lógica canónica de primer orden* F_0, teniendo en cuenta que si F_0 es decidible, también lo es cualquier lógica de primer orden.

Los 23 problemas y el plan de Hilbert

El plan de Hilbert mencionado antes fue posterior a lo que se conoce como sus 23 problemas matemáticos, planteados en la Conferencia de París del Congreso Internacional de Matemáticos de 1900, pero junto al mismo resultaron muy influyentes para el desarrollo de la matemática y el origen de la computación. Algunos de los problemas planteados fueron:

Problema	Explicación breve	Estado
Nro 1	**La hipótesis del continuo**: no existe un conjunto infinito cuyo tamaño esté estrictamente entre el de los números naturales y el de los números reales.	Se ha probado la imposibilidad de probarlo ni como cierto ni como falso, en el marco de los axiomas de Zermelo-Fraenkel de la Teoría de Conjuntos.
Nro 8	**La conjetura de Goldbach**: todo número par mayor que 2 se puede escribir como la suma de dos números primos.	Abierto (aún no resuelto).
Nro 10	**La resolución de las ecuaciones diofánticas**: encontrar un algoritmo que determine si una ecuación diofántica (ecuación con coeficientes y variables enteras) tiene solución.	Resuelto. Y. Matiyasevich demostró en 1970 la indecibilidad del problema.

El plan de Hilbert recién se planteó a fines de los años 1920. Era un proyecto de investigación (en *metamatemática*, como se llamó entonces), que proponía formular la matemática sobre bases sólidas, completamente lógicas. Los requisitos eran:

1. Toda la matemática se deriva de un sistema finito de axiomas escogidos correctamente.
2. Tal sistema axiomático se puede probar consistente.

Pero en 1931, Gödel (alumno de Hilbert) demostró que dicho plan era imposible. El segundo requisito no podía combinarse con el primero de forma razonable, mientras el sistema axiomático fuera genuinamente finito. Es decir, la matemática es incompleta (aunque no decía nada respecto de probar la completitud con un sistema formal diferente).
Lo cierto es que este debate contribuyó al nacimiento de la teoría de la computación, con los trabajos de Turing y Church, influenciados por la demostración de Gödel, que utilizaba números asociados a las fórmulas lógicas, por lo que se podía reducir la lógica a la aritmética.

El aporte de la lógica

En un principio la lógica no tuvo la estructura formal que tiene ahora.
Aristóteles fue el primero en formalizar los razonamientos, utilizando letras para representar términos. En su principal obra lógica desarrolló el silogismo, formalizó el cuadro de oposición de los juicios, categorizó las formas válidas del silogismo, y reconoció y estudió los argumentos inductivos, base de la ciencia experimental, cuya lógica está estrechamente ligada al método científico.
Filósofos racionalistas como R. Descartes, B. Pascal y G. Leibniz permitieron una importante evolución en la lógica. Se destacan las ideas de Descartes y Leibniz sobre un lenguaje universal, especificado con precisión matemática, con la base de que la sintaxis de las palabras debería estar en correspondencia con las entidades designadas, para posibilitar cálculos

(algoritmos) para descubrir la verdad. Aparecieron así los primeros intentos y realizaciones de máquinas de cálculo (Pascal y Leibniz), y aunque su desarrollo no fue eficaz, constituyeron el antecedente inmediato del crecimiento de la lógica a partir del siglo XX.

A partir de la segunda mitad del siglo XIX, la lógica se rebeló. G. Boole publicó en 1847 *El análisis matemático de la lógica,* y en 1854 *Las leyes del pensamiento*. Boole construyó un cálculo en el que los valores de verdad se representan mediante el 0 (falsedad) y el 1 (verdad), a los que se les aplican operaciones matemáticas como la suma y la multiplicación. En el mismo año 1847, A. De Morgan publicó *Lógica formal*, donde introdujo leyes para generalizar la noción de silogismo. Otro aporte importante lo hizo J. Venn, quien en su *Lógica simbólica* introdujo los diagramas que llevan su nombre.

Pero la más importante revolución de la lógica vino de la mano de G. Frege. En *La conceptografía*, de 1879, presentó por primera vez un sistema completo de la lógica de predicados. También desarrolló la idea de un lenguaje formal y definió la noción de prueba. Estas ideas constituyeron una base teórica fundamental para el desarrollo de las computadoras y las ciencias de la computación. En 1893 y 1903 publicó en dos volúmenes *Las leyes de la aritmética*, donde intentó deducir toda la matemática a partir de la lógica, lo que se conoció como el *proyecto logicista*. Pero su sistema contenía una contradicción: *la paradoja de Russell*.

El siglo XX sería el siglo de los enormes desarrollos en lógica. En 1910, Russell y Whitehead en los *Principia mathematica* lograban plasmar gran parte de la matemática a partir de la lógica, evitando caer en paradojas. Y más adelante aparecían otros sistemas lógicos, como la lógica modal.