UNLP. Facultad de Informática

**Fundamentos de Teoría de la Computación** **Curso 2022.** **Práctica 10**

## Temario

- **Lógica de Enunciados**. El Sistema Formal L: axiomas y regla de inferencia. Demostración de teoremas y deducciones en L.

## Bibliografía

- Hamilton. Lógica para matemáticos. Capítulo 2.
- Pons, Rosenfeld, Smith. Lógica para Informática. Capítulo 1.

## Ejercicios

1. Dada la siguiente secuencia de *fbfs* de $\mathscr{L}$.

   a- $((\neg p) \to (\neg(q \to r))) \to ((q \to r) \to p)$
   b- $((\neg p) \to (\neg(q \to r)))$
   c- $((q \to r) \to p)$

   Analizar si se trata de una demostración en $\mathscr{L}$ de la forma $\Gamma \vdash_{\mathscr{L}} A$ para algún conjunto $\Gamma$ de *fbfs* y alguna *fbf* A. En ese caso:

   i- Describir al conjunto $\Gamma$ y a la *fbf* A y explicar cada paso de la secuencia (es decir, axiomas y reglas de inferencia).
   ii- Decir si $\mathscr{A}$ es un teorema de $\mathscr{L}$
   iii- Decir si $\mathscr{A}$ es tautología

2. Sean $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ y $\mathscr{C}$ tres fórmulas bien formadas (*fbfs*) del sistema formal $\mathscr{L}$. Dar una demostración sintáctica en $\mathscr{L}$ de los siguientes teoremas. Justificar cada paso en la derivación, indicando cuales son los axiomas instanciados y las reglas de inferencia utilizadas. Intente resolverlos sin usar el metateorema de la deducción y luego usándolo.

   i- $\vdash_{\mathscr{L}} ((\neg\mathscr{A} \to \mathscr{A}) \to \mathscr{A})$
   ii- $\vdash_{\mathscr{L}} ((\mathscr{A} \to \mathscr{B}) \to (\neg\mathscr{B} \to \neg\mathscr{A}))$

3. Sean $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ y $\mathscr{C}$ tres fórmulas bien formadas (*fbfs*) del sistema formal $\mathscr{L}$. Dar una demostración sintáctica en $\mathscr{L}$ de las siguientes deducciones. Justificar cada paso en la derivación, indicando cuales son los axiomas instanciados y las reglas de inferencia utilizadas.

   i- $\{((\mathscr{A} \to \mathscr{B}) \to \mathscr{C}), \mathscr{B}\} \vdash_{\mathscr{L}} (\mathscr{A} \to \mathscr{C})$

4. Sea $\Gamma$ un conjunto de *fbfs* del C. de Enunciados. Se sabe que $\Gamma \vdash_{\mathscr{L}} \mathscr{A}$. ¿Es cierto que para todo $\Gamma_i$ tal que $\Gamma_i \subset \Gamma, \Gamma_i \vdash_{\mathscr{L}} \mathscr{A}$ ?. Fundar.

5. Sean $\Gamma$ y $\Gamma_0$ conjuntos de *fbfs* del C. de Enunciados. ¿Es cierto que para todo $\Gamma$ existe algún $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$ tal que si $\Gamma \vdash_{\mathscr{L}} \mathscr{A}$ entonces $\Gamma_0 \vdash_{\mathscr{L}} \mathscr{A}$?. Fundar.

6. Sean $\mathscr{A}, \mathscr{B}$ y $\mathscr{C}$ *fbfs* del C. de Enunciados. Sea $\Gamma$ un conjunto de *fbfs* del C. de Enunciados. Se sabe que $\Gamma \cup \{\mathscr{A}, \mathscr{B}\} \vdash_{\mathscr{L}} \mathscr{C}$ y también se sabe que $\Gamma \vdash_{\mathscr{L}} \mathscr{A}$.

   i- ¿Es cierto que $\Gamma \vdash_{\mathscr{L}} (\mathscr{C} \to \mathscr{B})$?. Fundar.

   ii- ¿Es cierto que $\vdash_{\mathscr{L}} (\mathscr{A})$?. Fundar.