# Las reducciones

*Comentario: Ningún ejercicio reviste mayor dificultad.*

**Ejercicio 1.** Considerando la reducción de HP a $L_U$ descripta en clase, responder:

a. Explicar por qué la función identidad, es decir la función que a toda cadena le asigna la misma cadena, no es una reducción de HP a $L_U$.
b. Explicar por qué las MT $M_2$ generadas en los pares de salida (<$M_2$>, w), o bien paran aceptando, o bien loopean.
c. Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a $L_U$ también sirve para reducir $HP^C$ a $L_U{}^C$.
d. Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a $L_U$ no sirve para reducir $L_U$ a HP.
e. Explicar por qué la siguiente MT $M_f$ no computa una reducción de HP a $L_U$: dada una cadena válida (<M>, w), $M_f$ ejecuta M sobre w, si M acepta entonces genera la salida (<M>, w), y si M rechaza entonces genera la cadena 1.

**Ejercicio 2.** Sabiendo que $L_U \in$ RE y $L_U{}^C \in$ CO-RE:

a. Probamos en clase que existe una reducción de $L_U$ a $L_{\Sigma^*}$. En base a esto, ¿qué se puede afirmar con respecto a la ubicación de $L_{\Sigma^*}$ en la jerarquía de la computabilidad?
b. Se prueba que existe una reducción de $L_U{}^C$ a $L_\varnothing$. En base a esto, ¿qué se puede afirmar con respecto a la ubicación de $L_\varnothing$ en la jerarquía de la computabilidad?

**Ejercicio 3.** Sea el lenguaje $D_{HP} = \{w_i \mid M_i$ para a partir de $w_i\}$ (considerar el orden canónico}. Encontrar una reducción de $D_{HP}$ a HP. *Comentario: hay que definir la función de reducción y probar su total computabilidad y correctitud*.

**Ejercicio 4.** Sean TAUT y NOSAT los lenguajes de las fórmulas booleanas sin cuantificadores, respectivamente, tautológicas (satisfactibles por todas las asignaciones de valores de verdad), e insatisfactibles (ninguna asignación de valores de verdad las satisface). Encontrar una reducción de TAUT a NOSAT. *Comentario: hay que definir la función de reducción y probar su total computabilidad y correctitud*.

**Ejercicio 5.** Se prueba que existe una reducción de $L_U{}^C$ a $L_{\Sigma^*}$ (y así, como $L_U{}^C \notin$ RE, entonces se cumple que $L_{\Sigma^*} \notin$ RE ). La reducción es la siguiente. Para toda w: f((<$M_1$>, w)) = <$M_2$>, tal que $M_2$, a partir de su entrada v, ejecuta |v| pasos de $M_1$ a partir de w, y acepta sii $M_1$ no acepta. Probar que la función definida es efectivamente una reducción de $L_U{}^C$ a $L_{\Sigma^*}$. *Comentario: hay que probar su total computabilidad y correctitud*.