Trabalho Final - ES101

Pedro Henrique Limeira da Cruz

March 6, 2023

1 Revisão de Dinâmica

1.1 Cinética Plana de Corpos Rígidos

1.1.1 Introdução

A cinética de corpos rígidos trata das relações entre as forças externas sobre um corpo e seu movimento resultante (que é composto pela rotação e translação). Para a abordagem a seguir, o corpo apresenta um **CG** (Centro de Massa / Centro de gravidade), de maneira que todas as forças que atuam sobre o corpo atuam sobre ele.

No Total, para caracterizar totalmente o movimento de um corpo em um plano são necessárias 3 equações, sendo elas:

1. Somatório de Forças no Eixo X
2. Somatório de Forças no Eixo Y
3. Somatório de Momentos Gerais

Além disso, para analisarmos as formas e momentos supracitados, também é necessário (em primeiro lugar) a análise de *DCL* (Diagrama de Corpo Livre).

1.1.2 Equações Gerais do Movimento

Como havia sido dito anteriormente, para descrevermos por completo o movimento de um corpo em um plano é necessário 3 equações, sendo duas de forças e uma de momento. Sendo elas:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{\bar{a}} = \dot{\vec{G}}_{CG} \tag{1}$$

$$\sum \vec{M}_G = I \cdot \vec{\bar{\alpha}} = \dot{\vec{H}}_{CG} \tag{2}$$

Explorando mais as equações acima, temos que:

- $\bar{a}$: Aceleração linear do centro de massa;
- α: Aceleração nagular do centro de massa;
- $\bar{I}$: Momento de inércia do corpo (i.e a medida de resistência à variação na velocidade de rotação devido à distribuição de massa em torno do CG)
- $\dot{\vec{G}}$: A variação no tempo da *Quantidade de Movimento Linear* no *CG*
- $\dot{\vec{H}}$: A variação no tempo da *Quantidade de Movimento Angular* no *CG*

É válido ressaltar, ainda, que a *Quantidade de Movimento Linear* e a *Quantidade de Movimento Angular* são grandezas vetoriais que é definida pelo produto entre a velocidade (linear e angular) com a inércia (i.e a massa e a momento de inércia). E são de suma importância pois tem relação direta com força e momento (como visto anteriormente).

1.1.3 Equação Alternativa do Momento

A fórmula 2 modela a soma de momentos somente quando estamos analisando o sistema tomando como referencial o centro de gravidade *CG*. Isso, entretanto, nem sempre é possível, tendo em vista a complexidade que algumas topologias assumem, o que tornaria inviável fazer sua análise. Há, todavia, uma forma alternativa de modelarmos o sistema, considerando um ponto P arbitrário, a uma distância d conhecida:

$$\sum \vec{M}_P = \bar{I} \cdot \alpha + m\bar{a}d \tag{3}$$

Onde a é a aceleração linear no centro de gravidade.

Ao analisarmos bem a equação, podemos observar que ela nada mais é do que o momento no próprio centro de gravidade, dado pela parcela $\bar{I}\alpha$, somado ao momento (também chamado de torque) que a força resultante ($\sum F = m\bar{a}$) gera no ponto P a uma distância d do CG em análise.

1.1.4 Sistemas de Corpos Interligados

Em casos mais complexos, a principal topologia que encontramos é a de corpos extensos interligados. Um clássico exemplo disso é o problema do carro com pêndulo, onde temos um carro (primeiro corpo) conectado a uma mola e a uma parede, que possui um pêndulo (segundo corpo) com seu pivô de rotação localizado no CG do carrinho.

Para problemas assim, temos a generalização das fórmulas, como sendo:

$$\sum \vec{F} = \sum m\vec{\bar{a}} \tag{4}$$

$$\sum \vec{M}_P = \sum \bar{I}\alpha + \sum m\vec{\bar{a}}d \tag{5}$$

A equação 5 pode, ainda, ser reescrita considerando a notação da *Teoria dos Eixos Paralelos*, que é dada por:

$$\begin{cases} \sum \vec{M}_P & = I_P\alpha \\ I_P & = \bar{I} + m\bar{r}^2 \end{cases} \tag{6}$$

Isso é verdade pois $m\alpha\bar{r}^2 = m(\alpha\bar{r})\bar{r} = m\bar{a}\bar{r}$, que podemos ver ser igual à equação 3

1.1.5 Aplicação

EXEMPLO 1 - O exemplo mais clássico para a aplicação de todos os conceitos vistos é o problema do carro com pêndulo, que é o que veremos agora:

No geral, iremos seguir os seguintes passos:

1. Diagrama de corpo livre: A primeira coisa que devemos fazer em qualquer problema de dinâmica e Vibrações é desenhar o DCL(Diagrama de corpo livre).

2. Listagem dos Dados conhecidos: Em seguida, é de suma importância listarmos todos os dados que possuímos sobre o problema.

3. Equações do Movimento: Nesse passo precisamos primeiramente identificar se estamos lidando com corpos interligados (e por conseguinte utilizaremos as equação 4 e 5), ou se estamos lidando com corpos simples (e então usaremos as equações 1, 2 e 3)