Lógica Digital (1001351)

Mapas de Karnaugh

Prof. Ricardo Menotti
menotti@ufscar.br

Prof. Maurício Figueiredo
mauricio@ufscar.br

Departamento de Computação
Universidade Federal de São Carlos

Atualizado em: 14 de maio de 2023

Estratégias de minimização

- Obter a expressão mínima depende do critério usado;
- Exemplo: número de termos na expressão e o número de literais nos termos;
  - Ligeiramente diferente do nosso critério anterior;
- Estratégia intuitiva: encontrar o menor número possível de grupos de 1s que cobrem todos os casos em que a função tem um valor igual a 1;
  - Funciona bem para mapas pequenos, mas precisamos de um método organizado;

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;

$$
\begin{array}{cc|c|c|c|c|}
 & & \multicolumn{4}{c}{x_2x_3} \\
 & & 00 & 01 & 11 & 10 \\
\hline
\multirow{2}{*}{x_1} & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
\end{array}
$$

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;

x_1 \ x_2x_3	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;

		x_2x_3			
		00	01	11	10
x_1	0	1	1	0	0
	1	1	1	0	0

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;

x_1 \ x_2x_3	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;

x_1 \ x_2x_3	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;
- **Implicante primo:** implicante que não pode ser alargado;
  - Os maiores grupos de 1s que podem ser circulados no mapa;

Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;
- **Implicante primo:** implicante que não pode ser alargado;
  - Os maiores grupos de 1s que podem ser circulados no mapa;
- **Implicante primo essencial:** contém pelo menos um mintermo que não está contido em nenhum outro implicante primo;

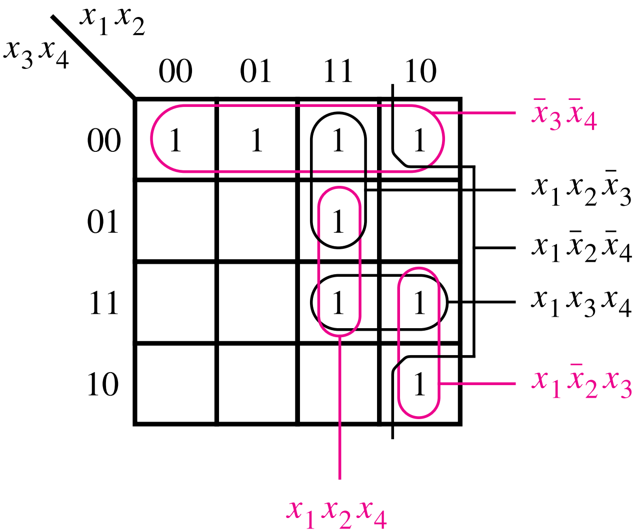
Estratégias de minimização: terminologia

- **Literal:** cada variável que aparece em um termo de produto, na sua forma normal ou inversa;
- **Implicante:** agrupamento de 2^n mintermos adjacentes;
  - Ex. $f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x}_2$ tem 9 implicantes;
- **Implicante primo:** implicante que não pode ser alargado;
  - Os maiores grupos de 1s que podem ser circulados no mapa;
- **Implicante primo essencial:** contém pelo menos um mintermo que não está contido em nenhum outro implicante primo;
- **Cobertura:** um conjunto de implicantes que abranja todas as saídas 1 da função;
  - O conjunto de todos os mintermos;
  - O conjunto de todos os implicantes primos;

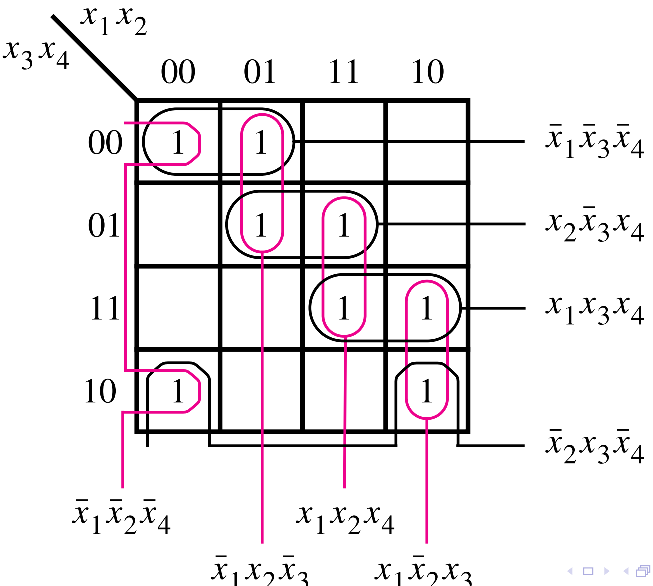
Estratégias de minimização: algoritmo

1. Gerar todos os implicantes primos para a função;
2. Encontrar o conjunto dos implicantes primos essenciais;
3. Se esse oferece cobertura à função, então é a solução desejada; senão, adicionar os implicantes primos *não* essenciais com custo mínimo;

Estratégias de minimização: exemplos



Estratégias de minimização: exemplos



Estratégias de minimização: exemplos

x_3x_4

x_1x_2	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(1,5,6,7,11,12,13,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(1,5,6,7,11,12,13,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(1,5,6,7,11,12,13,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(1,5,6,7,11,12,13,15)}$$
$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x}_1\overline{x}_3x_4 + \overline{x}_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x}_3 + x_1x_3x_4$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(0,1,5,7,10,14,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(0,1,5,7,10,14,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(0,1,5,7,10,14,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(0,1,5,7,10,14,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(0,1,5,7,10,14,15)}$$

Estratégias de minimização: exemplos

x_3x_4

x_1x_2	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma m_{(0,1,5,7,10,14,15)}$$

Bibliografia

- Brown, S. & Vranesic, Z. - Fundamentals of Digital Logic with Verilog Design, 3rd Ed., Mc Graw Hill, 2009

Lógica Digital (1001351)

Mapas de Karnaugh

Prof. Ricardo Menotti
menotti@ufscar.br

Prof. Maurício Figueiredo
mauricio@ufscar.br

Departamento de Computação
Universidade Federal de São Carlos

Atualizado em: 14 de maio de 2023

Departamento de Computação