



Universidade do Minho  
Departamento de Informática

# **APRENDIZAGEM E DECISÃO INTELIGENTES**

**LEI/MiEI @ 2022/2023, 2º sem  
[ADI<sup>3</sup>]**



Universidade do Minho  
Departamento de Informática

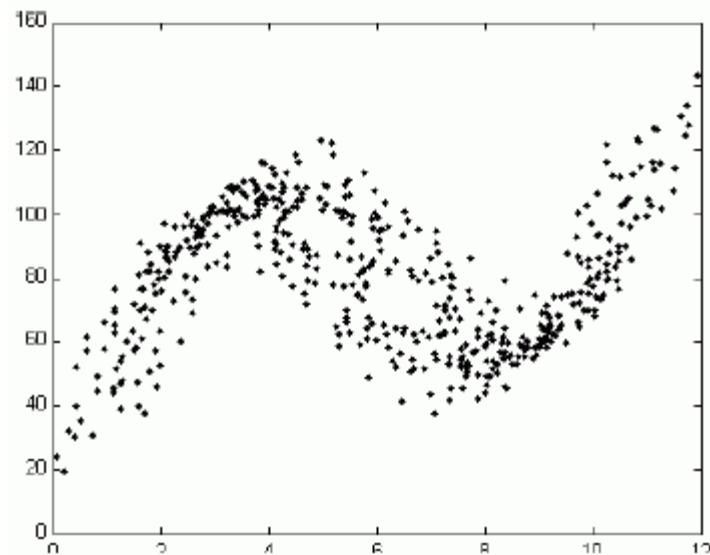
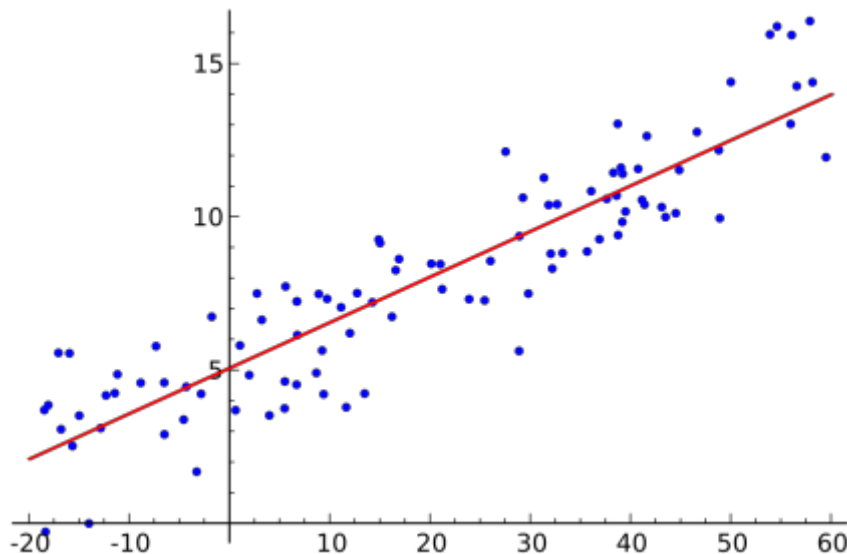
# **APRENDIZAGEM E DECISÃO INTELIGENTES**

**LEI/MiEI @ 2022/2023, 2º sem  
[ADI<sup>3</sup>]**

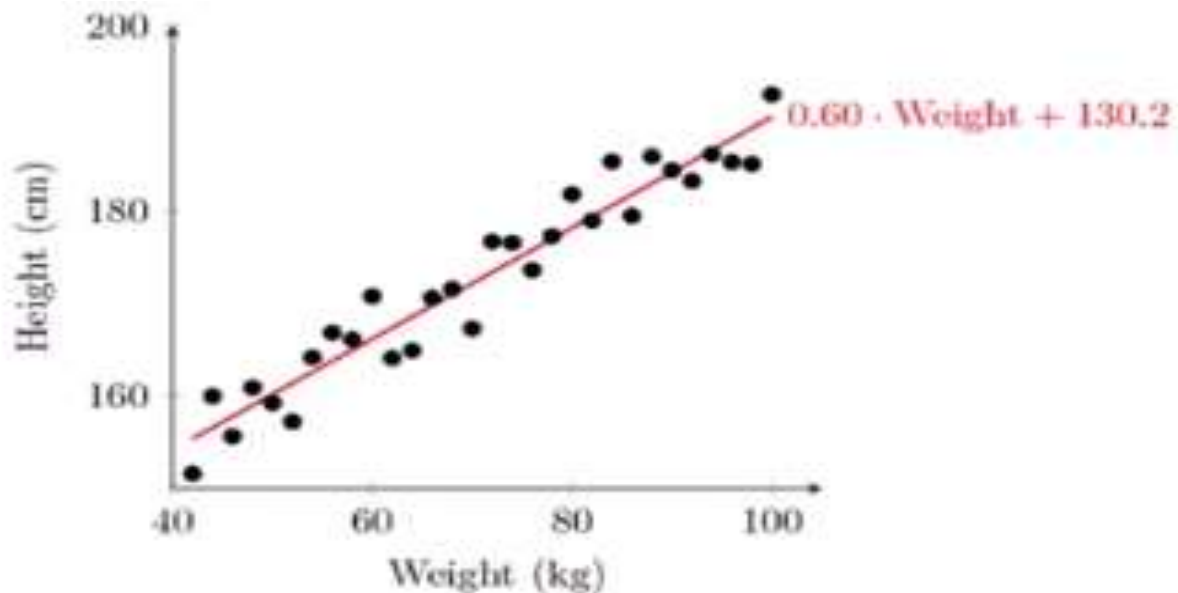
- Técnicas de Regressão
  - Regressão Linear
  - Regressão Múltipla
  - Regressão Polinomial
  - Regressão Logística



- Quão bem uma determinada variável independente prevê outra variável dependente?
- A regressão é um procedimento estatístico que determina a equação para a reta/curva que melhor se ajusta a um conjunto específico de dados.



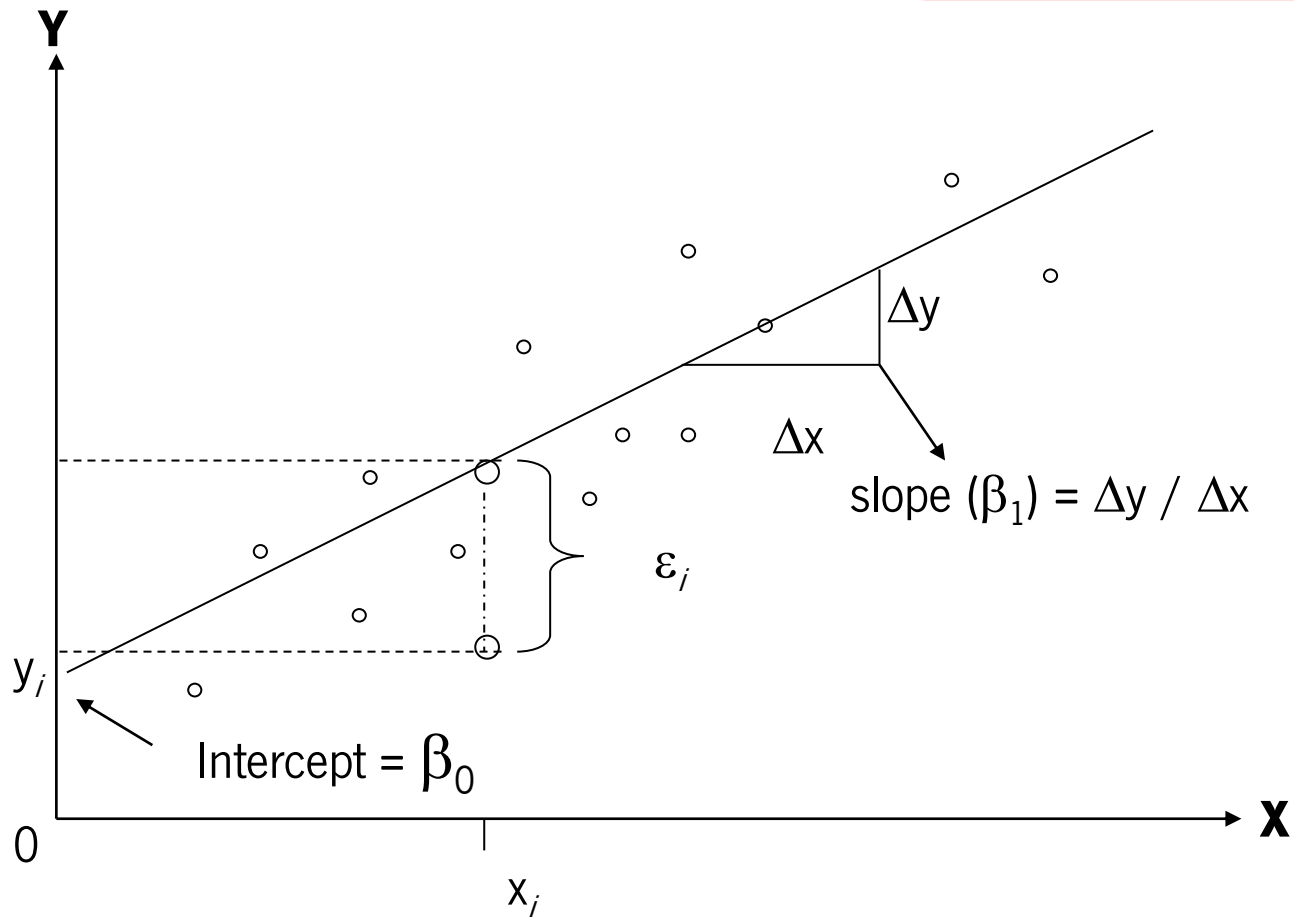
- Tem como objetivo prever o valor de um resultado, Y, com base no valor de uma variável de previsão, X;
  - Como “encaixar” uma linha reta num conjunto de dados;
  - Usar esta linha para estimar a resolução de problemas.



## Regressão Linear

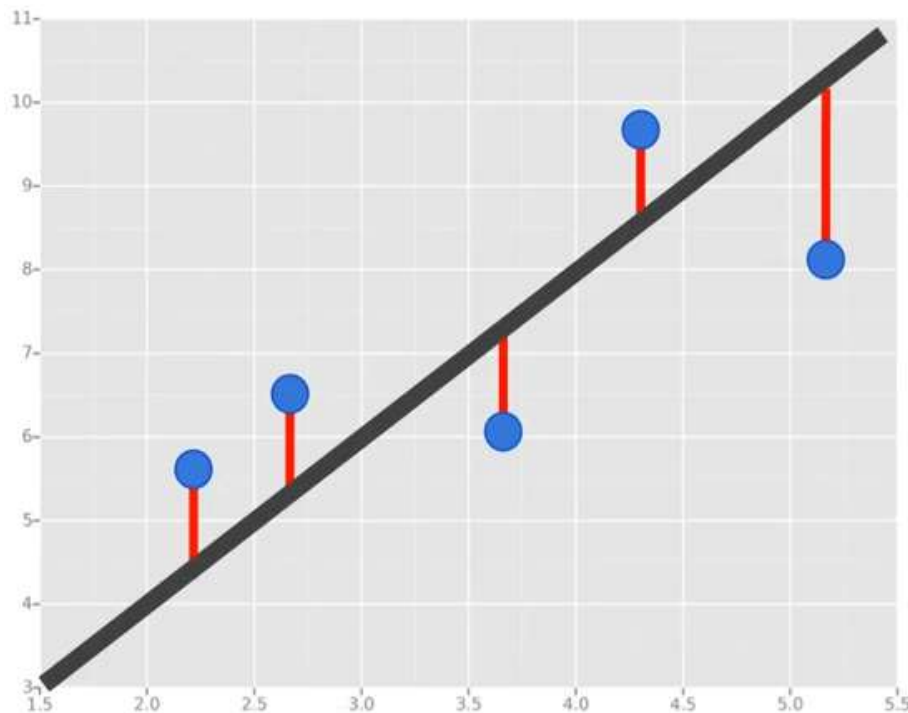
- Usando a equação de reta:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$



### ■ Como funciona?

- O método dos mínimos quadrados minimiza a soma dos erros ao quadrado:
  - $y_i$ : valor verdadeiro
  - $f(x_i, \beta)$ : valor previsto / linha ajustada
- O resíduo para uma observação é a diferença entre a observação (valor y) e a linha ajustada:
  - $r_i = y_i - f(x_i, \beta)$
- O método dos mínimos quadrados procura os parâmetros ótimos, minimizando a soma S:
  - $S = \sum_{i=1}^n r_i^2$

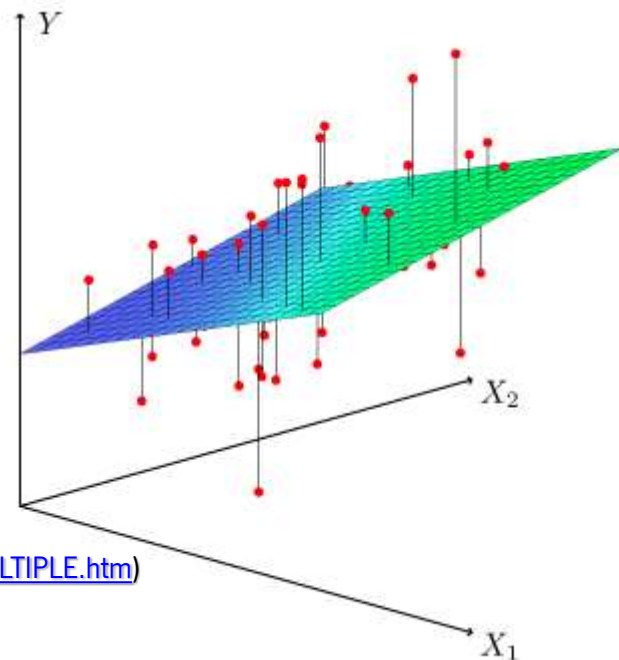


## Regressão Linear Múltipla

- A regressão múltipla é usada para determinar o efeito de diversas variáveis independentes,  $x_1, x_2, x_3, \dots$  numa variável dependente,  $y$ ;
- As diferentes variáveis  $x_i$  são combinadas de forma linear e cada uma tem seu próprio coeficiente de regressão:

$$y = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n + b + \varepsilon$$

- Os parâmetros  $a_i$  refletem a contribuição independente de cada variável independente  $x_i$ , para o valor da variável dependente,  $y$ .



(<http://ordination.okstate.edu/MULTIPLE.htm>)

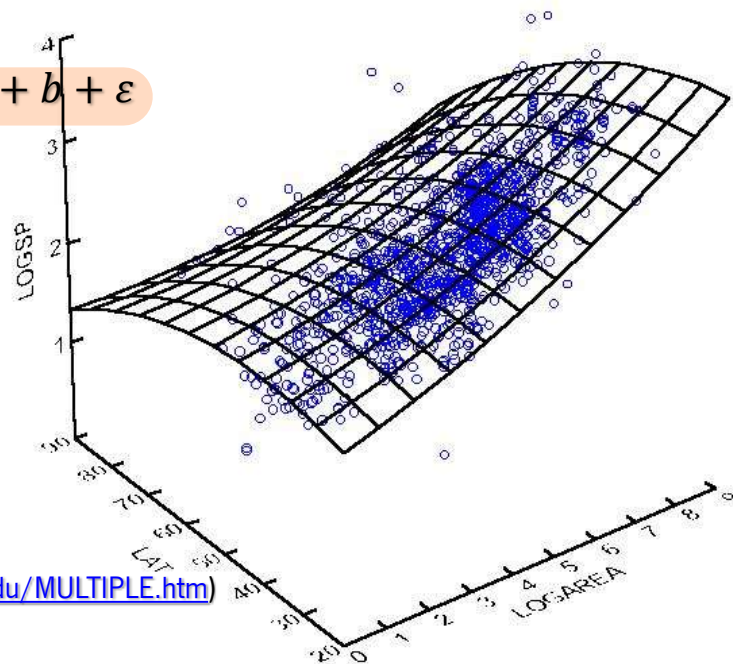


## Regressão Polinomial Múltipla

- A regressão polinomial múltipla é usada para determinar o efeito de diversas variáveis independentes,  $x_1, x_2, x_3, \dots$  numa variável dependente,  $y$ ;
- As diferentes variáveis  $x_1$  e  $x_2$  são combinadas de forma polinomial e cada uma tem seu coeficiente de regressão:

$$y = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_1^2 + a_3 \cdot x_2 + a_4 \cdot x_2^2 + a_5 \cdot x_1 \cdot x_2 + b + \varepsilon$$

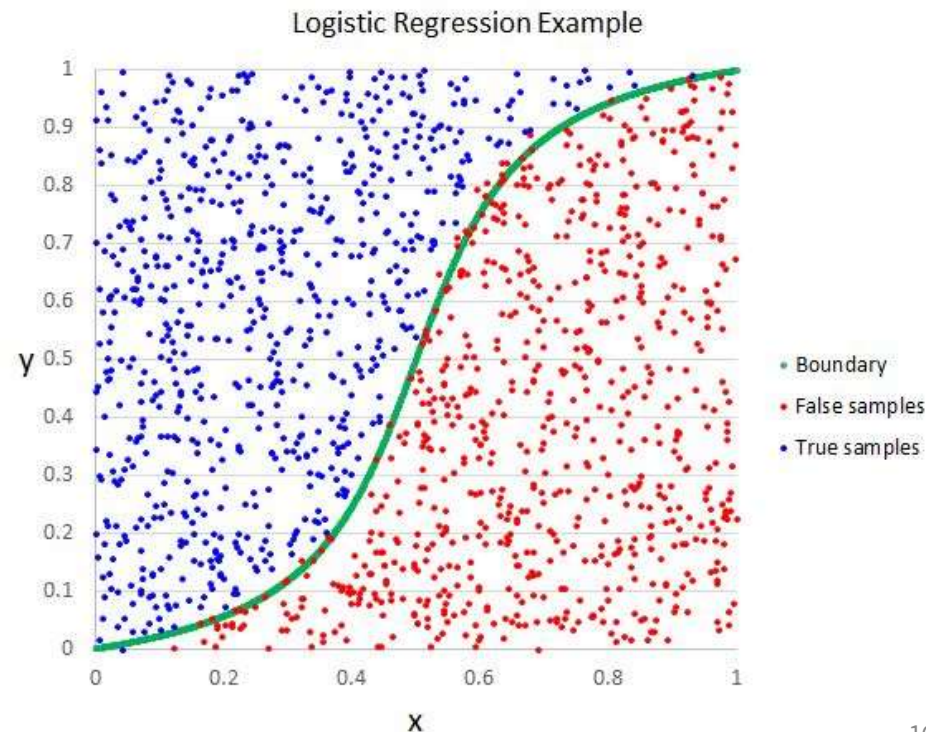
- Os parâmetros  $a_i$  refletem a contribuição independente de cada variável independente  $x_1$  e  $x_2$ , para o valor da variável dependente,  $y$ .
- A regressão polinomial é um caso particular da regressão linear.



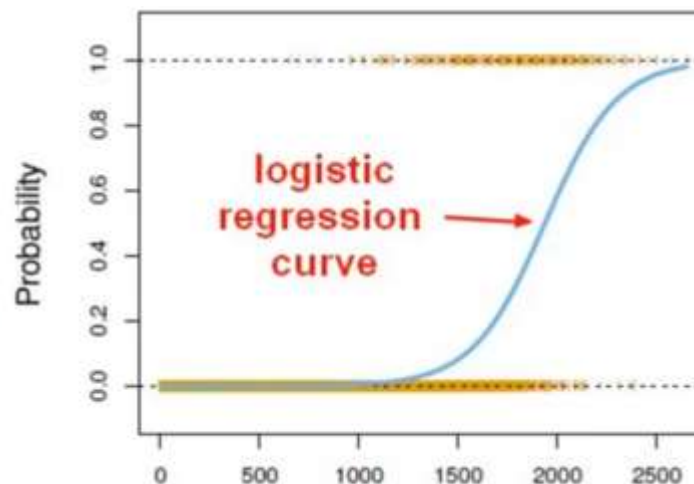
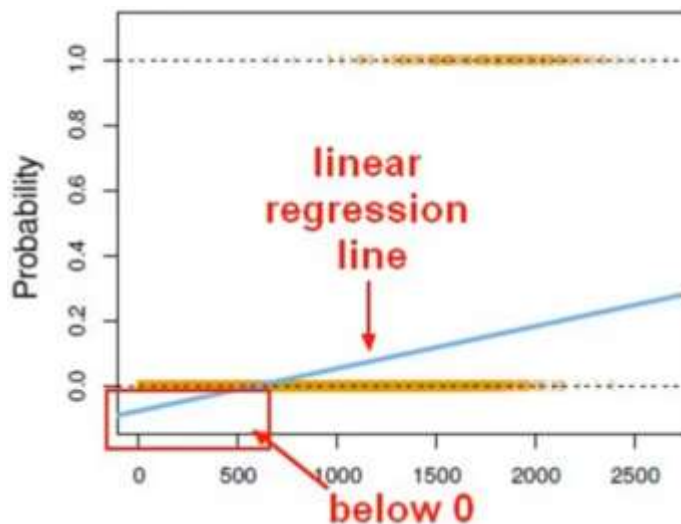
(<http://ordination.okstate.edu/MULTIPLE.htm>)

## Regressão Logística

- A diferença essencial entre regressão (linear, múltipla, ...) e **regressão logística** é que esta é usada quando a variável dependente é de natureza categórica.
- Em contraste, a **regressão** (linear, múltipla, ...) é usada quando a variável dependente é **contínua** e a natureza da linha de regressão é linear.
- A **Regressão Logística** é uma técnica de **classificação**:
  - Empréstimo (SIM/NÃO)
  - Diagnóstico (São/Doente)
  - Vinho (Branco/Rosé/Tinto)



- **Técnicas de regressão** são usadas, normalmente, para prever uma variável dependente contínua;
- Apesar de a designação poder originar alguma confusão, a **regressão logística** permite resolver problemas de classificação, em que se estimam categorias (valores discretos);
- Substitui-se uma linha de regressão por uma curva de regressão logística:



## Regressão Logística

- **Técnicas de regressão** são usadas, normalmente, para prever uma variável dependente contínua;
- Apesar de a designação poder originar alguma confusão, a **regressão logística** permite resolver problemas de classificação, em que se estimam categorias (valores discretos);
- Para conseguir uma previsão binária, usa-se um patamar de definição (*threshold*):

