Icon

Description automatically generated

RELATÓRIO

**TRABALHO Nº1**

Unidade Curricular de Investigação Operacional

Licenciatura em Engenharia Informática

Ano Letivo 2021/2022

Diana Ribeiro Mateus | a95985

Pedro Marcelo Bogas Oliveira | a95076

Ricardo Alves Oliveira | a96794

Rodrigo José Teixeira Freitas | a96547

Índice

[1. Formulação 3](#_Toc98773627)

[2. Modelo 4](#_Toc98773628)

[2.1. Variáveis de Decisão 4](#_Toc98773629)

[2.2. Parâmetros 4](#_Toc98773630)

[2.3. Função Objetivo 5](#_Toc98773631)

[2.4. Restrições 5](#_Toc98773632)

[3. Ficheiros Input 6](#_Toc98773633)

[3.1. Função Objetivo 6](#_Toc98773634)

[3.2. Restrições 6](#_Toc98773635)

[4. Resultados 7](#_Toc98773636)

[5. Validação do Modelo 8](#_Toc98773637)

# Formulação

Chart, box and whisker chart

Description automatically generatedO problema do presente trabalho consiste na movimentação de um veículo não tripulado (drone), na inspeção de linhas de transporte de energia elétrica em alta tensão, representadas na figura, para verificar se há vegetação a interferir com estas linhas. O drone parte do depósito localizado no ponto I e regressa ao ponto F.

Figura 1 - Esquema das linhas de alta tensão

As linhas de alta tensão podem ser percorridas em qualquer sentido, tendo estas um comprimento inteiro, proporcional à dimensão do seu traço em centímetros. Para se reposicionar e recomeçar a inspeção de uma nova linha, não é necessário que o drone percorra as linhas de alta tensão, bastando fazer o percurso pelo ar. É necessário ainda remover algumas das arestas BCDE, de acordo com o maior número de inscrição dos elementos do grupo. Como o maior número de inscrição do grupo é 96794, foram removidas as arestas B e E, representando-se o novo esquema da seguinte forma.

Figura 2 - Esquemas das linhas de alta tensão sem as arestas removidas

Chart, box and whisker chart

Description automatically generated

O objetivo deste trabalho passa pelo desenvolvimento da capacidade de análise de sistemas complexos, de criação de modelos e da obtenção de soluções para que os modelos utilizando programas computacionais, de validação dos modelos, da interpretação das soluções obtidas e da elaboração de recomendações para o sistema de análise. O objetivo concreto deste trabalho prático passa pela determinação de um percurso que percorra todas as arestas de um grafo, pelo menos uma vez, de forma a minimizar a distância total percorrida.

O problema baseia-se num grafo designado caminho Euleriano, ou seja, um caminho num grafo em que cada aresta é visitada pelo menos uma vez. Euler provou que existe uma condição necessária para a existência de um grafo Euleriano, sendo ela que todos os vértices apresentem um grau par, ou seja, o grau de entrada destes vértices tem de ser igual ao grau de saída. Além disso, para existir um caminho Euleriano é necessário também que 0 ou 2 vértices tenham um grau ímpar, isto é, que a subtração do grau de entrada e do grau de saída seja igual a 1. Se existirem exatamente 2 vértices com um grau ímpar, todos os caminhos Eulerianos começam num deles e terminam no outro, como é o caso do percurso relativo a este trabalho.

Quanto às variáveis de decisão, incluíram-se as arestas a percorrer pelo drone, existindo dois tipos de arestas: as arestas pelas quais é obrigatório passar e aquelas que representam reposicionamento da máquina (não obrigatórias). Estas variáveis são do tipo binárias, sendo que o 1 significa que o drone passou pela aresta e o 0 significa que não passou.

A função objetivo passa pela minimização do somatório das multiplicações dos custos de ligação com as arestas a percorrer, de forma que a distância total percorrida pelo drone seja a mínima.

Para que as bases conceptuais do caminho Euleriano fossem atendidas elaborou-se um conjunto de restrições. Primeiro, garantiu-se que, no ponto de partida, o grau de saída fosse maior do que o grau de entrada. De seguida, garantiu-se que, no ponto final do percurso, o grau de entrada fosse maior do que o grau de saída, de forma a tornar o grau destes dois vértices ímpar. Nos restantes vértices, garantiu-se que o grau de entrada se mantivesse igual ao grau de saída, de forma que apresentem um grau par. Além disso, garantiu-se que todas as linhas de alta tensão (arestas) obrigatórias fossem utilizadas uma vez.

# Modelo

Foi utilizado o conjunto V = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, i, f} para representar a numeração dos vértices do modelo.

## Variáveis de Decisão

## Parâmetros

Application, table, Excel

Description automatically generatedOs comprimentos de todas as arestas podem ser calculados a partir da seguinte tabela.

Figura 3 - Imagem dos pesos associados a cada aresta

## Função Objetivo

A função objetivo pretende minimizar a distância total percorrida pelo drone, considerando os pesos atribuídos a cada aresta.

## Restrições

No ponto inicial, grau de saída (*is*) maior do que o grau de entrada (*ie*), através do somatório das arestas não obrigatórias (não correspondentes às linhas de alta tensão) e as arestas obrigatórias (conectam-se obrigatoriamente ao ponto inicial).

No ponto final, grau de entrada (*fe*) maior do que o grau de saída (*fs*), através do somatório das arestas não obrigatórias (não correspondentes às linhas de alta tensão) e as arestas obrigatórias (conectam-se obrigatoriamente ao ponto inicial).

Nos restantes pontos, o grau de entrada é igual ao grau de saída. Para isso, iguala-se o somatório das arestas não obrigatórias e obrigatórias que partem de um determinado vértice ao somatório de todas as arestas (obrigatórias ou não) que chegam a esse mesmo vértice.

Por fim, é necessário indicar no modelo que os vértices do tipo *oxy* são obrigatórios, isto é, o drone tem de passar por estes vértices obrigatoriamente. Para cada vértice, o somatório das arestas que chegam e que partem a um determinado vértice, tem de ser igual a 1.

# Ficheiros Input

## Função Objetivo

Calendar

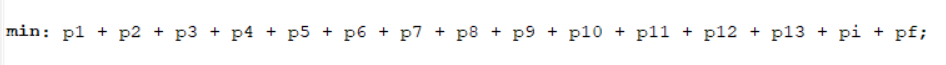
Description automatically generatedForam utilizadas variáveis auxiliares que permitiam a multiplicação dos pesos de cada um dos pontos do esquema, tal como se apresenta nas figuras abaixo.

Figura 5 - parte das variáveis auxiliares da função objetivo

Figura 4 - Função Objetivo

## Table Description automatically generatedTable Description automatically generatedRestrições

Figura 8– Restrição 3: grau de entrada igual ao grau de saída

Figura 7 - Restrição 2: Grau de entradas maior do que grau de saída

Figura 6 - Restrição 1: Grau de saídas maior do que grau de entradas

Table

Description automatically generated

Figura 9 - Restrição 4: Variáveis binárias e inteiras

Table

Description automatically generated with low confidence

Figura 10 - Restrição 5: variáveis obrigatórias

# Resultados

Após a introdução do modelo no programa LPSolve, foi possível obter os seguintes resultados. As restantes variáveis de decisão não apresentadas na tabela, obtiveram um valor irrelevante para o problema.

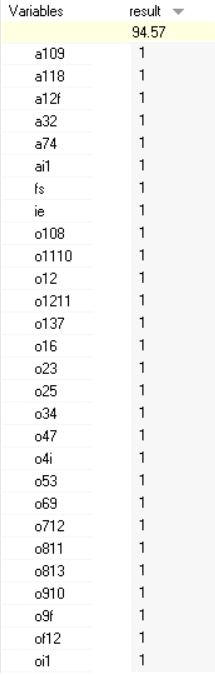


Figura 11 - Resultados LPSolve

Os resultados obtidos no LPSolve correspondem, assim, ao caminho apresentado abaixo.

Diagram

Description automatically generated

Figura 12 - Esquema final do modelo apresentado

A solução ótima apresentada pelo programa cria arestas a unir os vértices I ao 1, 10 ao 9, 3 ao 2, 7 ao 4, 11 ao 8 e 12 ao F, com um comprimento total do percurso de 94,57. Nas arestas criadas do vértice I ao 1, 10 ao 9, 7 ao 4 e 12 ao F, o drone terá que percorrer as linhas de alta tensão correspondentes duas vezes, sendo que nas restantes arestas criadas, do vértice 3 ao 2 e do 11 ao 8, correspondem às distâncias que o drone terá de percorrer pelo ar.

Inserir percurso total

# Validação do Modelo

Tal como mencionado anteriormente, duas das exigências que um caminho Euleriano deve apresentar é que todas as arestas devem ser percorridas pelo menos uma vez e todos os vértices devem ser visitados também uma vez, no mínimo. Observando o esquema das linhas de tensão iniciais, o esquema final do modelo e o resultado do modelo apresentado, podemos observar que essas mesmas exigências são cumpridas, considerando que todos as arestas obrigatórias (*oxy*) têm associados o valor 1, isto é, as arestas são todas percorridas.

Além das exigências descritas acima, um caminho Euleriano tem como condição necessária que todos os vértices tenham um grau par, ou seja, grau de saída e grau de entrada iguais, ou que exatamente dois deles tenham um grau ímpar.

Observando esta tabela, podemos verificar que essa exigência é respeitada, pois os vértices de 1 a 13 possuem um grau par e somente 2 vértices, I e F, possuem grau ímpar. Esses 2 vértices correspondem ao vértice inicial e final, respetivamente. O vértice inicial possui um grau de entrada inferior ao grau de saída e o vértice final possui o contrário, o que é coerente com a descrição do problema.

Tabela 1 - graus dos vértices finais

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Vértice | Grau de entrada | Grau de saída | Diferença | Grau de vértice |
| I | 1 | 2 | -1 | Ímpar |
| 1 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 2 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 3 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 4 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 5 | 1 | 1 | 0 | Par |
| 6 | 1 | 1 | 0 | Par |
| 7 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 8 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 9 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 10 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 11 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 12 | 2 | 2 | 0 | Par |
| 13 | 1 | 1 | 0 | Par |
| F | 2 | 1 | 1 | Ímpar |