Icon

Description automatically generated

RELATÓRIO

**TRABALHO Nº2**

Unidade Curricular de Investigação Operacional

Licenciatura em Engenharia Informática

Ano Letivo 2021/2022

Diana Ribeiro Mateus | a95985

Pedro Marcelo Bogas Oliveira | a95076

Ricardo Alves Oliveira | a96794

Rodrigo José Teixeira Freitas | a96547

Índice

[1. Formulação 3](#_Toc102807359)

[2. Modelo 5](#_Toc102807360)

[2.1. Rede 5](#_Toc102807361)

[2.2. Restrições 6](#_Toc102807362)

[3. Resultados 7](#_Toc102807363)

[4. Validação do Modelo 8](#_Toc102807364)

# Formulação

O problema abordado neste trabalho incide sobre as situações em que se pretende atribuir serviços a efetuar a clientes distribuídos geograficamente a equipas, de modo a minimizar o custo total da operação, que inclui custos de deslocação e custos fixos de utilização de veículos, é abordado no presente trabalho.

Este problema pode ser designado por problema de escalonamento fixo, isto é, um problem com o objetivo principal de determinar o número mínimo de equipas necessárias para a realização de um determinado conjunto de tarefas com horários pré-definidos. Engloba também a minimização do custo total da operação.

Table

Description automatically generatedSeja V um conjunto de clientes e , a hora de início do serviço do cliente j. Uma equipa pode efetuar o serviço do cliente j se, após terminar o serviço do cliente i, puder chegar ao cliente j num instante igual ou anterior a , isto é, , onde é o tempo de deslocação entre os clientes i e j, sendo que . Se chegar antes, é necessário esperar pela hora de início do serviço. Considera-se que a duração do serviço no cliente é desprezável, com valor nulo. Cada equipa inicia o trabalho às 9h00, na sede da empresa em Keleirós (K). As horas de serviço, em quartos de hora, desde o início do período de trabalho e em valores de relógio, encontram-se na figura 1.

Figura 1 - Horas de serviço, em quartos de hora

No que concerne à remoção de cliente(s) e determinação das horas de serviço dependentes do maior número de incrição dos elementos do grupo, 96974, removeu-se o cliente nº4, de nome Diogo e calculou-se o valor de e . Desta forma, a hora de serviço do cliente nº1 é 10h45 e do cliente nº8 é 11h30.

Importa ainda referir que em problemas reais, normalmente é assumida a propriedade designada por desigualdade triangular, sendo que, em termos de distâncias, essa propriedade pode ser enunciada por , ou seja, o arco direto tem sempre uma distância mais curta ou igual à do caminho que passa por outro vértice. No desenrolar deste trabalho, considerou-se que os arcos diretos apresentavam um tempo de deslocação igual ao tempo de deslocação entre si (e não menor ou igual, tal como mencionado).

A picture containing graphical user interface

Description automatically generatedOs tempos de deslocação, em quartos de hora, e os custos de deslocação encontram-se na figura

Figura 2 - Tempos e custos de deslocação de clientes para clientes ou clientes para sede

Os objetivos gerais deste trabalho são: o desenvolvimento de análise de sistemas complexos, a criação de modelos e a obtenção de soluções para os modelos utilizando programas computacionais, neste caso o Relax4, validação de modelos, interpretação de soluções e elaboração de recomendação para o sistema em análise. Além destes, o objetivo específico deste trabalho passa pela determinação do fluxo de custo mínimo numa rede que inclui dois vértices para representar a sede da empresa (um deles é usado como ponto de partida e o outro como ponto de chegada) e um grafo de compatibilidades, cujos arcos correspondem a deslocações permitidas entre clientes, de forma a que o custo total da operação seja mínimo.

Os modelos de fluxos em rede são definidos sobre uma rede, um grafo orientado G = (V,A) A ⊆ V e têm restrições de dois tipos: conservação de fluxo e de capacidade. Inicialmente construiu-se um grafo que possui 22 vértices que incluem: inicial e final (K, 21, 22) representando a sede da empresa, 10 vértices de saída e 10 vértices de entrada que representam os clientes. Os arcos representam as várias possibilidades horárias entre os clientes. Não se representou o destino final (K) para simplificar a visualização do grafo. Através deste grafo, e com a utilização do *software* Relax4 foi possível obter um grafo solução com a representação das diferentes equipas e o custo ótimo relativo aos custos de deslocação.

O grafo final apresentará o percurso das diferentes equipas e quais os clientes em que cada uma terá de se deslocar. Os nodos do grafo representam os clientes, exceto o inicial e o final que representam a sede da empresa. Os peso dos arcos refletem os custos de deslocação a cada cliente, considerando o cliente anterior.

No software Relax4, é necessário indicar o valores dos custos e as capacidades. Os custos são relativos aos custos de deslocação de uma equipa de cliente para cliente e de cliente para sede da empresa, representados na figura 3. A capacidade permite que o fluxo do arco não seja excedido, tendo sido utilizado o valor 1000 visto que não há restrições neste aspeto.

Neste tipo de problemas (fluxos de rede), cada caminho com fluxo positivo liga um vértice de oferta a um vértice de consumo. Assim, a soma das ofertas tem de ser igual à soma dos consumos.

# Modelo

Uma rede de um problema de fluxos em rede tem inerente dois tipos de restrições: conservação de fluxo e de capacidade.

## Chart, radar chart Description automatically generatedRede

Figura 3 - Representação da rede inicial que inclui as possibilidades horárias entre clientes. Nesta figura, para simplificar deixou-se de fora o último nodo (Sede).

O modelo é caracterizado por apresentar as seguintes variáveis de decisão:

## Restrições

As restrições de conservação de fluxo e de capacidade, localizadas a partir da 3ª linha até à linha 48ª do ficheiro input, são caracterizadas por apresentarem o nodo origem, o percurso a realizar até ao nodo destino, o custo unitário do fluxo do arco e a capacidade. Por exemplo, na linha número 13: o número 1 representa o nodo origem, 15 representa o caminho a percorrer até chegar ao nodo 5, 5 representa o custo unitário do arco (1,5) e 1000 representa a capacidade (praticamente infinita). É de notar que na linha número 12, que representa o nodo inicial (21) e o nodo final (22), ambos representando a sede, importa realçar que o custo é 0 e a capacidade é 9, visto que é o número máximo de equipas necessárias para garantir que todos os clientes são visitados.

As restantes linhas, da 49ª até à final representam as ofertas e consumos de cada nodo da rede. É de notar que todos os clientes apresentam uma oferta e consumo, em módulo, de 1 unidade. O nodo que representa o cliente 4 apresenta oferta e consumo iguais a 0, pois foi eliminado. As últimas duas linhas representam a oferta e consumo do nodo inicial/final, isto é, da sede da empresa.

# Resultados

Figura 4 - Resultados através do Relax4

Através do software Relax4 obteve-se o resultado apresentado na figura 4. Assim, pode-se concluir que existe um arco entre o nodo inicial (I) e os nodos 1, 3, 6, 9, e final (F). Além disso, existem arcos entre o nodo 1 e o nodo final, entre o nodo 3 e o nodo 8, entre o nodo 8 e o nodo final, entre o nodo 6 e o nodo final, entre o nodo 9 e o nodo 10, entre o nodo 10 e o nodo 2, entre o nodo 7 e o nodo 5 e por fim, entre o nodo 5 e o nodo final. Desta forma, foi possível obter o seguinte grafo.

Chart

Description automatically generated

Figura 5 - Grafo solução do problema.

Através do grafo solução obtido, foi possível estabelecer uma representação do caminho a percorrer por cada equipa. Estas soluções estão representadas nas seguintes tabelas,

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j | Cliente |  |  | Tempo de deslocação | Custo de deslocação |
| 21 | Keleirós | 0 | 9:00 | [KA] 15 min | 1 |
| 1 | Ana | 7 | 10:45 | [AK] 15 min | 1 |
| 22 | Keleirós | 8 | 11:00 |  | 1 |
| Custo total | | | | | 3 |

A primeira equipa sai de Keleirós às 9:00 da manhã, hora em que inicia o serviço e chega ao primeiro cliente, Ana, em 15 minutos (tempo de deslocação). Contudo, o serviço apenas começa às 10h45. No final volta para a sede, com um tempo de deslocação de 15 minutos, chegando às 11h. O custo total desta deslocação é de 3 U.M.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j | Cliente |  |  | Tempo de deslocação | Custo de deslocação |
| 21 | Keleirós | 0 | 9:00 | [KC] 30 min | 2 |
| 3 | Carlos | 4 | 10:00 | [CH] 0 min | 0 |
| 8 | Helena | 8 | 11:00 | [HK] 15 min | 9 |
| 22 | Keleirós | 9 | 11:15 |  | 1 |
| Custo total | | | | | 12 |

A segunda equipa sai de Keleirós às 9:00 da manhã, hora em que inicia o serviço e chega ao primeiro cliente, Carlos, em 30 minutos (tempo de deslocação). Contudo, o serviço apenas começa às 10h00. Posteriormente, desloca-se até à cliente Helena, com um tempo de deslocação nulo. O serviço na cliente Helena apenas começa às 11h00. No final volta para a sede, com um tempo de deslocação de 15 minutos, chegando às 11h15. O custo total desta deslocação é de 12 U.M.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j | Cliente |  |  | Tempo de deslocação | Custo de deslocação |
| 21 | Keleirós | 0 | 9:00 | [KF] 60 min | 11 |
| 6 | Francisca | 6 | 10:30 | [FK] 60 min | 11 |
| 22 | Keleirós | 10 | 11:30 |  | 1 |
| Custo total | | | | | 23 |

A terceira equipa sai de Keleirós às 9:00 da manhã, hora em que inicia o serviço e chega ao primeiro cliente, Francisca, em 60 minutos (tempo de deslocação). Contudo, o serviço apenas começa às 10h30. No final volta para a sede, com um tempo de deslocação de 60 minutos, chegando às 11h30. O custo total desta deslocação é de 23 U.M.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j | Cliente |  |  | Tempo de deslocação | Custo de deslocação |
| 21 | Keleirós | 0 | 9:00 | [KI] 30 min | 9 |
| 9 | Inês | 2 | 9:30 | [IJ] 45 min | 7 |
| 10 | José | 5 | 10:15 | [JB] 30 min | 4 |
| 2 | Beatriz | 7 | 10:45 | [BG] 30 min | 6 |
| 7 | Gonçalo | 9 | 11:15 | [GE] 15 min | 4 |
| 5 | Eduardo | 10 | 11:30 | [EK] 30 min | 6 |
| 22 | Keleirós | 12 | 12:00 |  | 1 |
| Custo total | | | | | 37 |

A quarta e última equipa sai de Keleirós às 9:00 da manhã, hora em que inicia o serviço e chega ao primeiro cliente, Inês, em 30 minutos (tempo de deslocação), começando o serviço imediatamente (9h30). Posteriormente, desloca-se até ao cliente José, com um tempo de deslocação de 45 minutos, começando o serviço imediatamente após chegada (10h15). A próximo cliente a ser visitado é a cliente Beatriz, havendo um tempo de deslocação de 30 minutos. O serviço é começado imediatamente após chegada (10h45). De seguida, é visitado o cliente Gonçalo, sendo que o tempo de deslocação até à sua localização é de 15 minutos e o servilo apenas começa às 11h15. O último cliente a ser visitado é o Eduardo, com um tempo de deslocaçã de 15 minutos, sendo o serviço começado imediatamente (11h30). No final volta para a sede, com um tempo de deslocação de 30 minutos, chegando às 12h. O custo total desta deslocação é de 37 U.M.

# Validação do Modelo

O modelo pode ser validado através da verificação das tabelas das diferentes equipas. É possível verificar que não existem sobreposições de horários e que todas as restrições foram cumpridas. Para além disso, após uma verificação cuidada da rede, é possível concluir que 37 é o custo mínimo da operação.

# Conclusão

O presente trabalho serviu para demonstrar as aplicações reais de análise de sistemas complexos e otimização de redes. No início, sugiram dúvidas relativamente à forma como o escalonamento das equipas podería ser feito, no entanto, ao serem aplicadas as devidas restrições de conservação de fluxo e de capacidade, foi possível criar uma rede que, posteriormente, poderia ser submetida no software Relax4, para que os resultados pretendidos podessem ser obtidos. Após tudo isto, restou criar o grafo de solução do problema e a sua análise para se verificar se cumpria as restrições importas. Verificando que o modelo resultante cumpre os objetivos impostos inicialmente, conclui-se que a solução é válida e recorre a quatro equipas na solução ótima do problema.