Teoria de Matemáticas de Bachillerato

Pedro Ángel Fraile Manzano

6 de noviembre de 2022

Contenidos Generales

Apartados del libro **Página**

Parte I

Prefacios, Repaso y otras consideraciones

Capítulo 1

Operaciones sobre los números reales

Índice del capítulo

Introducción

Los distintos conjuntos de números surgen de la necesidad de resolver distintas ecuaciones, es decir, a medida que necesitamos resolver ecuaciones más complejas, más se amplían el campo de números con los que podemos actuar:

1.1. Estructura de los números reales

Los números reales tiene estructura de cuerpo y te preguntarás ¿ Qué es un cuerpo?

Definición 1. Un cuerpo es una terna $(\mathbb{K}, +, \cdot)$ donde:

1. $\mathbb{K}$ es un conjunto de elementos
2. $+$ es una operación sobre los elementos de $\mathbb{K}$ que cumple:
   - Es una operación **conmutativa**, es decir, sean $a, b \in \mathbb{K}$ entonces tendremos que $a + b = b + a$
   - Es una operación **asociativa**, es decir dados $a, b, c \in \mathbb{K}$ tenemos que $a + (b + c) = (a + b) + c$
   - Existe un **elemento neutro**, es decir $\exists e / e + a = a + e = a \; \forall a \in \mathbb{K}$.
   - Cada elemento $a \in \mathbb{K}$ existe un elemento **inverso** que se denota por a^{-1} de tal manera que $a + a^{-1} = a^{-1} + a = e$ (*Esto también se da cuando no se cumple la conmutativa*)
3. $\cdot$ es una operación que cumple lo siguiente
   - Es una operación **asociativa**, es decir dados $a, b, c \in \mathbb{K}$ tenemos que $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
   - Existe un **elemento neutro** para esta operación $\exists e / e \cdot a = a \cdot e = a$ $\forall a \in \mathbb{K}$.
   - Para todo elemento $a \in \mathbb{K}$ entonces $\exists a^{-1} / a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$ (*Esto es lo que distingue un cuerpo a un anillo*)
   - $\cdot$ es **distributivo** respecto de $+$ es decir, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot b$

Aclaración 1: Aunque se denoten como $+, \cdot$ no tenemos por qué usar las definiciones habituales de la suma y la multiplicación. Por ejemplo, la suma y producto de números reales no son iguales que las mismas operaciones para las matrices *(quedaros con ese nombre.)*

Aclaración 2: De esta manera que tenemos que lo que llamamos en los números reales la resta es la suma por el inverso y la división es el producto por el inverso.

Ejercicio Propuesto. Demostrar que $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$ son cuerpos

1.2. Potencias y sus propiedades

Definición 2. Podemos definir la

Capítulo 2

Un segundo capítulo

Índice del capítulo

2.1.

2.2.

Apéndice A

Mi primer apéndice