

MC558 - Lista Avaliativa 3

Pedro Brasil Barroso - RA 260637

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Computação

Problema selecionado: 7 - Fábrica de sorvetes

(a) Apresente o programa linear explicando as variáveis, função objetivo e restrições.

Variáveis:

- x_c : quantidade de sorvete de chocolate (em litros) a ser produzida.
- x_b : quantidade de sorvete de baunilha (em litros) a ser produzida.
- x_m : quantidade de sorvete de morango (em litros) a ser produzida.

Função objetivo: maximizar o lucro total obtido com a venda dos sorvetes.

Restrições: Cada tipo de sorvete requer uma quantidade específica de leite, açúcar e saborizantes para ser produzido. Além disso, há uma quantidade limitada desses ingredientes disponíveis e uma quantidade mínima de cada tipo de sorvete que deve ser produzida:

Tipos de Sorvete:

Sorvete	Leite (L/L)	Açúcar (kg/L)	Saborizantes (g/L)	Lucro por Litro (R\$)	Demanda Mínima (L)
Chocolate	0.5	0.1	10	12	80
Baunilha	0.4	0.15	8	10	60
Morango	0.45	0.12	9	11	50

Recursos disponíveis:

- Leite total disponível: 500 L
- Açúcar total disponível: 80 kg
- Saborizantes totais disponíveis: 2000 g

Programa linear:

$$\max 12x_c + 10x_b + 11x_m \quad (1)$$

s.a:

$$0.5x_c + 0.4x_b + 0.45x_m \leq 500 \quad (2)$$

$$0.1x_c + 0.15x_b + 0.12x_m \leq 80 \quad (3)$$

$$10x_c + 8x_b + 9x_m \leq 2000 \quad (4)$$

$$x_c \geq 80 \quad (5)$$

$$x_b \geq 60 \quad (6)$$

$$x_m \geq 50 \quad (7)$$

$$x_c, x_b, x_m \in \mathbb{Q}^+ \quad (8)$$

Programa linear primal:

$$\min -12x_c - 10x_b - 11x_m \quad (9)$$

s.a:

$$-0.5x_c - 0.4x_b - 0.45x_m \geq -500 \quad (10)$$

$$-0.1x_c - 0.15x_b - 0.12x_m \geq -80 \quad (11)$$

$$-10x_c - 8x_b - 9x_m \geq -2000 \quad (12)$$

$$x_c \geq 80 \quad (13)$$

$$x_b \geq 60 \quad (14)$$

$$x_m \geq 50 \quad (15)$$

$$x_c, x_b, x_m \in \mathbb{Q}^+ \quad (16)$$

(b) Apresente o programa dual do entregue no item anterior. Proponha uma interpretação para as variáveis duais.

Programa linear dual:

$$\max -500y_l - 80y_a - 2000y_s + 80y_c + 60y_b + 50y_m \quad (17)$$

s.a:

$$-0.5y_l - 0.1y_a - 10y_s + y_c \leq -12 \quad (18)$$

$$-0.4y_l - 0.15y_a - 8y_s + y_b \leq -10 \quad (19)$$

$$-0.45y_l - 0.12y_a - 9y_s + y_m \leq -11 \quad (20)$$

$$y_l, y_a, y_s, y_c, y_b, y_m \in \mathbb{Q}^+ \quad (21)$$

Interpretação das variáveis duais:

- y_l : custo do leite por litro.
- y_a : custo do açúcar por litro.
- y_s : custo do saborizante por litro.
- y_c : custo do sorvete de chocolate por litro.
- y_b : custo do sorvete de baunilha por litro.
- y_m : custo do sorvete de morango por litro.

(c) Apresente uma solução viável mas não ótima do primal e, usando folgas completares, mostre como deduzir que tal solução não é ótima. (e) Explique o passo a passo.

Sejam $x_c = 80$, $x_b = 60$, $x_m = 50$. Substituindo os valores nas restrições do primal, obtemos:

$$-0.5x_c - 0.4x_b - 0.45x_m = -86.5 > -500 \quad (y_l = 0)$$

$$-0.1x_c - 0.15x_b - 0.12x_m = -23 > -80 \quad (y_a = 0)$$

$$-10x_c - 8x_b - 9x_m = -1730 > -2000 \quad (y_s = 0)$$

$$x_c = 80 \quad (y_c \geq 0)$$

$$x_b = 60 \quad (y_b \geq 0)$$

$$x_m = 50 \quad (y_m \geq 0)$$

Analisamos as restrições duais:

$$-0.5y_l - 0.1y_a - 10y_s + y_c = y_c = -12$$

$$-0.4y_l - 0.15y_a - 8y_s + y_b = y_b = -10$$

$$-0.45y_l - 0.12y_a - 9y_s + y_m = y_m = -11$$

Como $y_c, y_b, y_m < 0$, a solução não é ótima.