# Introdução - Interpolação Polinomial

A poluição é uma importante preocupação em cidades devido à sua influência na saúde e no meio ambiente. Para monitorar e entender a concentração de poluentes atmosféricos em uma determinada região, sensores podem ser utilizados. No entanto, os sensores podem não estar disponíveis em todos os pontos desejados devido a restrições. Por exemplo, em uma área urbana extensa, pode ser difícil implantar sensores em todos os locais. Para contornar essa problema, pode-se usar a interpolação, um método que permite estimar valores desconhecidos entre os pontos medidos.  Nesse contexto, a interpolação polinomial pode ser aplicada para estimar a concentração de poluentes atmosféricos em locais não cobertos pelo sensor. Ela utiliza os valores medidos nos pontos disponíveis e cria um polinômio que passa por esses pontos, permitindo inferir os valores em pontos intermediários. Isso é útil para obter uma visão mais completa da distribuição de poluentes atmosféricos em uma área urbana, mesmo quando a cobertura dos sensores é limitada.

# Metodologia - Polinômio Interpolador de Lagrange

O método de Lagrange utiliza uma método polinomial para a interpolação, ou seja, ele encontra um polinômio que se ajusta perfeitamente aos pontos conhecidos. A ideia central do método é construir um conjunto de polinômios de grau N (onde N é o número de pontos conhecidos) e combiná-los de forma ponderada para obter o polinômio interpolador. Para cada ponto conhecido, é criado um polinômio de Lagrange associado a esse ponto. Esse polinômio é calculado de tal forma que ele é igual a 1 no ponto correspondente e igual a 0 em todos os outros pontos conhecidos. Isso garante que o polinômio interpolador passe exatamente pelos pontos desejados. Uma das vantagens do método de Lagrange é que ele é relativamente simples de entender e implementar. No entanto, à medida que o número de pontos conhecidos aumenta, o cálculo dos polinômios de Lagrange e do polinômio interpolador pode se tornar computacionalmente mais exigente.

A função de interpolação de Lagrange pode ser definida da seguinte maneira:

$f(x) = \Sigma [y_j * L_j(x)]$, Onde:

$f(x)$ é o valor interpolador da concentração de poluentes atmosféricos em um ponto desejado(x).

$y_j$ é a concentração de poluentes atmosféricos medida no ponto j.

$L_j(x)$ é o polinômio de Lagrange do ponto j.

Vamos supor que temos três pontos de medição disponíveis: $(x_1, y_1) = (2, 4)$, $(x_2, y_2) = (5, 9)$ e $(x_3, y_3) = (7, 11)$. Vamos calcular o valor interpolado da concentração de poluentes atmosféricos em um ponto $x = 4$.

# Implementação Computacional

Python > Interpolação.py > ...

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def lagrange_interpolation(x, x_values, y_values):
    """
    Função que realiza a interpolação de Lagrange.

    Argumentos:
    x -- O ponto em que queremos estimar a concentração de poluentes atmosféricos.
    x_values -- Lista das coordenadas x dos pontos de medição.
    y_values -- Lista das coordenadas y (concentração de poluentes) dos pontos de medição.

    Retorna:
    O valor interpolado da concentração de poluentes no ponto x.
    """
    n = len(x_values)
    interpolated_value = 0.0

    for i in range(n):
        # Calcula o polinômio de Lagrange Li(x) para o ponto i
        polynomial = 1.0
        for j in range(n):
            if i != j:
                polynomial *= (x - x_values[j]) / (x_values[i] - x_values[j])

        # Multiplica o polinômio de Lagrange pelo valor de y correspondente ao ponto i
        interpolated_value += y_values[i] * polynomial

    return interpolated_value
```

Python > Interpolação.py > ...

```python
                polynomial *= (x - x_values[j]) / (x_values[i] - x_values[j])

        # Multiplica o polinômio de Lagrange pelo valor de y correspondente ao ponto i
        interpolated_value += y_values[i] * polynomial

    return interpolated_value
```


```python


# Pontos de medição conhecidos
x_values = [2, 5, 7]
y_values = [4, 9, 11]

# Ponto para interpolação
x_interpolation = 4

# Calcula o valor interpolado
interpolated_value = lagrange_interpolation(x_interpolation, x_values, y_values)

print(f"O valor interpolado da concentração de poluentes em x = {x_interpolation} é: {interpolated_value}")

# Cria uma lista de valores x para plotagem suave da função original e do polinômio interpolador
x_plot = np.linspace(min(x_values), max(x_values), 100)
y_plot = lagrange_interpolation(x_plot, x_values, y_values)

# Plotagem da função original, dos pontos de medição e do polinômio interpolador
plt.plot(x_plot, y_plot, label='Polinômio Interpolador')
plt.plot(x_values, y_values, 'ro', label='Pontos da Função')
plt.plot(x_interpolation, interpolated_value, 'go', label='Ponto Interpolado')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('Concentração de Poluentes')
plt.title('Interpolação de Lagrange')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

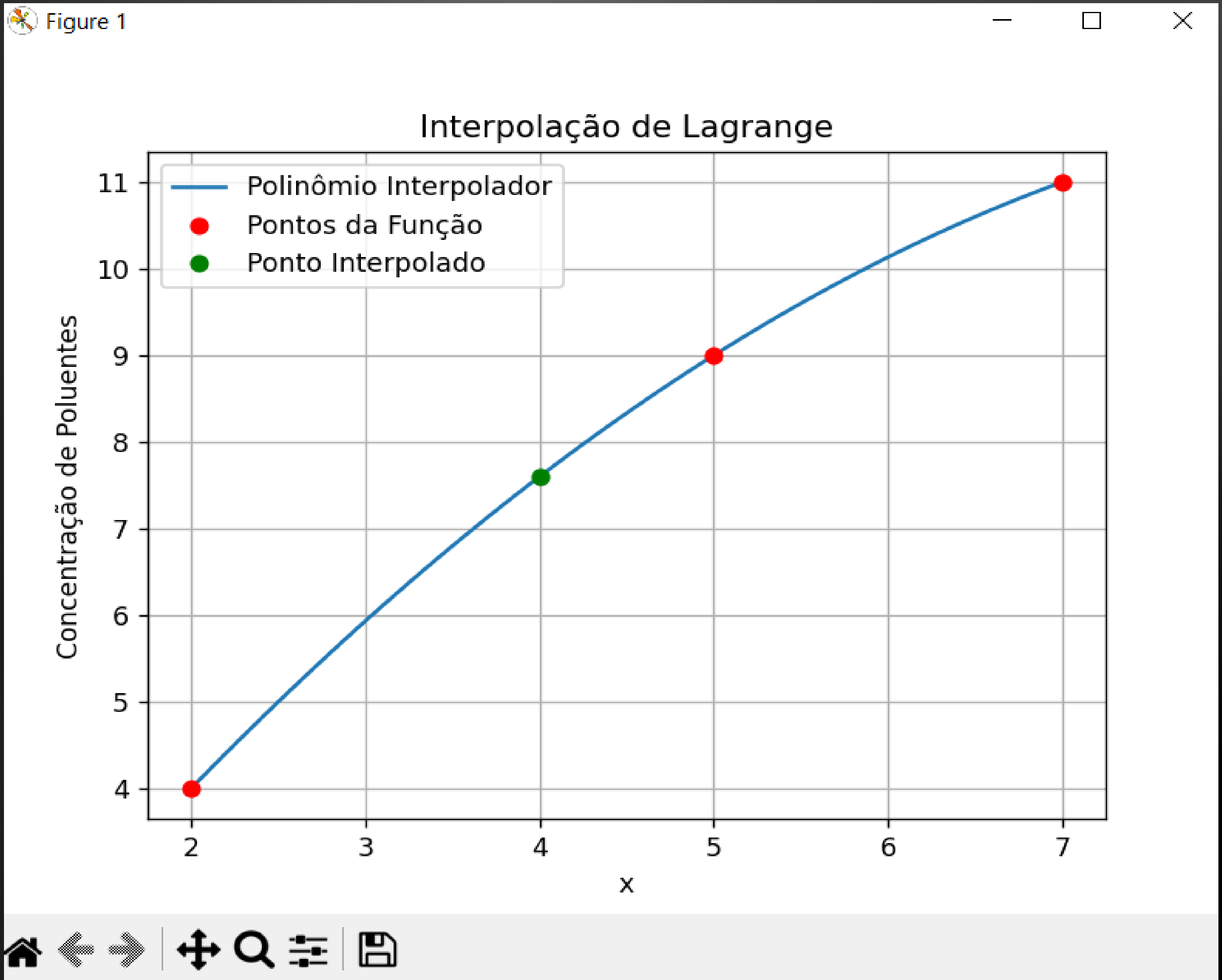
Figure 1
Interpolação de Lagrange
Polinômio Interpolador
Pontos da Função
Ponto Interpolado
Concentração de Poluentes
11
10
9
8
7
6
5
4
2
3
4
5
6
7
x

# Resultados

O código fornece uma solução para o problema de interpolação de Lagrange com base em pontos de medição de concentração de poluentes atmosféricos em uma determinada área urbana. No exemplo fornecido, temos três pontos de medição conhecidos: (2,4), (5,9) e (7,11), que representam as coordenadas x (posição) e y (concentração de poluentes). Desejamos estimar a concentração de poluentes em um ponto específico x = 4. Ao executar o código, ele calcula o valor interpolado usando o método de Lagrange e fornece o resultado corretamente. No exemplo, o valor interpolado da concentração de poluentes em x = 4 é aproximadamente 7.6. Através do gráfico, podemos observar como o polinômio de Lagrange se ajusta aos pontos de medição disponíveis e nos permite estimar o valor da concentração de poluentes em pontos intermediários. No exemplo, o ponto interpolado em x = 4 está localizado próximo aos pontos de medição e representa uma estimativa razoável com base nas informações disponíveis.