

# Projeto - Cálculo Numérico

PROFESSOR - GUSTAVO CHARLES  
ALUNO - PEDRO LUCCAS DE  
BRITO BROCK  
MATRÍCULA - 20200007985

secant  
lines

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

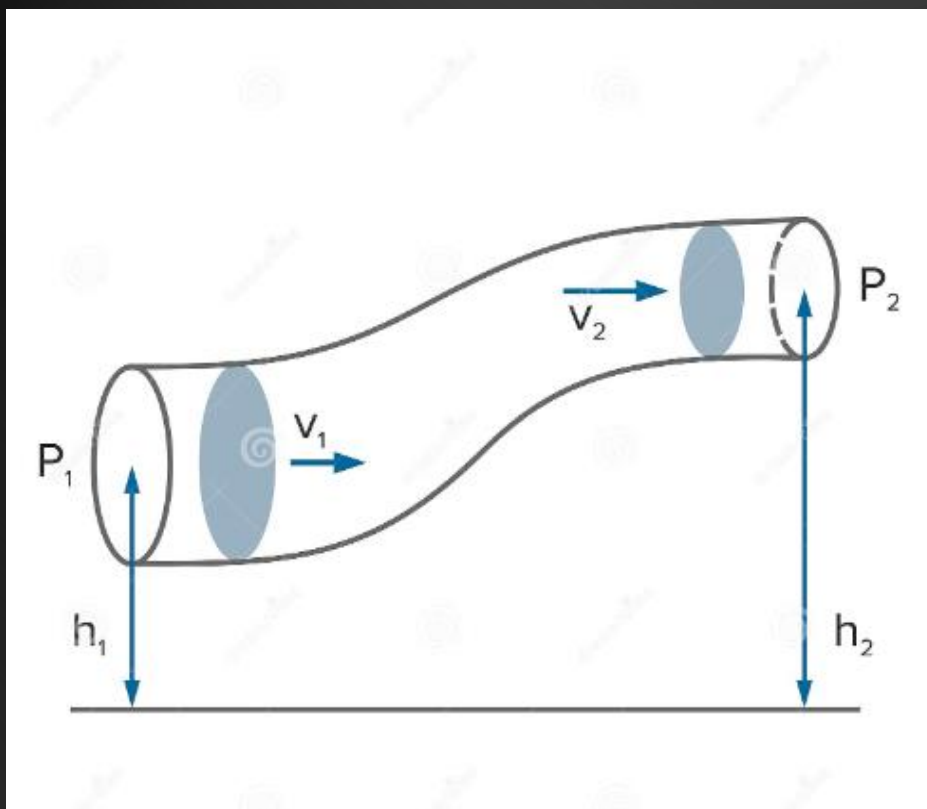
$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

$f(x) - g(x)$

# Introdução - Equação de Bernoulli

- O problema a ser apresentado é sobre a equação de Bernoulli, sendo esta uma equação fundamental da mecânica dos fluidos que descreve o comportamento de um fluido em movimento. A equação de Bernoulli relaciona a pressão, a densidade e a velocidade de um fluido em movimento, bem como a aceleração da gravidade, vazão do fluido e o diâmetro e comprimento do tubo. A equação de Bernoulli é aplicável a fluidos incompressíveis e sem viscosidade, e é frequentemente usada para modelar o fluxo de fluidos em tubos, canais, dutos e outros sistemas. Ela também é utilizada em diversas aplicações práticas, como na aviação, na engenharia de sistemas hidráulicos e na medicina (para o estudo do fluxo sanguíneo no corpo humano).

# Equação de Bernoulli - Exemplo



Na imagem temos resumidamente, uma descrição do comportamento de um fluido que se move ao longo de um tubo, em que temos sua velocidade, pressão e altura em 2 pontos distintos.

# Metodologia - Equação de Bernoulli

- Para calcular a equação de Bernoulli, foi utilizado o método de secante. No caso da equação de Bernoulli, que relaciona a pressão, a velocidade e a densidade de um fluido em movimento, a função não é linear e não há uma solução analítica geral para a equação. Portanto, é necessário utilizar técnicas numéricas para resolver a equação. O método da secante é uma opção viável para resolver a equação de Bernoulli, pois ele pode ser aplicado a funções não lineares sem a necessidade de calcular a derivada. Assim, o método da secante pode ser uma boa escolha para resolver a equação de Bernoulli. Além disso, o método da secante é um método iterativo que converge para a solução da equação, mais rápido que o método da bissecção.

- Nesse caso específico usarei a equação em um tubo genérico. Assim a equação de Bernoulli foi adaptada para resolver o problema de determinação da velocidade do fluido no ponto 2, dado um conjunto de parâmetros como vazão, diâmetro interno do tubo, comprimento do tubo, rugosidade absoluta, pressões nos pontos 1 e 2, e densidade do fluido. A equação utilizada no problema é a seguinte:

$$(4 * q^2 * \epsilon / (\pi^2 * D^8 * 2 * g * \rho) * L * x^2 + P2 / \rho - P1 / \rho - x)$$

Onde:

q é a vazão do fluido;

D é o diâmetro interno do tubo;

g é a aceleração da gravidade;

rho é a densidade do fluido;

L é o comprimento do tubo;

epsilon é a rugosidade absoluta;

P1 e P2 são as pressões nos pontos 1 e 2, respectivamente;

x é a velocidade do fluido no ponto 2.

# Implementação Computacional - Equação de Bernoulli

```
1  import math
2  import numpy as np
3  import matplotlib.pyplot as plt
4
5  def bernoulli(f, x0, x1, tol):
6      while abs(f(x1)) > tol:
7          x_next = x1 - f(x1) * (x1 - x0) / (f(x1) - f(x0))
8          x0, x1 = x1, x_next
9      return x1
10
11 #Equação utilizada:
12 #(4 * q2 * epsilon / (math.pi2 * D8 * 2 * g * rho) * L * x2
13 #P2 / rho - P1 / rho - x)
14
15 #Onde:
16 q = 0.1 # vazão (m³/s)
17 D = 0.05 # diâmetro interno do tubo (m)
18 g = 9.81 # aceleração da gravidade (m/s²)
19 rho = 1000 # densidade da água (kg/m³)
20 L = 100 # comprimento do tubo (m)
21 epsilon = 0.00001 # rugosidade absoluta (m)
22 P1 = 1e5 # pressão no ponto 1 (Pa)
23 P2 = 0 # pressão no ponto 2 (Pa)
```

```
23
24 # Definindo a função a ser resolvida
25 def f(x):
26     return (4 * q**2 * epsilon / (math.pi**2 * D**8 * 2 * g * rho) * L * x**2
27             + P2 / rho - P1 / rho - x)
28
29 # Resolvendo a equação de Bernoulli
30 x0 = 1 # chute inicial
31 x1 = 2 # chute inicial
32 tol = 1e-6 # tolerância para o critério de parada
33 x = bernoulli(f, x0, x1, tol)
34
35 # Plotando a função e a raiz encontrada
36 x_vals = np.linspace(0, 5, 1000)
37 y_vals = f(x_vals)
38 plt.plot(x_vals, y_vals, label='Função')
39 plt.axhline(y=0, color='black', linestyle='--')
40 plt.scatter(x, f(x), color='red', label='Raiz')
41 plt.xlabel('Velocidade (m/s)')
42 plt.ylabel('Função')
43 plt.legend()
44 plt.show()
45
46 # Imprimindo o resultado
47 print('A velocidade no ponto 2 é de', x, 'm/s')
48
```

# Resultados - Equação de Bernoulli

- O código utiliza o método da secante para resolver a equação de Bernoulli adaptada, tendo como resultado final a velocidade do fluido no ponto 2, com esse resultado, podemos ver a influência de cada parâmetro na velocidade, avaliando os efeitos de cada mudança, e a capacidade do método da secante para resolver equações não lineares, o que pode ser útil em outras aplicações onde a função a ser resolvida não é linear ou não é possível encontrar uma solução analítica. Com os parâmetros do código, a velocidade no ponto 2 é igual a 4.4, utilizei em um problema genérico mas com essa velocidade é possível analisar os sistemas de tubulação, como sua eficiência e segurança, a partir dela podemos calcular outras grandezas e controle de processos industriais envolvendo fluidos, entre outras aplicações.