



MAT1610 - Clase 7

Continuidad en un intervalo y TVI

Diego De la Vega

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

20 de marzo del 2024

Objetivos

- Definir continuidad en un intervalo
- Definir el Teorema del Valor Intermedio (TVI)

Funciones continuas - Teorema

Los siguientes tipos de funciones son continuas en todo número de sus dominios:

- Funciones polinomiales
- Funciones racionales
- Funciones raíz
- Funciones trigonométricas
- Funciones trigonométricas inversas
- Funciones exponenciales
- Funciones logarítmicas

La función inversa de cualquier función continua uno a uno también es continua.

Ejemplo: ¿En dónde es continua la función $f(x) = \frac{\ln(x) + \tan^{-1}(x)}{x^2 - 1}$?

Funciones continuas - Teorema

Si f es continua en b y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = b$, entonces

$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(b)$$

En otras palabras,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} g(x))$$

Ejemplo: Determine $\lim_{x \rightarrow -1} \arcsen\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)$

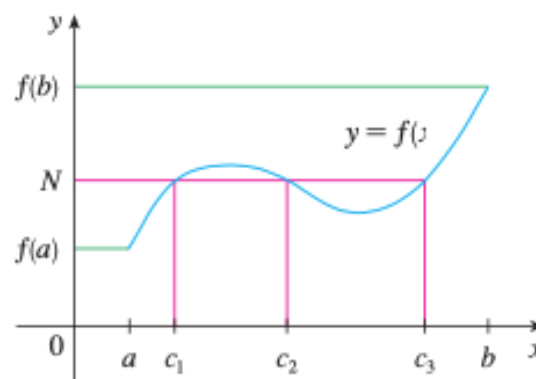
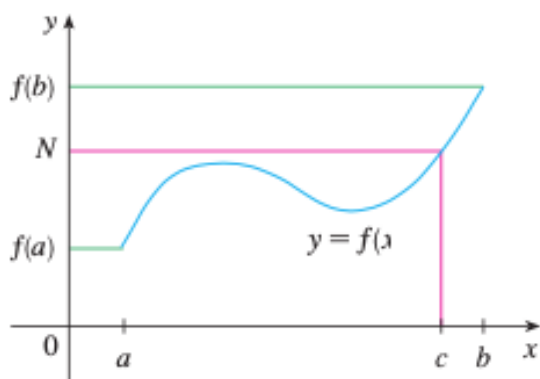
Funciones continuas - Teorema

Si g es continua en $x = a$ y f es continua en $g(a)$, entonces la función compuesta $f \circ g$ dado por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ es continua en $x = a$.

Ejemplo: ¿En dónde es continua la función $f(x) = \text{sen}(x^2)$?

Teorema del valor intermedio

Suponga que f es continua sobre el intervalo cerrado $[a, b]$ y sea N cualquier número entre $f(a)$ y $f(b)$, donde $f(a) \neq f(b)$. Entonces existe un número c en (a, b) tal que $f(c) = N$.



Ejemplo: Demuestre que existe una raíz de la ecuación

$$4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$$

Entre 1 y 2.

Conclusión

- Abordamos continuidad en un intervalo y TVI

Libro guía

- Págs. 123-127.