



MAT1610 - Clase 10

Derivabilidad y Continuidad, Derivadas de Orden Superior

Diego De la Vega

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

27 de marzo del 2024

Objetivo

- Comprender la relación entre derivabilidad y continuidad.
- Definir las derivadas de orden superior.

Definición

Una función f es derivable en $x = a$ si $f'(a)$ existe. Es **derivable sobre un intervalo abierto (a, b)** , si es derivable en todo número del intervalo.

Teorema

Si f es derivable en $x = a$, entonces f es continua en $x = a$.

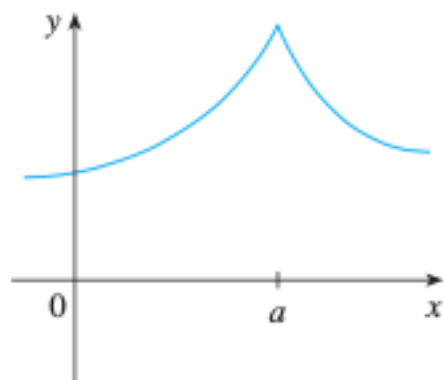
NOTA: El inverso de este teorema es falso, hay funciones continuas pero que no son derivables en un punto. Ej: $f(x) = |x|$ en $x = 0$.

Ejemplo: Determine los valores los valores de a y b para que la función

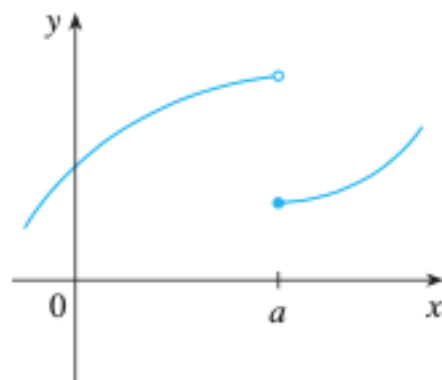
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 5, & \text{si } x \leq 2 \\ ax + b, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Sea derivable en $x = 2$

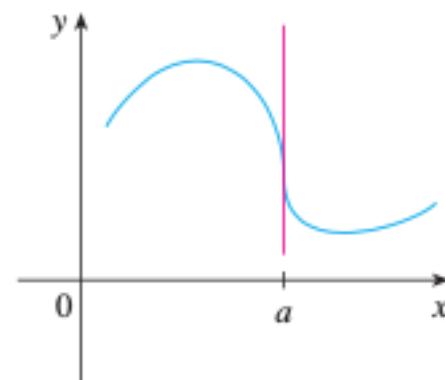
¿Cómo dejar de ser derivable una función?



a) Una esquina o pico



b) Una discontinuidad



c) Una tangente vertical

Derivadas superiores

- Si f es una función derivable, entonces su derivada f' también es una función, así que f' puede tener una derivada de sí misma, señalada por $(f')' = f''$.
- Esta nueva función f'' se denomina **segunda derivada** de f porque es la derivada de la derivada de f .
- Usando la notación de Leibniz, la segunda derivada de $y = f(x)$ es

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

- **La tercera derivada** f''' es la derivada de la segunda derivada: $f''' = (f'')'$
- Esta tercera derivada puede interpretarse como la pendiente de la curva. $y = f''(x)$ o como la razón de cambio de $f''(x)$.

Derivadas superiores

- En general, la n -ésima derivada de f se denota mediante $f^{(n)}$ (excepto la primera, segunda y tercera derivada) y se obtiene derivando n veces a f . Si $y = f(x)$, escribimos

$$y^{(n)} = f^{(n)}(x) = \frac{d^n y}{dx^n}$$

Ejemplo: Sea $f(x) = x^3 - x$, halle $f^{(3)}(x)$.

Conclusión

- Vimos la relación entre derivabilidad y continuidad.
- Definimos las derivadas de orden superior.

Libro guía

- Págs. 158-161.