Ejercicio pendiente Clase 2

Encuentren las asíntotas verticales de

$$f(x) = \tan(x)$$

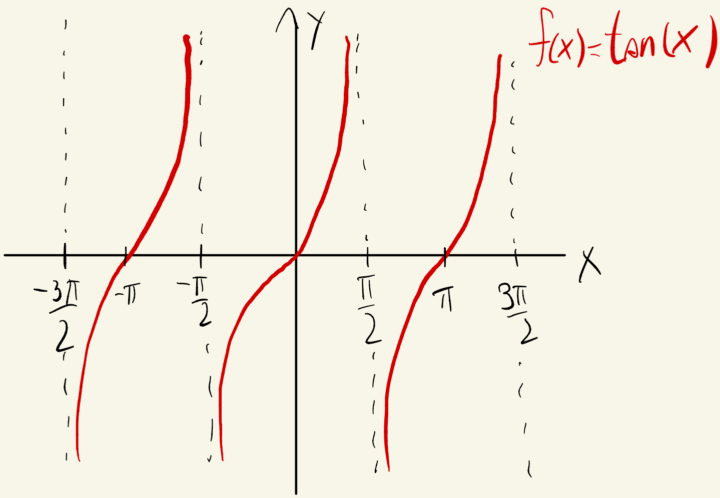
Sol:

$$\tan(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$$

Candidatos a asíntota vertical son $\forall x \in \mathbb{R}$ tal que $\cos(x) = 0$. Luego,

$$\cos(x) = 0 \iff x = \frac{\pi}{2} \pm k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

La gráfica de $\tan(x)$ es:



Se puede observar que para $a = -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$$\lim_{x \to a^-} \tan(x) = \infty, \quad \lim_{x \to a^+} \tan(x) = -\infty$$

Dado, que $\tan(x)$ tiene periodo π, luego se puede deducir que todo $x = \frac{\pi}{2} \pm k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ son asíntotas verticales.

Ejercicios pendiente Clase 4

Determine las asíntotas horizontales de $f(x) = \frac{1}{x}$

Sol:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Por teorema:

Si $r > 0$ es un número racional, entonces

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x^r} = 0$$

Luego, $y = 0$ es asíntota horizontal de $f(x) = \frac{1}{x}$

Determine $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

Sol: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\cdot\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x}$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

$$= 0$$

Determine $\lim\limits_{x\to 2^+}\operatorname{Arctan}\left(\dfrac{1}{x-2}\right)$

Sol: $\lim\limits_{x\to 2^+}\operatorname{Arctan}\left(\dfrac{1}{x-2}\right)$

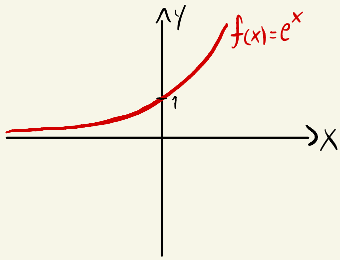
Cuando $x\to 2^+$, $\dfrac{1}{x-2}\to\infty$. Por otro lado, como se vio en clases,

$$\lim_{x\to\infty}\operatorname{Arctan}(x)=\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \lim_{x\to 2^+}\operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x-2}\right)=\frac{\pi}{2}$$

Determine $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{x}$

Sol:



$e^x > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\therefore \lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0$

Determine $\lim\limits_{x \to 0^-} e^{1/x}$

Sol: A partir de la clase 5 (cambio de variable):

$$\lim_{x \to 0^-} e^{1/x} = \lim_{u \to -\infty} e^{u} \ , \quad u = \frac{1}{x}$$

$x \to 0^-$, $u \to -\infty$

$$= 0$$

Determine $\lim\limits_{x \to \infty} e^{1/x}$

Sol: A partir de la clase 5 (cambio de variable):

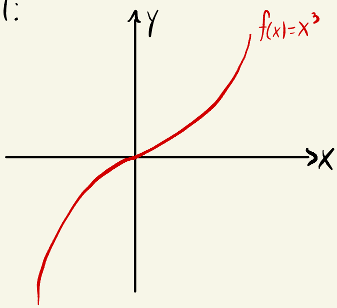
$$\lim_{x \to \infty} e^{1/x} = \lim_{u \to 0} e^{u} \ , \quad u = \frac{1}{x}$$

$x \to \infty$, $u \to 0$

$$= 1$$

Determine $\lim_{x\to\infty} x^3$ y $\lim_{x\to-\infty} x^3$

Sol:

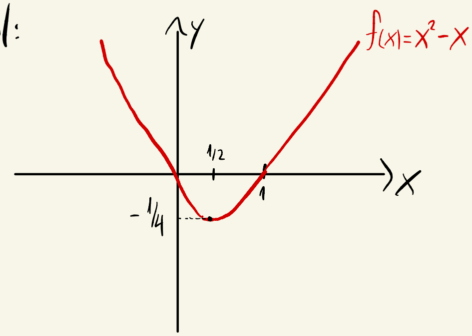


$\lim_{x\to\infty} x^3 = \infty$

$\lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

Determine $\lim_{x\to\infty} x^2 - x$

Sol:



$\lim_{x\to\infty} x^2 - x = \infty$

Determine $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x}{3-x}$

Sol: $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x}{3-x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(\frac{3}{x}-1)}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{-1+\frac{3}{x}} = -\infty$

Determine la gráfica de $y=(x-2)^4(x+1)^3(x-1)$ encontrando intersecciones y sus límites cuando $x\to-\infty$ y $x\to\infty$

Sol:

	$-\infty \quad -1$	$-1 \quad 1$	$1 \quad 2$	$2 \quad +\infty$
$(x-2)^4$	+	+	+	+
$(x+1)^3$	−	+	+	+
$(x-1)$	−	−	+	+
$f(x)$	+	−	+	+

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\infty\end{array}\right\}$$ A partir de tabla de signos

$$f(0)=(-2)^4(1)^2\cdot(-1)=-16$$