

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
CURSO DE FÍSICA

Victor Pocojeski Brasil

**COMPLEMENTARIDADE E O EXPERIMENTO DE AFSHAR**

Santa Maria, RS  
2023

Victor Pocojeski Brasil

## COMPLEMENTARIDADE E O EXPERIMENTO DE AFSHAR

Trabalho de Graduação em Física I apresentado ao Curso de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Física**. Defesa realizada por videoconferência.

Orientador: Jonas Maziero

Santa Maria, RS  
2023



**Victor Pocojeski Brasil**

## **COMPLEMENTARIDADE E O EXPERIMENTO DE AFSHAR**

Trabalho de Graduação em Física I apresentado ao Curso de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Física**.

**Aprovado em 22 de dezembro de 2023:**

---

**Jonas Maziero, Dr. (UFSM)**  
**(Presidente/Orientador)**

---

**Matheus Schmidt, Dr. (UFSM)**

---

**Marcos Basso, Me. (UFSM)**

Santa Maria, RS  
2023

## **RESUMO**

### **COMPLEMENTARIDADE E O EXPERIMENTO DE AFSHAR**

**AUTOR:** Victor Pocojeski Brasil

**Orientador:** Jonas Maziero

No início dos anos 2000, o físico iraniano Shahriar Afshar realizou um experimento de dupla fenda em que supostamente seria possível quantificar maximamente os comportamentos corpuscular e ondulatório de um sistema quântico simultaneamente, em um mesmo arranjo experimental. Esse resultado evidenciaria, segundo o autor, uma violação do princípio de complementaridade de Bohr, que afirma que os dois tipos de comportamento só poderiam ser evidenciados de forma total em arranjos experimentais complementares. A violação desse princípio seria um problema para a interpretação ortodoxa da mecânica quântica, já que aquele pode ser obtido a partir de seus postulados; desse modo, a invalidade desse princípio implicaria em inconsistências na própria teoria da mecânica quântica. Nesse sentido, o presente trabalho é realizado com o objetivo de investigar o experimento de Afshar, através da análise de dois experimentos análogos propostos na literatura, os experimentos de Unruh e de Pessoa Júnior, que se utilizam de interferômetros de Mach-Zehnder. Uma vantagem interessante desse tipo de arranjo experimental é a possibilidade de simulá-lo a partir da construção de circuitos quânticos com portas lógicas que reproduzem a ação dos componentes ópticos do interferômetro. Busca-se então implementar esses circuitos nos computadores quânticos da IBM, que podem ser acessados remotamente na nuvem, demonstrando assim o potencial da computação quântica como ferramenta para analisar e melhor compreender experimentos envolvendo fundamentos de mecânica quântica.

**Palavras-chave:** Mecânica Quântica. Princípio de complementaridade. Paradoxo de Afshar. Interferômetro de Mach-Zehnder.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A esfera de Bloch pode ser utilizada para representar um único qubit; não existe uma generalização para dois ou mais qubits. Fonte: Nielsen e Chuang (2010). ....	15
Figura 2 – Representação de qubits, medidas e bits clássicos em um circuito. Fonte: Próprio autor. ....	17
Figura 3 – Representação de uma porta de 1 qubit em um circuito quântico. Fonte: Próprio autor. ....	19
Figura 4 – Representação da porta CNOT em um circuito. Nesse exemplo, o primeiro qubit é o controle e o segundo o alvo. Fonte: Próprio autor. ....	19
Figura 5 – Representação de uma porta controlada em um circuito. Fonte: Próprio autor. ....	20
Figura 6 – Representação de um circuito em que ocorre a troca de dois qubits. Fonte: Próprio autor. ....	21
Figura 7 – Experimento de interferência com partículas: (a) anteparo com as fendas; (b) anteparo de detecção; (c) probabilidades de detecção $P_A$ e $P_B$ com as fendas A e B abertas individualmente; (d) probabilidade de detecção $P_{AB}$ com ambas as fendas abertas. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013). ....	22
Figura 8 – Experimento de interferência com ondas: (a) anteparo com as fendas; (b) anteparo de detecção; (c) distribuições de intensidade $I_A$ e $I_B$ com as fendas A e B abertas individualmente; (d) distribuição de intensidade $I_{AB}$ com ambas as fendas abertas. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013). ....	23
Figura 9 – Experimento de interferência com elétrons. As distribuições de probabilidade de detecção $P_A$ e $P_B$ para cada fenda aberta individualmente em (c) se assemelha às distribuições no caso de partículas clássicas. Já a distribuição $P_{AB}$ em (d) se assemelha à distribuição de intensidade quando ocorre interferência entre ondas. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013). ....	24
Figura 10 – Experimento de interferência com elétrons e uma fonte de luz. O espalhamento dos fôtons permite determinar por qual fenda o elétron passa em (a); a distribuição de probabilidades $P'_{AB}$ em (d) agora é semelhante àquela das partículas clássicas, ou seja, o padrão de interferência é perdido. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013). ....	25
Figura 11 – Exemplos de fenômeno (a) corpuscular e (b) ondulatório no IMZ. Divisores de feixe são representados por $DF_j$ , espelhos por $E$ e os detectores por	

$D_0$ e $D_1$ . Fonte: Adaptado de Júnior (2013). ....	30
Figura 12 – (a) Luz de um laser atravessa duas fendas circulares $A$ e $B$ , e parte das ondas difratadas passa pela abertura $b$ . (b) Padrão de interferência observado em $s_1$ . A curva indicada por $I'_{AB}$ representa a intensidade teórica para um caso em que $V = 0$ . Fonte: Adaptado de Afshar (2005). ....	33
Figura 13 – Uma lente convergente posicionada na frente de $s_1$ produz duas imagens das fendas em $s_2$ . Fonte: Adaptado de Afshar (2005). ....	34
Figura 14 – Padrão de intensidade observado em $s_2$ . A curva em vermelho representa a intensidade teórica para um caso em que $D = 0$ . Fonte: Adaptado de Afshar (2005). ....	34
Figura 15 – Os planos $s_0$ e $s_1$ são posicionados imediatamente antes e depois do fio metálico, representado pelo círculo preto. Fonte: Adaptado de Afshar (2005). ....	35
Figura 16 – Padrão de intensidade no (a) plano $s_0$ , antes do obstáculo, e no (b) plano $s_1$ , após o obstáculo. A posição do fio é representada pelo círculo preto. Fonte: Adaptado de Afshar (2005). ....	35
Figura 17 – Representação do experimento de Afshar. A grade $G$ é posicionada na frente da lente para evidenciar o padrão de interferência de forma indireta. Fonte: Adaptado de Afshar (2005). ....	36
Figura 18 – Resultados do experimento de Afshar. Não há redução das intensidades medidas em $s_2$ . Fonte: Adaptado de Afshar (2005). ....	36
Figura 19 – Primeira parte do experimento de Unruh: correlação entre detector $D_1$ ( $D_0$ ) e caminho superior (inferior) percorrido por um fóton em $\text{IMZ}_1$ . O bloqueador (obstáculo) é indicado por $B$ . Fonte: Adaptado de Unruh (2004). ...	38
Figura 20 – Segunda parte do experimento de Unruh: inserção de $B'$ no caminho de interferência destrutiva em $\text{IMZ}_2$ . Fonte: Adaptado de Unruh (2004). ....	40
Figura 21 – A inserção de $B'$ não afeta as probabilidades, porém não é mais possível inferir por qual caminho os fótons passaram. Fonte: Adaptado de Unruh (2004). ....	41
Figura 22 – O interferômetro de Pessoa Jr. Cada caminho é identificado com um estado $ j\rangle$ diferente, para facilitar os cálculos. A fase $\phi = \pi$ rad é fixa. Fonte: Adaptado de Pessoa Júnior (2013). ....	43
Figura 23 – Interferômetro de Pessoa Jr com os estados $ \psi_j\rangle$ para cada instante de tempo $t_j$ indicados. Fonte: Adaptado de Pessoa Júnior (2013). ....	45
Figura 24 – Circuito quântico que representa o interferômetro da Figura 11(a). Fonte: Adaptado de Maziero (2023) ....	53
Figura 25 – Circuito quântico que representa o interferômetro da Figura 11(b). Fonte: Adaptado de Maziero (2023) ....	53
Figura 26 – Ilustração do circuito gerado. Fonte: Próprio autor. ....	54

Figura 27 – Resultados da simulação no qasm_simulator. Fonte: Próprio autor. ....	54
Figura 28 – Resultados do experimento no ibm_kyoto. Fonte: Próprio autor. ....	55
Figura 29 – Ilustração do circuito gerado. Fonte: Próprio autor. ....	56
Figura 30 – Resultados da simulação no qasm_simulator. Fonte: Próprio autor. ....	56
Figura 31 – Resultados do experimento no ibm_kyoto. Fonte: Próprio autor. ....	57

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>8</b>
1.1	POSTULADOS DA MECÂNICA QUÂNTICA .....	8
1.1.1	Postulado dos estados .....	9
1.1.2	Postulado das medidas .....	10
1.1.3	Postulado da dinâmica .....	13
1.2	INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO QUÂNTICA .....	14
1.2.1	Qubits.....	15
1.2.2	Portas lógicas de um qubit .....	17
1.2.3	Portas lógicas de dois ou mais qubits .....	19
1.3	EXPERIMENTOS DE DUPLA FENDA .....	21
1.3.1	Comportamento corpuscular .....	21
1.3.2	Comportamento ondulatório .....	22
1.3.3	Comportamento de elétrons .....	24
1.4	COMPLEMENTARIDADE .....	26
1.4.1	Princípio de Complementaridade de Bohr .....	26
1.4.2	Fenômenos Intermediários .....	28
1.5	INTERFERÔMETRO DE MACH-ZEHNDER.....	29
1.5.1	Fenômenos corpusculares e ondulatórios .....	30
1.6	O EXPERIMENTO DE AFSHAR .....	33
1.7	DISCUSSÕES E ANALOGIAS INTERFEROMÉTRICAS .....	36
1.7.1	O experimento de Unruh .....	38
1.7.2	O experimento de Pessoa Júnior .....	42
2	JUSTIFICATIVA .....	48
3	OBJETIVOS.....	49
3.1	OBJETIVO GERAL .....	49
3.2	OBJETIVO ESPECÍFICO .....	49
4	METODOLOGIA .....	50
4.1	SIMULANDO INTERFERÔMETROS DE MACH-ZEHNDER .....	50
4.2	IMPLEMENTAÇÃO DOS CIRCUITOS .....	53
5	CRONOGRAMA.....	58
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	59

## 1 INTRODUÇÃO

A noção de complementaridade em mecânica quântica, formulada inicialmente por Niels Bohr (1934), trata essencialmente sobre a natureza complementar entre as descrições clássica e quântica de fenômenos físicos. Um dos tipos de complementaridade discutido por Bohr foi a complementaridade entre arranjos experimentais: experimentos em que se evidenciam maximamente os comportamentos corpuscular e ondulatório de um sistema quântico são mutuamente excludentes. No entanto, Afshar (2005) realizou um experimento que supostamente violaria esse princípio. O experimento em questão é uma versão modificada do experimento de dupla fenda de Young, em que Afshar utiliza uma lente convergente para obter informação sobre as trajetórias das partículas e uma grade de fios metálicos para medir indiretamente um padrão de interferência, quantificando de forma máxima e simultânea os comportamentos corpuscular e ondulatório dos fôtons e violando consequentemente o princípio de complementaridade. Para melhor compreender o que ocorre nesse experimento, alguns autores propuseram experimentos análogos com interferômetros de Mach-Zehnder (UNRUH, 2004; JÚNIOR, 2013), um arranjo experimental mais simples que pode ser simulado em computadores quânticos, por meio de combinações de portas lógicas que simulam a atuação dos componentes ópticos do interferômetro sobre os estados do sistema.

Nas próximas seções desse capítulo serão abordados conceitos fundamentais de mecânica quântica, computação quântica, experimentos de dupla fenda, complementaridade e interferômetros de Mach-Zehnder, assuntos que serão relevantes para o entendimento do experimento de Afshar, das análises dos experimentos análogos e da implementação dos circuitos quânticos. No capítulo 2 são apresentadas as motivações para a realização desse trabalho. Em seguida, os objetivos geral e específico que procuramos alcançar são discutidos no capítulo 3. A metodologia empregada para a construção e implementação dos circuitos é abordada no capítulo 4. Por fim, é apresentada a sequência de atividades a serem realizadas para a conclusão do presente trabalho.

### 1.1 POSTULADOS DA MECÂNICA QUÂNTICA

Postulados são proposições tomadas como verdadeiras sem a apresentação de provas, considerados pontos de partida para a construção e o desenvolvimento de uma teoria. Por exemplo, os cinco postulados de Euclides são sentenças consideradas verdadeiras que formam a estrutura básica da geometria euclidiana, dos quais se podem derivar

vários teoremas subsequentemente.

A mecânica quântica (MQ) também se utiliza de postulados, os quais constituem a base do formalismo quântico. Eles descrevem os estados de um sistema quântico, quantidades observáveis e suas medidas, e como os estados evoluem com o tempo.

### 1.1.1 Postulado dos estados

*O estado de um sistema quântico é descrito por um vetor de estado normalizado  $|\psi\rangle$  em um espaço de Hilbert  $\mathcal{H}$*  (GRIFFITHS, 1995).

O espaço vetorial  $\mathcal{H}$  é munido de uma função produto interno

$$\langle \cdot | \cdot \rangle : \mathcal{H} \times \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{C} \quad (1.1)$$

com as seguintes propriedades:

1.  $\langle \cdot | \cdot \rangle$  é uma função linear no segundo argumento:

$$\langle \omega | (a |\phi\rangle + b |\psi\rangle) = a \langle \omega | \phi \rangle + b \langle \omega | \psi \rangle, \quad (1.2)$$

em que  $a, b \in \mathbb{C}$  e  $|\omega\rangle, |\phi\rangle, |\psi\rangle \in \mathcal{H}$ .

2. Anti-simetria por troca de argumentos:

$$\langle \psi | \omega \rangle = (\langle \omega | \psi \rangle)^*. \quad (1.3)$$

3. Positividade:

$$\langle \psi | \psi \rangle = \|\psi\|^2 \geq 0, \quad \langle \psi | \psi \rangle = 0 \Rightarrow |\psi\rangle = |\emptyset\rangle. \quad (1.4)$$

Combinações lineares de vetores de estado e multiplicação destes por uma fase global também são vetores de estado. O estado de um sistema composto é descrito por um vetor normalizado

$$|\psi\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \dots \quad (1.5)$$

em um espaço de Hilbert

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 \otimes \dots, \quad (1.6)$$

em que os subíndices  $i = 1, 2, \dots$  se referem aos sistemas individuais e o símbolo  $\otimes$  denota o produto tensorial.

O produto tensorial entre duas matrizes  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$  e  $B \in \mathbb{C}^{p \times q}$  quaisquer resulta em uma matriz  $A \otimes B \in \mathbb{C}^{mp \times nq}$  definida como

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

### 1.1.2 Postulado das medidas

*Quantidades mensuráveis são representadas por operadores lineares hermitianos ( $O = O^\dagger$ ); a medida de um observável retorna um de seus valores possíveis, representados pelos autovalores do operador  $O$ .*

A MQ não possibilita, em geral, prever os resultados dessas medidas, apenas a frequência relativa com que são obtidos. A probabilidade de obter-se o valor  $o_j$  ao realizar-se uma medida do observável  $O$  de um sistema que está no estado  $|\psi\rangle$  imediatamente antes da medida é dada pela regra de Born,

$$Pr(o_j|\psi) = |\langle\psi|o_j\rangle|^2, \quad (1.8)$$

sendo  $|o_j\rangle$  o autovetor do operador  $O$  correspondente ao autovalor  $o_j$ . Verifica-se experimentalmente que medições subsequentes desse observável resultam no mesmo autovalor. Isso só é possível se  $|\psi\rangle = |o_j\rangle$ , ou seja, após a medida, o estado do sistema será o autovetor correspondente  $|o_j\rangle$  (o sistema é preparado no estado  $|o_j\rangle$ ):

$$|\psi\rangle \xrightarrow{\text{mede } o_j} |o_j\rangle. \quad (1.9)$$

Essa mudança instantânea de uma configuração para outra ("pulo quântico") impossibilita traçar uma trajetória no espaço de estados para descrever o que ocorre durante a medição, ou seja, a dinâmica gerada pela medida é não-determinista e irreversível.

*Relação de completeza.* Os vetores de estado  $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$  podem ser escritos como uma combinação linear de vetores de uma base discreta  $\{|\phi_j\rangle\}_{j=1}^d$  ( $d = \dim \mathcal{H}$ ):

$$|\psi\rangle = \sum_{j=1}^d \psi_j |\phi_j\rangle. \quad (1.10)$$

Se essa base for ortonormal, os coeficientes  $\psi_j$  podem ser obtidos por

$$\langle \phi_j | \psi \rangle = \langle \phi_j | \left( \sum_{j=1}^d \psi_j | \phi_j \rangle \right) \quad (1.11)$$

$$= \sum_{j=1}^d \psi_j \langle \phi_j | \phi_j \rangle = \psi_j. \quad (1.12)$$

Desse modo, pode-se escrever o operador identidade  $\mathbb{I}$  em  $\mathcal{H}$  como

$$|\psi\rangle = \sum_{j=1}^d \langle \phi_j | \psi \rangle |\phi_j\rangle \quad (1.13)$$

$$= \left( \sum_{j=1}^d |\phi_j\rangle \langle \phi_j| \right) |\psi\rangle \quad (1.14)$$

$$\Rightarrow \mathbb{I} = \sum_{j=1}^d |\phi_j\rangle \langle \phi_j|. \quad (1.15)$$

*Projetores.* Um projetor  $\Pi$  é um operador que satisfaz as condições  $\Pi^2 = \Pi$  e  $\Pi^\dagger = \Pi$ . A um projetor  $\Pi$  está associado um subespaço de Hilbert  $\mathcal{W}$ , que é um subespaço de  $\mathcal{H}$ . Sendo  $\{|\phi_j\rangle\}_{j=1}^d$  uma base ortonormal de  $\mathcal{W}$ , o projetor nesse subespaço é um operador  $\Pi_{\mathcal{W}} : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{W}$  definido por

$$\Pi_{\mathcal{W}}(|\psi\rangle) := \sum_{j=1}^d \langle \phi_j | \psi \rangle |\phi_j\rangle. \quad (1.16)$$

Para um espaço vetorial  $\mathbb{C}^n$ ,

$$\Pi_{\mathbb{C}^n}(|\psi\rangle) = \sum_{j=1}^n |\phi_j\rangle |\phi_j\rangle^\dagger |\psi\rangle \quad (1.17)$$

$$= \left( \sum_{j=1}^n |\phi\rangle \langle \phi| \right) |\psi\rangle \quad (1.18)$$

$$\Rightarrow \Pi_{\mathbb{C}^n} = \sum_{j=1}^n |\phi\rangle \langle \phi|. \quad (1.19)$$

O projetor  $\Pi$  atua como o operador identidade no subespaço  $\mathcal{W}$ . Sempre que isso ocorre, diz-se que a base usada para definir o projetor é uma base completa.

*Representações matricial e produto externo.* A composição do operador identidade

com  $O$  não altera a ação deste operador. Dessa forma, pode-se escrever

$$O = \mathbb{I} O \mathbb{I} \quad (1.20)$$

$$= \left( \sum_{j=1}^d |o_j\rangle \langle o_j| \right) O \left( \sum_{k=1}^d |o_k\rangle \langle o_k| \right) \quad (1.21)$$

$$= \sum_{j,k=1}^d \langle o_j | O | o_k \rangle |o_j\rangle \langle o_k| \quad (1.22)$$

$$= \sum_{j,k=1}^d O_{jk} |o_j\rangle \langle o_k|. \quad (1.23)$$

A equação (1.23) é a representação do operador  $O$  na forma de produto externo. Os coeficientes  $O_{jk} = \langle o_j | O | o_k \rangle$  são os elementos de matriz de  $O$  na base  $\{|o_j\rangle\}_{j=1}^d$ :

$$O = \begin{pmatrix} \langle o_1 | O | o_1 \rangle & \langle o_1 | O | o_2 \rangle & \cdots & \langle o_1 | O | o_d \rangle \\ \langle o_2 | O | o_1 \rangle & \langle o_2 | O | o_2 \rangle & \cdots & \langle o_2 | O | o_d \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle o_d | O | o_1 \rangle & \langle o_d | O | o_2 \rangle & \cdots & \langle o_d | O | o_d \rangle \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

*Valor médio de um observável.* O valor médio de um observável da forma  $O = \sum_{j=1}^d o_j |o_j\rangle \langle o_j|$  para um sistema no estado  $|\psi\rangle$  pode ser escrito como

$$\langle O \rangle_\psi = \sum_{j=1}^d o_j Pr(o_j|\psi) \quad (1.25)$$

$$= \sum_{j=1}^d o_j |\langle o_j | \psi \rangle|^2 \quad (1.26)$$

$$= \sum_{j=1}^d o_j \langle \psi | o_j \rangle \langle o_j | \psi \rangle \quad (1.27)$$

$$= \langle \psi | \left( \sum_{j=1}^d o_j |o_j\rangle \langle o_j| \right) | \psi \rangle \quad (1.28)$$

$$= \langle \psi | O | \psi \rangle. \quad (1.29)$$

*Amplitudes de probabilidade.* Pode-se escrever o estado  $|\psi\rangle$  de um sistema imediatamente antes de uma medida como uma combinação linear dos autovetores do observável

a ser medido:

$$|\psi\rangle = \sum_{j=1}^d \psi_j |o_j\rangle. \quad (1.30)$$

Pela regra de Born, a probabilidade de medir o valor  $o_j$  é

$$Pr(o_j|\psi) = |\langle o_j|\psi\rangle|^2 \quad (1.31)$$

$$= \left| \langle o_j | \sum_{k=1}^d \psi_k |o_k\rangle \right|^2 \quad (1.32)$$

$$= \left| \sum_{k=1}^d \psi_k \langle o_j | o_k \rangle \right|^2 \quad (1.33)$$

$$= \left| \sum_{k=1}^d \psi_k \delta_{jk} \right|^2 \quad (1.34)$$

$$= |\psi_j|^2. \quad (1.35)$$

### 1.1.3 Postulado da dinâmica

A evolução temporal dos estados  $|\psi(t)\rangle$  de um sistema quântico é descrita pela equação de Schrödinger dependente do tempo

$$i\hbar \partial_t |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle, \quad (1.36)$$

onde  $H(t)$  é o operador hamiltoniano do sistema no instante de tempo  $t$ .

A mudança de um estado  $|\psi(t)\rangle$  é descrita por uma transformação unitária,

$$|\psi(t)\rangle = U(t) |\psi_0\rangle, \quad (1.37)$$

sendo o operador de evolução temporal  $U(t)$  um operador linear unitário (um operador que satisfaz  $UU^\dagger = U^\dagger U = \mathbb{I}$ ) obtido a partir da equação de Schrödinger

$$i\hbar \partial_t U(t) = H(t)U(t), \quad U(0) = \mathbb{I}. \quad (1.38)$$

As duas equações anteriores são equivalentes à equação 1.36:

$$i\hbar\partial_t |\psi(t)\rangle = i\hbar\partial_t (U(t) |\psi_0\rangle) \quad (1.39)$$

$$= (i\hbar\partial_t U(t)) |\psi_0\rangle \quad (1.40)$$

$$= H(t)U(t) |\psi_0\rangle \quad (1.41)$$

$$= H(t) |\psi(t)\rangle. \quad (1.42)$$

A dinâmica gerada por transformações unitárias é determinista e reversível. Quando o operador hamiltoniano não depende do tempo, o operador de evolução temporal tem a forma

$$U(t) = \exp\left(\frac{-iH}{\hbar}\right). \quad (1.43)$$

Já quando o hamiltoniano depende do tempo, mas há comutatividade de operadores em diferentes instantes de tempo, ou seja,

$$[H(t), H(t')] = 0, \quad (1.44)$$

pode-se escrever  $U(t)$  como

$$U(t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t H(t') dt'\right). \quad (1.45)$$

De forma mais geral, quando  $[H(t), H(t')] \neq 0$ ,

$$U(t) = \mathcal{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t H(t') dt'\right), \quad (1.46)$$

sendo

$$\mathcal{T}(H_1 H_2 \cdots H_j) = H_{t_1} H_{t_2} \cdots H_{t_j}, \quad t_1 \geq t_2 \geq \cdots \geq t_j \quad (1.47)$$

o operador de ordenamento temporal.

## 1.2 INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO QUÂNTICA

Nessa seção serão apresentados conceitos básicos de computação quântica, que serão fundamentais para o entendimento e construção de circuitos quânticos.

### 1.2.1 Qubits

A computação clássica e a teoria da informação clássica se baseiam em um conceito fundamental denominado *bit* ("binary digit"), a menor unidade de informação, que pode assumir os valores 0 ou 1. A computação quântica se baseia em um conceito análogo, o *quantum bit*, ou *qubit*. Um qubit pode ser descrito pelos estados

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.48)$$

(estados da base computacional) que correspondem aos estados 0 e 1 de um bit clássico, mas também por combinações lineares desses estados. O estado geral de um qubit pode ser escrito como

$$|\psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle = c_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix}, \quad (1.49)$$

em que  $c_0$  e  $c_1$  são números complexos. Quando se mede um qubit, obtém-se ou o valor 0, com uma probabilidade  $|c_0|^2$ , ou o valor 1, com probabilidade  $|c_1|^2$ . O estado de um qubit pode ser entendido como um vetor unitário em um espaço vetorial complexo de duas dimensões ( $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^2$ ). Pode-se representar geometricamente o vetor de estado de um qubit em  $\mathbb{R}^3$  através da esfera de Bloch (Figura 1).

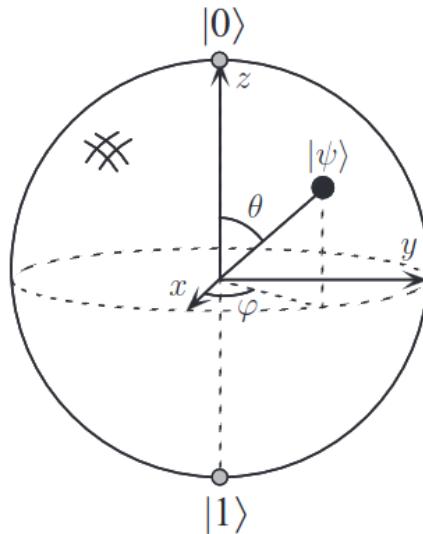


Figura 1 – A esfera de Bloch pode ser utilizada para representar um único qubit; não existe uma generalização para dois ou mais qubits. Fonte: Nielsen e Chuang (2010).

Nesse caso, o estado geral é escrito como (a menos de uma fase global  $e^{i\gamma}$ )

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2) |0\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2) |1\rangle, \quad (1.50)$$

em que  $\theta$  e  $\phi$  são os ângulos usuais utilizados no sistema de coordenadas esféricas; o estado do qubit é definido pelo vetor posição de um determinado ponto na superfície dessa esfera, que nesse caso possui raio  $r = 1$  já que  $\|\psi\| = 1$ . A evolução temporal do estado de um qubit em  $\mathbb{C}^2$  pode ser entendida como uma rotação do vetor de estado na esfera de Bloch.

O estado de um sistema com 2 qubits pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores de uma base obtida a partir do produto tensorial entre os estados da base computacional:

$$|\psi\rangle = c_{00}|00\rangle + c_{01}|01\rangle + c_{10}|10\rangle + c_{11}|11\rangle = \begin{bmatrix} c_{00} \\ c_{01} \\ c_{10} \\ c_{11} \end{bmatrix}, \quad (1.51)$$

sendo

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (1.52)$$

$$|01\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (1.53)$$

$$|10\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (1.54)$$

$$|11\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (1.55)$$

em que  $T$  denota a transposta de uma matriz.

Realizando-se uma medida nesse sistema, pode-se obter os resultados 00, 01, 10 ou 11 com probabilidades  $|c_{00}|^2$ ,  $|c_{01}|^2$ ,  $|c_{10}|^2$  e  $|c_{11}|^2$ , respectivamente. Nesse caso pode-se medir também apenas um subconjunto do sistema, por exemplo, o primeiro qubit: obtém-se dessa forma ou o resultado 0 com probabilidade  $|c_{00}|^2 + |c_{01}|^2$  ou o resultado 1 com probabilidade  $|c_{10}|^2 + |c_{11}|^2$ ; no primeiro caso, o estado pós-medida será

$$|\psi'\rangle = \frac{c_{00}|00\rangle + c_{01}|01\rangle}{\sqrt{|c_{00}|^2 + |c_{01}|^2}}. \quad (1.56)$$

De forma geral, o estado de um sistema com  $n$  qubits pode ser escrito como uma combinação linear de  $2^n$  estados da forma

$$|b_1 b_2 \dots b_n\rangle = |b_1\rangle \otimes |b_2\rangle \otimes \dots \otimes |b_n\rangle, \quad (1.57)$$

em que cada  $|b_j\rangle$  é um dos estados da base computacional.

Nos circuitos quânticos, a passagem do tempo ocorre da esquerda para direita; medidas de qubits (linhas horizontais) resultam em bits clássicos (linhas duplas). Por padrão, todos os qubits iniciam no estado  $|0\rangle$ .

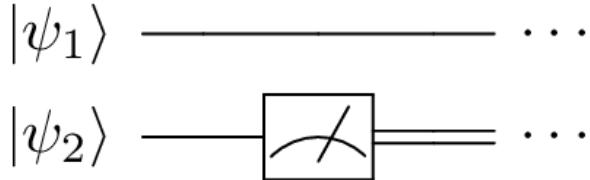


Figura 2 – Representação de qubits, medidas e bits clássicos em um circuito. Fonte: Próprio autor.

### 1.2.2 Portas lógicas de um qubit

Em computação clássica, portas lógicas são componentes de um circuito que executam operações lógicas em 1 ou mais bits. De forma análoga, portas lógicas quânticas executam operações lógicas em 1 ou mais qubits. Portas de um qubit são representadas por matrizes unitárias  $2 \times 2$ :

Porta  $U_3(\theta, \phi, \lambda)$  (rotação geral): Porta unitária mais geral para 1 qubit, sendo representada matricialmente por

$$U_3(\theta, \phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -e^{i\lambda} \sin(\theta/2) \\ e^{i\phi} \sin(\theta/2) & e^{i(\phi+\lambda)} \cos(\theta/2) \end{bmatrix}, \quad (1.58)$$

com  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$  e  $0 \leq \lambda \leq 2\pi$ . Ela atua nos estados da base computacional da seguinte forma:

$$U_3(\theta, \phi, \lambda)|0\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2)|1\rangle, \quad (1.59)$$

$$U_3(\theta, \phi, \lambda)|1\rangle = -e^{i\lambda} \sin(\theta/2)|0\rangle + e^{i(\phi+\lambda)} \cos(\theta/2)|1\rangle. \quad (1.60)$$

Porta  $X$  ("bit-flip gate"): análoga à porta NOT clássica, muda o estado de  $|0\rangle$  para  $|1\rangle$  e vice-versa.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X|0\rangle = |1\rangle, \\ X|1\rangle = |0\rangle. \end{cases} \quad (1.61)$$

Porta  $Y$  ("bit- and phase-flip gate"): altera o estado de maneira similar à porta  $X$ , além de induzir uma fase  $\pi/2$  ao estado  $|1\rangle$  e uma fase  $-\pi/2$  ao estado  $|0\rangle$ .

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Y|0\rangle = i|1\rangle, \\ Y|1\rangle = -i|0\rangle. \end{cases} \quad (1.62)$$

Porta  $Z$  ("phase-flip gate"): induz uma fase  $\pi$  no estado  $|1\rangle$ , deixando o estado  $|0\rangle$  inalterado.

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Z|0\rangle = |0\rangle, \\ Z|1\rangle = -|1\rangle. \end{cases} \quad (1.63)$$

Porta  $H$  (Hadamard): muda da base computacional  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  (autovetores de  $Z$ ) para a base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  (autovetores de  $X$ ).

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle, \\ H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle. \end{cases} \quad (1.64)$$

Porta  $S$ : adiciona uma fase  $\pi/2$  no estado  $|1\rangle$ , deixando  $|0\rangle$  inalterado.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} S|0\rangle = |0\rangle, \\ S|1\rangle = i|1\rangle. \end{cases} \quad (1.65)$$

Essa porta também muda a base de  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  para  $\{|\oplus\rangle, |\ominus\rangle\}$  (autovetores de  $Y$ ):

$$S|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(S|0\rangle + S|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) = |\oplus\rangle, \quad (1.66)$$

$$S|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(S|0\rangle - S|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle) = |\ominus\rangle. \quad (1.67)$$

Porta  $P$  ("phase"): induz uma fase  $\lambda$  no estado  $|1\rangle$ .

$$P(\lambda) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\lambda} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} P(\lambda)|0\rangle = |0\rangle, \\ P(\lambda)|1\rangle = e^{i\lambda}|1\rangle. \end{cases} \quad (1.68)$$

Em um circuito quântico, uma porta qualquer  $U$  de 1 qubit é representada como na Figura 3.



Figura 3 – Representação de uma porta de 1 qubit em um circuito quântico. Fonte: Próprio autor.

### 1.2.3 Portas lógicas de dois ou mais qubits

Porta CNOT (controlled-NOT): atua em dois qubits, chamados de qubit de controle ("control") e qubit alvo ("target"), respectivamente. Essa porta lógica é representada matricialmente por

$$\text{CNOT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = |0\rangle\langle 0| \otimes \mathbb{I} + |1\rangle\langle 1| \otimes X. \quad (1.69)$$

A ação da CNOT é inverter o estado do qubit alvo se o estado do controle for  $|1\rangle$ :

$$\text{CNOT}_{c \rightarrow t} |0\rangle_c \otimes |0\rangle_t = |0\rangle_c \otimes |0\rangle_t, \quad (1.70)$$

$$\text{CNOT}_{c \rightarrow t} |0\rangle_c \otimes |1\rangle_t = |0\rangle_c \otimes |1\rangle_t, \quad (1.71)$$

$$\text{CNOT}_{c \rightarrow t} |1\rangle_c \otimes |0\rangle_t = |1\rangle_c \otimes |1\rangle_t, \quad (1.72)$$

$$\text{CNOT}_{c \rightarrow t} |1\rangle_c \otimes |1\rangle_t = |1\rangle_c \otimes |0\rangle_t. \quad (1.73)$$

Ou seja,  $\text{CNOT}_{c \rightarrow t}|c\rangle \otimes |t\rangle = |c\rangle \otimes |c \oplus t\rangle$ , em que  $\oplus$  representa adição mod 2. Em um circuito, a CNOT é representada por

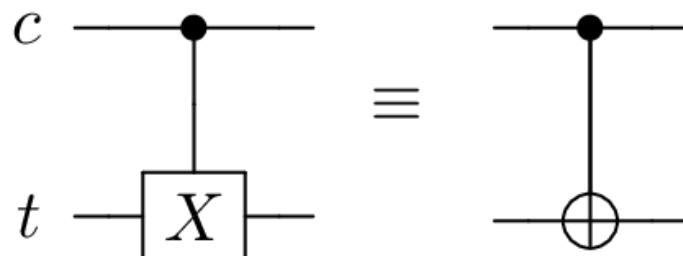


Figura 4 – Representação da porta CNOT em um circuito. Nesse exemplo, o primeiro qubit é o controle e o segundo o alvo. Fonte: Próprio autor.

As outras portas de 1 qubit discutidas anteriormente também têm suas versões controladas; no entanto, qualquer porta de dois ou mais qubits pode ser obtida da composição de CNOTs e portas de 1 qubit. Uma porta controlada qualquer  $U$  pode ser representada como

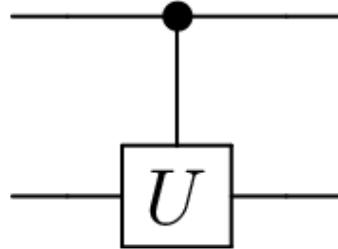


Figura 5 – Representação de uma porta controlada em um circuito. Fonte: Próprio autor.

Porta SWAP: para dois qubits, é representada matricialmente por

$$\text{SWAP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.74)$$

e sua ação é trocar os estados dos qubits:

$$\text{SWAP} |0\rangle \otimes |0\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle, \quad (1.75)$$

$$\text{SWAP} |0\rangle \otimes |1\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle, \quad (1.76)$$

$$\text{SWAP} |1\rangle \otimes |0\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle, \quad (1.77)$$

$$\text{SWAP} |1\rangle \otimes |1\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle. \quad (1.78)$$

A SWAP pode ser escrita em termos da porta CNOT como

$$\text{SWAP} = \text{CNOT}_{1 \rightarrow 2} \text{CNOT}_{2 \rightarrow 1} \text{CNOT}_{1 \rightarrow 2}, \quad (1.79)$$

em que o primeiro índice indica o qubit de controle e o segundo o qubit alvo. Em um circuito quântico, é representada como na Figura 6.

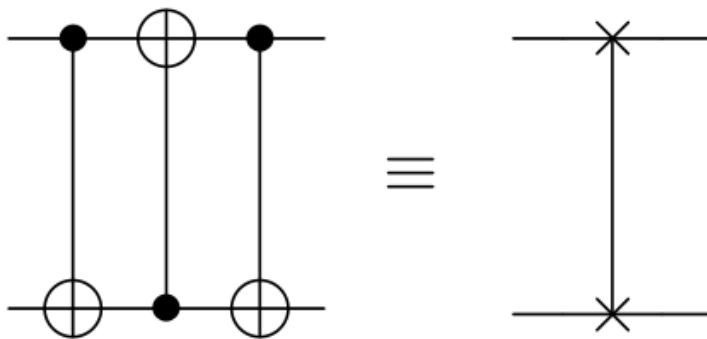


Figura 6 – Representação de um circuito em que ocorre a troca de dois qubits. Fonte: Próprio autor.

### 1.3 EXPERIMENTOS DE DUPLA FENDA

Os primeiros experimentos envolvendo fenômenos de interferência com feixes luminosos foram realizados por Thomas Young no início do século XIX. A proposta de Young era realizar um experimento que demonstrasse o comportamento ondulatório da luz, em contraste com o modelo corpuscular desenvolvido por Newton e amplamente defendido na época. A versão moderna do experimento de Young é o chamado experimento da dupla fenda. Esse experimento pode ser utilizado para evidenciar os comportamentos corpuscular e ondulatório de sistemas quânticos.

#### 1.3.1 Comportamento corpuscular

Vamos analisar primeiramente o comportamento de partículas clássicas (Figura 7) nessa montagem experimental, que consiste basicamente em uma fonte de partículas e dois aparelhos. A fonte emite as partículas em direções aleatórias, num determinado intervalo angular, em sentido ao primeiro anteparo. Este possui duas fendas, com dimensões suficientes para que as partículas as atravessem e sigam em direção ao segundo anteparo, onde serão detectadas por um detector móvel (ou por uma superfície fotossensível).

Assumindo que a fonte emite partículas em uma taxa uniforme, a probabilidade de se detectar uma partícula a uma distância  $x$  do centro do anteparo é proporcional ao número de contagens no detector em um certo intervalo de tempo. Essas partículas são indivisíveis e sua detecção ocorre em quantidades discretas, ou seja, a cada instante de

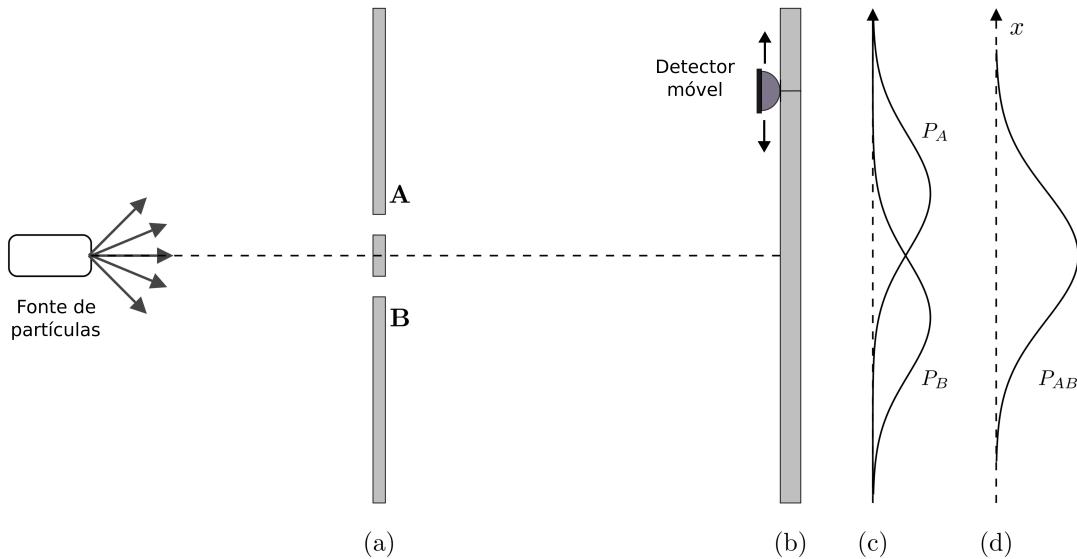


Figura 7 – Experimento de interferência com partículas: (a) anteparo com as fendas; (b) anteparo de detecção; (c) probabilidades de detecção  $P_A$  e  $P_B$  com as fendas A e B abertas individualmente; (d) probabilidade de detecção  $P_{AB}$  com ambas as fendas abertas. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013).

tempo ou uma ou nenhuma partícula chega ao detector. Além disso, é possível determinar a trajetória dessas partículas ao longo do experimento sem perturbá-las de forma considerável. Realizando-se essa medida em várias posições, obtém-se a distribuição de probabilidades ilustrada em (d). Essa distribuição é igual à soma das distribuições, ilustradas em (c), obtidas quando cada uma das fendas é aberta individualmente, ou seja,

$$P_{AB}(x) = P_A(x) + P_B(x). \quad (1.80)$$

### 1.3.2 Comportamento ondulatório

Agora vamos analisar o comportamento de ondas descritas pela física clássica nesse arranjo experimental (Figura 8). Considera-se que as ondas são geradas por uma fonte pontual, e que a separação entre as fendas é muito pequena em relação à distância entre os anteparos.

Nesse caso, o detector mede a intensidade da onda incidente. Considerando-se que essa fonte gera frentes de onda igualmente espaçadas, a medida obtida é proporcional à taxa com a qual a energia da onda é transportada ao detector (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2013). Diferentemente da detecção pontual no caso das partículas, os valores medidos podem variar de forma contínua. A intensidade  $I_{AB}$  da onda em função da posição  $x$  quando ambas as fendas estão abertas é diferente da soma das intensidades  $I_A$  e  $I_B$

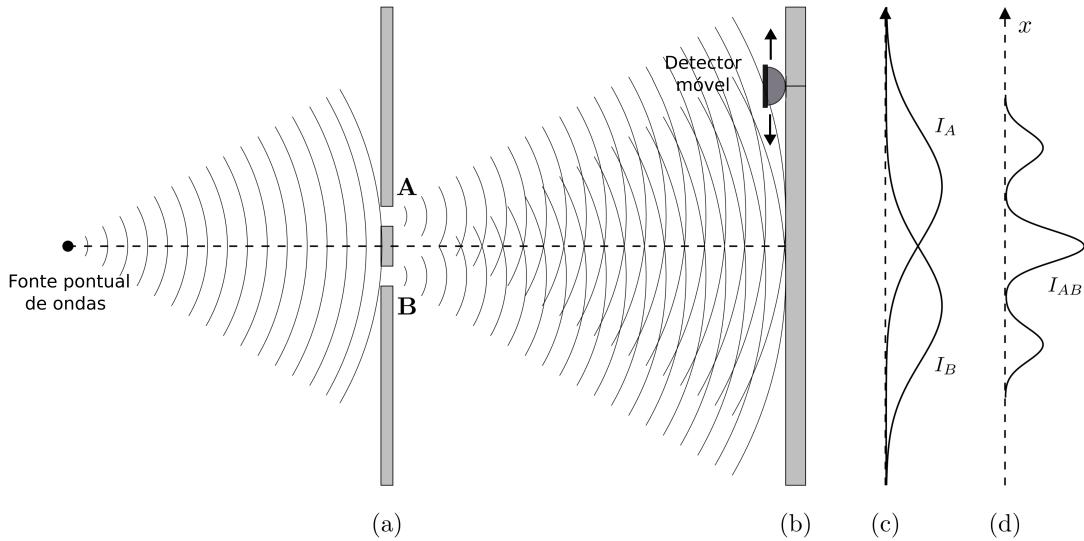


Figura 8 – Experimento de interferência com ondas: (a) anteparo com as fendas; (b) anteparo de detecção; (c) distribuições de intensidade  $I_A$  e  $I_B$  com as fendas A e B abertas individualmente; (d) distribuição de intensidade  $I_{AB}$  com ambas as fendas abertas. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013).

obtidas quando cada fenda é aberta individualmente:

$$I_{AB}(x) \neq I_A(x) + I_B(x). \quad (1.81)$$

Isso ocorre devido à interferência entre as ondas que partem das fendas A e B, que se comportam como novas "fontes" após a incidência e difração da onda original. A relação entre as intensidades nas duas situações é dada por

$$I_{AB} = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos \phi, \quad (1.82)$$

sendo  $\phi$  a diferença de fase entre as duas frentes de onda e o termo mais à direita o termo de interferência. A interferência construtiva ("franjas claras") ocorre quando  $\phi = 2\pi n$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , e a destrutiva ("franjas escuras") quando  $\phi = 2\pi(n + 1/2)$ . Em termos da diferença de distância  $\delta$  percorrida entre as duas ondas, a interferência construtiva ocorre quando  $\delta = m\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  (múltiplos inteiros do comprimento de onda) e a destrutiva quando  $\delta = (m + 1/2)\lambda$  (múltiplos ímpares de meio comprimento de onda). Os máximos de intensidade são medidos nas posições em que as ondas interferem construtivamente:

$$x_{max} = \frac{\lambda L}{d} m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1.83)$$

sendo  $L$  a distância entre os aparelhos e  $d$  a distância entre as fendas, medida a partir de seus centros. Já os mínimos são medidos nas posições onde há interferência destrutiva:

$$x_{min} = \frac{\lambda L}{d} \left( m + \frac{1}{2} \right), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots. \quad (1.84)$$

Em óptica clássica, a nitidez de um padrão de interferência pode ser quantificada através da visibilidade interferométrica, usualmente definida como

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (1.85)$$

em que  $I_{max}$  e  $I_{min}$  representam as intensidades máxima e mínima do padrão de interferência, respectivamente.

### 1.3.3 Comportamento de elétrons

Por fim, vamos analisar um experimento semelhante envolvendo elétrons (Figura 9). A fonte pode consistir, por exemplo, em um filamento metálico aquecido por uma corrente elétrica, que emitirá elétrons em direção ao primeiro aparato. Já o detector móvel nesse caso pode ser, por exemplo, um contador Geiger ou um multiplicador de elétrons. Realizando-se esse experimento, se observaria que a detecção dos elétrons é semelhante à detecção no primeiro experimento, ou seja, ocorre em quantidades discretas. Além disso, se dois detectores fossem posicionados em (b), para cada elétron que atravessasse as fendas, apenas um (ou nenhum) deles seria ativado.

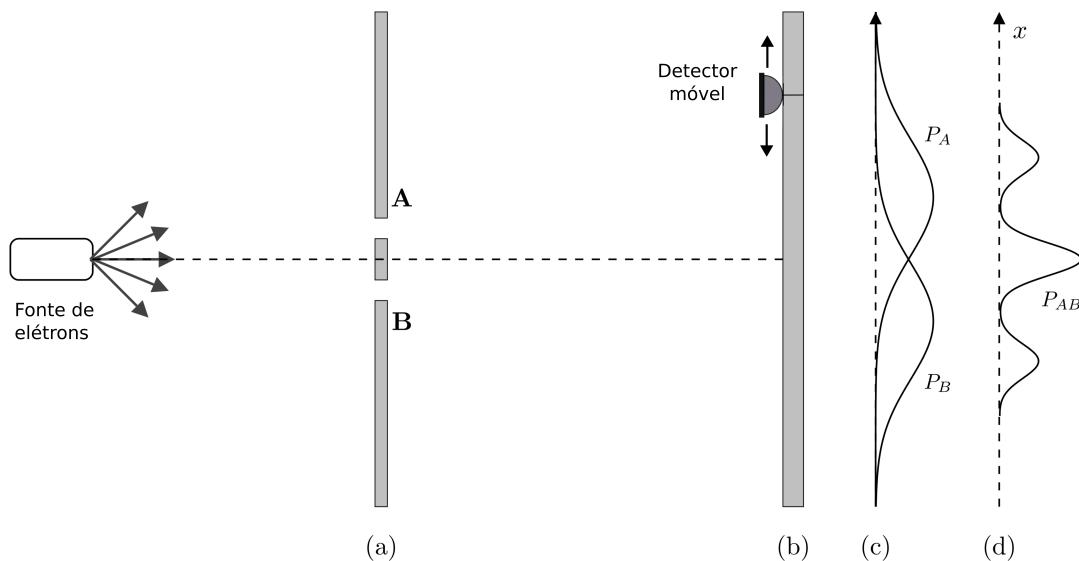


Figura 9 – Experimento de interferência com elétrons. As distribuições de probabilidade de detecção  $P_A$  e  $P_B$  para cada fenda aberta individualmente em (c) se assemelha às distribuições no caso de partículas clássicas. Já a distribuição  $P_{AB}$  em (d) se assemelha à distribuição de intensidade quando ocorre interferência entre ondas. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013).

A probabilidade de detecção em função de  $x$  (novamente proporcional ao número de contagens no detector em um certo intervalo de tempo) para cada fenda aberta individualmente também é semelhante ao primeiro experimento, como ilustrado em (c). No

entanto, quando ambas fendas estão abertas, a probabilidade de detecção não é mais igual à soma das probabilidades obtidas anteriormente, ou seja,

$$P_{AB}(x) \neq P_A(x) + P_B(x). \quad (1.86)$$

Nesse sentido, a distribuição de probabilidades de detecção dos elétrons é semelhante à distribuição de intensidades no caso do experimento com ondas (os elétrons se agrupam em "franjas"); porém sua detecção ocorre de forma discreta e bem localizada, semelhante ao caso do experimento com partículas.

Agora considera-se o seguinte experimento (Figura 10). Nessa situação, uma fonte de fótons é adicionada ao experimento de interferência com elétrons atrás do primeiro aparato, entre as fendas. Dessa forma, quando um elétron passar pelo primeiro aparato irá interagir com os fótons, possibilitando a determinação da fenda pela qual passou. Observa-se que essa interação ocorre na vizinhança de apenas uma das fendas para cada elétron emitido, evidenciando que este não se divide e que atravessa apenas uma das fendas. A distribuição de probabilidades obtida é semelhante a da Figura 7:

$$P'_{AB}(x) = P'_A(x) + P'_B(x). \quad (1.87)$$

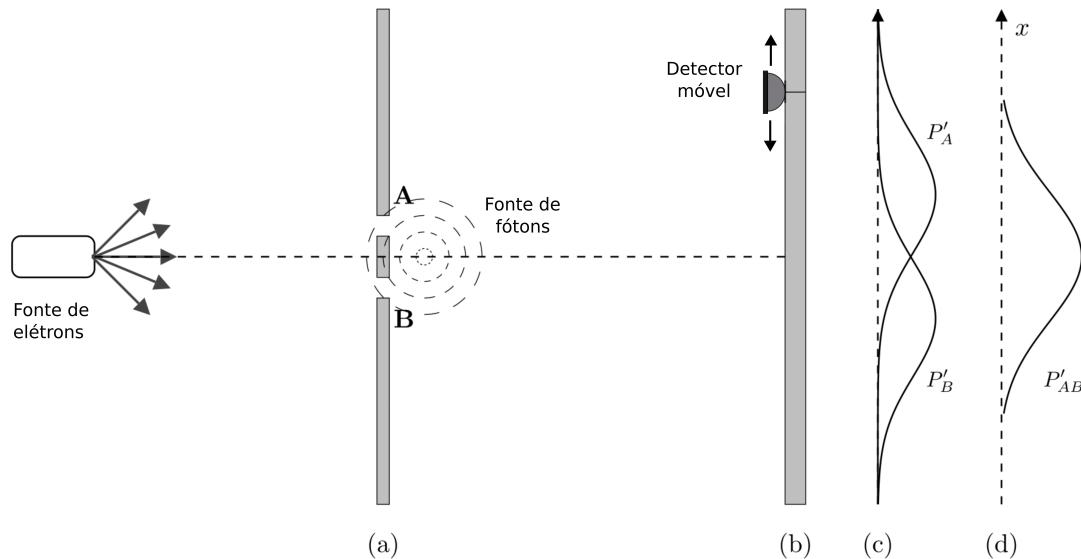


Figura 10 – Experimento de interferência com elétrons e uma fonte de luz. O espalhamento dos fótons permite determinar por qual fenda o elétron passa em (a); a distribuição de probabilidades  $P'_{AB}$  em (d) agora é semelhante àquela das partículas clássicas, ou seja, o padrão de interferência é perdido. Fonte: Adaptado de Feynman, Leighton e Sands (2013).

Ou seja, quando for possível determinar a trajetória dos elétrons, o padrão de interferência é destruído. Isso pode ser verificado teoricamente (QURESHI, 2012) da seguinte forma: suponha, primeiramente, que a função de onda que descreve um elétron, após

passar pelas fendas e imediatamente antes de chegar ao detector, seja dada por

$$\psi(x) = \psi_A(x) + \psi_B(x), \quad (1.88)$$

em que  $\psi_A(x)$  e  $\psi_B(x)$  representam as funções de onda associadas a cada uma das fendas. A probabilidade de detectar esse elétron a uma distância  $x$  do centro do aparato é dada por

$$|\psi(x)|^2 = |\psi_A(x)|^2 + |\psi_B(x)|^2 + \psi_A^*(x)\psi_B(x) + \psi_B^*(x)\psi_A(x), \quad (1.89)$$

em que os últimos dois termos representam a interferência. Agora suponha que o elétron seja descrito por um estado  $|\psi\rangle = \psi_A(x)|A\rangle + \psi_B(x)|B\rangle$ , em que  $|A\rangle$  e  $|B\rangle$  são autoestados ortonormais de um determinado observável, de forma que uma medida resultando em um autovalor de  $|A\rangle$  ( $|B\rangle$ ) permite concluir que o elétron passou pela fenda A (B). A probabilidade de encontrar o elétron em  $x$  é dada agora por

$$\begin{aligned} |\psi(x)|^2 &= |\psi_A(x)|^2 \langle A|A\rangle + \psi_A^*(x)\psi_B(x) \langle A|B\rangle \\ &\quad + \psi_B^*(x)\psi_A(x) \langle B|A\rangle + |\psi_B(x)|^2 \langle B|B\rangle \end{aligned} \quad (1.90)$$

$$= |\psi_A(x)|^2 + |\psi_B(x)|^2. \quad (1.91)$$

Os termos de interferência desaparecem devido à ortogonalidade entre  $|A\rangle$  e  $|B\rangle$ . A possibilidade de se obter alguma informação sobre a trajetória dos elétrons seria, portanto, suficiente para destruir a interferência.

## 1.4 COMPLEMENTARIDADE

Nessa seção serão apresentadas as principais ideias de Bohr sobre complementaridade e desenvolvimentos posteriores sobre o assunto.

### 1.4.1 Princípio de Complementaridade de Bohr

Em 1927, durante o Congresso Internacional de Física realizado na Itália, Bohr apresentou pela primeira vez à comunidade científica sua ideia de complementaridade. Sua proposta era, em suas palavras, "descrever um certo ponto de vista geral [...] que espero ajudará a harmonizar as opiniões claramente conflitantes de vários cientistas" (HOLTON, 1970, p. 152). Ele se referia nesse caso às diferenças aparentemente incompatíveis

entre as descrições clássica e quântica dos fenômenos físicos. Bohr utilizou como exemplo a questão sobre a natureza da luz: sua propagação espacial, fenômenos de interferência e outras propriedades ópticas são satisfatoriamente entendidas pela descrição ondulatória da teoria eletromagnética clássica; por outro lado, sua interação com a matéria, como observado no efeito fotoelétrico e no efeito Compton (MESSIAH, 1999), só pode ser compreendida a partir da descrição quântica envolvendo trocas de energia de forma discreta e bem localizada.

A proposta de Bohr era de que o completo entendimento sobre essas questões aparentemente contraditórias não seria resultado da redução ou subordinação de uma representação à outra, mas sim na "superposição exaustiva de diferentes descrições que incorporam noções visivelmente contraditórias" (HOLTON, 1970, p. 154), ou seja, com a linguagem herdada da física clássica de que dispomos para descrever a natureza, só seria possível compreendê-la totalmente por meio de descrições complementares. Algumas das principais questões que Bohr procurou abordar em suas discussões sobre complementaridade eram (KALOYEROU, 2016):

1. A impossibilidade de separação entre sujeito (aparato experimental) e objeto (sistema quântico), e a impossibilidade de definir (o estado) e observar (realizar uma medida sobre) um sistema quântico simultaneamente, devido ao "postulado quântico" (colapso / redução da função de onda). Dessa forma, um experimento deve ser analisado em sua totalidade (aparato + objeto).
2. A impossibilidade de descrever um sistema quântico exaustivamente por meio de uma única representação, sendo necessários pares de conceitos complementares (como os conceitos de onda e partícula). Tais conceitos são concebíveis apenas em arranjos experimentais mutuamente excludentes, de forma que são estes que definem o conceito a ser utilizado em cada caso.
3. Conceitos clássicos são abstrações para facilitar a compreensão e comunicar os resultados dos experimentos, porém não podem ser atribuídos a uma realidade física.
4. A impossibilidade de descrever processos físicos em termos de um modelo único bem definido, ou seja, a descrição de uma realidade física fundamental em termos de um modelo único é impossível.

Os testes experimentais do princípio de complementaridade de Bohr (PCB) discutidos nesse trabalho são referentes ao item 2, que trata da dualidade onda-partícula e da complementaridade entre arranjos experimentais. Para Bohr, seria possível explicar os resultados obtidos a partir de um determinado arranjo experimental através da utilização de

apenas uma das representações, ou corpuscular ou ondulatória, e não ambas simultaneamente (no mesmo experimento). Sendo  $P$  um parâmetro que quantifica o comportamento corpuscular e  $W$  um parâmetro que quantifica o comportamento ondulatório de um sistema quântico, seus valores possíveis para um dado experimento seriam  $P = 1, W = 0$  (fenômeno corpuscular) ou  $P = 0, W = 1$  (fenômeno ondulatório).

### 1.4.2 Fenômenos Intermediários

A primeira demonstração de fenômenos intermediários foi feita por Wootters e Zurek (1979), através da análise de um experimento de dupla fenda e da quantificação dos comportamentos tipo partícula e tipo onda usando a entropia de Shannon. A partir disso, esses autores obtiveram uma medida de quanta informação parcial dos dois comportamentos pode ser obtida simultaneamente no mesmo experimento, associando a nitidez do padrão de interferência a uma medida do caráter ondulatório do sistema e a quantidade de informação que pode ser obtida sobre a trajetória dos fótons a uma medida do caráter corpuscular do sistema.

Segundo os autores, essa seria uma (re)formulação quantitativa do princípio de complementaridade de Bohr para o caso de um experimento de dupla fenda. Alguns autores (KALOYEROU, 2016) discordam que esta seja uma reformulação do PCB, e que estaria inclusive em contradição com este. O argumento é que a nitidez do padrão de interferência não estaria relacionada ao quanto aplicável é a representação ondulatória, sendo apenas uma quantificação da coerência de duas ondas; qualquer medida de visibilidade interferométrica, por menor que seja, requer a utilização de um modelo 100% ondulatório para explicá-la. Dessa forma, a atribuição de um conceito corpuscular a esses experimentos seria "arbitrária e artificial, e certamente em contradição com o PCB" (KALOYEROU, 2016, p. 151).

A partir da análise de Wootters e Zurek, outros autores (GREENBERGER; YASIN, 1988; ENGLERT, 1996) obtiveram uma expressão da forma

$$D^2 + V^2 \leq 1, \quad (1.92)$$

em que  $D$  seria uma medida do aspecto corpuscular, usualmente chamada distinguibilidade, e  $V$  uma medida do aspecto ondulatório do sistema, usualmente definida como a visibilidade. Essa expressão é geralmente chamada de relação de dualidade ou relação de complementaridade, e impõe um limite na quantidade de informação simultânea que pode ser obtida a respeito dos dois aspectos.

No contexto dos experimentos de dupla fenda, uma máxima quantificação do aspecto ondulatório ( $V = 1, D = 0$ ) poderia ser obtida em um experimento do tipo ilustrado na Figura 9, em que seria possível obter uma máxima nitidez do padrão de interferência (quantificada através da visibilidade) e nenhuma informação sobre a trajetória dos elétrons. Já uma máxima quantificação do aspecto corpuscular ( $V = 0, D = 1$ ) poderia ser obtida em um experimento como aquele ilustrado na Figura 10, em que seria possível obter máxima informação sobre a trajetória dos elétrons (por qual fenda passaram) e consequentemente nenhum padrão de interferência. Uma quantificação máxima de ambos os aspectos em um mesmo arranjo experimental estaria em contradição tanto com a formulação original de Bohr quanto com a expressão 1.92.

Trabalhos mais recentes sobre complementaridade (BASSO; CHRYSOSTHEMOS; MAZIERO, 2020) mostram que é possível obter desigualdades como a descrita acima a partir das propriedades matemáticas da matriz densidade  $\rho$  de um sistema quântico. Essas desigualdades têm a forma

$$C(\rho_A) + P(\rho_A) \leq c(d_A), \quad (1.93)$$

em que  $C(\rho_A)$  é uma medida de coerência quântica (generalização de  $V$ , quantificando o comportamento tipo onda),  $P(\rho_A)$  uma medida associada ao comportamento tipo partícula e  $c(d_A)$  uma constante que depende apenas da dimensão do sistema  $A$  em questão.

## 1.5 INTERFERÔMETRO DE MACH-ZEHNDER

Uma forma de melhor compreender o princípio de complementaridade é analisar experimentos envolvendo interferômetros de Mach-Zehnder (IMZ), um tipo de interferômetro desenvolvido pelos físicos Ludwig Mach e Ludwig Zehnder no final do século XIX (RICCI; OSTERMANN; PRADO, 2007).

Os IMZs consistem basicamente em uma fonte de fôtons, espelhos de reflexão total (E), espelhos semirrefletores (DF, "divisores de feixe") e detectores (D). No caso clássico, representa-se o feixe de luz emitido por uma frente de onda monocromática e unidimensional, por simplicidade. Os espelhos semirrefletores dividem o feixe em uma componente transmitida e uma refletida, que rumam por caminhos diferentes com a mesma amplitude (de forma mais geral, pode-se utilizar divisores com diferentes transmitâncias, que variam entre 0 e 1). As frentes de onda refletidas sofrem um deslocamento de fase em relação às transmitidas; a cada reflexão, há um avanço de  $1/4$  de comprimento de onda (o que equivale a uma mudança de fase de  $\pi/2$  rad). Já os espelhos refletem totalmente o feixe, introduzindo a mesma defasagem de  $\pi/2$  rad.

### 1.5.1 Fenômenos corpusculares e ondulatórios

Para construir um experimento quântico em que a complementaridade possa ser evidenciada, deve-se diminuir a intensidade do feixe e utilizar detectores de alta sensibilidade, de forma que seja possível detectar fótons individualmente. As amplitudes das ondas eletromagnéticas no caso clássico são análogas às amplitudes de probabilidade de detecção no caso quântico. Sendo assim, os componentes ópticos mudam o estado dos fótons da seguinte forma:

$$U_{DF} |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle); \quad (1.94)$$

$$U_{DF} |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(i|0\rangle + |1\rangle); \quad (1.95)$$

$$U_E |0\rangle = i|1\rangle; \quad (1.96)$$

$$U_E |1\rangle = i|0\rangle, \quad (1.97)$$

sendo  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  estados do modo espacial de movimento do fóton, representando os movimentos na horizontal e na vertical, respectivamente.

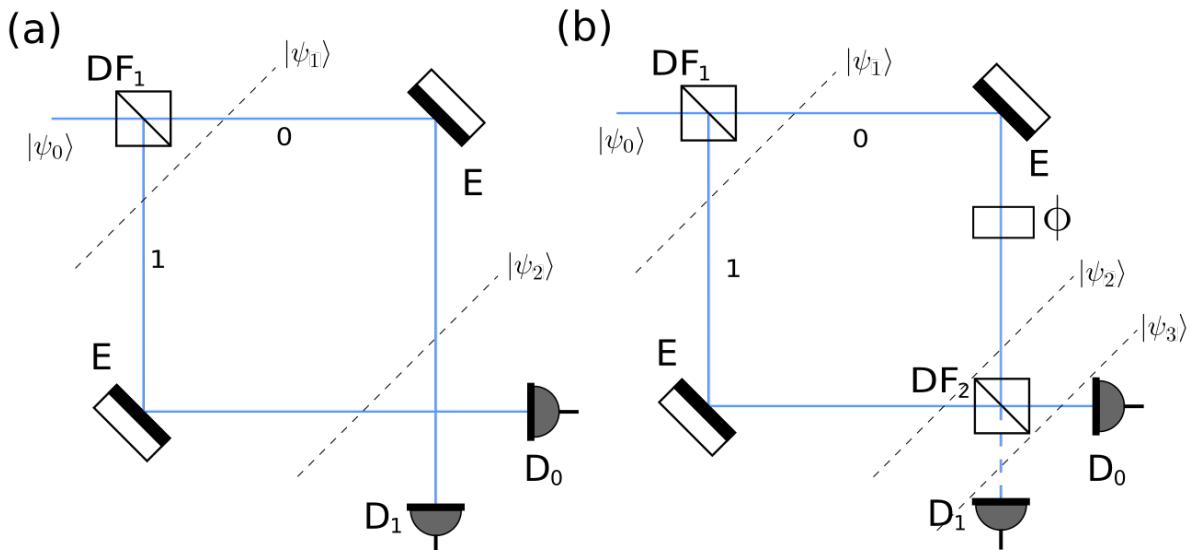


Figura 11 – Exemplos de fenômeno (a) corpuscular e (b) ondulatório no IMZ. Divisores de feixe são representados por  $DF_j$ , espelhos por  $E$  e os detectores por  $D_0$  e  $D_1$ . Fonte: Adaptado de Júnior (2013).

Na Figura 11(a), apresenta-se um arranjo experimental em que se evidencia o comportamento corpuscular de um sistema quântico. A detecção de um fóton em  $D_0$  permitiria inferir que esse fóton foi refletido por  $DF_1$  e seguiu o caminho de baixo. Por outro lado, se um fóton for detectado em  $D_1$ , seria possível inferir que este foi transmitido por  $DF_1$  e seguiu o caminho de cima (JÚNIOR, 2013). Considerando que o estado do fóton antes de

passar por  $DF_1$  é  $|\psi_0\rangle = |0\rangle$ , o estado após o primeiro divisor de feixes será

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle. \quad (1.98)$$

O estado do sistema após os espelhos será

$$|\psi_2\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle. \quad (1.99)$$

A probabilidade de que um determinado fóton seja detectado em  $D_0$  será, portanto,

$$Pr(D_0) = |\langle\psi_2|0\rangle|^2 = \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}, \quad (1.100)$$

e a probabilidade de detecção em  $D_1$  será

$$Pr(D_1) = |\langle\psi_2|1\rangle|^2 = \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}. \quad (1.101)$$

Como após a detecção do fóton seria possível inferir sua trajetória dentro do interferômetro, o fenômeno é dito corpuscular. Essa inferência a respeito do passado é conhecida como *retrodição*, que Bohr considerava uma interpretação de natureza puramente especulativa, mas que geralmente é utilizada para tratar de fenômenos corpusculares. A validade desse tipo de inferência é um tema atual de discussão e pesquisa.

Na Figura 11(b), o arranjo experimental evidencia o caráter ondulatório de um sistema quântico. Novamente, sendo o estado inicial do sistema  $|\psi_0\rangle = |0\rangle$ , os estados após  $DF_1$ , após os espelhos e a fase, e após  $DF_2$  são, respectivamente,

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle, \quad (1.102)$$

$$|\psi_2\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}e^{i\phi}|1\rangle, \quad (1.103)$$

$$|\psi_3\rangle = -\left(\frac{1+e^{i\phi}}{2}\right)|0\rangle - i\left(\frac{1-e^{i\phi}}{2}\right)|1\rangle. \quad (1.104)$$

Para uma fase  $\phi = 0$ , verifica-se que todos os fótons são detectados em  $D_0$ ,

$$|\langle\psi_3|0\rangle|^2 = \left| -\left(\frac{1+e^{i(0)}}{2}\right) \right|^2 = 1 \quad (1.105)$$

e nenhum em  $D_1$ ,

$$|\langle \psi_3 | 1 \rangle|^2 = \left| -i \left( \frac{1 - e^{i(0)}}{2} \right) \right|^2 = 0. \quad (1.106)$$

Esse resultado pode ser explicado apenas através do conceito de interferência. A componente que rumou por 1 e foi transmitida em  $DF_2$  interfere construtivamente em direção a  $D_0$  com a componente que percorreu o caminho 0 e foi refletida em  $DF_2$ . Da mesma forma, a componente que percorreu o caminho 1 e foi refletida em  $DF_2$  interfere destrutivamente em direção a  $D_1$  com a componente que percorreu o caminho 0 e foi transmitida em  $DF_2$ .

Dessa forma, não é possível inferir a trajetória de um determinado fóton e o fenômeno é dito ondulatório. Outra forma de demonstrar o aspecto ondulatório desse arranjo é introduzir uma fase variável  $\phi(t)$  em um dos caminhos. Verifica-se dessa forma que as taxas de contagem nos detectores variam no tempo, caracterizando um padrão de interferência temporal:

$$|\langle \psi_3 | 0 \rangle|^2 = \left( -\frac{1 + e^{-i\phi}}{2} \right) \left( -\frac{1 + e^{i\phi}}{2} \right) = \frac{1}{2} (1 + \cos \phi), \quad (1.107)$$

$$|\langle \psi_3 | 1 \rangle|^2 = \left( i \frac{1 - e^{-i\phi}}{2} \right) \left( -i \frac{1 - e^{i\phi}}{2} \right) = \frac{1}{2} (1 - \cos \phi), \quad (1.108)$$

A diferença entre os arranjos experimentais das Figuras 11(a) e 11(b) é somente a presença ou não do divisor de feixes  $DF_2$ . O experimento da escolha demorada, concebido por John Wheeler por volta de 1978 (MARLOW, 1978), mostra que é possível escolher o arranjo experimental em qualquer momento antes dos fótons passarem por  $DF_2$ , mesmo após estes terem entrado no interferômetro. Dessa forma, nada se poderia afirmar antes dos fótons chegarem a  $DF_2$ ; apenas quando o experimento se completa, ou seja, quando um sinal macroscópico é registrado no detector, é que se poderia afirmar se o comportamento associado a um conjunto de fótons naquele experimento foi ondulatório ou corpuscular. Segundo a interpretação da complementaridade, é sempre necessário considerar a totalidade do fenômeno, que envolve tanto o objeto quântico quanto o arranjo experimental.

## 1.6 O EXPERIMENTO DE AFSHAR

O físico iraniano Afshar (2005) e seus colaboradores realizaram um experimento que, segundo ele, violaria o princípio de complementaridade de Bohr. A primeira parte do experimento é ilustrada na Figura 12. Luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda = 650$  nm proveniente de um laser atravessa duas fendas circulares de diâmetro  $d = 250 \mu\text{m}$ , separadas por uma distância  $a = 2000 \mu\text{m}$ . Dois feixes difratados representados por  $\Psi_A$  e  $\Psi_B$  emergem das fendas e atravessam uma abertura  $b$ , que elimina parte do padrão de interferência devido a ordens de difração maiores, permitindo a observação de franjas circulares com um raio máximo  $s = 10,4 \text{ mm}$ .

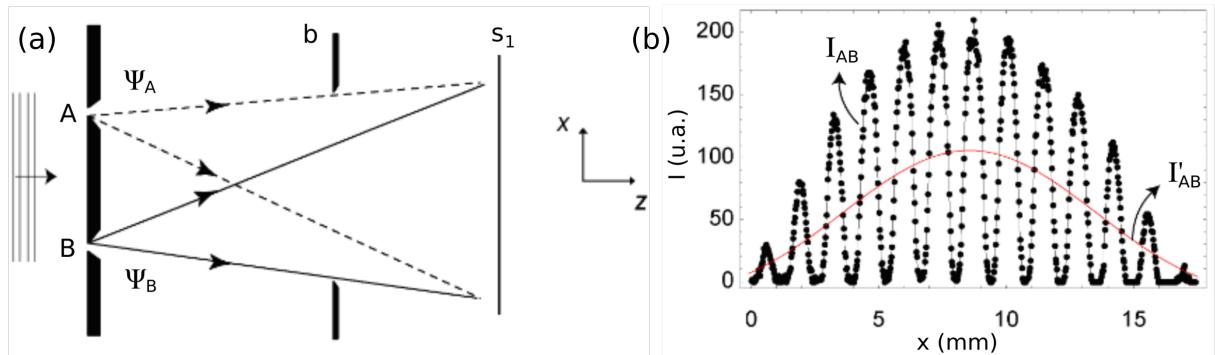


Figura 12 – (a) Luz de um laser atravessa duas fendas circulares  $A$  e  $B$ , e parte das ondas difratadas passa pela abertura  $b$ . (b) Padrão de interferência observado em  $s_1$ . A curva indicada por  $I'_{AB}$  representa a intensidade teórica para um caso em que  $V = 0$ . Fonte: Adaptado de Afshar (2005).

Um padrão de interferência  $I_{AB}$  com visibilidade  $V = 1$  é observado em uma superfície fotossensível, posicionada em um plano  $s_1$  a uma distância  $l = 400$  cm das fendas, sendo a distância entre os máximos de intensidade de franjas consecutivas  $u = 1,4 \text{ mm}$ . Como não é possível obter informação sobre as trajetórias de fôtons individuais detectados,  $D = 0$ . Para fins de comparação, a curva indicada por  $I'_{AB}$  na Figura 12(b) representa a distribuição de intensidade que seria obtida nesse caso se  $V = 0$  (comportamento corpuscular).

No segundo passo do experimento, ilustrado na Figura 13, remove-se a superfície fotossensível em  $s_1$ , permitindo que a luz passe por uma lente convergente  $L$  de distância focal  $f = 100$  cm posicionada a uma distância  $p = 420$  cm das fendas, que formará duas imagens ( $A'$  e  $B'$ ) das fendas correspondentes ( $A$  e  $B$ ) em um plano  $s_2$ , a uma distância  $q = 138$  cm da lente.

Primeiramente, bloqueia-se uma das fendas, por exemplo  $B$ , e observa-se que todos os fôtons são detectados na região de  $s_2$  correspondente à outra fenda, ou seja, em  $A'$ . Afshar conclui a partir disso que os fôtons detectados em  $A'$  passam pela fenda  $A$ , e que os detectados em  $B'$  passam pela fenda  $B'$ , o que resulta essencialmente em  $D = 1$ .

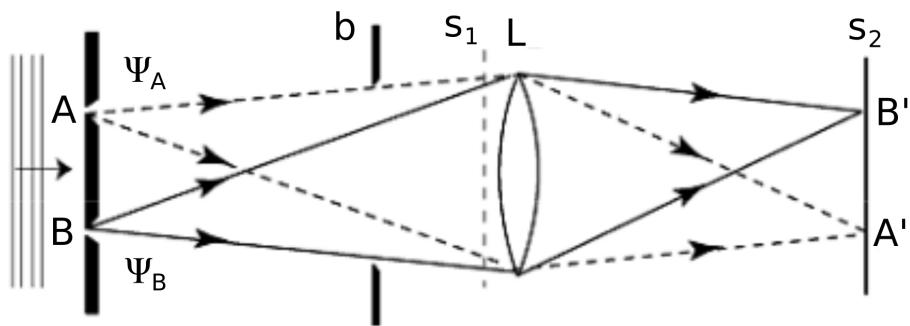


Figura 13 – Uma lente convergente posicionada na frente de  $s_1$  produz duas imagens das fendas em  $s_2$ .  
Fonte: Adaptado de Afshar (2005).

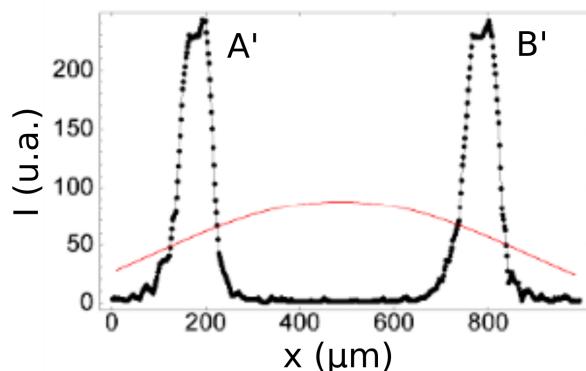


Figura 14 – Padrão de intensidade observado em  $s_2$ . A curva em vermelho representa a intensidade teórica para um caso em que  $D = 0$ . Fonte: Adaptado de Afshar (2005).

Para comparação, a curva em vermelho na Figura 14 ilustra o padrão que seria obtido para um caso em que  $D = 0$ , que em comparação com  $I_{AB}$  de 12(b), não apresenta os termos de interferência (análoga à curva  $P_{AB}$  da Figura 7).

O próximo passo do experimento consiste em encontrar uma forma de evidenciar o padrão de interferência que seria formado em  $s_1$  de forma não-destrutiva. Para isso, Afshar propõe a inclusão de um obstáculo opaco em um ponto de  $s_1$  que corresponde a uma posição de mínimo do padrão de interferência obtido na primeira parte do experimento (Figura 12). Essa situação é ilustrada na Figura 15, em que um fio metálico de espessura  $e = u/10$  (sendo  $u$  a distância entre dois máximos de intensidade consecutivos) é posicionado entre os planos  $s_0$  e  $s_1$  na posição  $x = u/2$ , como indicado na Figura 16, que corresponde ao centro de uma franja escura.

Para Afshar, fica claro que a presença do fio não reduz de forma significativa a quantidade de fôtons que chega em  $s_1$ , sendo que praticamente não há luz incidente sobre este. Ele conclui então que haveria um padrão de interferência em  $s_1$ , já que "a ausência de atenuação da função de onda transmitida é uma condição necessária e suficiente para a existência de interferência destrutiva na posição do obstáculo" (AFSHAR, 2005, p. 236).

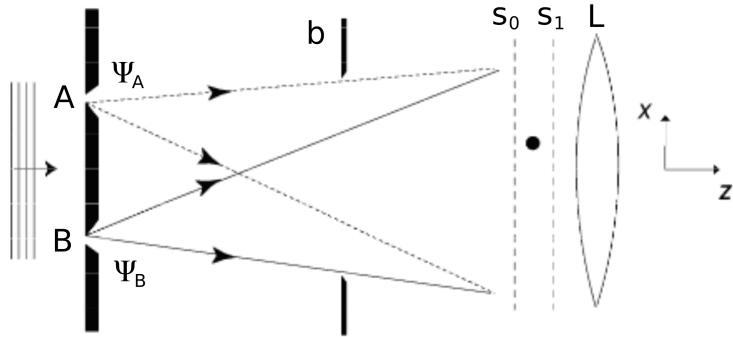


Figura 15 – Os planos  $s_0$  e  $s_1$  são posicionados imediatamente antes e depois do fio metálico, representado pelo círculo preto. Fonte: Adaptado de Afshar (2005).

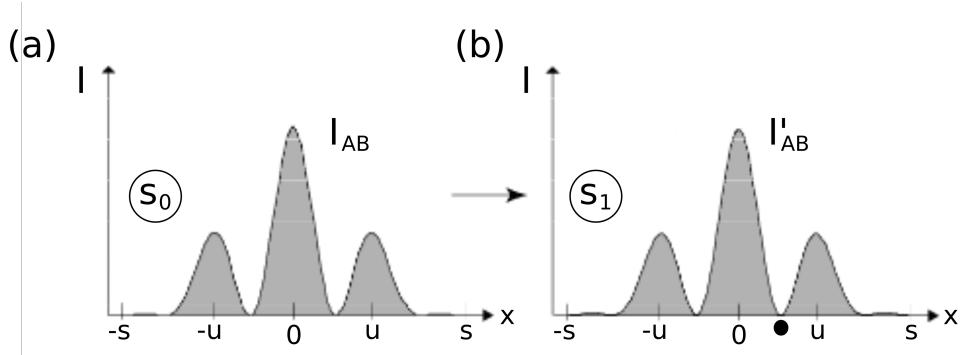


Figura 16 – Padrão de intensidade no (a) plano  $s_0$ , antes do obstáculo, e no (b) plano  $s_1$ , após o obstáculo. A posição do fio é representada pelo círculo preto. Fonte: Adaptado de Afshar (2005).

A montagem final do experimento de Afshar é ilustrada na Figura 17. Entre  $s_1$  e  $L$  é posicionada uma grade  $G$ , composta de seis fios metálicos paralelos e equidistantes de espessura  $e = 127 \mu\text{m}$ , em posições previamente obtidas, correspondentes às posições centrais dos mínimos das primeiras seis franjas de interferência; a incerteza no posicionamento dos fios é de  $\pm 1,6 \mu\text{m}$ . O padrão de intensidade obtido é representado na Figura 18. Comparando esse resultado com aquele obtido em 14, verifica-se que a presença da grade não altera (absorvendo ou refletindo) de forma significativa a resolução das imagens na superfície fotossensível posicionada em  $s_2$ . A partir da análise dos dados obtidos, Afshar conclui que a atenuação devida à grade é desprezível, o que indicaria a presença de um padrão de interferência em  $s_1$ , com  $V = 1$ . Ele conclui também que a ausência de difração causada pela grade implicaria que a (suposta) informação de trajetória, como ilustrada na Figura 13, continuaria presente após a inserção dos fios, de forma que  $D = 1$ . Afshar teria, dessa forma, quantificado maximamente os aspectos ondulatório e corpuscular de um sistema quântico no mesmo arranjo experimental, o que constituiria uma violação do princípio de complementaridade de Bohr e da relação 1.92:

$$V^2 + D^2 \approx 2 > 1. \quad (1.109)$$

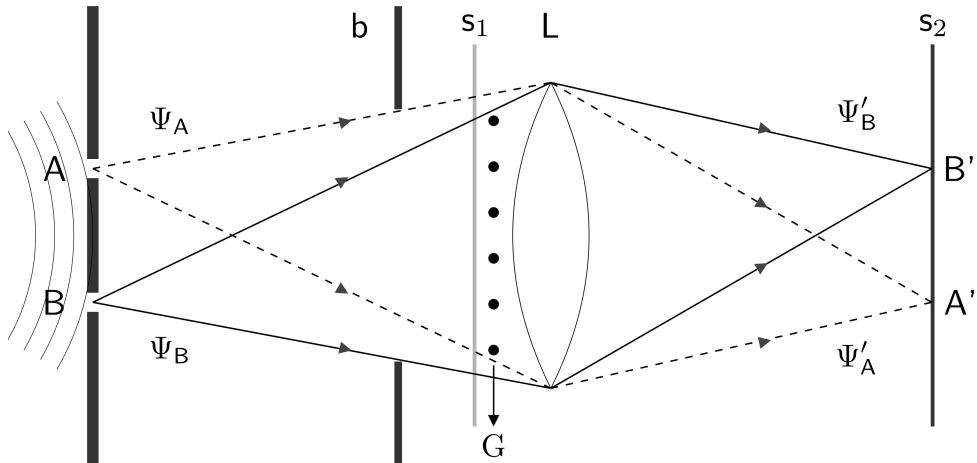


Figura 17 – Representação do experimento de Afshar. A grade  $G$  é posicionada na frente da lente para evidenciar o padrão de interferência de forma indireta. Fonte: Adaptado de Afshar (2005).

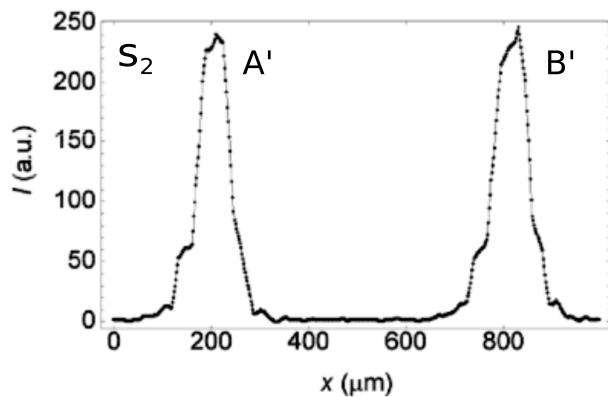


Figura 18 – Resultados do experimento de Afshar. Não há redução das intensidades medidas em  $s_2$ . Fonte: Adaptado de Afshar (2005).

## 1.7 DISCUSSÕES E ANALOGIAS INTERFEROMÉTRICAS

Uma das primeiras críticas às conclusões de Afshar se deve a Kastner (2005). Os argumentos dessa autora seguem a mesma linha de discussão da maioria dos críticos subsequentes: a validade da retrodição, utilizada para caracterizar o comportamento corpuscular dos sistemas quânticos considerados. Para exemplificar seu ponto de vista, Kastner propõe uma analogia entre o experimento de Afshar e um experimento de Stern-Gerlach para partículas de spin-1/2, em que o sistema é preparado no estado  $|x_+\rangle = 1/\sqrt{2}(|z_+\rangle + |z_-\rangle)$  em  $t_0$  e medido posteriormente em  $t_2$ . Apesar de uma medida resultando no autovalor correspondente a  $|z_+\rangle$  em  $t_2$  descrever o spin da partícula em  $t_2$ , esse resultado não poderia ser utilizado para inferir que entre  $t_0$  e  $t_2$  a partícula "realmente" estava no estado  $|z_+\rangle$ , já que também seria possível afirmar que a partícula "realmente" estava no estado  $|x_+\rangle$  nesse mesmo intervalo de tempo. Dessa forma, a utilização da retrodição resulta em um paradoxo, em que a partícula estaria simultaneamente em autoestados de observáveis que não compartilham a mesma base de autovetores.

As medidas de autovalores de  $|z_+\rangle$  e  $|z_-\rangle$  seriam análogas às detecções em  $A'$  e  $B'$  em  $s_2$ , e o estado  $|x_+\rangle$ , ao estado dos fótons na região da grade. A interferência nessa região pode ser verificada de forma não-destrutiva, no caso análogo, fazendo com que as partículas atravessem um gradiente de campo magnético na direção  $x$  em um instante  $t_1$ , confirmando a preparação do estado  $|x_+\rangle$ . A conclusão da autora é de que no experimento de Afshar as medidas em  $s_2$  não fornecem nenhuma informação sobre qual caminho (fenda) os fótons percorreram. Qureshi (2012) concorda que o padrão de interferência é obtido, e também utiliza uma analogia com experimentos de Stern-Gerlach para argumentar que a possibilidade de se obter informação sobre as trajetórias dos fótons destrói necessariamente a interferência, independentemente do experimento considerado.

Outra questão geralmente discutida é a validade da "medida não-perturbativa" do padrão de interferência. Steuernagel (2005) analisa o experimento de Afshar a partir de conceitos clássicos de óptica ondulatória e da interpretação ortodoxa da MQ, obtendo valores de  $V$  e  $D$  dentro dos limites da equação 1.92. Segundo esse autor, a falha principal na análise de Afshar é a conclusão de que ocorre de fato interferência na região da grade sem a realização de uma medição direta. Drezet (2005) utiliza uma abordagem semelhante, e também critica a inferência de Afshar em relação ao padrão de interferência e o uso da noção clássica de trajetórias no contexto da teoria quântica.

Em outro trabalho, Kastner (2009) argumenta que a relação 1.92 só poderia ser utilizada em contextos em que há a possibilidade de se obter alguma informação de caminho antes que a interferência possa ser evidenciada, o que não ocorre no experimento de Afshar, e reforça sua ideia de que o parâmetro  $D$  não fornece nenhuma informação fisicamente significativa sobre as trajetórias dos fótons. Alguns anos depois, Afshar e Flores (2007) realizaram novamente o experimento da Figura 17, obtendo valores menores de visibilidade, porém chegando essencialmente às mesmas conclusões do trabalho original. Flores (2008) realizou também uma versão modificada do experimento de Afshar, chegando novamente à conclusão de que haveria violação do princípio de complementaridade.

Além das analogias com experimentos de Stern-Gerlach citadas anteriormente, pode-se utilizar outra montagem experimental para simplificar a análise do experimento de Afshar, os interferômetros de Mach Zehnder, discutidos na seção 1.5 no contexto da complementaridade entre arranjos experimentais. A seguir são apresentados os experimentos com interferômetros propostos na literatura, juntamente com as considerações de seus autores sobre o experimento de Afshar.

### 1.7.1 O experimento de Unruh

O experimento proposto pelo físico canadense William Unruh (2004) busca melhor compreender o experimento de Afshar através de um arranjo experimental composto por dois interferômetros de Mach-Zehnder em série. Primeiramente, considera-se o caso ilustrado na Figura 19.

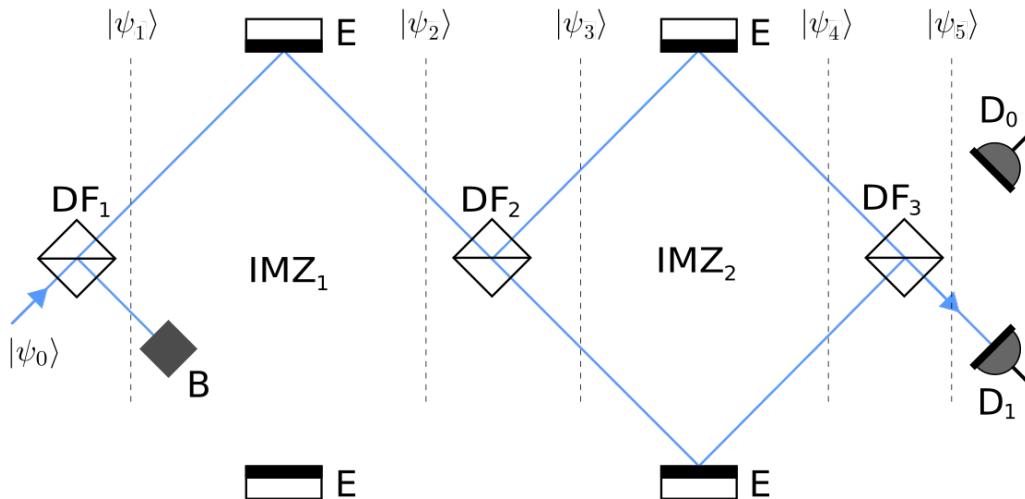


Figura 19 – Primeira parte do experimento de Unruh: correlação entre detector  $D_1$  ( $D_0$ ) e caminho superior (inferior) percorrido por um fóton em  $IMZ_1$ . O bloqueador (obstáculo) é indicado por  $B$ . Fonte: Adaptado de Unruh (2004).

Sabendo que os componentes do interferômetro atuam sobre os estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  como descrito nas equações 1.94 - 1.97 e que o estado inicial é  $|\psi_0\rangle = |0\rangle$ , o estado do sistema após o primeiro divisor de feixes será

$$|\psi_1\rangle = U_{DF} |0\rangle \quad (1.110)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle). \quad (1.111)$$

Após o bloqueador e os espelhos do primeiro interferômetro, o estado será proporcional a

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}U_E(|0\rangle + i|1\rangle)^B \quad (1.112)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}U_E|0\rangle \quad (1.113)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle. \quad (1.114)$$

Após o segundo divisor de feixes, o estado será (utilizando o estado  $|\psi_2\rangle$  normalizado, já

que o bloqueador equivale a uma medida projetiva de caminho)

$$|\psi_3\rangle = U_{DF} |1\rangle \quad (1.115)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(i|0\rangle + |1\rangle), \quad (1.116)$$

após os espelhos do segundo interferômetro

$$|\psi_4\rangle = U_E \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) \quad (1.117)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle, \quad (1.118)$$

e após o terceiro divisor de feixes

$$|\psi_5\rangle = U_{DF} \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) \quad (1.119)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}}U_{DF}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}U_{DF}|1\rangle \quad (1.120)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) \quad (1.121)$$

$$= -|1\rangle. \quad (1.122)$$

Os fôtons que não forem absorvidos por  $B$  serão detectados em  $D_1$ :

$$Pr(D_1) = |\langle\psi_5|1\rangle|^2 = |-1|^2 = 1, \quad (1.123)$$

$$Pr(D_0) = |\langle\psi_5|0\rangle|^2 = 0. \quad (1.124)$$

Esses fôtons estariam, portanto, associados ao caminho superior do primeiro interferômetro. A situação seria análoga se o bloqueador  $B$  fosse posicionado no outro caminho; nesse caso, todos os fôtons que não fossem absorvidos por  $B$  seriam detectados em  $D_0$ . Essa correspondência entre caminho e detector seria análoga à correspondência entre as fendas e suas imagens projetadas em  $s_2$  no experimento de Afshar, que aquele utiliza para obter (inferir) a informação de trajetória dos fôtons, como ilustrado na Figura 13.

Em seguida, remove-se o bloqueador do caminho inferior de  $IMZ_1$ , como ilustrado da Figura 20. Nesse caso, o estado do sistema após  $DF_1$  será

$$|\psi_1\rangle = U_{DF}|0\rangle \quad (1.125)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle). \quad (1.126)$$

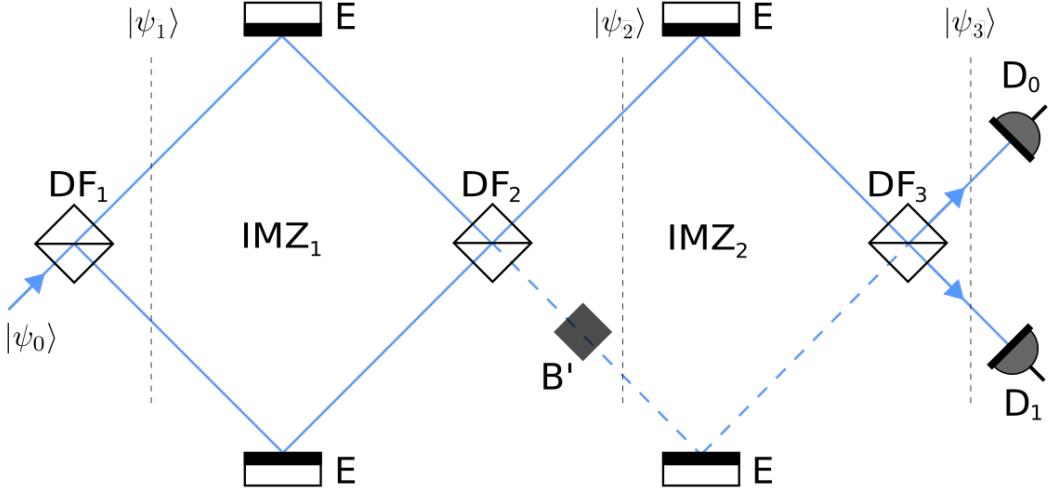


Figura 20 – Segunda parte do experimento de Unruh: inserção de  $B'$  no caminho de interferência destrutiva em  $\text{IMZ}_2$ . Fonte: Adaptado de Unruh (2004).

Após  $\text{DF}_2$ , temos

$$|\psi_2\rangle = U_{DF}U_E \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) \right) \quad (1.127)$$

$$= U_{DF} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) \quad (1.128)$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) + \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) \quad (1.129)$$

$$= -|0\rangle. \quad (1.130)$$

Após  $\text{DF}_3$ , temos

$$|\psi_3\rangle = U_{DF}U_E(-|0\rangle) \quad (1.131)$$

$$= U_{DF}(-i|1\rangle) \quad (1.132)$$

$$= -i \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \right) \quad (1.133)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle, \quad (1.134)$$

e as probabilidades de detecção serão

$$\Pr(D_0) = |\langle\psi_3|0\rangle|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}, \quad (1.135)$$

$$\Pr(D_1) = |\langle\psi_3|1\rangle|^2 = \left| -\frac{i}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}. \quad (1.136)$$

Agora as componentes do termo entre parênteses na equação 1.128 transmitidas e refletidas em  $DF_2$  interferem destrutivamente em direção ao caminho inferior do segundo interferômetro (o coeficiente associado a  $|1\rangle$  no estado  $|\psi_2\rangle$  é nulo). Esse caminho seria análogo à posição de um dos mínimos do padrão de interferência obtido em  $s_1$  na primeira parte do experimento de Afshar.

Como a probabilidade de se encontrar um fóton no caminho de interferência destrutiva é nula, a inserção de um obstáculo  $B'$  nesse caminho não deveria alterar de forma alguma as probabilidades de detecção em  $D_0$  e  $D_1$ , o que de fato ocorre, já que

$$|\langle\psi_2|1\rangle|^2 = 0. \quad (1.137)$$

A partir disso, seguindo a lógica de Afshar, seria possível concluir que os aspectos corpuscular e ondulatório dos fótons foram evidenciados simultaneamente; o primeiro, a partir da correlação entre caminho e detector inferida na primeira parte do experimento, e o segundo, a partir da verificação de que ocorre interferência destrutiva no caminho inferior do segundo interferômetro, resultado da superposição de caminho no primeiro interferômetro.

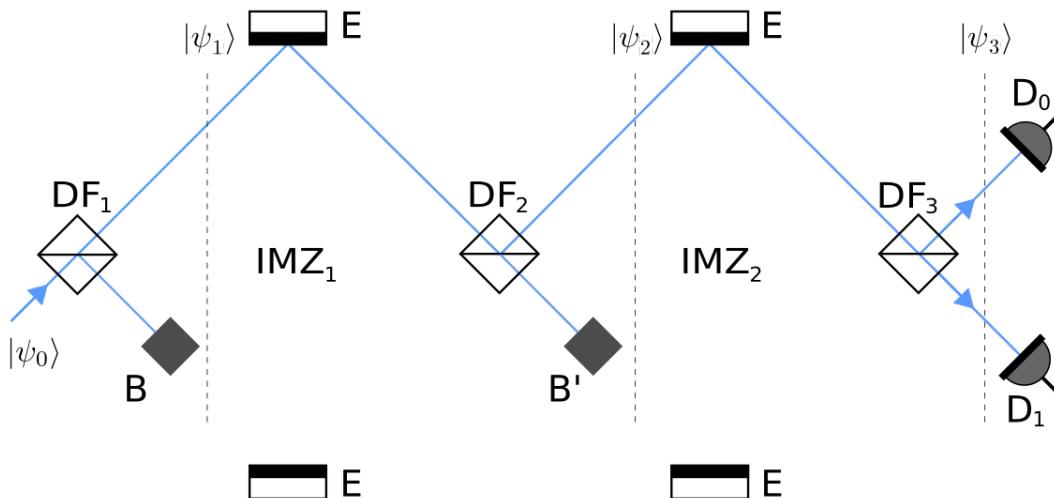


Figura 21 – A inserção de  $B'$  não afeta as probabilidades, porém não é mais possível inferir por qual caminho os fótons passaram. Fonte: Adaptado de Unruh (2004).

A crítica de Unruh a essa conclusão e ao experimento de Afshar de forma geral é em relação à informação de caminho. Como argumento, ele propõe o experimento ilustrado na Figura 21. Se fosse possível afirmar que todos os fótons detectados em  $D_1$  passaram necessariamente pelo caminho superior de  $IMZ_1$ , então a inserção de  $B$  novamente no caminho inferior desse interferômetro deveria resultar em uma probabilidade de detecção nula em  $D_0$ . No entanto, verifica-se que nesse caso são detectados fótons em ambos os detectores, ou seja, quando não há bloqueio em  $IMZ_1$  (Figura 20), não é possível inferir a

trajetória dos fôtons nesse interferômetro. Nesse caso, os estados serão

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle, \quad (1.138)$$

$$|\psi_1\rangle \propto \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle \xrightarrow{B} \quad (1.139)$$

$$= |0\rangle, \quad (1.140)$$

$$|\psi_2\rangle \propto -\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle \xrightarrow{B'} \quad (1.141)$$

$$= |0\rangle, \quad (1.142)$$

$$|\psi_3\rangle = U_{DF}U_E|0\rangle \quad (1.143)$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle, \quad (1.144)$$

(utilizando os estados  $|\psi_1\rangle$  e  $|\psi_2\rangle$  normalizados) e as probabilidades

$$Pr(D_0) = \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}, \quad (1.145)$$

$$Pr(D_1) = \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}. \quad (1.146)$$

### 1.7.2 O experimento de Pessoa Júnior

Segundo Pessoa Júnior (2013), o experimento de Unruh não seria uma analogia completa ao experimento de Afshar. Seu argumento é que a sequência de "tipos" de fenômeno é diferente: no interferômetro de Unruh essa sequência seria fenômeno ondulatório (primeiro IMZ), corpuscular (segundo IMZ) e corpuscular (detectores), ao passo que no experimento de Afshar essa sequência seria fenômeno corpuscular (fendas), ondulatório (grade) e corpuscular (detectores).

O interferômetro proposto por Pessoa Júnior é similar ao de Unruh, com a adição de dois caminhos "externos" (Figura 22). Ele é construído de tal forma que os fôtons detectados em  $D_1$  estejam associados ao caminho 1 do primeiro IMZ, e os detectados em  $D_2$ , ao caminho 2. Para verificar isso, bloqueia-se primeiramente esse caminho. Os estados indicados na Figura 23 obtidos nesse caso são (novamente, normalizando os estados após o bloqueador)

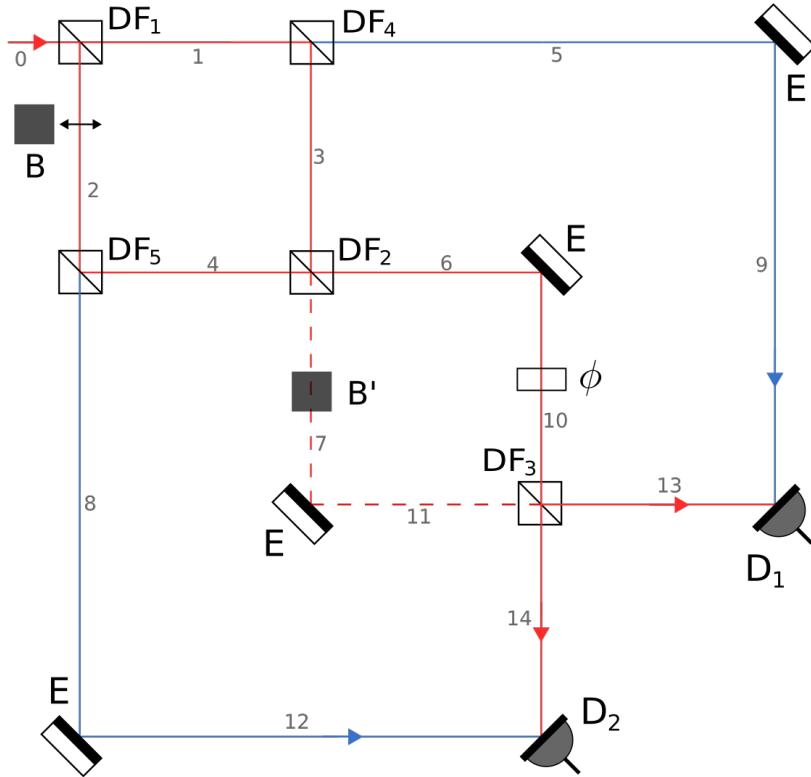


Figura 22 – O interferômetro de Pessoa Jr. Cada caminho é identificado com um estado  $|j\rangle$  diferente, para facilitar os cálculos. A fase  $\phi = \pi$  rad é fixa. Fonte: Adaptado de Pessoa Júnior (2013).

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle, \quad (1.147)$$

$$|\psi_1\rangle \propto \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|2\rangle \quad (1.148)$$

$$= |1\rangle, \quad (1.149)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|5\rangle + i|3\rangle), \quad (1.150)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |5\rangle + i \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|6\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|7\rangle \right) \right] \quad (1.151)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}|5\rangle - \frac{1}{2}|6\rangle + \frac{i}{2}|7\rangle, \quad (1.152)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|9\rangle + \frac{i}{2}|10\rangle - \frac{1}{2}|11\rangle, \quad (1.153)$$

$$|\psi_5\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|9\rangle + \frac{i}{2} \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|13\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|14\rangle \right) \quad (1.154)$$

$$- \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}|13\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|14\rangle \right) \quad (1.155)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}}|9\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|13\rangle, \quad (1.156)$$

e as probabilidades

$$Pr(D_1) = \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \right|^2 + \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = 1, \quad (1.157)$$

$$Pr(D_2) = 0. \quad (1.158)$$

Ou seja, todos os fótons que não forem absorvidos no caminho bloqueado (metade do total) serão detectados em  $D_1$ , e analogamente se o outro caminho for bloqueado. Quando não há bloqueio, os estados serão

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle, \quad (1.159)$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|2\rangle, \quad (1.160)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}|5\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|3\rangle \right) + \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|4\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|8\rangle \right) \quad (1.161)$$

$$= \frac{1}{2}|5\rangle + \frac{i}{2}|3\rangle - \frac{1}{2}|4\rangle + \frac{i}{2}|8\rangle, \quad (1.162)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}|5\rangle + \frac{i}{2} \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|6\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|7\rangle \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}|6\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|7\rangle \right) + \frac{i}{2}|8\rangle \quad (1.163)$$

$$= \frac{1}{2}|5\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|6\rangle + \frac{i}{2}|8\rangle, \quad (1.164)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{i}{2}|9\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|10\rangle - \frac{1}{2}|12\rangle, \quad (1.165)$$

$$|\psi_5\rangle = \frac{i}{2}|9\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \frac{i}{\sqrt{2}}|13\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|14\rangle \right) - \frac{1}{2}|12\rangle \quad (1.166)$$

$$= \frac{i}{2}|9\rangle - \frac{1}{2}|13\rangle + \frac{i}{2}|14\rangle - \frac{1}{2}|12\rangle, \quad (1.167)$$

e as probabilidades

$$Pr(D_1) = \left| \frac{i}{2} \right|^2 + \left| -\frac{1}{2} \right|^2 = \frac{1}{2}, \quad (1.168)$$

$$Pr(D_2) = \left| \frac{i}{2} \right|^2 + \left| -\frac{1}{2} \right|^2 = \frac{1}{2}. \quad (1.169)$$

Novamente, seguindo a lógica de Afshar, seria possível afirmar que a correlação entre detector e caminho é mantida, ou seja, nesse caso também seria possível afirmar que uma detecção em  $D_1$  estaria associada ao caminho 1 do primeiro IMZ, e analogamente para o outro detector.

Como ocorre interferência destrutiva no caminho 7, a inserção de um obstáculo  $B'$  nesse caminho não deveria alterar as probabilidades, o que de fato ocorre. No entanto, a inserção de  $B'$  evidenciaria que não é possível inferir a informação de trajetória, já que

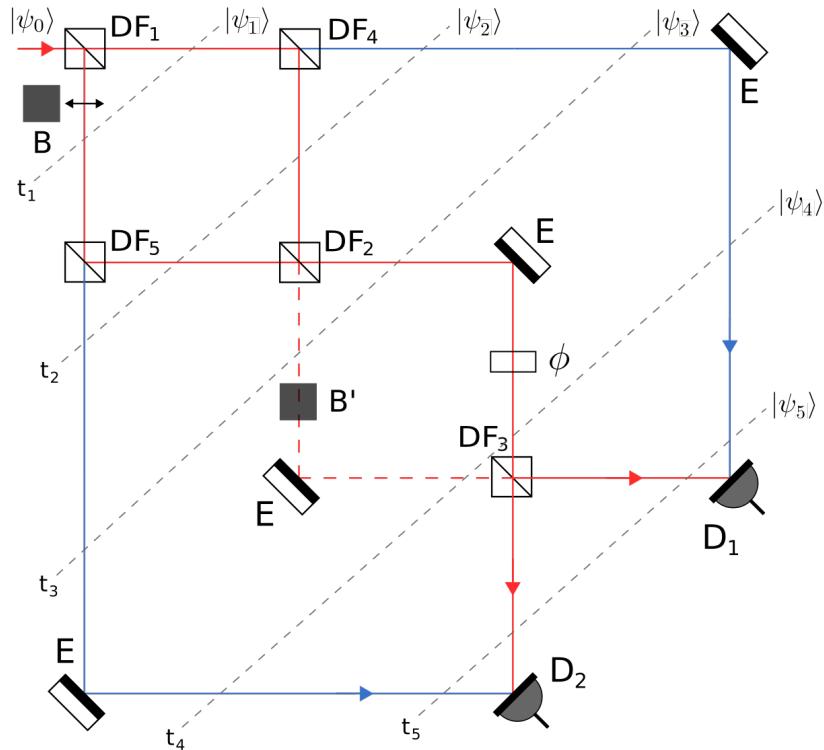


Figura 23 – Interferômetro de Pessoa Jr com os estados  $|\psi_j\rangle$  para cada instante de tempo  $t_j$  indicados. Fonte: Adaptado de Pessoa Júnior (2013).

agora o bloqueio de um dos caminhos no primeiro IMZ resulta em detecções em ambos detectores. Segundo Pessoa Júnior, nessa situação parte dos fótons contribuiriam para um fenômeno corpuscular, e outra parte para um fenômeno ondulatório no primeiro interferômetro.

Os estados nesse caso serão

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle, \quad (1.170)$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|2\rangle, \quad (1.171)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|5\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|3\rangle, \quad (1.172)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|5\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\frac{i}{\sqrt{2}}|6\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|7\rangle\right)^{B'} \quad (1.173)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} |5\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |6\rangle, \quad (1.174)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|9\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|10\rangle, \quad (1.175)$$

$$|\psi_5\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|9\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\frac{i}{\sqrt{2}}|13\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|14\rangle\right) \quad (1.176)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}}|9\rangle - \frac{1}{2}|13\rangle + \frac{i}{2}|14\rangle, \quad (1.177)$$

e as probabilidades

$$Pr(D_1) = \left|\frac{i}{\sqrt{2}}\right|^2 + \left|-\frac{1}{2}\right|^2 = \frac{3}{4}, \quad (1.178)$$

$$Pr(D_2) = \left|\frac{i}{2}\right|^2 = \frac{1}{4}. \quad (1.179)$$

Até aqui a análise é semelhante a realizada no interferômetro de Unruh. A diferença para esse experimento é que Pessoa Júnior propõe que as taxas de transmissão de  $DF_4$  e  $DF_5$  sejam aumentadas, fazendo assim com que a maioria dos fótons detectados percorram o caminho "externo" e estejam associados a um fenômeno corporcular no primeiro IMZ, sem que se destrua a interferência no segundo IMZ. O autor argumenta ainda que a questão apontada por Unruh de que a inserção da grade muda o tipo de fenômeno no IMZ<sub>1</sub> de fato ocorre, "mas em uma proporção que pode ser desprezada no experimento de Afshar." (JÚNIOR, 2013, p. 135)

Sendo  $T$  e  $R$  os coeficientes de transmissão e reflexão, respectivamente, de  $DF_4$  e  $DF_5$ , os estados nesse caso serão

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle, \quad (1.180)$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|2\rangle, \quad (1.181)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{T}|5\rangle + i\sqrt{R}|3\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}(\sqrt{T}|8\rangle + i\sqrt{R}|4\rangle) \quad (1.182)$$

$$= \sqrt{T/2}|5\rangle + i\sqrt{R/2}|3\rangle - \sqrt{R/2}|4\rangle + i\sqrt{T/2}|8\rangle, \quad (1.183)$$

$$|\psi_3\rangle = \sqrt{T/2}|5\rangle + i\sqrt{R/2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|7\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|6\rangle\right) \quad (1.184)$$

$$- \sqrt{R/2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|6\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|7\rangle\right) + i\sqrt{T/2}|8\rangle \quad (1.185)$$

$$= \sqrt{T/2}|5\rangle - \sqrt{R}|6\rangle + i\sqrt{T/2}|8\rangle, \quad (1.186)$$

$$|\psi_4\rangle = i\sqrt{T/2}|9\rangle + i\sqrt{R}|10\rangle - \sqrt{T/2}|12\rangle, \quad (1.187)$$

$$|\psi_5\rangle = i\sqrt{T/2}|9\rangle + i\sqrt{R}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|14\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|13\rangle\right) - \sqrt{T/2}|12\rangle \quad (1.188)$$

$$= i\sqrt{T/2}|9\rangle - \sqrt{R/2}|13\rangle + i\sqrt{R/2}|14\rangle - \sqrt{T/2}|12\rangle, \quad (1.189)$$

e as probabilidades

$$Pr(D_1) = \left| i\sqrt{\frac{T}{2}} \right|^2 + \left| -\sqrt{\frac{R}{2}} \right|^2 = \frac{T+R}{2}, \quad (1.190)$$

$$Pr(D_2) = \left| i\sqrt{\frac{R}{2}} \right|^2 + \left| -\sqrt{\frac{T}{2}} \right|^2 = \frac{T+R}{2}. \quad (1.191)$$

Para  $T = 0,99$ , as probabilidades de um fóton detectado em  $D_1$  ter percorrido os caminhos 9 e 13 seriam

$$|\langle \psi_5 | 9 \rangle|^2 = \left| i\sqrt{\frac{0,99}{2}} \right|^2 = 0,495, \quad (1.192)$$

$$|\langle \psi_5 | 13 \rangle|^2 = \left| -\sqrt{\frac{0,01}{2}} \right|^2 = 0,005, \quad (1.193)$$

de forma que a maioria dos fótons estariam associados a um fenômeno corpuscular no primeiro IMZ (caminho 1), mesmo após a inserção de  $B'$ .

A conclusão do autor é que o experimento de Afshar não traz nenhuma complicação para a interpretação da complementaridade, sendo suficiente a consideração de que os tipos de fenômeno se referem a trechos específicos do experimento (por exemplo, corpuscular na região das fendas e ondulatório na região da lente). A contribuição de Afshar seria ter demonstrado a possibilidade de se determinar simultaneamente os dois tipos de comportamento em regiões *distintas* do arranjo experimental.

## **2 JUSTIFICATIVA**

A violação do princípio de complementaridade de Bohr seria um problema para a interpretação ortodoxa da mecânica quântica, já que relações de complementaridade podem ser obtidas a partir de seus postulados, que constituem a base do formalismo quântico. Dessa forma, a invalidade desse princípio implicaria em inconsistências na própria teoria da mecânica quântica. Apesar da ampla discussão sobre o experimento de Afshar e a interpretação de seus resultados pela comunidade científica e da variedade de argumentos apresentados contra a violação do princípio de complementaridade, não há um consenso na literatura sobre a explicação mais apropriada para essa questão. Uma tentativa de reduzir a complexidade desse experimento para melhor comprehendê-lo é buscar analogias com outros experimentos, como o experimento proposto por Unruh, que se utilizam de montagens experimentais mais simples, como os interferômetros de Mach-Zehnder. No entanto, experimentos com esses interferômetros são complexos e custosos, o que dificulta sua realização. Uma vantagem importante deste, entretanto, é a possibilidade de simular e realizar experimentos de forma relativamente simples em computadores quânticos (que podem ser acessados remotamente), através da correspondência que pode ser encontrada entre a ação dos componentes ópticos do interferômetro e a ação de portas lógicas quânticas sobre os estados do sistema. Desse modo, é possível compreender melhor experimentos envolvendo fundamentos de mecânica quântica de forma mais acessível.

### **3 OBJETIVOS**

Nesse trabalho, podem-se destacar dois objetivos principais:

#### **3.1 OBJETIVO GERAL**

De forma geral, o presente trabalho busca mostrar, por meio de exemplos específicos, a possibilidade de se utilizar a computação quântica como ferramenta para melhor compreender conceitos relacionados a fundamentos de mecânica quântica. Também pode servir de base para indivíduos interessados na implementação de experimentos em computadores quânticos, especialmente aqueles envolvendo IMZs ou montagens experimentais semelhantes. Procura-se também introduzir conceitos fundamentais de mecânica quântica e de computação quântica, e apresentar uma breve revisão sobre as discussões na literatura relacionadas ao experimento de Afshar e às conclusões desse autor sobre o princípio de complementaridade a partir de seus resultados.

#### **3.2 OBJETIVO ESPECÍFICO**

O objetivo central deste trabalho é realizar simulações e experimentos de dois arranjos experimentais análogos ao experimento de Afshar propostos na literatura (experimentos de Unruh e de Pessoa Júnior) e verificar seus resultados. Isso será realizado através da montagem de circuitos quânticos com a ferramenta Qiskit e da subsequente implementação desses circuitos nos computadores quânticos da IBM.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 SIMULANDO INTERFERÔMETROS DE MACH-ZEHNDER

O primeiro passo para construir circuitos quânticos que simulam os experimentos com IMZs é encontrar uma correspondência entre os componentes do interferômetro e portas lógicas quânticas, ou seja, encontrar uma combinação de portas lógicas que atua sobre o estado do sistema da mesma forma que os componentes ópticos do interferômetro.

Como visto anteriormente, os divisores de feixe atuam sobre um estado qualquer  $|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$  da seguinte forma:

$$U_{DF}|\psi\rangle = U_{DF} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$= c_0 U_{DF}|0\rangle + c_1 U_{DF}|1\rangle \quad (4.2)$$

$$= c_0 \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) + c_1 \frac{1}{\sqrt{2}}(i|0\rangle + |1\rangle) \quad (4.3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 + ic_1)|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(ic_0 + c_1)|1\rangle \quad (4.4)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 + ic_1) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}}(ic_0 + c_1) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 + ic_1) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(ic_0 + c_1) \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Dessa forma, a matriz unitária que representa o divisor de feixes é

$$U_{DF} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Pode-se representar essa matriz utilizando a porta de rotação geral  $U_3(\theta, \phi, \lambda)$  com  $\theta = \pi/2$ ,  $\phi = \pi/2$  e  $\lambda = -\pi/2$ :

$$U_3\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & -e^{i(-\frac{\pi}{2})} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ e^{i(\frac{\pi}{2})} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) & e^{i(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2})} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$= U_{DF}. \quad (4.10)$$

Também é possível representar  $U_{DF}$  com uma combinação de portas  $H$  e  $S$ :

$$S |\psi\rangle = c_0 S |0\rangle + c_1 S |1\rangle \quad (4.11)$$

$$= c_0 |0\rangle + ic_1 |1\rangle, \quad (4.12)$$

$$HS |\psi\rangle = c_0 H |0\rangle + ic_1 H |1\rangle \quad (4.13)$$

$$= \frac{c_0}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) + \frac{ic_1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (4.14)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 + ic_1) |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 - ic_1) |1\rangle, \quad (4.15)$$

$$SHS |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 + ic_1) S |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 - ic_1) S |1\rangle \quad (4.16)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 + ic_1) |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 - ic_1)i |1\rangle \quad (4.17)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(c_0 + ic_1) |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}(ic_0 + c_1) |1\rangle \quad (4.18)$$

$$= U_{DF} |\psi\rangle. \quad (4.19)$$

Os espelhos de reflexão total atuam sobre um estado  $|\psi\rangle$  da seguinte forma:

$$U_E |\psi\rangle = U_E \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$= c_0 U_E |0\rangle + c_1 U_E |1\rangle \quad (4.21)$$

$$= ic_0 |1\rangle + ic_1 |0\rangle \quad (4.22)$$

$$= ic_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + ic_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 + ic_1 \\ ic_0 + 0 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Desse modo, a matriz unitária que representa os espelhos é

$$U_E = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Elas podem ser obtidas a partir da porta de rotação geral com  $\theta = \pi$ ,  $\phi = \pi/2$  e  $\lambda = -\pi/2$ :

$$U_3 \left( \pi, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & -e^{i(-\frac{\pi}{2})} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ e^{i(\frac{\pi}{2})} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & e^{i(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2})} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$= U_E. \quad (4.28)$$

A menos de um sinal na ação sobre o estado  $|1\rangle$ , essa matriz é parecida com a porta  $Y$ ; essa diferença de sinal pode ser corrigida com a porta  $Z$ . Portanto,  $U_E$  também pode ser escrita como uma combinação dessas portas:

$$Z |\psi\rangle = c_0 Z |0\rangle + c_1 Z |1\rangle \quad (4.29)$$

$$= c_0 |0\rangle - c_1 |1\rangle, \quad (4.30)$$

$$YZ |\psi\rangle = c_0 Y |0\rangle - c_1 Y |1\rangle \quad (4.31)$$

$$= ic_0 |1\rangle + ic_1 |0\rangle \quad (4.32)$$

$$= U_E |\psi\rangle. \quad (4.33)$$

Por fim, uma fase  $\phi$  nos caminhos verticais do interferômetro pode ser representada diretamente pela porta de fase  $P$ :

$$P(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

Nos interferômetros da Figura 11, há apenas duas possibilidades para o modo espacial de movimentos dos fótons. Por se tratar de um sistema de dois níveis, é necessário apenas um qubit para representar esse sistema. Na figura 24 é ilustrado o circuito que simula os resultados de experimentos com o interferômetro da Figura 11(a), em que se evidencia o comportamento corpuscular dos fótons. O circuito que simula o interferômetro da Figura 11(b) é construído de forma parecida, como ilustrado na Figura 25. Por padrão, as medidas são realizadas na base  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  (base  $Z$ ).

Os circuitos para os interferômetros dos experimentos de Unruh e de Pessoa Júnior serão construídos de forma semelhante, a partir das mesmas combinações de portas lógicas e possivelmente com a utilização de portas controladas. Na próxima seção serão apresentadas as implementações dos circuitos das Figuras 24 e 25 (simulação e experimento) e os resultados obtidos nesses exemplos.

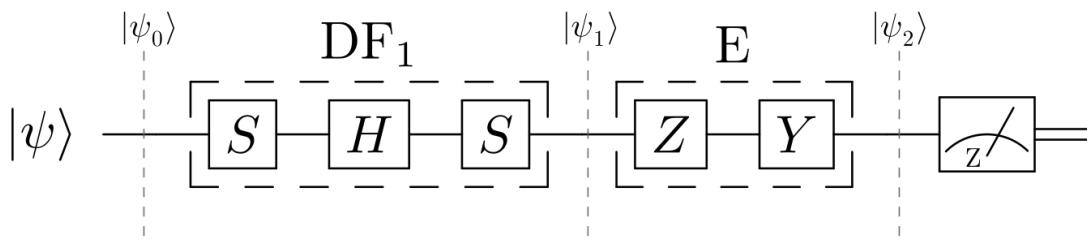


Figura 24 – Circuito quântico que representa o interferômetro da Figura 11(a). Fonte: Adaptado de Maziero (2023)

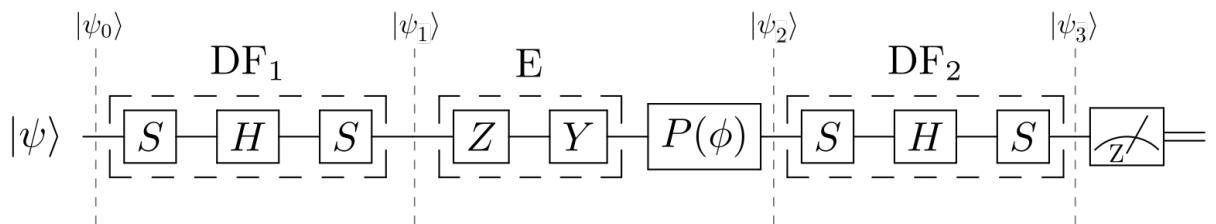


Figura 25 – Circuito quântico que representa o interferômetro da Figura 11(b). Fonte: Adaptado de Maziero (2023)

## 4.2 IMPLEMENTAÇÃO DOS CIRCUITOS

Os circuitos associados aos interferômetros de Unruh e de Pessoa Júnior serão criados a partir da ferramenta Qiskit (Quantum Information Science Kit) e implementados nos computadores quânticos da IBM<sup>1</sup>. A seguir são apresentados exemplos de implementação utilizando os circuitos discutidos na seção anterior, associados aos interferômetros da Figura 11.

O circuito da Figura 24 pode ser criado com o seguinte código:

```

1 from qiskit import *
2 from numpy import *
3 %matplotlib inline
4 qr = QuantumRegister(1)
5 cr = ClassicalRegister(1)
6 qc = QuantumCircuit(qr, cr)
7 #divisor de feixes (DF_1):
8 qc.s(qr[0])
9 qc.h(qr[0])
10 qc.s(qr[0])
11 #espelhos (E):
12 qc.z(qr[0])
13 qc.y(qr[0])

```

<sup>1</sup><https://www.ibm.com/quantum>

```

14 qc.measure(qr, cr)
15 qc.draw(output = 'mpl')

```

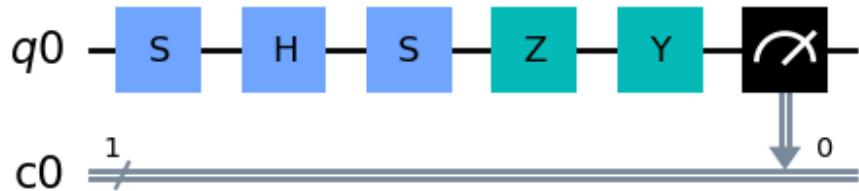


Figura 26 – Ilustração do circuito gerado. Fonte: Próprio autor.

A execução desse circuito em um dos simuladores disponibilizados pela IBM é realizada através do código a seguir. Nesse caso, foi utilizado o `qasm_simulator`. Os resultados da simulação são apresentados na Figura 27.

```

1 from qiskit import IBMQ
2 from qiskit.tools.monitor import job_monitor
3 IBMQ.load_account()
4 provider = IBMQ.get_provider(hub='ibm-q', group='open', project='main')
5 simulator = Aer.get_backend('qasm_simulator')
6 job = execute(qc, backend = simulator, shots = 8000)
7 from qiskit.tools.visualization import plot_histogram
8 plot_histogram(job.result().get_counts(qc))

```

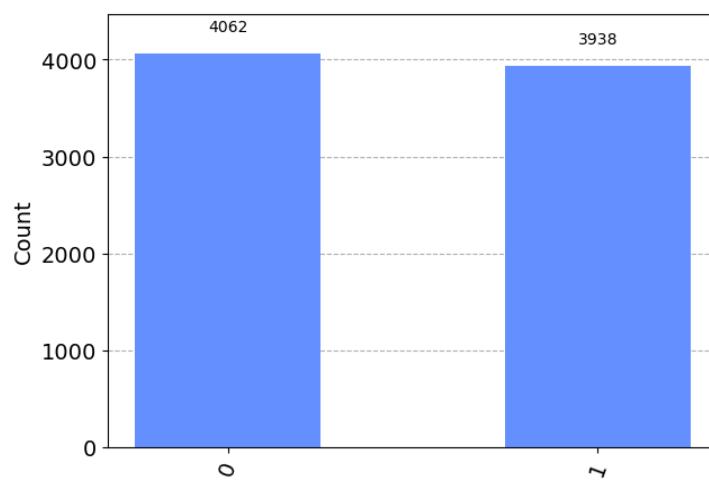


Figura 27 – Resultados da simulação no `qasm_simulator`. Fonte: Próprio autor.

A implementação desse circuito em um dos chips quânticos disponíveis (experimento) é realizada através do código a seguir. Nesse experimento foi utilizado o chip `ibm_kyoto`. Os resultados são apresentados na Figura 28.

```

1 provider = IBMQ.get_provider('ibm-q')
2 qcomp = provider.get_backend('ibm_kyoto')
3 job = execute(qc, backend = qcomp, shots=8000)
4 from qiskit.tools.monitor import job_monitor
5 job_monitor(job)
6 result = job.result()
7 plot_histogram(result.get_counts(qc))

```

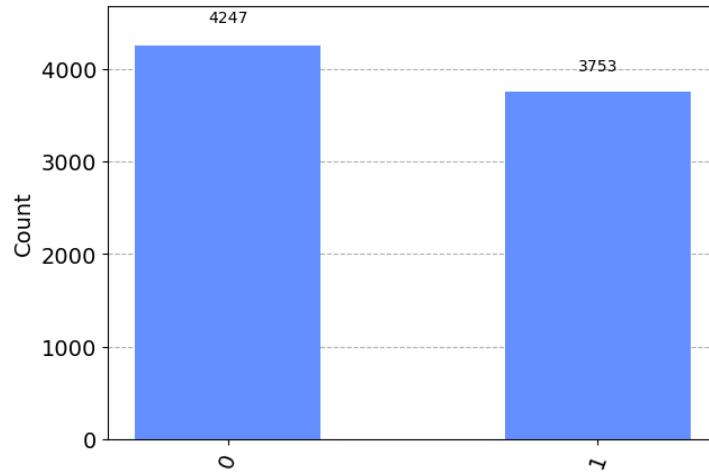


Figura 28 – Resultados do experimento no ibm\_kyoto. Fonte: Próprio autor.

Já o circuito da Figura 25, com uma fase  $\phi = \pi/4$ , pode ser criado com o seguinte código:

```

1 from qiskit import *
2 from numpy import *
3 %matplotlib inline
4 qr = QuantumRegister(1)
5 cr = ClassicalRegister(1)
6 qc = QuantumCircuit(qr, cr)
7 # DF_1:
8 qc.s(qr[0])
9 qc.h(qr[0])
10 qc.s(qr[0])
11 #E:
12 qc.z(qr[0])
13 qc.y(qr[0])
14 #fase (ex.\phi = \pi/4)
15 qc.p(pi/4, qr[0])
16 # DF_2:
17 qc.s(qr[0])
18 qc.h(qr[0])
19 qc.s(qr[0])
20 qc.measure(qr, cr)
21 qc.draw(output = 'mpl')

```

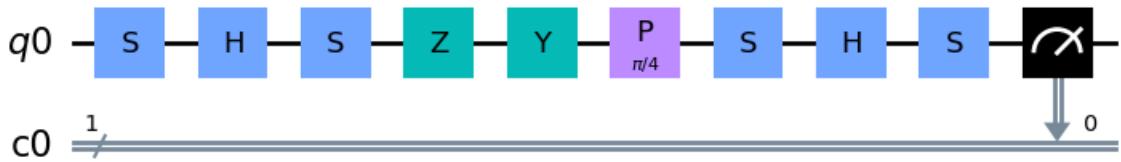


Figura 29 – Ilustração do circuito gerado. Fonte: Próprio autor.

O código para implementação desse circuito no simulador é o mesmo utilizado anteriormente. Os resultados da simulação são apresentados a seguir.

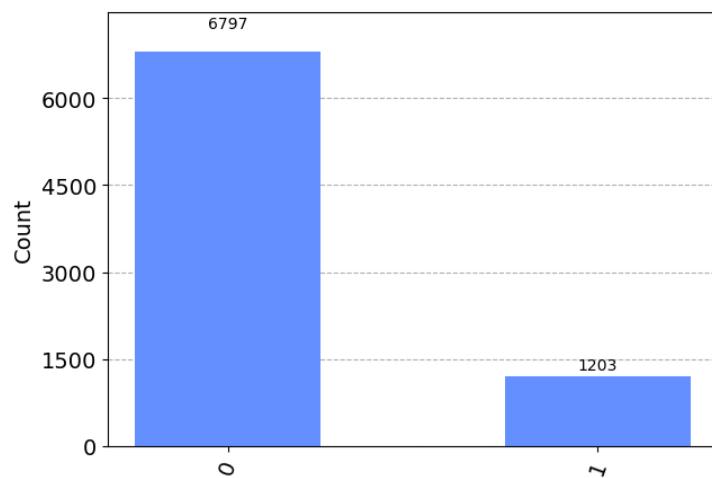


Figura 30 – Resultados da simulação no qasm\_simulator. Fonte: Próprio autor.

As probabilidades teóricas para o último circuito são calculadas a partir das equações 1.107 e 1.108,

$$Pr(0) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\pi/4)) \approx 0,8535, \quad (4.35)$$

$$Pr(1) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\pi/4)) \approx 0,1464, \quad (4.36)$$

e as probabilidades obtidas da simulação são

$$Pr(0) = \frac{6797}{8000} \approx 0,8496, \quad (4.37)$$

$$Pr(1) = \frac{1203}{8000} \approx 0,1504. \quad (4.38)$$

Essa diferença é resultado de flutuações estatísticas devido à quantidade finita de shots (preparação, evolução e medida) utilizados na simulação.

Os resultados da implementação no ibm\_kyoto são apresentados na Figura 31.

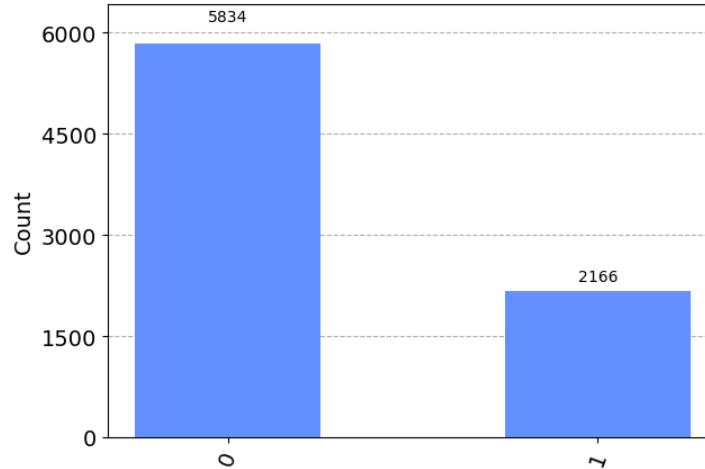


Figura 31 – Resultados do experimento no ibm\_kyoto. Fonte: Próprio autor.

As probabilidades obtidas a partir dos resultados experimentais são

$$Pr(0) = \frac{5834}{8000} \approx 0,7293, \quad (4.39)$$

$$Pr(1) = \frac{2166}{8000} \approx 0,2707. \quad (4.40)$$

A diferença entre as probabilidades teóricas e experimentais se deve aos erros causados pelos diversos tipos de ruído presentes em sistemas quânticos reais. No entanto, é possível utilizar ferramentas de mitigação de erro para melhorar os resultados dos experimentos.

## **5 CRONOGRAMA**

As próximas atividades serão realizadas na seguinte ordem:

1. Construção dos circuitos quânticos associados aos interferômetros de Unruh e de Pessoa Júnior;
2. Implementação dos circuitos nos simuladores e computadores quânticos da IBM;
3. Discussão dos resultados obtidos e elaboração da conclusão;
4. Defesa do TGF II.

ATIVIDADES	MESES				
	MAR/2024	ABR/2024	MAI/2024	JUN/2024	JUL/2024
1	X	X			
2			X		
3			X	X	
4					X

## REFERÊNCIAS

- AFSHAR, S. S. Violation of the principle of complementarity, and its implications. **Proc. of SPIE**, v. 5866, p. 229–244, 2005.
- AFSHAR, S. S.; FLORES, E. Paradox in wave-particle duality. **Foundations of Physics**, v. 37, p. 295–305, 2007.
- ANGELO, R. M.; RIBEIRO, A. D. Wave-particle duality: an information-based approach. **Found. Phys.**, v. 45, p. 1407–1420, 2015.
- BASSO, M. L. W.; CHRYSOSTHEMOS, D. S. S.; MAZIERO, J. Quantitative wave-particle duality relations from the density matrix properties. **Quantum Inf. Process**, v. 19, p. 254, 2020.
- BOHR, N. **Atomic Theory and the Description of Nature**. Cambridge: Cambridge University Press, 1934. 119 p.
- \_\_\_\_\_. **Atomic Physics and Human Knowledge**. New York: John Wiley & Sons, 1963. 100 p.
- DREZET, A. Complementarity and Afshar's experiment. **arXiv:quant-ph/0508091**, 2005.
- ENGLERT, B.-G. Fringe visibility and which-way information: An inequality. **Physical Review Letters**, v. 77, p. 2154–2157, 1996.
- FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. **The Feynman Lectures on Physics, Vol. III: The New Millennium Edition: Quantum Mechanics**. New York: Basic Books, 2013. v. 3, 688 p.
- FLORES, E. V. Modified Afshar experiment: Calculations. **arXiv:0803.2192**, 2008.
- GREENBERGER, D. M.; YASIN, A. Simultaneous wave and particle knowledge in a neutron interferometer. **Physics Letters A**, v. 128, p. 391–394, 1988.
- GRIFFITHS, D. J. **Introduction to Quantum Mechanics**. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1995. 394 p.
- HOLTON, G. As raízes da complementaridade. **Daedalus**, v. 117, p. 151–197, 1970. Tradução: Dinorah de Oliveira Mendes. Título original: The Roots of Complementarity.
- HOSSENFELDER, S. Quantum confusions, cleared up (or so I hope). **arXiv:2309.12299**, 2023.
- JAEGER, G.; SHIMONY, A.; VAIDMAN, L. Two interferometric complementarities. **Physics Review A**, v. 51, p. 54–67, 1995.
- JÚNIOR, O. P. Refinamentos da interpretação da complementaridade a partir do experimento de Afshar. **Scientiae Studia**, v. 11, p. 119–139, 2013.

KALOYEROU, P. N. Critique of quantum optical experimental refutations of Bohr's principle of complementarity, of the Wootters-Zurek principle of complementarity, and of the particle-wave duality relation. **Foundations of Physics**, v. 46, p. 138–175, 2016.

KASTNER, R. E. Why the Afshar experiment does not refute complementarity. **arXiv:quant-ph/0502021**, 2005.

\_\_\_\_\_. On visibility in the Afshar two-slit experiment. **Found. Phys.**, v. 39, p. 11391144, 2009.

MARLOW, A. R. **Mathematical Foundations of Quantum Theory**. New York: Academic Press, Inc., 1978. 372 p.

MAZIERO, J. **Interferômetro de Mach-Zehnder**. GitHub, 2023. Acesso em 28 set. 2023. Disponível em: <[https://github.com/jonasmaziero/computacao\\_quantica\\_qiskit/blob/main/qiskit1/12\\_mach\\_zehnder.ipynb](https://github.com/jonasmaziero/computacao_quantica_qiskit/blob/main/qiskit1/12_mach_zehnder.ipynb)>.

MESSIAH, A. **Quantum Mechanics**. New York: Dover Publications, Inc., 1999. 1136 p.

NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. **Quantum Computation and Quantum Information**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 676 p.

QURESHI, T. Modified two-slit experiments and complementarity. **Journal of Quantum Information Science**, v. 2, p. 35–40, 2012.

RICCI, T. F.; OSTERMANN, F.; PRADO, S. D. O tratamento clássico do interferômetro de Mach-Zehnder: uma releitura mais moderna do experimento da fenda dupla na introdução da física quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 29, p. 79–88, 2007.

STEUERNAGEL, O. Afshar's experiment does not show a violation of complementarity. **arXiv:quant-ph/0512123**, 2005.

UNRUH, W. **Shahriar Afshar - Quantum Rebel?** University of British Columbia, 2004. Acesso em 26 mar. 2023. Disponível em: <<http://www.theory.physics.ubc.ca/rebel.html>>.

WOOTTERS, W. K.; ZUREK, W. H. Complementarity in the double-slit experiment: Quantum nonseparability and a quantitative statement of Bohr's principle. **Physical Review D**, v. 19, p. 473–484, 1979.