

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
CURSO DE FÍSICA

Pedro Afonso Schenatto Contri

**QUANTUM SWITCH E PROBLEMAS PROMESSA DE  
MATRIZES DE HADAMARD COMPLEXAS**

Santa Maria, RS  
2024

**Pedro Afonso Schenatto Contri**

**QUANTUM SWITCH E PROBLEMAS PROMESSA DE MATRIZES DE HADAMARD  
COMPLEXAS**

Trabalho de Graduação em Física I apresentado  
ao Curso de Física da Universidade Federal de  
Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial  
para a obtenção do grau de **Bacharel em Física**.

Orientador: Prof. Dr. Jonas Maziero

Santa Maria, RS

2024

Schenatto Contrí, Pedro Afonso

Quantum Switch e Problemas Promessa de Matrizes de Hadamard Complexas / por Pedro Afonso Schenatto Contrí. – 2024.  
43 f.: il.; 30 cm.

Orientador: Jonas Maziero

Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Curso de Física, RS, 2024.

1. Mecânica quântica. 2. Computação quântica. 3. Quantum switch. 4. Causalidade. I. Maziero, Jonas. II. Quantum Switch e Problemas Promessa de Matrizes de Hadamard Complexas.

**Pedro Afonso Schenatto Contri**

**QUANTUM SWITCH E PROBLEMAS PROMESSA DE MATRIZES DE HADAMARD  
COMPLEXAS**

Trabalho de Graduação em Física I apresentado  
ao Curso de Física da Universidade Federal de  
Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial  
para a obtenção do grau de **Bacharel em Física**.

**Aprovado em 21 de Agosto de 2024:**

---

**Jonas Maziero, Dr. (UFSM)**  
(Presidente/Orientador)

---

**Dyana Cristine Duarte, Dra. (UFSM)**

---

**Tiago de Souza Farias, Dr. (UFSCAR)**

Santa Maria, RS

2024

## RESUMO

### QUANTUM SWITCH E PROBLEMAS PROMESSA DE MATRIZES DE HADAMARD COMPLEXAS

AUTOR: Pedro Afonso Schenatto Contri

ORIENTADOR: Jonas Maziero

O *Quantum Switch* é um circuito computacional constituído a partir do conceito de ordem causal indefinida, fenômeno proposto pela causalidade quântica que supostamente resultaria na superposição quântica de ordens temporais. Tal característica fez com que o aparato se tornasse um objeto de pesquisa relevante para a computação quântica na última década, devido a possíveis vantagens computacionais associadas a sua implementação, quando comparada a de circuitos quânticos convencionais. No entanto, devido a recência dos primeiros trabalhos sobre o circuito, estudos sobre sua eficiência e possíveis aplicações tecnológicas ainda são limitados. Perante essa questão, foi desenvolvido o Problema Promessa de Matrizes de Hadamard Complexas, o qual apresenta resultados iniciais indicativos a concretas vantagens de utilização do *Quantum Switch* para sua solução, incentivando o reconhecimento do circuito como um modelo computacional inovador e expandindo sua aplicabilidade como ferramenta tecnológica. Nesse contexto, o presente trabalho objetiva investigar *Quantum Switch*, comparando seu funcionamento com o de circuitos quânticos convencionais, tanto analiticamente quanto experimentalmente, e guiado pelas propostas do problema promissor. Tal investigação será realizada majoritariamente a partir da implementação do *Quantum Switch* e seus derivados em computadores quânticos da IBM.

**Palavras-chave:** Mecânica quântica. Computação quântica. Quantum switch. Causalidade.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Circuito quântico de um qubit em estado $ \psi\rangle$ com uma porta lógica quântica $U$ . Fonte: Autor. ....	13
Figura 2 – Circuito quântico de um qubit em estado $ \psi\rangle$ com portas $A$ e $B$ . Fonte: Autor. ....	14
Figura 3 – Circuito quântico de um qubit em estado $ \psi\rangle$ com um medidor. O fio duplo representa o resultado clássico do estado medido. Fonte: Autor. ....	14
Figura 4 – Circuito quântico com qubit de controle $ \psi\rangle_c$ , qubit alvo $ \phi\rangle_t$ , e porta lógica CNOT. Fonte: Autor. ....	16
Figura 5 – Circuito quântico com qubit de controle $ \psi\rangle_c$ , qubit alvo $ \phi\rangle_t$ e porta lógica controlada. Fonte: Autor. ....	16
Figura 6 – Circuito quântico com qubit de controle $ \psi\rangle_c$ , qubit alvo $ \phi\rangle_t$ e porta controlada negativamente. Fonte: Autor. ....	16
Figura 7 – Circuito quântico com qubit de controle $ \psi\rangle_c$ , qubit alvo $ \phi\rangle_t$ e porta lógica SWAP. Fonte: Autor. ....	17
Figura 8 – Gráfico de dados fictícios com regressão linear associado a relação dosagem-tratamento. Fonte: Autor. ....	18
Figura 9 – Gráfico de dados fictícios com regressão linear associado a relação dosagem-tratamento, incluindo a regressão linear dos subgrupos "homens", em azul, e "mulheres", em vermelho. Fonte: Autor. ....	18
Figura 10 – (a) Diagrama causal de variáveis $A$ , $B$ e $C$ . $C$ é correlacionada a $A$ e $B$ , $A$ é correlacionada a $B$ . (b) Diagrama causal da relação dose-resposta, com gênero sendo a variável oculta. Fonte: adaptado de (NIELSEN, 2012). ....	19
Figura 11 – Diagrama causal de variáveis $X_1$ , $X_2$ e $X_3$ . Fonte: adaptado de (NIELSEN, 2012). ....	21
Figura 12 – Diagrama causal de variáveis $X_1$ , $X_2$ e $X_3$ , mas com interferência do experimentador, inferindo o valor $x_2$ para $X_2$ . Fonte: adaptado de (NIELSEN, 2012). ....	22
Figura 13 – Gráfico espaço-temporal com eventos $A$ e $B$ e representação do trajeto da luz. Fonte: Autor. ....	24
Figura 14 – Gráfico espaço-temporal com eventos $A$ e $B$ e representações dos cones de luz passado e futuro de $A$ . Fonte: Autor. ....	24
Figura 15 – Gráfico espaço-temporal para (a), estado com $B$ mais próximo à Terra, mostrando o cone de luz futuro de $A$ , e (b), com $A$ mais próximo à Terra e mostrando o cone de luz de $B$ . Fonte: adaptado de (ZYCH et al., 2019). ....	26

- Figura 16 – (a) Representação do dispositivo *Switch* com caixas  $A$  e  $B$ . (b) Código com o qual o dispositivo é programado. Fonte: Adaptado de (CHIRIBELLA et al., 2013). ..... 27
- Figura 17 – Representação quântica do dispositivo *Switch* com caixas  $A$  e  $B$ . Em (a), o estado do qubit de controle  $|\phi\rangle_c$  é  $|0\rangle$ , com ordem causal  $BA$ . Em (b),  $|\phi\rangle_c = |1\rangle$  com ordem causal  $AB$ . Já em (c),  $|\phi\rangle_c$  está em uma superposição  $|+\rangle$ , com ordem causal indefinida. Fonte: Autor ..... 28
- Figura 18 – Representação  $(3, 4)$ -*switch*. O  $(N, p)$ -*switch* aplica  $N$  unitárias em  $p$  ordens diferentes. As cores dos fios representam o estado do sistema de controle. Fonte: Escandón-Monardes, Delgado e Walborn. .... 31
- Figura 19 – Circuito quântico com qubit de controle  $q_0$  e qubit alvo  $q_1$ . Uma porta Hadamard é aplicada a  $q_0$ , logo depois uma CNOT e, então, ambos os qubits são medidos. Fonte: Autor. .... 35
- Figura 20 – Visualização do circuito implementado em Qiskit. Fonte: Autor. .... 37
- Figura 21 – Gráfico com aproximações de propabilidade para cada estado do circuito implementado em computador quântico. Fonte: Autor. .... 38

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	8
1.1	POSTULADOS DA MECÂNICA QUÂNTICA	8
1.1.1	Notação de Dirac	8
1.1.2	Postulado dos estados	9
1.1.3	Postulado da medida	10
1.1.4	Postulado da dinâmica	11
1.2	INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO QUÂNTICA	12
1.2.1	Qubits e qudits	12
1.2.2	Circuitos e portas lógicas quânticas	13
1.3	CAUSALIDADE	17
1.3.1	Causalidade Quântica	25
1.4	QUANTUM SWITCH	26
1.4.1	Vantagem Computacional	29
1.5	PROBLEMA PROMESSA DE MATRIZES DE HADAMARD COMPLEXAS	29
1.5.1	Matrizes de Hadamard Complexas	29
1.5.2	O Problema Promessa	30
<b>2</b>	<b>JUSTIFICATIVA</b>	33
<b>3</b>	<b>OBJETIVOS</b>	34
3.1	OBJETIVO GERAL	34
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	34
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	35
4.1	SIMULAÇÃO CLÁSSICA DE CIRCUITOS QUÂNTICOS	35
4.2	IMPLEMENTAÇÃO DOS CIRCUITOS EM COMPUTADORES QUÂNTICOS	36
<b>5</b>	<b>CRONOGRAMA</b>	40
	<b>REFERÊNCIAS</b>	41



# 1 INTRODUÇÃO

Considerando o último século de pesquisa em física, um dos maiores objetivos inconcluídos é a unificação das teorias quântica e gravitacional. Em 2005, Hardy propôs uma nova maneira de analisar o problema, criando um estudo hoje conhecido como causalidade quântica, a qual considera a possibilidade de superposição quântica de ordens causais, ou ordem causal indefinida. Posteriormente, Chiribella utilizou desse fenômeno como base para um novo circuito computacional nomeado *Quantum Switch* (2013), o qual poderia revolucionar a pesquisa em computação quântica. Em colaboração ao estudo desse aparato, Escandón-Monardes e colaboradores desenvolveram o Problema Promessa de Matrizes Hadamard Complexas (CHPP) (2023), que sugere vantagens práticas do uso do *Quantum Switch* em comparação a circuitos quânticos convencionais. Os autores propõem a análise experimental desses dois modelos no contexto do problema promissor, o que possibilita a obtenção de dados para comparação de suas eficiências computacionais, como também a identificação de possíveis aplicações práticas para o *Quantum Switch*.

No restante do presente capítulo, serão revisados os postulados de mecânica quântica, conceitos básicos de computação quântica, causalidade quântica, o *Quantum Switch* e o CHPP, conceitos necessários para a implementação do circuito arquitetado por Chiribella. Já no capítulo 2, será apresentada a justificativa do desenvolvimento do presente trabalho. No capítulo 3, são dissertados os objetivos geral e específicos relacionados a continuidade do projeto, seguidos pelo capítulo 4, no qual é explicada a metodologia para cumprí-los. Enfim, no capítulo 5, é definida a sequência de tarefas futuras para a conclusão do trabalho.

## 1.1 POSTULADOS DA MECÂNICA QUÂNTICA

### 1.1.1 Notação de Dirac

A notação de Dirac, também conhecida como notação de Bra-ket, é uma notação criada por Paul Dirac em 1939 especialmente para aplicação em Mecânica Quântica. Ela foi desenvolvida para cálculos de álgebra linear em espaços vetoriais complexos. Seu fundamento básico são os Bra-kets (termo derivado da palavra inglês *brackets*), que são vetores utilizados para representar estados quânticos (DIRAC, 1939). Nessa notação, ket é uma matriz coluna, já bra é uma matriz linha com valores conjugados, resultado de uma operação *dagger* (simbolizada por

$\dagger$ ), conhecida também como "transposta conjugada" ou "conjugada hermitiana", aplicada a um ket:

$$|\alpha\rangle = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}, \quad |\beta\rangle^\dagger = \langle\beta| = \begin{bmatrix} \beta_0^* \\ \beta_1^* \\ \beta_2^* \\ \vdots \\ \beta_n^* \end{bmatrix}^T. \quad (1.1)$$

A partir dessa notação, operações vetoriais como produto interno e externo podem ser representados da seguinte forma, respectivamente:

$$\langle\beta|\alpha\rangle = \begin{bmatrix} \beta_0^* \\ \beta_1^* \\ \beta_2^* \\ \vdots \\ \beta_n^* \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \beta_0^* \alpha_0 + \beta_1^* \alpha_1 + \beta_2^* \alpha_2 + \cdots \beta_n^* \alpha_n, \quad (1.2)$$

$$|\alpha\rangle\langle\beta| = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0^* \\ \beta_1^* \\ \beta_2^* \\ \vdots \\ \beta_n^* \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \alpha_0\beta_0^* & \alpha_0\beta_1^* & \alpha_0\beta_2^* & \cdots & \alpha_0\beta_n^* \\ \alpha_1\beta_0^* & \alpha_1\beta_1^* & \alpha_1\beta_2^* & \cdots & \alpha_1\beta_n^* \\ \alpha_2\beta_0^* & \alpha_2\beta_1^* & \alpha_2\beta_2^* & \cdots & \alpha_2\beta_n^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_n\beta_0^* & \alpha_n\beta_1^* & \alpha_n\beta_2^* & \cdots & \alpha_n\beta_n^* \end{bmatrix}. \quad (1.3)$$

O produto tensorial é:

$$|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} = [\alpha_0\beta_0 \quad \alpha_0\beta_1 \quad \cdots \quad \alpha_0\beta_n \quad \cdots \quad \alpha_n\beta_0 \quad \alpha_n\beta_1 \quad \cdots \quad \alpha_n\beta_n]^T. \quad (1.4)$$

### 1.1.2 Postulado dos estados

O estado de um sistema quântico é descrito por um vetor normalizado em um espaço vetorial de Hilbert  $\mathcal{H}$  munido de um produto interno  $\langle\cdot|\cdot\rangle$  e com dimensão  $d$  (MAZIERO, 2024a). Tal vetor é usualmente denotado como  $|\psi\rangle$  e suas componentes representam as amplitudes de probabilidade de um certo estado quântico, respeitando

$$\psi_j \in \mathbb{C} \quad (1.5)$$

tal que

$$\psi_j = e^{i\theta_j} |\psi_j\rangle \quad (1.6)$$

com  $\theta_j \in [0, 2\pi)$  e  $j = 0, 1, 2, \dots, d$ .

### 1.1.3 Postulado da medida

Na mecânica quântica, um observável físico é representado por um operador linear hermitiano  $A$  definido em  $\mathcal{H}$ . Tais operadores possuem a seguinte propriedade:

$$A = A^\dagger. \quad (1.7)$$

Os autovalores  $a$  de qualquer  $A$  são números reais que equivalem aos possíveis valores de um observável e possuem autovetores correspondentes, os quais são ortogonais entre si caso não possuam o mesmo autovalor. A probabilidade de medida de um dado  $a$ , considerando seu autovetor associado  $|a\rangle$  e um estado inicial  $|\psi\rangle$ , segue a "regra de Born" (LANDSMAN, 2009):

$$Pr(a|\psi) = |\langle\psi|a\rangle|^2 = |\langle a|\psi\rangle|^2. \quad (1.8)$$

Dada uma base de vetores linearmente independentes  $\{|b_j\rangle\}_{j=1}^d$ , todo possível vetor  $|\psi\rangle$  contido em  $\mathcal{H}$  pode ser representado como uma combinação linear da seguinte forma (MAZIERO, 2024a)

$$|\psi\rangle = \sum_{j=1}^d \psi_{b_j} |b_j\rangle, \quad (1.9)$$

e, utilizando o operador identidade  $\mathbb{I} = \sum_{j=1}^d |b_j\rangle\langle b_j|$ , uma representação matricial para o operador hermitiano  $A$  pode ser deduzida

$$A = \mathbb{I}A\mathbb{I} \quad (1.10)$$

$$= \sum_{j=1}^d |b_j\rangle\langle b_j| A \sum_{k=1}^d |b_k\rangle\langle b_k| \quad (1.11)$$

$$= \sum_{j,k=1}^d \langle b_j|A|b_k\rangle |b_j\rangle\langle b_k| \quad (1.12)$$

$$= \sum_{j,k=1}^d A_{b_j,b_k} |b_j\rangle\langle b_k|, \quad (1.13)$$

que também é chamada de "representação produto externo". Para a base de autovetores  $|a\rangle$ :

$$A = \sum_{j=1}^d a_j |a_j\rangle \langle a_j|. \quad (1.14)$$

frase estranha... Devido à natureza estatística da mecânica quântica, um observável físico desempenha o papel de uma variável aleatória, gerando a necessidade de uma média ponderada, a qual pode ser escrita como:

$$\langle A \rangle_\psi = \sum_{j=1}^d a_j \text{Pr}(a_j|\psi) \quad (1.15)$$

$$= \sum_{j=1}^d a_j |\langle a_j|\psi\rangle|^2 \quad (1.16)$$

$$= \sum_{j=1}^d a_j \langle a_j|\psi\rangle^* \langle a_j|\psi\rangle \quad (1.17)$$

$$= \sum_{j=1}^d a_j \langle \psi|a_j\rangle \langle a_j|\psi\rangle \quad (1.18)$$

$$= \langle \psi| \left( \sum_{j=1}^d a_j |a_j\rangle \langle a_j| \right) |\psi\rangle \quad (1.19)$$

$$= \langle \psi|A|\psi\rangle. \quad (1.20)$$

Nessa notação,  $\langle A \rangle_\psi$  representa a média ponderada de um observável  $A$ , dado um sistema em estado  $|\psi\rangle$ .

#### 1.1.4 Postulado da dinâmica

qual é o postulado?

A evolução de um sistema quântico é descrita através de uma operação unitária:

$$|\psi_t\rangle = U_t |\psi_0\rangle \quad (1.21)$$

A operação unitária  $U_t$  deriva da equação de Schrödinger

$$i\hbar \partial_t U_t = H_t U_t, \quad (1.22)$$

dado que  $H_t$  é o operador que representa o Hamiltoniano do sistema. qual estado? Para o estado, a equação de Schrödinger é:

$$i\hbar \partial_t |\psi_t\rangle = H_t |\psi_t\rangle. \quad (1.23)$$

## 1.2 INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO QUÂNTICA

### 1.2.1 Qubits e qudits

Dos fundamentos que estruturam a computação clássica, o conceito do *binary digit* (dígito binário), também conhecido como bit, é o principal. A computação quântica possui um objeto análogo, o *quantum binary digit*, abreviado para qubit. Essencialmente, um bit é a menor parcela de informação processada por um computador e pode adotar um de dois valores: 0 ou 1. Já o qubit tem como possíveis estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , os quais formam a nomeada "base computacional". Por sua natureza quântica, o qubit também pode adotar diferentes estados  $|\psi\rangle$  associados a combinação linear de  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , chamada de superposição quântica (NIELSEN; CHUANG, 2010). Os vetores tem a seguinte representação matricial na base padrão:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.24)$$

Acho que seria  $\psi_0$  (psi zero) e não  $\psi_o$  certo?

$$|\psi\rangle = \psi_0 |0\rangle + \psi_1 |1\rangle = \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \end{bmatrix}, \quad (1.25)$$

com  $\psi_0$  e  $\psi_1$  possuindo valores complexos. Como é previsto pela mecânica quântica, a medição de um observável associado ao estado  $|\psi\rangle$  de um qubit resultará exclusivamente em resultados associados ao vetor  $|0\rangle$  ou  $|1\rangle$ , com probabilidades  $|\psi_0|^2$  e  $|\psi_1|^2$ , respectivamente. Como  $|\psi_0|^2 + |\psi_1|^2 = 1$ ,  $|\psi\rangle$  é um vetor unitário, pertencente a um campo vetorial complexo  $\mathbb{C}^2$  (YANOFSKY; MANNUCCI, 2008).

Sistemas quânticos com mais que dois níveis também são representáveis a partir de objetos análogos aos do qubit. Para três níveis, é utilizado o conceito do qutrit, com estados representados por vetores complexos em de três dimensões. Sistemas de quatro ou mais níveis são representados em qudits (BELLAC, 2006). Vale notar, pela equação abaixo, que o qubit pode ser visto como um caso particular do qudit, considerando uma dimensão  $d = 2$ :

$$|\psi\rangle = \psi_0 |0\rangle + \psi_1 |1\rangle + \psi_2 |2\rangle + \cdots + \psi_d |d\rangle = \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_d \end{bmatrix}, \quad \dim \mathcal{H} = d. \quad (1.26)$$

No entanto, como a maioria dos computadores quânticos atuais opera efetivamente com qubits, na necessidade de experimentação com sistema de mais níveis, é preciso representar

qudits a partir de qubits. Para sistemas que possuem dimensão com base 2, é possível identificar o número de qubits necessários para formar o qudit associado a partir da seguinte relação:

$$\dim \mathcal{H} = d = 2^n \quad \therefore n = \log_2(d). \quad (1.27)$$

Tendo  $n$ , correspondente ao número de qubits necessários para representar um qudit de base  $d$ , o vetor de estado terá a seguinte forma (NIELSEN; CHUANG, 2010):

$$|\psi\rangle = |\phi_1\rangle \otimes |\phi_2\rangle \otimes \cdots \otimes |\phi_n\rangle \equiv |\phi_1\phi_2\cdots\phi_n\rangle, \quad (1.28)$$

sendo  $|\phi_n\rangle$  o estado associado ao qubit  $n$ . Um exemplo é a formação de um vetor de estado em um sistema de quatro níveis:

$$d = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 2 \quad \therefore |\psi\rangle = |\phi_1\rangle \otimes |\phi_2\rangle. \quad (1.29)$$

isso não é óbvio pra mim! Esse é um dos estados possíveis ou o único?

Os níveis de um qudit de dimensão quatro serão, portanto:

$$|0\rangle_{d=4} = |0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle, \quad (1.30)$$

$$|1\rangle_{d=4} = |0\rangle \otimes |1\rangle = |01\rangle, \quad (1.31)$$

$$|2\rangle_{d=4} = |1\rangle \otimes |0\rangle = |10\rangle, \quad (1.32)$$

$$|3\rangle_{d=4} = |1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle. \quad (1.33)$$

## 1.2.2 Circuitos e portas lógicas quânticas

tem como principal referência o trabalho de \citeonline{....}.

A presente subseção tem como principal referência: (NIELSEN; CHUANG, 2010).

Circuitos quânticos são representados por **linhas horizontais com seta do tempo orientada pra**

**direita**. Cada linha é associada a um qubit, que, por convenção, possui estado inicial  $|0\rangle$ . Uma porta lógica quântica  $U$ , associada a um operador unitário, tem sua aplicação em um qubit representada da seguinte forma:

$$|\psi\rangle \text{ --- } \boxed{U} \text{ --- }$$

Figura 1 – Circuito quântico de um qubit em estado  $|\psi\rangle$  com uma porta lógica quântica  $U$ . Fonte: Autor.

As transformações unitárias do estado de um qubit possuem ordem definida, seguindo a seta do tempo. A figura 2, portanto, representa  $AB|\psi\rangle$ . A medição do estado de um qubit tem seu valor associado a um bit clássico, representado pelo medidor seguido de um fio duplo (veja a figura 3).

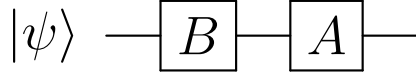


Figura 2 – Circuito quântico de um qubit em estado  $|\psi\rangle$  com portas  $A$  e  $B$ . Fonte: Autor.

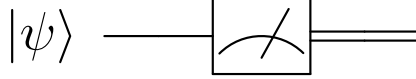


Figura 3 – Circuito quântico de um qubit em estado  $|\psi\rangle$  com um medidor. O fio duplo representa o resultado clássico do estado medido. Fonte: Autor.

Para um único qubit, as principais portas lógicas quânticas são as seguintes:

- Porta  $U_3$ , ou porta de rotação geral: É a porta lógica mais geral utilizada em circuitos quânticos. Possui fases  $\theta$ ,  $\phi$  e  $\lambda$  de intervalo  $[0, 2\pi]$ . Com os devidos valores para as diferentes fases, múltiplas portas lógicas podem ser derivadas dessa porta geral:

$$U_3(\theta, \phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -e^{i\lambda} \sin(\theta/2) \\ e^{i\phi} \sin(\theta/2) & e^{i(\phi+\lambda)} \cos(\theta/2) \end{bmatrix}. \quad (1.34)$$

Aplicada à base computacional, essa porta lógica fornece:

$$U_3|0\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2)|1\rangle, \quad (1.35)$$

$$U_3|1\rangle = -e^{i\lambda} \sin(\theta/2)|0\rangle + e^{i(\phi+\lambda)} \cos(\theta/2)|1\rangle. \quad (1.36)$$

- Porta X, ou NOT: inverte o estado do qubit.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.37)$$

com

$$X|0\rangle = |1\rangle, \quad (1.38)$$

$$X|1\rangle = |0\rangle. \quad (1.39)$$

- Porta Y: inverte o estado do qubit, induzindo fases  $-\pi/2$  e  $\pi/2$  para  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , respectivamente.

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.40)$$

com

$$Y|0\rangle = i|1\rangle, \quad (1.41)$$

$$Y|1\rangle = -i|0\rangle. \quad (1.42)$$

- Porta Z: Adiciona uma **faze**  $\pi$  ao estado  $|1\rangle$  e mantém o estado  $|0\rangle$  intalterado.

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (1.43)$$

com

$$Z|0\rangle = |0\rangle, \quad (1.44)$$

$$Z|1\rangle = -|1\rangle. \quad (1.45)$$

- Porta Hadamard: muda da base computacional  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ , autovetores de  $Z$ , para a base de autovetores de  $X$ , representada por  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ .

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (1.46)$$

com

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle, \quad (1.47)$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle. \quad (1.48)$$

Para dois qubits ou mais, as principais portas utilizadas são:

- Porta Control-Not, CNOT ou CX: Atua em dois qubits, os qubits controle (indicado pelo índice  $c$ ) e alvo (indicado pelo índice  $t$ , de *target*). Quando aplicada, inverte o estado do qubit alvo quando o estado do qubit controle é  $|1\rangle$ :

$$CNOT_{c \rightarrow t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = |0\rangle\langle 0| \otimes \mathbb{I} + |1\rangle\langle 1| \otimes X. \quad (1.49)$$

Aplicada à base computacional, esta operação leva a:

$$CNOT_{c \rightarrow t}|0\rangle_c \otimes |0\rangle_t = |0\rangle\langle 0|_c \otimes \mathbb{I}|0\rangle_t + |1\rangle\langle 1|_c \otimes X|0\rangle_t = |0\rangle_c \otimes |0\rangle_t, \quad (1.50)$$

$$CNOT_{c \rightarrow t}|0\rangle_c \otimes |1\rangle_t = |0\rangle_c \otimes |1\rangle_t, \quad (1.51)$$

$$CNOT_{c \rightarrow t}|1\rangle_c \otimes |0\rangle_t = |1\rangle_c \otimes |1\rangle_t, \quad (1.52)$$

$$CNOT_{c \rightarrow t}|1\rangle_c \otimes |1\rangle_t = |1\rangle_c \otimes |0\rangle_t. \quad (1.53)$$

Sua representação em circuitos quânticos é dada abaixo (figura 4).



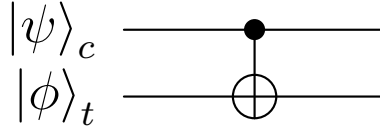


Figura 4 – Circuito quântico com qubit de controle  $|\psi\rangle_c$ , qubit alvo  $|\phi\rangle_t$ , e porta lógica CNOT. Fonte: Autor.

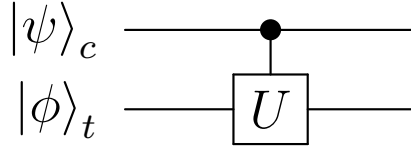


Figura 5 – Circuito quântico com qubit de controle  $|\psi\rangle_c$ , qubit alvo  $|\phi\rangle_t$  e porta lógica controlada. Fonte: Autor.

Como qualquer transformação unitária  $U$  pode ter uma porta controlada associada, uma representação geral para essas portas é possível (veja a figura 5).

Existem também portas controladas negativamente, para quais a operação unitária é aplicada no qubit alvo quando o estado do qubit controle é  $|0\rangle$ . A CNOT negatizada, por exemplo, é:

$$\overline{CNOT}_{c \rightarrow t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = |0\rangle\langle 0| \otimes X + |1\rangle\langle 1| \otimes \mathbb{I}. \quad (1.54)$$

Uma porta controlada negativamente de operador unitário  $U$  é representada pela figura abaixo.

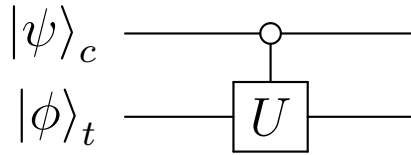


Figura 6 – Circuito quântico com qubit de controle  $|\psi\rangle_c$ , qubit alvo  $|\phi\rangle_t$  e porta controlada negativamente. Fonte: Autor.

- Porta SWAP: troca o estado do qubit alvo pelo estado do qubit controle e vice-versa:

$$SWAP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = CNOT_{1 \rightarrow 2} CNOT_{2 \rightarrow 1} CNOT_{1 \rightarrow 2}. \quad (1.55)$$

Atuando na base computacional, obtem-se:

$$SWAP |0\rangle \otimes |0\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle, \quad (1.56)$$

$$SWAP |0\rangle \otimes |1\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle, \quad (1.57)$$

$$SWAP |1\rangle \otimes |0\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle, \quad (1.58)$$

$$SWAP |1\rangle \otimes |1\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle. \quad (1.59)$$

Sua representação em circuitos quânticos está dada abaixo.

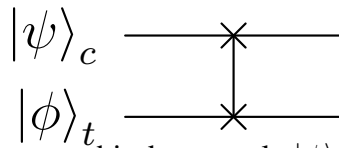


Figura 7 – Circuito quântico com qubit de controle  $|\psi\rangle_c$ , qubit alvo  $|\phi\rangle_t$  e porta lógica SWAP. Fonte: Autor.

### 1.3 CAUSALIDADE

Na natureza, nada é externo a uma incessante evolução. Como, seguindo as hoje conhecidas leis de conservação, nenhum corpo físico pode aparecer sem antecedentes ou sumir sem deixar nenhum rastro, a ideia de uma sequência de eventos conectados, os quais geram outros eventos e assim sucessivamente, surge como uma maneira de explicar o universo racionalmente (BOHM, 1971). Desse princípio, um estudo da relação causa-efeito ganha propósito. Tal estudo recebe o nome de "causalidade" e é objeto de pesquisa de áreas como física, filosofia e estatística.

Um dos principais fundamentos da estatística é a ideia de que correlação não implica causalidade. Portanto, para encontrar relacionamentos causais entre certos eventos, identificar o quanto eles se relacionam probabilisticamente não é suficiente (PEARL; MACKENZIE, 2020). Considera-se onde dois eventos correlacionados A e B, com B ocorrendo posteriormente a A. Tais informações não implicam que A causa B, mas sim, que ambos eventos podem estar relacionados entre si devido a serem resultados em comum de um conjunto de causas C.

Por exemplo: um novo medicamento está sendo testado e os primeiros resultados estão no gráfico da Figura 8, que indica a relação da dosagem do medicamento com a resposta ao tratamento (KALUS, 2017).

A análise inicial dos resultados utilizando regressão linear sugere uma correlação positiva, ou seja, ao aumentar a dosagem, maior é a resposta ao tratamento. Dessa forma, um observador

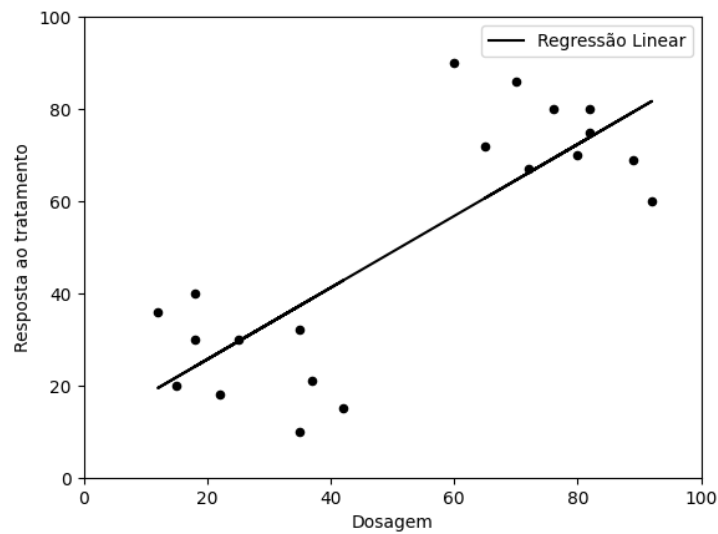


Figura 8 – Gráfico de dados fictícios com regressão linear associado a relação dosagem-tratamento. Fonte: Autor.

pode concluir que o medicamento é eficaz no tratamento. No entanto, caso os resultados sejam segmentados por gênero, os resultados podem ser interpretados de outra forma.

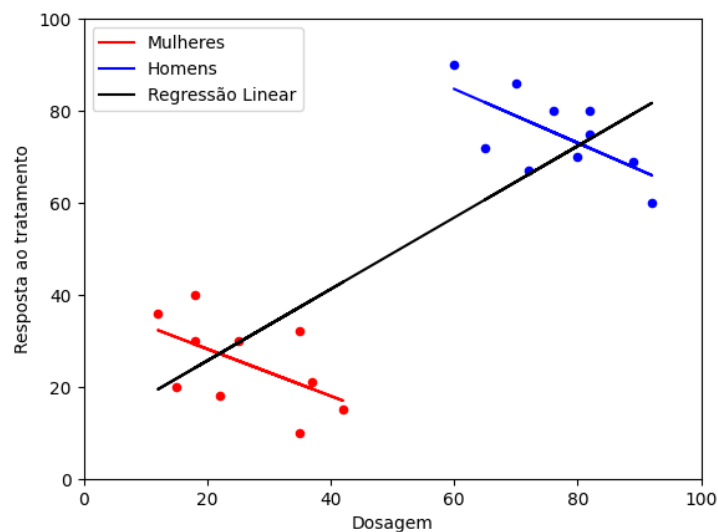


Figura 9 – Gráfico de dados fictícios com regressão linear associado a relação dosagem-tratamento, incluindo a regressão linear dos subgrupos "homens", em azul, e "mulheres", em vermelho. Fonte: Autor.

Ao analisar esses resultados para homens e mulheres separadamente (figura 9), percebe-se que, para ambos os subgrupos, o aumento dose não está associado a uma melhor resposta ao tratamento. Ou seja, para homens, o medicamento não é efetivo, nem para mulheres, mas se mostra efetivo para pessoas num geral quando os dados de ambos os gêneros são combinados. Esse fenômeno é cohecido como "paradoxo de Simpson" (PEARL; MACKENZIE, 2020).

O paradoxo de Simpson implica que a correlação entre duas variáveis (eventos) pode ser

invertida quando fatores adicionais são considerados. Assim duas variáveis que parecem estar correlacionadas podem se tornar anticorrelacionadas quando uma outra variável previamente oculta é levada em conta, o que evidencia as dificuldades da definição de um relacionamento causal (NIELSEN, 2012). Portanto, a investigação da causalidade de um sistema vai além de princípios estatísticos básicos, necessitando uma contínua busca pela desconstrução de seus próprios vieses sobre um certo fenômeno.

Um primeiro passo para o estudo causal de um modelo como o do exemplo acima é modelar o sistema em um diagrama causal, que apresenta as variáveis conhecidas e como se relacionam.

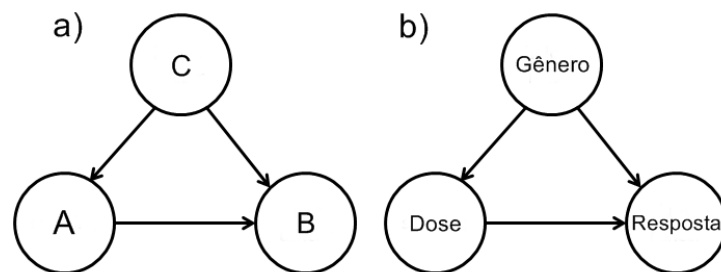


Figura 10 – (a) Diagrama causal de variáveis A, B e C. C é correlacionada a A e B, A é correlacionada a B. (b) Diagrama causal da relação dose-resposta, com gênero sendo a variável oculta. Fonte: adaptado de (NIELSEN, 2012).

No diagrama (b) da figura 10, tem-se uma estrutura idêntica **a** apresentada no diagrama (a) e discutida no início do capítulo. Portanto, em elaborações futuras, a notação CAB e gênero-dosagem-resposta significará a mesma coisa, por questões didáticas. Neste contexto, o modelo sugere que o gênero (a variável oculta) é um fator que pode influenciar tanto a dosagem quanto a resposta ao tratamento, como indicam as setas, mas que essas duas variáveis não têm impacto sobre o gênero, ou seja, nenhuma seta aponta à primeira variável. Isso infere que é impossível existir um processo causal em que A influencia B, que por sua vez influencia C, que então volta a influenciar A sem envolver viagem de volta no tempo.

Assim que um diagrama causal é definido, utiliza-se do "cálculo causal", formalismo matemático que estuda as relações causais de um sistema, definindo funções associadas a variáveis aleatórias. Considerando o diagrama (a) da figura 3, pode-se definir uma função para B da seguinte forma:

$$B = f_b(A, C). \quad (1.60)$$

A função de uma variável aleatória  $X_j$  de uma lista de  $j$  variáveis pode ser generalizada:

$$X_j = f_j(X_{pa(j)}, Y_j), \quad (1.61)$$

para qual  $X_{pa(j)}$  são as "variáveis pais" de  $X_j$ , ou seja, eventos que, num diagrama, possuem setas apontadas a  $X_j$ . Já  $Y_j$  é um conjunto de variáveis aleatórias que respeita os seguintes princípios: (a)  $Y_j$  são independentes uns dos outros para diferentes valores de  $j$ ; (b) para cada  $j$ ,  $Y_j$  é independente de todas as variáveis  $X_k$ , exceto quando  $X_k$  é o próprio  $X_j$ , ou é um descendente de  $X_j$ . Ou seja  $Y_j$  são contingências que podem afetar um evento  $X_j$ , mas são independentes para outras variáveis no diagrama causal (NIELSEN, 2012).

Uma equação também importante para causalidade estatística é a da probabilidade conjunta das variáveis do diagrama, a qual é equivalente ao produto das probabilidades condicionais:

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_k p(x_j | pa(x_j)), \quad (1.62)$$

em que,  $x_j$  é um valor possível de  $X_j$ . Tal equação pode ser demonstrada a partir da regra da cadeia de probabilidades. Primeiramente, considera-se a definição de probabilidade condicional:

$$p(x_1|x_2) = \begin{cases} \frac{p(x_1, x_2)}{p(x_2)} & p(x_2) > 0 \\ 0 & p(x_2) = 0 \end{cases}, \quad x_j \in X_j, \quad j = 1, 2, \dots. \quad (1.63)$$

Tem muitos parágrafos  
que não deveriam aparecer nos  
seus desenvolvimentos!  
Revisar em todo o texto.

**Para**  $p(x_2) > 0$ , portanto:

$$p(x_1, x_2) = p(x_1|x_2) p(x_2), \quad (1.64)$$

$$p(x_1, x_2) = p(x_1|pa(x_1)) p(x_2|pa(x_2)). \quad (1.65)$$

**Agora**, para três variáveis, segue-se o mesmo raciocínio:

$$p(x_1|x_2, x_3) = \begin{cases} \frac{p(x_1, x_2, x_3)}{p(x_2, x_3)}, & p(x_2, x_3) > 0, \\ 0, & p(x_2, x_3) = 0, \end{cases} \quad (1.66)$$

e

$$p(x_1, x_2, x_3) = p(x_1|x_2, x_3) p(x_2, x_3). \quad (1.67)$$

**Mas**, como foi demonstrado anteriormente,  $p(x_2, x_3) = p(x_2|x_3) p(x_3)$ , ou seja:

$$p(x_1, x_2, x_3) = p(x_1|x_2, x_3) p(x_2|x_3) p(x_3), \quad (1.68)$$

$$p(x_1, x_2, x_3) = p(x_1|pa(x_1)) p(x_2|pa(x_2)) p(x_3|pa(x_3)). \quad (1.69)$$

Como percebe-se, a equação segue um princípio de recorrência, induz-se, portanto, a equação (1.62) para a probabilidade conjunta de  $n$  variáveis aleatórias.

O estudo probabilístico de um diagrama causal tem seus problemas. Como discutido anteriormente, para um modelo como o sistema CAB, a probabilidade condicional  $p(B|A)$  não é suficiente para definir causalidade, apenas correlação, devido a possível influência do fator oculto C. Portanto, a necessidade de um experimento randomicamente controlado aparece, pois assim infere-se um valor específico a A e então observa-se B, rompendo o relacionamento causal AB de suas interferências de C. A partir disso, introduz-se um novo parâmetro, a probabilidade condicional causal, representada por  $p(B|do(A))$  (NIELSEN, 2012).

Esse modelo de experimento, no entanto, pode apresentar dificuldades práticas, dependendo do sistema e seu contexto. Por exemplo, um estudo sobre a causa de câncer de pulmão pelo uso de cigarros pode ser observado em um grupo de participantes, porém, como é apontado por companhias de tabaco, um fator genético oculto pode afetar esses resultados, e a ideia de "forçar" um indivíduo a fumar em função de um experimento é eticamente absurda. Graças a princípios estabelecidos no cálculo causal, meios para contornar o problema de experimentos randomicamente controlados impraticáveis ou impossíveis foram deduzidos, possibilitando inferir probabilidades de tipo  $p(B|do(A))$ , probabilidades condicionais causais, a partir de probabilidades puramente observacionais, ou seja, de tipo  $p(B|A)$ .

Para isso, primeiramente, considera-se um diagrama causal de modelo idêntico ao da figura 10, de variáveis  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  (Veja a figura 11).

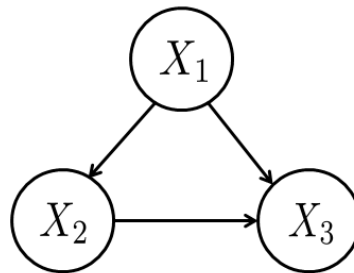


Figura 11 – Diagrama causal de variáveis  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ . Fonte: adaptado de (NIELSEN, 2012).

Em um experimento hipotético, infere-se um valor  $x_2$  à variável  $X_2$ , de modo a quebrar a correlação a sua variável pai,  $X_1$ , devido a uma influência direta daquele que realiza o experimento (Veja a figura 12).

Portanto, a função associada dessa variável, a qual obedecia a equação 1.54 é substituída por:

$$X_2 = x_2. \quad (1.70)$$

A probabilidade conjunta desse diagrama, nomeado como "diagrama causal perturbado",

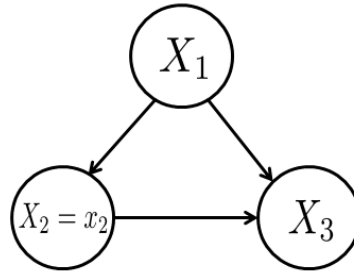


Figura 12 – Diagrama causal de variáveis  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ , mas com interferência do experimentador, inferindo o valor  $x_2$  para  $X_2$ . Fonte: adaptado de (NIELSEN, 2012).

recebe a seguinte notação:

$$p'(x_1, x_2, x_3). \quad (1.71)$$

Para um sistema de  $n$  variáveis e com variável controlada  $X_j = x_j$ :

$$p'(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1.72)$$

que pode ser representada como uma probabilidade condicional causal:

$$p(x_1, x_2, \dots, \hat{x}_j, \dots, x_n | do(x_j)), \quad (1.73)$$

para qual  $\hat{x}_j$  significa a omissão de  $x_j$  devido a sua presença na condicional controlada  $do(x_j)$ .

Para o cálculo da probabilidade no diagrama causal perturbado, é importante notar que a distribuição probabilística do diagrama original era dada pela equação (1.62), a qual se mantém verdadeira para o modelo perturbado, com uma diferença no lado direito da igualdade: a probabilidade condicional  $p(x_j | pa(x_j))$  é 1, por  $x_j$  ser o valor inferido no experimento controlado. Portanto:

$$p(x_1, x_2, \dots, \hat{x}_j, \dots, x_n | do(x_j)) = \frac{p(x_1, x_2, \dots, x_n)}{p(x_j | pa(x_j))}. \quad (1.74)$$

Dessa equação, surge uma representação matemática da intervenção de um experimentador em um diagrama causal, a qual possibilita o cálculo probabilístico de um experimento randomicamente controlado a partir de um **experimento** não controlado (NIELSEN, 2012). A existência dessa fórmula é fundamental para o estudo de causalidade, pesquisa a qual continua a avançar em busca de novas técnicas para o refinamento de modelos probabilísticos e teoremas de cálculo causal.

Já na física, a causalidade é determinada no contexto da teoria da relatividade, que permite avaliar a validade desse conceito considerando a ordem de eventos no tempo em qualquer referencial. Considera-se dois eventos, A e B, separados por uma distância no espaço  $\Delta x$  e no tempo  $\Delta t$  num referencial  $S$ . Para um referencial  $S'$ , pelas transformações de Lorentz, o

intervalo de tempo  $\Delta t'$ , pode ser calculado pela seguinte equação (TIPLER; LLEYELLYN, 2014):

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}), \quad (1.75)$$

com  $\gamma$  sendo o "fator de Lorentz":

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (1.76)$$

em que  $v$  é a velocidade relativa entre os dois referenciais e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

Primeiramente, estima-se o valor máximo de  $\Delta x$  dado um valor  $\Delta t$ , que recebe a notação  $\Delta x_{max}$ . Considerando que, fisicamente, a maior velocidade possível é  $c$ :

$$\Delta x_{max} = c\Delta t. \quad (1.77)$$

A partir dessa relação, é possível definir o menor valor possível que  $\Delta t'$  pode adotar:

$$\begin{aligned} \Delta t'_{min} &= \frac{\Delta t - \frac{v\Delta x_{max}}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t - \frac{v\Delta t}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{\Delta t(1 - \frac{v}{c})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \Delta t \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}. \end{aligned} \quad (1.78)$$

Como a velocidade  $v$  é menor ou igual a  $c$ ,  $\Delta t$  e  $\Delta t'$  sempre terão o mesmo sinal. Portanto, a ordem causal de dois eventos A e B será a mesma para qualquer referencial inercial. Além disso, a troca de informação entre dois pontos no espaço não pode ser instantânea, tendo como limite o tempo necessário para a luz viajar de um ponto a outro.

Essas afirmações sobre causalidade implicadas pela relatividade restrita podem ser exemplificadas num gráfico espaço-temporal do referencial  $S$  (TIPLER; LLEYELLYN, 2014). No gráfico da figura 13, considera-se a viagem de uma partícula de um evento A, a qual se encontra na origem do referencial, até um evento futuro B. Seu trajeto nesse plano é limitado pelo deslocamento da luz no espaço-tempo, representado pela reta  $x = ct$ , ou seja, uma partícula em A pode chegar em B em qualquer deslocamento no espaço-tempo que respeite:

$$\Delta x \leq c\Delta t \quad \therefore v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \leq c. \quad (1.79)$$

Essas limitações também são impostas tanto para eventos com  $\Delta x$  negativo, tanto quanto para  $\Delta t$  negativo, ou seja, eventos no passado de A. Essas retas formam "cones de luz", que contém todos os eventos no espaço-tempo os quais são causalmente conectados a A (veja a figura 14).



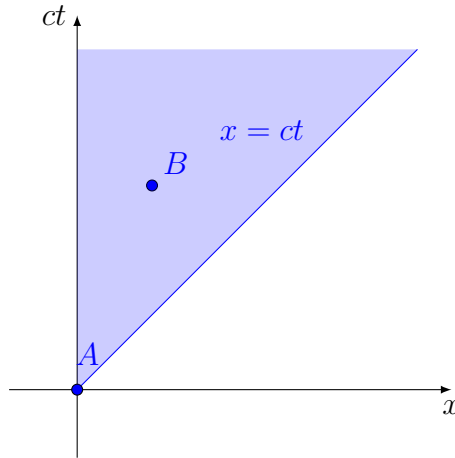


Figura 13 – Gráfico espaço-temporal com eventos A e B e representação do trajeto da luz. Fonte: Autor.

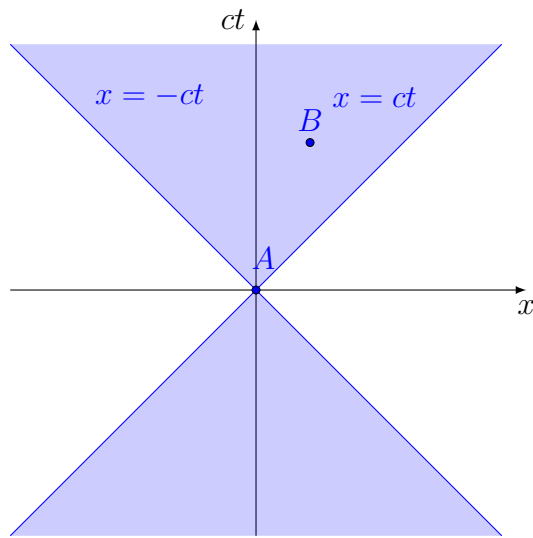


Figura 14 – Gráfico espaço-temporal com eventos A e B e representações dos cones de luz passado e futuro de A. Fonte: Autor.

Generalizando para um sistema com três coordenadas espaciais, a relatividade restrita sugere que, para um espaço-tempo de dimensão 3+1, dois eventos separados por  $\Delta d$  e  $\Delta t$  são causais se e somente se:

$$|\Delta d| \leq c|\Delta t|. \quad (1.80)$$

Em termos do invariante intervalo espaço-temporal:

$$\Delta s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 \geq 0. \quad (1.81)$$

### 1.3.1 Causalidade Quântica

A causalidade quântica é um conceito que nasce a partir do princípio de superposição de estados postulado pela mecânica quântica. A ideia de que existam estados simultâneos, para os quais a relação temporal de eventos de um seja a inversa de outro, é denotada como “ordem causal indefinida”. Esse é o principal fenômeno estudado nessa área, o qual desafia princípios relativísticos sobre sequência de eventos no espaço-tempo.

essa é a forma correta de fazer a citação!  
Segundo Wolchover (2021), físicos liderando a pesquisa de causalidade indefinida acreditam na possibilidade de que a perspectiva usual de uma sequência de causas e efeitos não capture a natureza fundamental do universo e que seu entendimento real pode levar à resposta de outras questões, como uma possível origem quântica da gravitação e do espaço-tempo. Estudos em causalidade quântica vêm, portanto, desenvolvendo novos formalismos matemáticos e abordagens a sistemas físicos para que previsões experimentais possam ter resultados razoáveis sem a necessidade de modelos causais bem definidos. Essa nova área da física teve início com o artigo *Probability Theories with Dynamic Causal Structure: A New Framework for Quantum Gravity* (2005), desenvolvido por Lucien Hardy.

De acordo com Zych (2021), a pesquisa sobre estruturas causais indefinidas está ajudando na busca pela teoria completa da gravidade quântica de duas maneiras: fornecendo uma estrutura matemática e apadrinhando o desenvolvimento de teorias específicas, já que o raciocínio deve se aplicar a qualquer abordagem da quantização da gravidade.

Uma maneira de visualizar o conceito de causalidade quântica conectado à relatividade é pelo experimento mental criado por Zych e seus colaboradores em um artigo de 2019. Considera-se dois eventos A e B sob influência gravitacional da Terra. Em um cenário onde o estado quântico de um corpo massivo não colapsa rapidamente, a Terra está em superposição quântica entre duas posições do espaço. Em um dos estados, B está mais próximo da Terra, tendo seu tempo dilatado. Em outro, A está mais próximo, o que resulta na desaceleração de seu tempo.

Analisando os cones de luz dos eventos A e B nos cenários (a) e (b) da figura 15 respectivamente, é possível perceber que A pode interferir causalmente em B antes que ele aconteça em (a) e ao contrário em (b), ou seja, as ordens de eventos AB e BA são causais para cada um dos cenários. Esse fenômeno é o que define a ordem causal indefinida. No entanto, devido às violações de causalidade inerentes a um sistema como esse, surge a necessidade de um modelo experimental que conceda resultados relacionados à causalidade quântica. Então,

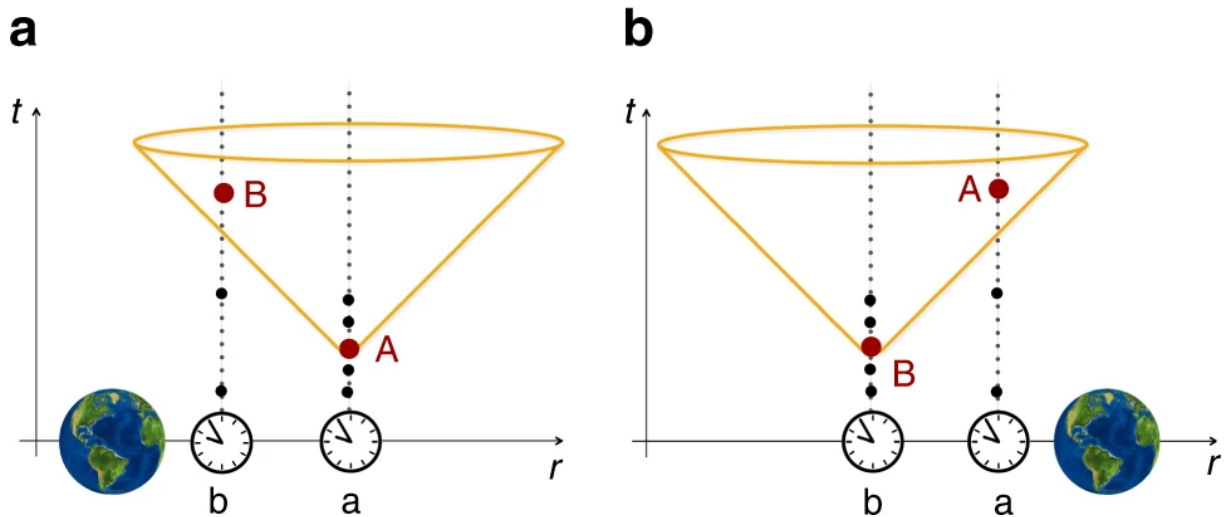


Figura 15 – Gráfico espaço-temporal para (a), estado com B mais próximo à Terra, mostrando o cone de luz futuro de A, e (b), com A mais próximo à Terra e mostrando o cone de luz de B. Fonte: adaptado de (ZYCH et al., 2019).

no início da segunda década do século XXI, foi desenvolvido o *Quantum Switch* ("Trocador Quântico", tradução livre para português), um circuito prototípico que possibilita a simulação de um sistema em ordem causal indefinida (ROZEMA et al., 2024), o qual será abordado em maior profundidade no próximo capítulo. Para uma abordagem mais aprofundada sobre causalidade quântica, o review "A diagrammatic language for the Causaloid framework" (SAKHARWADE; HARDY, 2024) é recomendado.

#### 1.4 QUANTUM SWITCH

Em 2013, Chiribella e colaboradores desenvolveram um modelo de circuito que categoriza os circuitos quânticos convencionais como um caso especial desse novo e mais abrangente tipo de computação, conhecida como computação quântica de alta ordem. Este protótipo é um circuito físico que, ao invés de utilizar qubits e suas portas lógicas, faz uso de bits clássicos com transformações físicas representadas por "caixas pretas" (oráculos), objetos que transformam entradas em saídas aplicando uma função  $f(x)$ , mas seus processos internos para

tal são desconhecidos por um observador (CODEACADEMY, 2024):

$$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(x). \quad (1.82)$$

Os circuitos quânticos tradicionais são conceitualmente computacionais, onde qubits são representados como fios e transformações unitárias como caixas, aplicadas uma vez em uma ordem específica de evolução, da esquerda para a direita. Em contraste, no circuito de Chiribella,

essas limitações causais não são um problema, permitindo modificações no caminho em que o circuito pode evoluir, como a implementação de *loops*. Em outras palavras, nesses novos circuitos, uma mesma transformação física pode ser aplicada múltiplas vezes.

Exemplificando esse novo método de computação, Chiribella define o *Switch*, um dispositivo que aplica a seguinte função de oráculos  $A$  e  $B$ , dependendo de um bit de controle  $x$ :

$$S(x, \boxed{A}, \boxed{B}) = \begin{cases} \boxed{A} \rightarrow \boxed{B} & \text{se } x = 1, \\ \boxed{B} \rightarrow \boxed{A} & \text{se } x = 0. \end{cases} \quad (1.83)$$

O *Switch* pode ser imaginado como um aparelho com dois compartimentos para que oráculos possam ser acoplados, como nesse caso  $A$  e  $B$ . Esse dispositivo teria fios móveis e seria programado para alterar a ordem de aplicação das transformações de acordo com o valor do bit clássico.

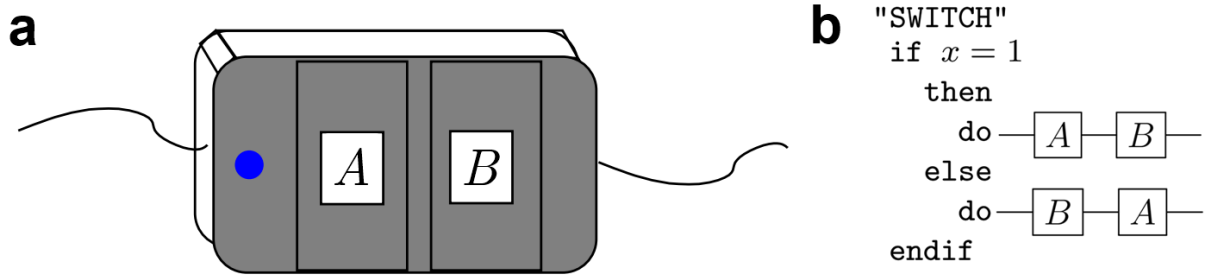


Figura 16 – (a) Representação do dispositivo *Switch* com caixas  $A$  e  $B$ . (b) Código com o qual o dispositivo é programado. Fonte: Adaptado de (CHIRIBELLA et al., 2013).

Como computadores quânticos não computam *loops*, um circuito quântico que implemente diretamente o *Switch* é inviável. A única maneira de representar ambas ordens causais num circuito quântico convencional é repetindo as portas lógicas análogas às transformações físicas. No entanto, devido a serem caixas pretas com métodos de processamento desconhecidos, é impossível reproduzir modelos idênticos das mesmas. Apesar de tais limitações, uma implementação análoga ao *Switch* em computadores quânticos (com as devidas modificações) possui utilidade prática.

Considera-se, hipoteticamente, um circuito quântico com fios maleáveis e portas lógicas  $A$  e  $B$  esquematizado de acordo com a função *Switch* (veja a figura 17). No caso anterior, a ordem causal era definida por um bit clássico em estado 0 ou 1. Para esse novo cenário, o controle é dado por um qubit, permitindo não só casos análogos com  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , mas um terceiro resultado derivado de um qubit de controle em superposição quântica de estados. Esse terceiro evento é a

própria superposição de ordens causais, como descreve a causalidade quântica (CHIRIBELLA, 2012).

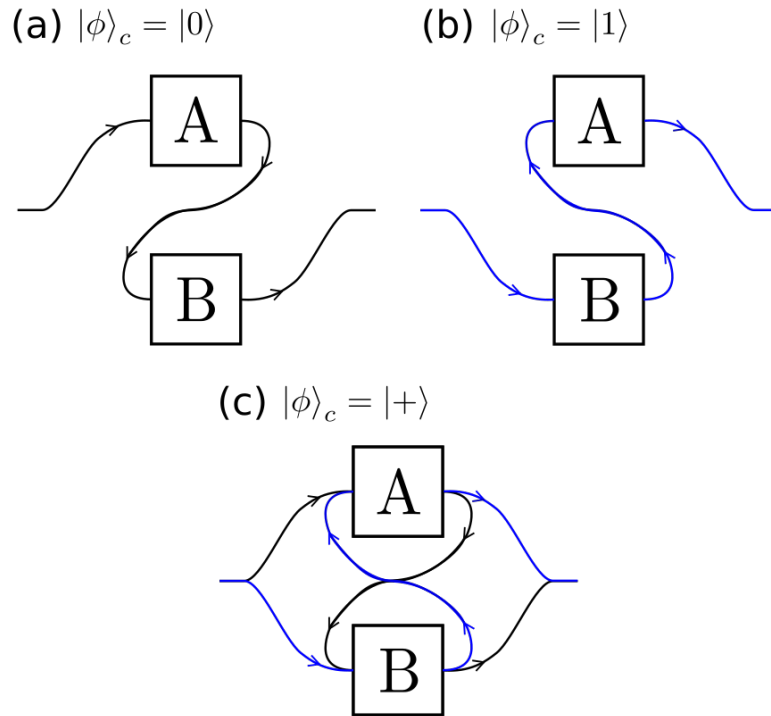


Figura 17 – Representação quântica do dispositivo *Switch* com caixas *A* e *B*. Em (a), o estado do qubit de controle  $|\phi\rangle_c$  é  $|0\rangle$ , com ordem causal  $BA$ . Em (b),  $|\phi\rangle_c = |1\rangle$  com ordem causal  $AB$ . Já em (c),  $|\phi\rangle_c$  está em uma superposição  $|+\rangle$ , com ordem causal indefinida. Fonte: Autor

Portanto, um circuito com tal estrutura permitiria simulações de ordem causal indefinida, concedendo importantes resultados para o desenvolvimento dessa nova área da física. O protótipo foi nomeado *Quantum Switch*, idealizado por Chiribella e seus colaboradores ainda em 2013, com o objetivo de estudar as vantagens computacionais da causalidade indefinida. Vale notar que a implementação ou simulação do *Quantum Switch* (e qualquer outro circuito quântico) deve ser adaptada para não violar causalidade, como também respeitar as limitações da computação quântica convencional.

A função matemática associada ao *Quantum Switch* pode ser denotada da seguinte forma (ESCANDÓN-MONARDES; DELGADO; WALBORN, 2023):

$$S(|j\rangle \otimes |\psi\rangle) = |j\rangle \otimes \Pi_j |\psi\rangle, \quad (1.84)$$

para a qual cada vetor da base  $|j\rangle$  possui uma permutação  $\Pi_j$  de  $N$  operadores unitários  $U$ , com um arranjo original

$$\Pi_0 = U_{N-1}U_{N-2} \cdots U_0. \quad (1.85)$$

### 1.4.1 Vantagem Computacional

Como descrito anteriormente, os primeiros trabalhos com o *Quantum Switch* indicaram que o aparato providencia vantagens para a área da computação. Sua implementação promete aumentar a probabilidade de discriminação entre arranjos de um grupo de portas lógicas unitárias, comparado aos resultados de um circuito quântico com ordem definida (CHIRIBELLA et al., 2013). Ademais, pesquisadores da área acreditam que o protótipo pode levar a uma evolução computacional que resultaria na existência de circuitos que processam informações em ambos sentidos de deslocamento, simultaneamente (WOOD, 2023).

Um exemplo se encontra em uma das primeiras implementações do *Quantum Switch* realizada por Chiribella no artigo *Perfect discrimination of no-signalling channels via quantum superposition of causal structures* (CHIRIBELLA, 2012), no qual ele mostra a eficiência do circuito como ferramenta de discriminação de canais quânticos sem sinalização, antes considerados indistinguíveis.

Em contribuição ao estudo, em 2023, Jorge Escandón-Monardes, Aldo Delgado e Stephen P. Walborn desenvolveram o CHPP, que generaliza um grupo de problemas associados ao *Quantum Switch* e flexibiliza a implementação desse circuito. Tal problema, o qual será melhor definido na próxima seção, expande as possibilidades experimentais e aprofunda o estudo das vantagens computacionais proporcionadas pela causalidade indefinida.

## 1.5 PROBLEMA PROMESSA DE MATRIZES DE HADAMARD COMPLEXAS

### 1.5.1 Matrizes de Hadamard Complexas

Em casos onde matrizes complexas  $M$  de tamanho  $p$ , definidas por

$$M \in \mathbb{C}^{p \times p}, \quad (1.86)$$

satisfazem as seguintes equações

$$|M_{jk}| = 1 \text{ e } MM^\dagger = pI, \quad (1.87)$$

$M$  serão matrizes complexas de Hadamard, pertencentes a um conjunto denotado por  $CH(p)$ .

Os elementos de uma matriz complexa qualquer podem ser escritos da seguinte forma

$$M_{jk} = |M_{jk}|e^{i\phi_{jk}}, \quad \phi_{jk} \in [0, 2\pi). \quad (1.88)$$

Os elementos de uma matriz complexa de Hadamard serão

$$M_{jk} = e^{i\phi_{jk}} \quad (1.89)$$

e as fases  $\phi_{jk}$  formam uma matriz  $\phi$ , chamada de matriz log-Hadamard:

$$\phi = (\phi_{jk}). \quad (1.90)$$

Caso uma matriz  $M \in CH(p)$  possua os elementos na primeira linha e primeira coluna iguais a 1,

$$M_{0,:} = M_{:,0} = 1 \quad \therefore \quad \phi_{0,:} = \phi_{:,0} = 0, \quad (1.91)$$

o que é isso?

ela será uma matriz de Hadamard complexa **em sua forma defasada.**

Para toda matriz  $M \in CH(p)$ , existem matrizes diagonais unitárias  $D$  e  $D'$  tal que  $DM D'$  é defasada. Isso pode ser demonstrado considerando um elemento

$$(DM D')_{jk} = \sum_l (D)_{jl} (M D')_{lk} = \sum_{l,m} (D)_{jl} M_{lm} (D')_{mk} \quad (1.92)$$

$$= \sum_{l,m} e^{i\nu_j} \delta_{jl} M_{lm} e^{i\mu_m} \delta_{mk} = e^{i\nu_j} M_{jk} e^{i\mu_k} \quad (1.93)$$

$$= e^{i\nu_j} e^{i\phi_{jk}} e^{i\mu_k}. \quad (1.94)$$

Por  $D$  e  $D'$  serem unitárias e diagonais, um elemento  $(D)_{jl}$  pode ser expresso com uma fase  $\theta_j$  por uma exponencial  $e^{i\theta_j} \delta_{jl}$ . Portanto

$$(DM D')_{0,k} = 1 = e^{i\nu_0} e^{i\phi_{0k}} e^{i\mu_k} = e^{i(\nu_0 + \phi_{0k} + \mu_k)} \quad (1.95)$$

$$\therefore \nu_0 + \mu_k = \phi_{0k}, \quad (1.96)$$

$$(DM D')_{j,0} = 1 = e^{i\nu_j} e^{i\phi_{j0}} e^{i\mu_0} = e^{i(\nu_j + \phi_{j0} + \mu_0)} \quad (1.97)$$

$$\therefore \nu_j + \mu_0 = \phi_{j0}. \quad (1.98)$$

Ou seja, podem ser escolhidos  $\vec{\nu} = (\nu_0, \dots, \nu_{p-1})$  e  $\vec{\mu} = (\mu_0, \dots, \mu_{p-1})$  que satisfaçam as equações (1.96) e (1.98). Então, dada uma matriz complexa de Hadamard, é possível encontrar sua forma defasada a partir de matrizes  $D$  e  $D'$ .

### 1.5.2 O Problema Promessa

Não entendi muito bem este conceito...

Considere  $M \in CH(p)$  defasada e  $N$  matrizes unitárias desconhecidas  $U_0, U_1, \dots, U_{N-1}$ . O problema promete que existem unitárias tal que uma permutação  $\Pi_j$  pode ser expressa por

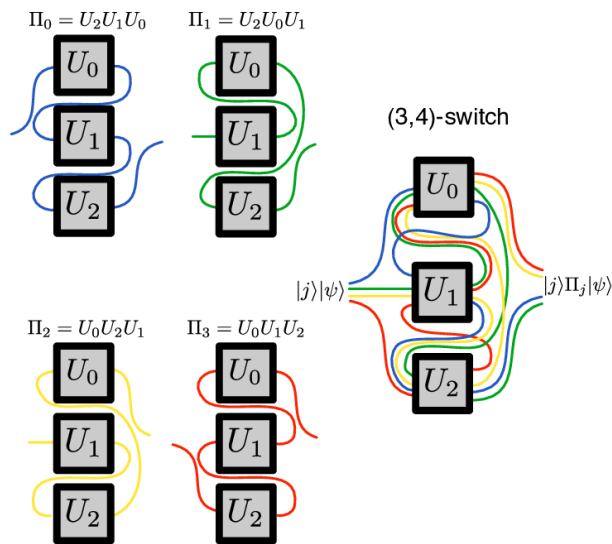
$$\Pi_j = M_{jk} \Pi_0 \quad \forall j \in \{0, 1, \dots, p-1\} \quad (1.99)$$

com  $\Pi_0$  o arranjo de unitárias original definido em (1.85). Para a resolução do problema, é necessário encontrar a coluna  $k$  da matriz  $M$  que satisfaz as equações para qualquer permutação possível (MAZIERO, 2024b).

Analisando a equação (1.99) é possível estabelecer um limite inferior ao número de unitárias

$$p \leq N!, \quad (1.100)$$

pelo qual é definido o  $(N, p)$ -switch. O objetivo desse modelo é encontrar maneiras de implementar o *Quantum Switch* com menos permutações e, conseqüentemente, aplicações mais eficientes do aparato na procura de resultados para o problema promessa. Ademais, ele flexibiliza as possíveis implementações experimentais a partir da variação de  $p$  e  $N$ . A eficiência do  $(N, p)$ -switch é definida pelo parâmetro *queries per gate* (consultas por porta lógica, em português).



[citar no texto!](#)

**Figura 18** – Representação  $(3, 4)$ -switch. O  $(N, p)$ -switch aplica  $N$  unitárias em  $p$  ordens diferentes. As cores dos fios representam o estado do sistema de controle. **Fonte:** Escandón-Monardes, Delgado e Walborn. [usar \citeonline, como feito abaixo.](#)

Segundo Escandón-Monardes, Delgado e Walborn (2023), o CHPP não apenas pode ser resolvido executando o *Quantum Switch* experimentalmente, mas também é a maneira mais eficiente de fazê-lo, pois, devido à superposição de ordens causais, o número de consultas por porta lógica é sempre 1, enquanto para circuitos de ordem fixa, esse parâmetro é sempre maior, uma vez que é necessário repetir portas lógicas quânticas ao longo do circuito para a representação de todas as distintas ordens causais. Contudo, as simulações do *Quantum Switch* em computadores quânticos continuam mostrando resultados importantes, de forma a tomar parte da resolução e desenvolvimento de problemas promessa e aprimorar as metodologias



utilizadas em computação quântica. Portanto, ao buscar por soluções do CHPP, maiores serão as possibilidades de sucesso no objetivo de otimização computacional.

## 2 JUSTIFICATIVA

A computação quântica é uma área de pesquisa em rápida ascensão e tornou-se uma das mais importantes e inovadoras tecnologias do século. Sua aptidão para processamento computacional, derivada de seu uso de superposição quântica de estados, coloca computadores quânticos como ferramentas ideais para a resolução de problemas associados a variadas áreas de ciência e tecnologia, como farmacologia, criptografia, *machine learning* e inteligência artificial. Com desenvolvimento do *Quantum Switch* e sua aplicação de ordens causais indefinidas, surge o potencial de um avanço computacional significativo capaz de alterar a abordagem convencional utilizada na construção e aplicação de computadores quânticos, assim também evoluindo as diferentes pesquisas que são beneficiadas pela tecnologia. Em vista disso, uma análise extensiva sobre o *Quantum Switch*, juntamente a sua testagem experimental e aplicação ao CHPP, permite a identificação de maneiras mais práticas e eficientes para solução de problemas com computação quântica, também gerando novas perguntas e propostas para o futuro dessa ciência. Ademais, a implementação experimental e computacional do aparato tem implicações significativas no estudo da causalidade quântica, considerando que uma investigação sobre a ordem causal indefinida pode fornecer insights valiosos para a construção de uma teoria quântica da gravidade. Portanto, o avanço do *Quantum Switch* pode não apenas levar a uma transformação em práticas tecnológicas e industriais, mas também colaborar na busca de uma maior compreensão sobre os fenômenos físicos que regem o universo.

A justificativa é excelente.

Mas o que é necessário para fazer tais avanços?

Qual é a principal dificuldade, que faz com que o problema ainda esteja em aberto?

### 3 OBJETIVOS

Nesse trabalho, destacam-se os seguintes objetivos:

#### 3.1 OBJETIVO GERAL

De forma geral, o presente trabalho busca conhecer os fundamentos básicos sobre causalidade, clássica e quântica, e sobre o *Quantum Switch*. Também objetiva-se implementar o *Quantum Switch* a partir diferentes métodos experimentais, incluindo a computação quântica, com o intuito de encontrar soluções para o CHPP. Consequentemente, busca-se utilizar dos resultados obtidos para definir as vantagens computacionais associadas ao aparato e, então, propor contextos onde sua aplicação é recomendada.

#### 3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos do trabalho são, especificamente:

1. Desenvolver uma demonstração analítica da existência de portas unitárias as quais satisfazem o problema de promessa;
2. Resolver matematicamente a implementação *Quantum Switch* contextualizada ao CHPP, considerando que a realização experimental do aparato é inviável no contexto de realização do presente trabalho;
3. Realizar a simulação clássica e experimentação do circuito de ordem fixa derivado do *Quantum Switch* em computadores quânticos;
4. Analisar os resultados obtidos, comparando a eficiência entre modelos computacionais convencionais e aqueles que utilizam de ordem causal indefinida para a solução do problema de promessa.

quais outros métodos  
você podem/irão  
testar?

## 4 METODOLOGIA

Nesse capítulo, <sup>o que significa isso? Não é realístico?</sup> por questões didáticas, considera-se o seguinte circuito quântico como exemplo para o desenvolvimento da metodologia, a qual será aplicada ao *Quantum Switch* na continuidade do trabalho.

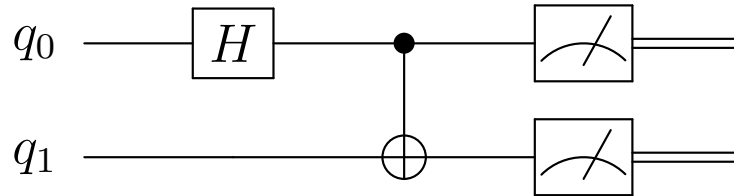


Figura 19 – Circuito quântico com qubit de controle  $q_0$  e qubit alvo  $q_1$ . Uma porta Hadamard é aplicada a  $q_0$ , logo depois uma CNOT e, então, ambos os qubits são medidos. Fonte: Autor.

### 4.1 SIMULAÇÃO CLÁSSICA DE CIRCUITOS QUÂNTICOS

Anterior a uma aplicação experimental de circuitos quânticos, é válida a obtenção de resultados analíticos da implementação desses aparatos, a partir dos postulados da mecânica quântica. Para isso, utiliza-se das matrizes unitárias associadas as transformações que portas lógicas quânticas realizam em um qubit, aplicando-as no estado inicial do mesmo. Para o caso da figura 19, o estado inicial é o seguinte:

$$|\psi_0\rangle = |q_0\rangle \otimes |q_1\rangle = |0\rangle_0 \otimes |0\rangle_1 = |00\rangle. \quad (4.1)$$

A primeira transformação é realizada pela matriz Hadamard no qubit  $q_0$ . Considerando que o sistema é dado por dois qubits, ou seja, um qudit, a aplicação da porta lógica toma a seguinte forma matemática

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes I) |\psi\rangle_0 = (H \otimes \mathbb{I}) |00\rangle, \quad (4.2)$$

para qual aplicamos a seguinte propriedade do produto tensorial:

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD. \quad (4.3)$$

Assim, obtem-se:

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes \mathbb{I})(|0\rangle_0 \otimes |0\rangle_1) \quad (4.4)$$

$$= H |0\rangle_0 \otimes \mathbb{I} |0\rangle_1. \quad (4.5)$$

Como

$$H |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle, \quad (4.6)$$

então o estado resultante é:

$$|\psi_1\rangle = |+\rangle_0 \otimes |0\rangle_1 = |+0\rangle. \quad (4.7)$$

Em seguida, aplica-se a CNOT, com  $q_0$  sendo o controle e  $q_1$  o alvo:

$$|\psi_2\rangle = CNOT_{0 \rightarrow 1} |\psi_1\rangle = (|0\rangle\langle 0| \otimes \mathbb{I} + |1\rangle\langle 1| \otimes X)(|+\rangle_0 \otimes |0\rangle_1). \quad (4.8)$$

Utilizando-se

$$|0\rangle\langle 0| |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle, \quad (4.9)$$

$$|1\rangle\langle 1| |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle, \quad (4.10)$$

$$X |0\rangle = |1\rangle, \quad (4.11)$$

obtem-se

$$|\psi_2\rangle = |0\rangle\langle 0| |+\rangle_0 \otimes |0\rangle_1 + |1\rangle\langle 1| |+\rangle_0 \otimes X |0\rangle_1 \quad (4.12)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle. \quad (4.13)$$

Finalmente, realiza-se a medida do sistema, feita extraíndo a probabilidade de cada estado. Para o estado do qudit, o resultado da medida é associado as seguintes probabilidades:

$$Pr(|\psi_2\rangle = |00\rangle) = |\langle 00|\psi_2\rangle|^2 = \frac{1}{2}, \quad (4.14)$$

$$Pr(|\psi_2\rangle = |11\rangle) = |\langle 11|\psi_2\rangle|^2 = \frac{1}{2}. \quad (4.15)$$

O resultado indica que existe 50% de probabilidade, tanto para  $|00\rangle$  quanto para  $|11\rangle$  serem o resultado de uma medição do qudit.

## 4.2 IMPLEMENTAÇÃO DOS CIRCUITOS EM COMPUTADORES QUÂNTICOS

Para a implementação do circuitos em computação quântica, o método praticado no presente trabalho faz uso da biblioteca Qiskit (IBM, 2024), aplicada em programação em linguagem *Python*, tendo como resultado a execução do circuito em computadores quânticos da *International Business Machines Corporation* (IBM). A seguir, encontram-se os passos à implementação do circuito quântico da figura 19.

Primeiramente, importa-se a biblioteca Qiskit e outras portas necessárias para a construção e visualização do circuito.

```
1 from qiskit import *
2 from qiskit.visualization import *
3 from pylatexenc import *
4 from matplotlib import *
```

Com as bibliotecas importadas, pode-se construir o circuito.

```
1 qr = QuantumRegister(2, "q")
2 cr = ClassicalRegister(2, "c")
3 qc = QuantumCircuit(qr, cr)
4 qc.h(0)
5 qc.cx(0, 1)
6 qc.measure(0, 0)
7 qc.measure(1, 1)
8 qc.draw('mpl', style='clifford')
```

A seção de código acima tem como resultado uma figura que representa o circuito que será implementado. As linhas de 1 a 3 geram um circuito quântico com dois qubits e dois bits clássicos. As linhas 4 e 5 implementam as portas Hadamard e CNOT e 6 e 7 aplicam os medidores.

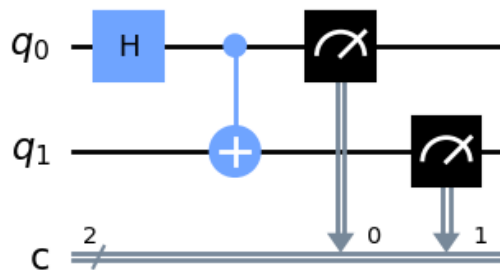


Figura 20 – Visualização do circuito implementado em Qiskit. Fonte: Autor.

Então, com uma conta associada ao site da IBM, implementa-se o circuito e obtêm-se os resultados. Para o presente caso, foi utilizado o hardware "ibm\_kyoto", com 8000 shots (preparação, evolução e medida).

```
1 from qiskit_ibm_runtime import QiskitRuntimeService
2 my_token = '...'
3 service = QiskitRuntimeService(channel='ibm_quantum', token = my_token)
4 #QiskitRuntimeService .save_account(channel='ibm_quantum',
5 token = my_token)
```

```

6  from qiskit.transpiler.preset_passmanagers import *
7  from qiskit_ibm_runtime import *
8  from qiskit_ibm_runtime import SamplerV2 as Sampler
9  pm = generate_preset_pass_manager(backend=simulator,
10 optimization_level=1)
11
12 backend_name = "ibm_kyoto"
13 service = QiskitRuntimeService()
14 backend = service.get_backend(backend_name)
15 sampler = Sampler(backend = backend)
16 sampler.options.default_shots = 8000
17 nshots = sampler.options.default_shots
18
19 qc = transpile(qc, backend)
20 sampler.options.dynamical_decoupling.enable = True
21 sampler.options.dynamical_decoupling.sequence_type = "XY4"
22
23 job = sampler.run([qc]).result()

```

Enfim, gera-se o gráfico com os resultados, contidos na figura 21.

```

1  job_id = "..."
2  data = service.job(job_id).result()[0].data
3  counts = data.c.get_counts()
4  plot_distribution(counts)

```

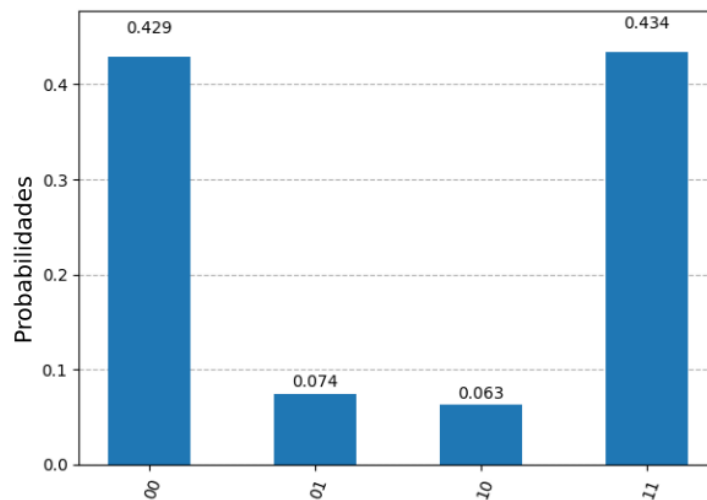


Figura 21 – Gráfico com aproximações de probabilidade para cada estado do circuito implementado em computador quântico. Fonte: Autor.

Como visto anteriormente, a probabilidade teórica do circuito quântico representado na figura 19 é de 50% para os estados  $|00\rangle$  e  $|11\rangle$ . Já para sua implementação em computador quântico, as probabilidades obtidas são

$$Pr(|00\rangle) \approx 0,429, \quad (4.16)$$

$$Pr(|11\rangle) \approx 0,434. \quad (4.17)$$

Além dessa diferença de resultados, percebe-se que as probabilidades de  $|01\rangle$  e  $|10\rangle$  para o experimento são não nulas. Tais variações são derivadas de flutuações estatísticas, que ocorrem devido ao número finito de shots e ao chamado "ruído quântico", causado por mínimas variações de temperatura e campos eletromagnéticos, interferências em qubits vizinhos por aplicações de portas unitárias, emaranhamento (QUERA, 2024) e outros erros de preparação esperados para um sistema quântico intrinsecamente sensível, com medições fundamentalmente imprecisas, como dita o princípio de incerteza de Heisenberg (HEISENBERG, 1927).



5 CRONOGRAMA

As próximas atividades serão realizadas na seguinte ordem:

- 1. Desenvolvimento das soluções analíticas necessárias para a aplicação do *Quantum Switch* no CHPP;
- 2. Implementação dos circuitos quânticos associados ao *Quantum Switch* nos computadores quânticos da IBM;
- 3. Discussão dos resultados obtidos e elaboração da conclusão;
- 4. Defesa do TGF II.

Esses passos estão listados na tabela abaixo.

Atividades	Meses			
	Set/2024	Out/2024	Nov/2024	Dez/2024
1	X			
2		X	X	
3			X	
4				X

## REFERÊNCIAS

- BELLAC, M. L. **A short Introduction to Quantum Information and Quantum Computation**. 1.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
- BOHM, D. **Causality and Chance in Modern Physics**. 1.ed. Pensilvânia: University of Pennsylvania Press, 1971.
- CHIRIBELLA, G. Perfect discrimination of no-signalling channels via quantum superposition of causal structures. **Physical Review A**, College Park, Maryland, v.86, n.4, oct. 2012.
- CHIRIBELLA, G. et al. Quantum computations without definite causal structure. **Physics Review**, College Park, Maryland, n.88, aug. 2013.
- CODEACADEMY. **Black Box Programming**. Acesso em: ago.2024, <https://www.codecademy.com/article/black-box-programming>.
- DIRAC, P. A. M. **A new notation of Quantum Mechanics**. 1.ed. Cambridge, UK: St. John's College, Cambridge, 1939.
- ESCANDÓN-MONARDES, J.; DELGADO, A.; WALBORN, S. P. Practical computational advantage from the quantum switch on a generalized family of promise problems. **Quantum**, San José, Califórnia, v.7, p.945, mar. 2023.
- GRIFFITHS, D. J.; COLLEGE, R. **Mecânica Quântica**. 2.ed. São Paulo: Pearson, 2008.
- HARDY, L. Probability Theories with Dynamic Causal Structure: a new framework for quantum gravity. **arXiv:gr-qc/0509120**, Waterloo, Ontário, 2005.
- HEISENBERG, W. Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. **Zeitschrift für Physik**, Berlim, v.1, 1927.
- IBM. **Qiskit**. Acesso em: jul.2024, <https://www.ibm.com/quantum/qiskit>.
- KALUS, S. **Don't panic: it's only the simpson's paradox**. Acesso em: jul.2024, <https://www.clinfo.eu/simpsons-paradox/>.
- LANDSMAN, N. **The Born rule and its interpretation**. Acesso em: jul.2024, <https://www.math.ru.nl/landsman/Born.pdf>.

MAZIERO, J. **Postulados da Mecânica Quântica**. Acesso em: mar. 2024, [https://github.com/jonasmaziero/mecanica\\_quantica/blob/master/notas\\_de\\_aula/17\\_postulados.ipynb](https://github.com/jonasmaziero/mecanica_quantica/blob/master/notas_de_aula/17_postulados.ipynb).

MAZIERO, J. **O trocador quântico (q-switch)**. Acesso em: jul.2024, [https://github.com/jonasmaziero/computacao\\_quantica\\_qiskit/blob/main/qiskit5/14\\_q\\_switch.ipynb](https://github.com/jonasmaziero/computacao_quantica_qiskit/blob/main/qiskit5/14_q_switch.ipynb).

NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. **Quantum Computation and Quantum Information**. 10.ed. Cambridge, UK: Cambridge University, 2010.

NIELSEN, M. **If correlation doesn't imply causation, then what does?** Acesso em: mar. 2024, <https://michaelnielsen.org/ddi/if-correlation-doesnt-imply-causation-then-what-does/>.

PAWŁOWSKI, M. et al. Information causality as a physical principle. **Nature**, Berlin, v.461, n.7267, p.1101–1104, out. 2009.

PEARL, J.; MACKENZIE, D. **The book of why: the new science of cause and effect**. 1.ed. New York: Basic Books, 2020.

PITALÚA-GARCÍA, D. Quantum Information Causality. **Physical Review Letters**, College Park, Maryland, v.110, n.21, mar. 2013.

PROCOPIO, L. M. et al. Experimental superposition of orders of quantum gates. **Nature Communications**, Berlin, v.6, n.1, ago. 2015.

QUERA. **Quantum Noise**. Acesso em: jul.2024, <https://www.quera.com/glossary/noise>.

ROZEMA, L. A. et al. Experimental aspects of indefinite causal order in quantum mechanics. **Nature Reviews Physics**, Berlin, jul. 2024.

RUBINO, G.; MANZANO, G.; BRUKNER, . Quantum superposition of thermodynamic evolutions with opposing time's arrows. **Communications Physics**, Berlin, v.4, n.1, nov. 2021.

SAKHARWADE, N.; HARDY, L. A diagrammatic language for the Causaloid framework. **arXiv:2407.01522**, Waterloo, Ontário, 2024.

STRÖMBERG, T. et al. Quantum Information Causality. **Physical Review Letters**, College Parkn, Maryland, v.6, Abril/ 2024.

TIPLER, P. A.; LLEYELLYN, R. A. **Física Moderna**. 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

WOLCHOVER, N. **Quantum Mischief Rewrites the Laws of Cause and Effect**. Acesso em: jun. 2024, <https://www.quantamagazine.org/quantum-mischief-rewrites-the-laws-of-cause-and-effect-20210311/>.

WOOD, C. **How Quantum Physicists ‘Flipped Time’ (and How They Didn’t)**. Acesso em: jul.2024, <https://www.quantamagazine.org/how-quantum-physicists-flipped-time-and-how-they-didnt-20230127/>.

WOOTTERS, W. K. “Time” replaced by quantum correlations. **International Journal of Theoretical Physics**, Berlin, v.23, n.8, ago. 1984.

YANOFSKY, N. S.; MANNUCCI, M. A. **Quantum Computing for Computer Scientists**. 1.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

ZYCH, M. **Quantum Mischief Rewrites the Laws of Cause and Effect**. Acesso em: jun. 2024, <https://www.quantamagazine.org/quantum-mischief-rewrites-the-laws-of-cause-and-effect-20210311/>.

ZYCH, M. et al. Bell’s theorem for temporal order. **Nature Communications**, Berlin, v.10, n.1, 2019.