

# Simulação & Modelação

(2014-2015)

## Proposta de Resolução do 2.º Teste

4 de junho de 2015

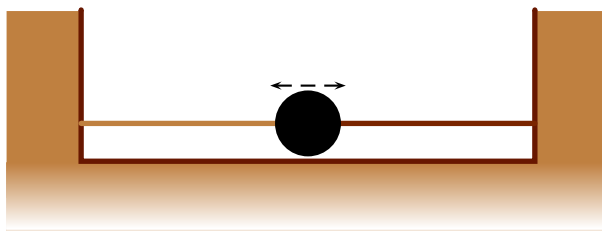
Turma P8

Versão I

### Cotações:

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos	25	35	30	20	50	40	200

Considere uma massa de 25 kg, presa a duas paredes por dois elástico de igual comprimento  $L = 5$  m (ver figura). As constantes de elasticidade são  $K_1 = 20$  N/m e  $K_2 = 10$  N/m, respetivamente para o elástico da esquerda e da direita. Despreze qualquer tipo de atrito.



- 25 1. Escreva as equações diferenciais do movimento.

#### Resposta:

Pela 2.ª Lei de Newton do movimento, sabemos que a norma da força resultante  $F_{\text{res}}$  na massa é:

$$F_{\text{res}} = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1)$$

Também sabemos que as únicas forças que contribuem para o movimento são horizontais e são as força elástica de ambos elásticos, dadas por:

$$F_{k,1} = -K_1 \Delta x = -K_1 [x - x_0] \quad (2)$$

para o elástico da esquerda, e

$$F_{k,2} = -K_2 \Delta x = -K_2 [x - x_0] \quad (3)$$

para o da direita, em que  $x_0$  é a posição de equilíbrio. Igualando as expressões anteriores obtemos a equação diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{K_1 + K_2}{m} [x - x_0] \quad (4)$$

- 35 2. Resolva as equações do movimento usando o método de Euler durante 10 s. Use um passo  $\Delta t = 0.1$  s.

2. T02I30828.m ! 170–175

- 30 3. Resolva as equações do movimento usando o método de Euler-Cromer durante 10 s. Use um passo  $\Delta t = 0.1$  s.

3. T02I30828.m ! 177

- 20 4. Faça um gráfico da energia mecânica ao longo do tempo.

4. T02I30828.m ! 189–193

- 50 5. Faça um GUI que apresente uma animação do sistema e o gráfico da energia mecânica ao longo do tempo, quando pressionado um botão de pressão (*push button*).

5. T02I30828.m

5. T02I30828.fig

- 40 6. Considere que a massa é largada 1 m à esquerda da posição central. Use o método da procura da secção dourada para determinar a função do tipo  $f(x) = x_0 - \cos(\omega t)$  que melhor se ajusta aos dados obtidos na simulação. Determine então o período do movimento, apresentando o seu valor no GUI. Explique como procedeu.

6. T02I30828.m ! 198–199

6. goldensearch.m

6. tifiting.m

### Resposta:

O método da procura da secção dourada permite determinar um extremo de uma função. No caso de um ajuste de dados  $(x_i, y_i)$  a uma função  $f(x_i)$ , como acontece no método dos mínimos desvios quadrados, o objectivo é minimizar a soma do quadrado dos resíduos  $S$ :

$$S = \sum_i (y_i - f(x_i))^2 \quad (5)$$

A função de ajuste será da família das funções:

$$f(x) = x_0 - \cos(\omega t) = x_0 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (6)$$

Como sabemos o valor de  $f(x_i)$  para cada instante  $t$ ,  $S$  será apenas função de  $T$ , logo só é preciso determinar o mínimo global de  $S(T)$ , pelo método da procura da secção dourada.

Se representarmos  $y_i(t)$  facilmente inferimos que o  $T \approx 6$  s, logo podemos definir um intervalo para iniciar o método para  $T \in [5, 7]$  s.