Simulação & Modelação

(2014-2015)

Proposta de Resolução do 2.º Teste

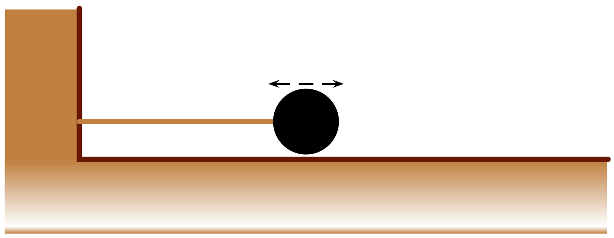
2 de junho de 2015

Turma P7 **Versão F**

Cotações:

Questão	1	2	3	4	5	6	**Total**
Pontos	25	35	30	20	50	40	200

Considere uma massa de 25 kg, presa a uma parede por um elástico (ver figura). O comprimento do elástico não distendido é de 5 m. A sua constante de elasticidade não é constante (como habitualmente assumimos), mas varia com o elongamento de acordo com $K(x) = (10 + 0.01\Delta x)$ N/m. Despreze qualquer tipo de atrito.



25 1. Escreva as equações diferenciais do movimento.

Resposta:
Pela 2.ª Lei de Newton do movimento, sabemos que a norma da força resultante F_{res} na massa é:

$$F_{\text{res}} = ma = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \tag{1}$$

Também sabemos que a única força que contribuiu para o movimento é horizontal e é a força elástica, dada por:

$$F_{\text{k}} = -K\Delta x = -K\left[x - x_0\right] \tag{2}$$

em que x_0 é a posição de equilibrio. Igualando as expressões anteriores obtemos a equação diferencial:

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{K}{m}\left[x - x_0\right] \tag{3}$$

35 2. Resolva as equações do movimento usando o método de Euler durante 10 s. Use um passo $\Delta t = 0.1$ s.

2. **T02F30828.m ! 169–175**

30 3. Resolva as equações do movimento usando o método de Euler-Cromer durante 10 s. Use um passo $\Delta t = 0.1$ s.

3. **T02F30828.m ! 177**

20 4. Faça um gráfico da energia mecânica ao longo do tempo.

4. **T02F30828.m ! 188–192**

50 5. Faça um GUI que apresente uma animação do sistema e o gráfico da energia mecânica ao longo do tempo, quando pressionado um botão de pressão (*push button*).

5. **T02F30828.m**

5. **T02F30828.fig**

40 6. Considere que a massa é largada 1 m à direita da posição central. Use o método da procura da secção dourada para determinar a função do tipo $f(x) = x_0 + \cos(\omega t)$ que melhor se ajusta aos dados obtidos na simulação. Determine então o periodo do movimento, apresentando o seu valor no GUI. Explique como procedeu.

6. **T02F30828.m ! 197–198**

6. **goldensearch.m**

6. **tffiting.m**

Resposta:
O método da procura da secção dourada permite determinar um extremo de uma função. No caso de um ajuste de dados (x_i, y_i) a uma função $f(x_i)$, como acontece no método dos mínimos desvios quadrados, o objectivo é minimizar a soma do quadrado dos resíduos S:

$$S = \sum_i (y_i - f(x_i))^2 \tag{4}$$

A função de ajuste será da família da funções:

$$f(x) = x_0 + \cos(\omega t) = x_0 + \cos(\frac{2\pi}{T}t) \tag{5}$$

Como sabemos o valor de $f(x_i)$ para cada instante t, S será apenas função de T, logo só é preciso determinar o mínimo global de $S(T)$, pelo método da procura da secção dourada.

Se representar-mos $y_i(t)$ facilmente inferimos que o $T \approx 10$ s, logo podemos definir um intervalo para iniciar o método para $T \in [9, 11]$ s.