



Simulação e Modelação

Trabalho Nº2, PL9

Frequência angular de rotação na patinagem no gelo

João Vieitas – 97632

Pedro Ferreira - 98620

Objetivos

- Análise e modelação de um vídeo composto por figuras de rotação;
- Estimar o valor da frequência angular e a respetiva incerteza para cada rotação.

Introdução

Neste trabalho pretende-se analisar um vídeo de uma performance de patinagem no gelo. O vídeo pode ser dividido em quatro partes:

- 1- Lean-back spin (entre $t_i=3.3367s$ e $t_f= 10.1674s$)
- 2- Camel spin (entre $t_i=11.0015s$ e $t_f=14s$)
- 3- Sit spin (entre $t_i=15.001s$ e $t_f=17.0031s$)
- 4- I spin (entre $t_i=19.3387s$ e $t_f=23.3428s$)

Para calcular o ângulo da perna da patinadora em relação ao solo, em função do tempo, foi utilizada a seguinte fórmula:

$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$\Leftrightarrow \theta = \arctan \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

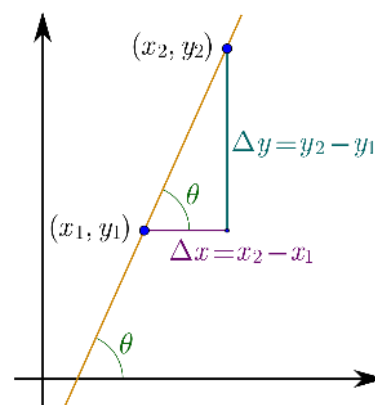


Ilustração do ângulo pretendido

Solução Computacional

Começámos por adquirir pontos para modelar cada figura de rotação, usando a função **aquisicaoPontos** (fornecido no guião). As variáveis de coordenadas dos pontos, de tempos inicial e final, de número de salto de frames e de número de pontos foram guardadas num ficheiro de dados respetivo à sua figura.

De seguida, calculámos para as figuras 1, 3 e 4 o ângulo da perna em função do tempo, e para a figura 2 o tamanho aparente da perna horizontal. Nos ângulos obtidos aplicámos a função **unwrap**, que vai procurar eliminar descontinuidades, adicionando múltiplos de $\pm 2\pi$ até que a diferença de fase entre dois ângulos consecutivos seja menor ou igual ao salto limite de π radianos.

Para determinar com maior precisão a variação angular ou variação do tamanho em função do tempo, fizémos uma interpolação dos pontos utilizando o método dos **splines cúbicos**. Para os tempos de cada frame de aquisição (**t**), criámos uma matriz com uma coluna e **length(x(:,1))** valores igualmente espaçados de **ti** a **tf**. Já para o tempo de interpolação (**tint**), utilizámos uma matriz de uma coluna igualmente espaçada entre o primeiro elemento de **t** e o último, mas com **2*n vezes** o número de elementos de **t**, sendo **n** o número de frames de intervalo entre cada imagem.

Para determinar os máximos e mínimos, a frequência angular de rotação e o seu respetivo erro, usámos a função **maxmin** fornecida no guião, que deteta como extremo os valores cujo seu anterior é maior e o seu sucessor é menor e vice-versa. De seguida calcula o período, fazendo o dobro da média da diferença dos tempos dos extremos encontrados, visto que em cada período existe um máximo e um mínimo. O erro do período é o desvio padrão do mesmo. Para o valor da frequência angular (inverso do

período) e a sua incerteza estarem em rotações por minuto, é necessário multiplicá-los por 60.

Representámos graficamente os máximos, juntamente com os pontos adquiridos e a interpolação calculada anteriormente.

Por último, criámos uma interface gráfica (GUI) de forma a facilitar o utilizador fazer a aquisição de dados, escolher a figura de rotação, reproduzir a figura com o segmento de reta dos pontos adquiridos sobrepostos, representar graficamente os pontos com a sua interpolação, e os máximos e mínimos da mesma, e a frequência angular com a respetiva incerteza, em radianos por segundo.

Apresentação e Análise dos Resultados

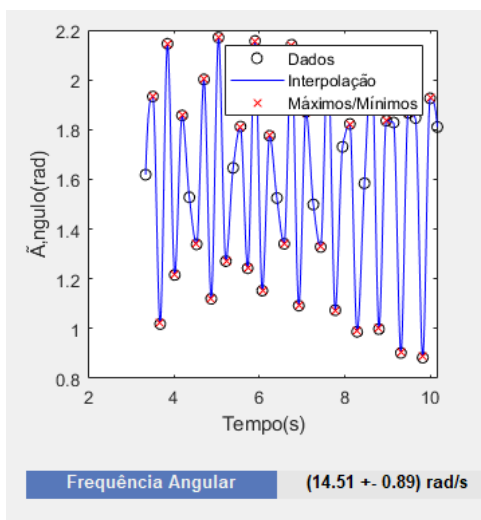


Gráfico Figura 1 - Lean-back spin

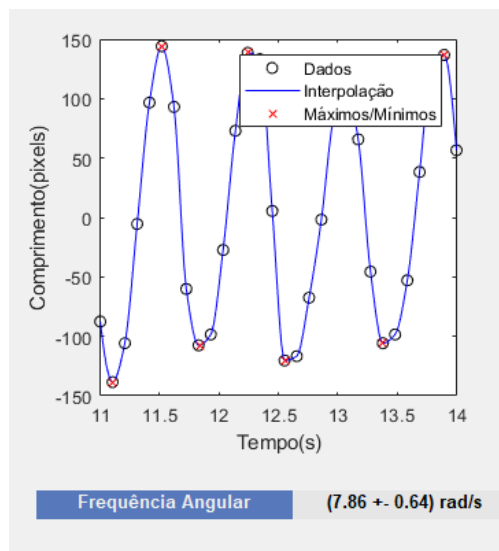


Gráfico Figura 2 – Camel spin

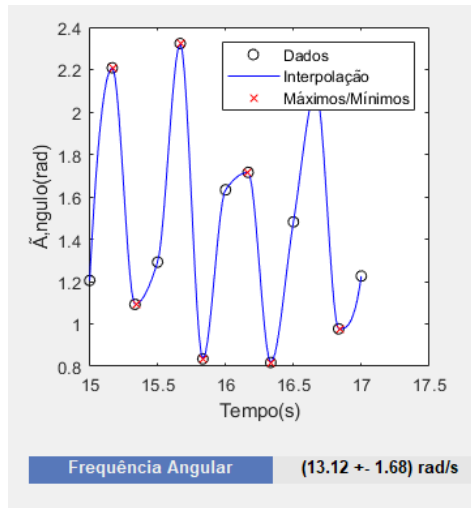


Gráfico Figura 3 - Sit spin

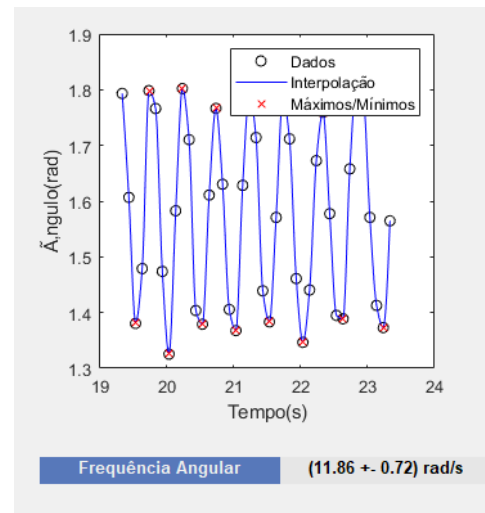


Gráfico Figura 4 - I spin

- Análise dos valores obtidos para a frequência angular:

1. $\omega_{\text{Lean-back spin}} : (14.51 \pm 0.89) \text{ rad/s}$ (Precisão=93.9%)
2. $\omega_{\text{Camel spin}} : (7.86 \pm 0.64) \text{ rad/s}$ (Precisão=91.9%)
3. $\omega_{\text{Sit spin}} : (13.12 \pm 1.68) \text{ rad/s}$ (Precisão=87.2%)
4. $\omega_{\text{I spin}} : (11.86 \pm 0.72) \text{ rad/s}$ (Precisão=93.9%)

Os valores de frequência angular obtidos são precisos, exceto o do Sit spin que registou uma precisão inferior a 90%. Este resultado era esperado, visto que era a figura com menor duração, logo foram adquiridos menos pontos. Quanto menos pontos, menos exata é a interpolação e, conseqüentemente, maior a incerteza da frequência angular.

As principais fontes de erro advêm da aquisição manual dos pontos de referência e dos intervalos de frames entre as imagens.

O trabalho realizado pelas forças de atrito é aproximadamente nulo, visto que a performance é feita sobre uma pista de gelo, o que faz com que o módulo das forças de atrito seja próximo de zero. Tal pode ser visto nos gráficos das figuras 2 e 4, em que a variação da amplitude ao longo do tempo é pequena.

Conclusão

Tendo em mente os objetivos previstos, o cálculo da frequência angular da patinadora foi preciso para as figuras de rotação 1, 3 e 4, tendo registado precisões de 93,9%, 91,9% e 93,9%, respetivamente. Como exceção, surge a precisão da figura 2, registada em 87,2% .