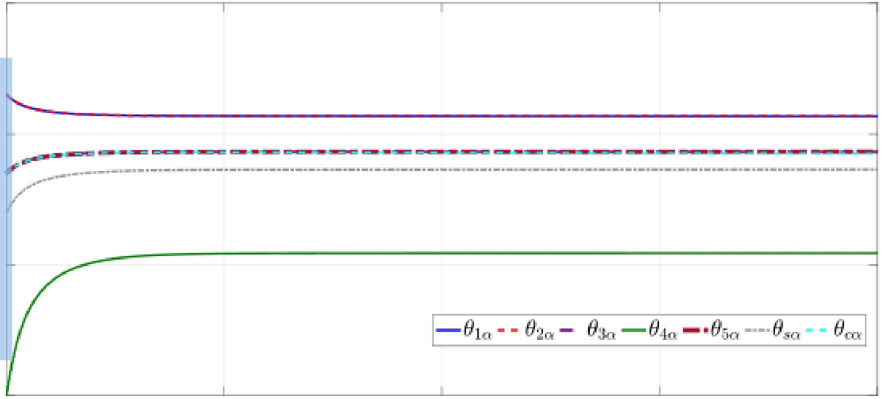
Engenharia de Controle e Automação

Controle Adaptativo



Prof. Dr.

Paulo J. D. O. Evald

Prof. Dr.
Paulo J. D. O. Evald

Centro de Engenharias
Sala 211

paulo.evald@ufpel.edu.br

“ Objetivos da aula:

- Controle Adaptativo por Modelo de Referência
  - Formulação do MRAC;
  - Regra MIT;
  - Implementação do MRAC.

Introdução

Em um sistema de controle por modelo de referência adaptativo, o comportamento do sistema em malha fechada é semelhante ao modelo de referência projetado;

- A entrada do modelo de referência é um sinal de referência uniformemente limitado, r;

- O erro de rastreamento é dado entre a saída da planta e a saída do modelo de referência;

$$e(k) = y(k)-ym(k)$$

Introdução

A estrutura do controlador adaptativo por modelo de referência, ou *Model Reference Adaptive Control* (MRAC) é fundamentada no MRC, mas sem a necessidade de calcular os ganhos θ;

Considere uma planta de primeira ordem, definida como

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_p}{s + a_p}$$

e um modelo de referência dado por

$$W_m(s) = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{b_m}{s + a_m}$$

Introdução

Define-se a lei de controle como

$$U(s) = \theta_1^* R(s) - \theta_2^* Y(s)$$

Ganhos ideais!!

Os valores ideais θ^*_1 e θ^*_2 garantem que *Y(s)* = $Y_m(s)$,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = W_m(s)$$

Introdução

A saída da planta é expressa por

$$Y(s) = G_p(s)U(s)$$

Como

$$U(s) = \theta_1^* R(s) - \theta_2^* Y(s)$$

Então, substituindo U(s) na equação de Y(s), pode-se obter

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)\theta_1^*}{1 + G_p(s)\theta_2^*}$$

Introdução

Substituindo $G_p(s) = b_p/(s+a_p)$ na equação anterior e igualando à $W_m(s)=b_m/(s+a_m)$, obtém-se

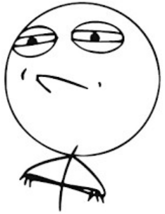
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_p\theta_1^*}{s + a_p + b_p\theta_2^*} = \frac{b_m}{s + a_m} = \frac{Y_m(s)}{R(s)}$$

onde os ganhos ideais são obtidos igualdo as expressões do numerador e denominador do sistema em malha fechada com o modelo de referência, que resulta em

$$\theta_1^* = \frac{b_m}{b_p} \qquad \text{e} \qquad \theta_2^* = \frac{a_m - a_p}{b_p}$$

Introdução

Prática



Introdução

Prática

Implementar o controlador desenvolvido anteriormente para a planta

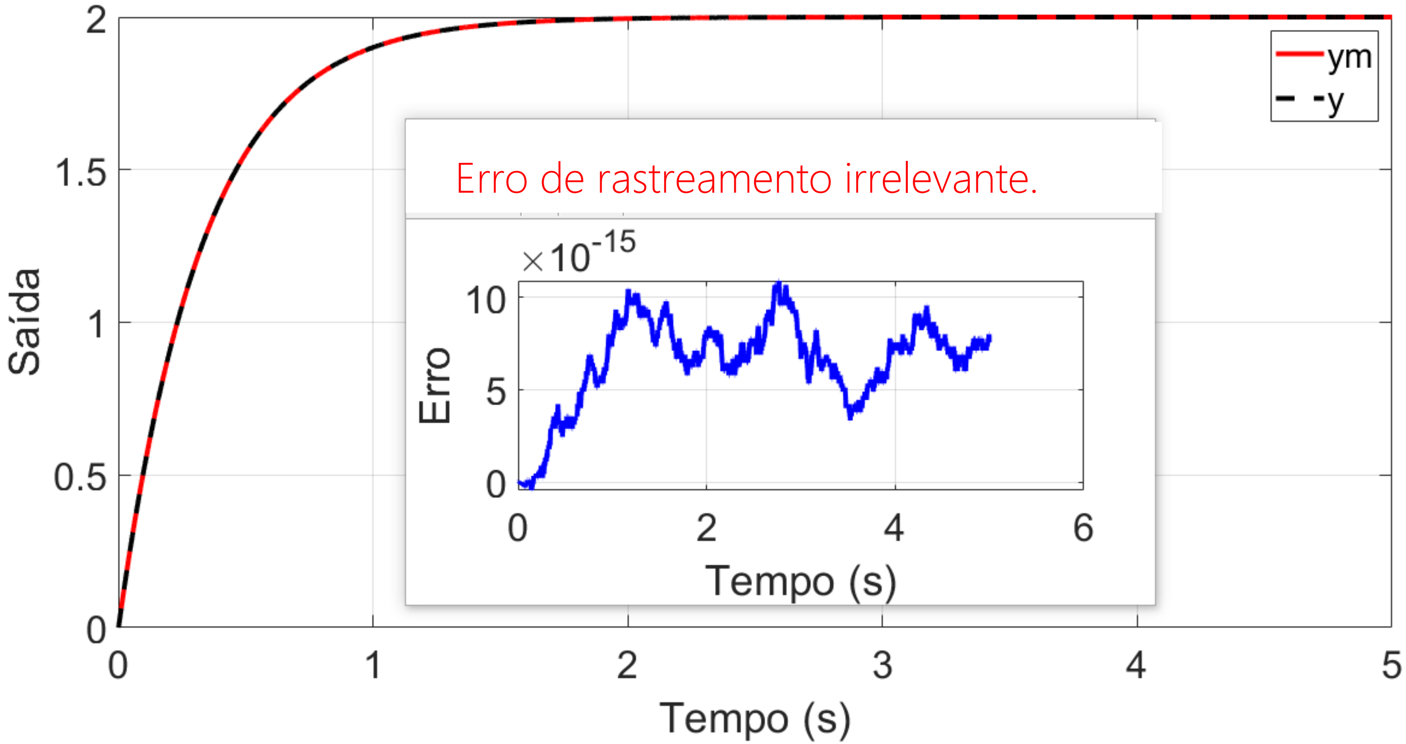
$$G_p = \frac{0,1}{s + 0,1}$$

Usando o seguinte modelo de referência

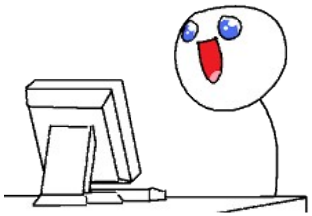
$$W_m = \frac{3}{s + 3}$$

Considere uma frequência de amostragem de 1 kHz e sinal de referência um degrau de amplitude 2.

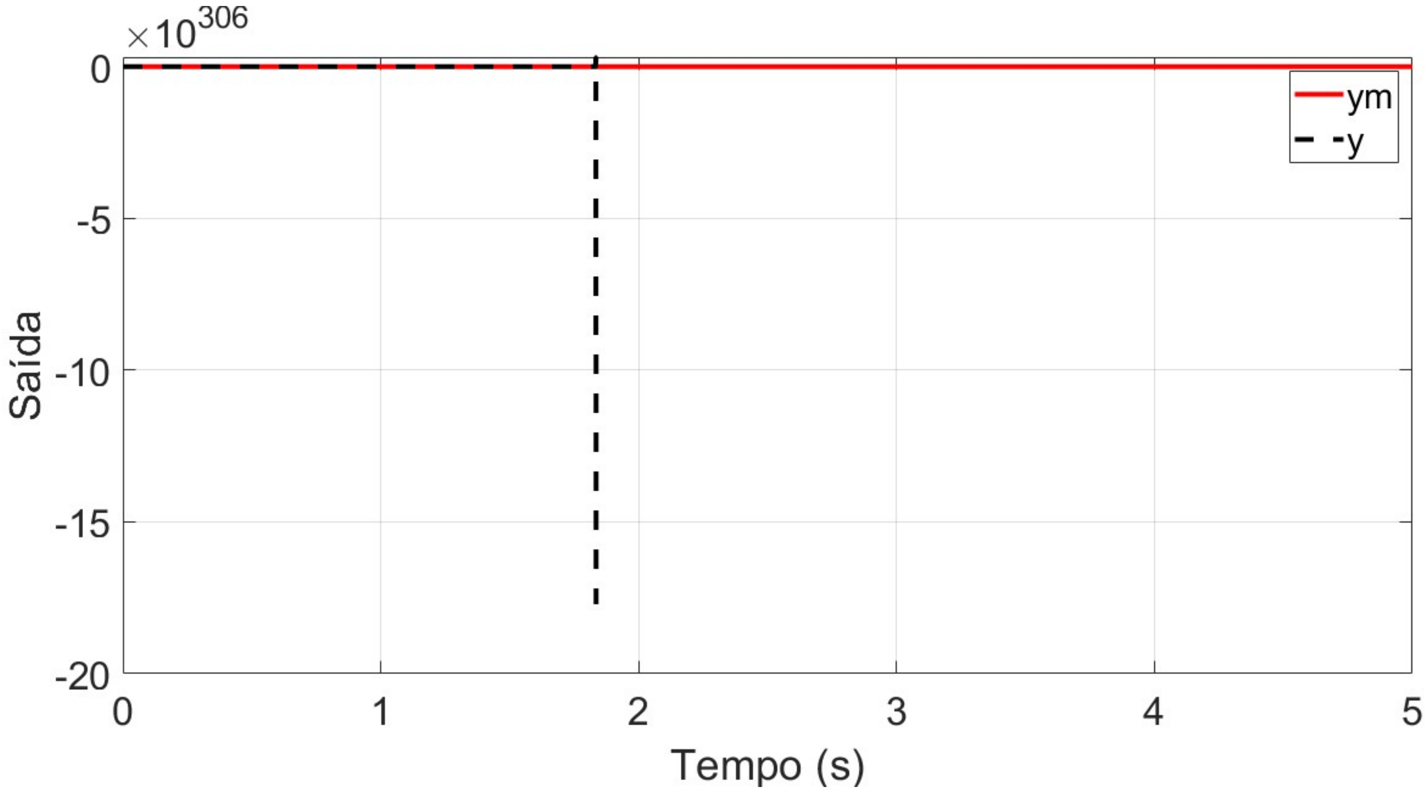
Introdução



Erro de rastreamento irrelevante.



Introdução



Variação paramétrica em 0,5s

Ap = 1,01 Ap

Regra MIT

O primeiro mecanismo de adaptação proposto na literatura foi a regra MIT;

- Aplicável em plantas com parâmetros desconhecidos;
- Requer desenvolvimento da lei de adaptação para cada planta controlada;
- Desempenho inferior ao algoritmo do Gradiente e *Least Squares*.

Regra MIT

Para um sistema de primeira ordem, há dois ganhos a serem calculados;

Pela regra MIT,

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma e_1 \frac{\partial e_1}{\partial \theta_1} \qquad \frac{d\theta_2}{dt} = -\gamma e_1 \frac{\partial e_1}{\partial \theta_2}$$

Sendo o erro de rastreamento e1 dado por

$$e_1 = y - y_m$$

Logo,

$$\frac{\partial e_1}{\partial \theta_1} = \frac{\partial y}{\partial \theta_1} - \underbrace{\frac{\partial y_m}{\partial \theta_1}}_{0} = \frac{\partial y}{\partial \theta_1} \qquad \frac{\partial e_1}{\partial \theta_2} = \frac{\partial y}{\partial \theta_2} - \underbrace{\frac{\partial y_m}{\partial \theta_2}}_{0} = \frac{\partial y}{\partial \theta_2}$$

Obs.: y_m é definido a priori e é independente do ganho

Regra MIT

Da análise prévia feita para o MRC, sabe-se que

$$Y(s) = \frac{b_p\theta_1}{s + a_p + b_p\theta_2} R(s)$$

Considerando que *s* no domínio do tempo funciona como operador diferencial*, então $s \equiv \dfrac{d(.)}{dt}$.

Portanto,

$$y(t) = \frac{b_p\theta_1}{\dfrac{d(.)}{dt} + a_p + b_p\theta_2} r(t)$$

ɔveniente da Transformada de Laplace considerando resíduos nulos.

Regra MIT

Deriva-se *y(t)* parcialmente em função de cada ganho,

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_1} = \frac{b_p}{\frac{d(.)}{dt} + a_p + b_p\theta_2} r$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{-b_p^2\theta_1}{\left(\frac{d(.)}{dt} + a_p + b_p\theta_2\right)^2} r$$

Como $y(t) = \frac{b_p\theta_1}{\frac{d(.)}{dt} + a_p + b_p\theta_2} r(t)$, e então

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{-b_p}{\frac{d(.)}{dt} + a_p + b_p\theta_2} y$$

Regra MIT

Retomando: a regra MIT determina que a variação dos ganhos adaptativos é detrminada por:

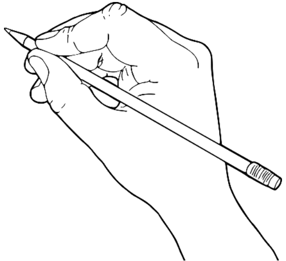
$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma e_1 \frac{\partial e_1}{\partial \theta_1}$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = -\gamma e_1 \frac{\partial e_1}{\partial \theta_2}$$

Calculamos que

$$\frac{\partial e_1}{\partial \theta_1} = \frac{\partial y}{\partial \theta_1} - \cancelto{0}{\frac{\partial y_m}{\partial \theta_1}} = \frac{\partial y}{\partial \theta_1} = \frac{b_p}{\frac{d(.)}{dt} + a_p + b_p\theta_2} r$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial \theta_2} = \frac{\partial y}{\partial \theta_2} - \cancelto{0}{\frac{\partial y_m}{\partial \theta_2}} = \frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{-b_p\theta_1}{\frac{d(.)}{dt} + a_p + b_p\theta_2} y$$



Regra MIT

Se os coeficientes da planta fossem conhecidos, basta calcular os ganhos ideais θ* como no controlador anterior,

$$a_p + b_p\theta_2^* = a_m$$

Mas, como a planta é incerta, esta abordagem não é adequada. Considerando que os ganhos estão com valores próximos aos ideais, então a seguinte aproximação é razoável,

$$a_p + b_p\theta_2 \approx a_m$$

Regra MIT

Substituindo as aproximações nas equações de derivações parciais, obtém-se

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma\left(\frac{a_m r}{\frac{d(.)}{dt} + a_m}\right) e_1$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \gamma\left(\frac{a_m y}{\frac{d(.)}{dt} + a_m}\right) e_1$$

onde $\gamma = \dfrac{\gamma' b_p}{a_m}$

e γ' é um parâmetro de projeto que determina a taxa de convergência dos ganhos.

Regra MIT

Para implementação, pode-se criar um filtro virtual F(s),

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma \left(\frac{a_m r}{\frac{d(.)}{dt} + a_m} \right) e_1$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \gamma \left(\frac{a_m y}{\frac{d(.)}{dt} + a_m} \right) e_1$$

$$F(s) = \frac{a_m}{s + a_m}$$

onde $\gamma = \dfrac{\gamma' b_p}{a_m}$

e γ' é um parâmetro de projeto que determina a taxa de convergência dos ganhos.

MRAC com regra MIT

Para implementação digital, use a aproximação de Euler,

$$\theta_1(k+1) = \theta_1(k) - T\gamma\zeta_r(k)e_1(k)$$

$$\theta_2(k+1) = \theta_2(k) + T\gamma\zeta_y(k)e_1(k)$$

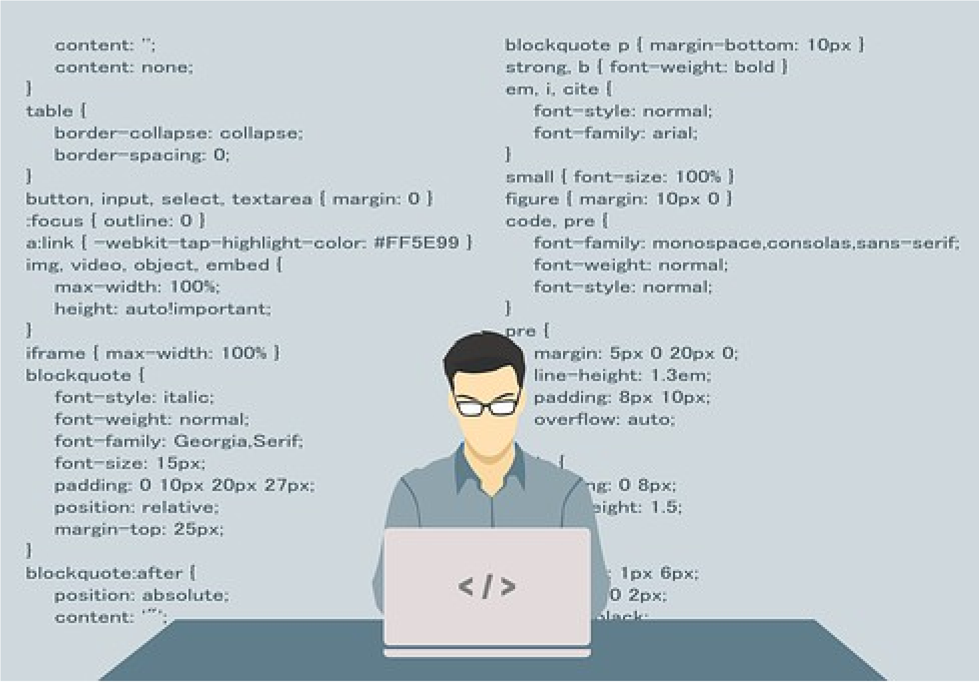
onde o filtro virtual é definido por

$$\zeta_r(k) = F(z)r(k)$$
$$\zeta_y(k) = F(z)y(k)$$

e *T* é o período de amostragem.

A ação de controle é $u(k) = \theta_1(k)\, r(k) - \theta_2(k)\, y(k)$.

MRAC com regra MIT



Implementação no Matlab/Octave

MRAC com regra MIT

Projete um controle adaptativo usando a regra MIT para a planta,

$$G_p(s) = \frac{0{,}8}{s + 1{,}4}$$

Com o seguinte modelo de referência,

$$W_m(s) = \frac{3}{s+3}$$

e um filtro auxiliar,

$$F(s) = \frac{3}{s+3}$$

Referência: r(k) = 2*square((2*pi/20)*k*T) e T = 10e-3 s.

MRAC com regra MIT

```
clc     clear all    close all
gamma = 2;  % Parâmetro que define a velocidade de convergência
T = 10e-3;      % Período de amostragem
%  Sistema
bp = 0.8;
ap = 1.4;
num_ps = bp;
den_ps = [ 1 ap ];
Gp_s = tf(num_ps,den_ps);
```

```
%  Planta discretizada
[num_z,den_z] = c2dm(num_ps,den_ps,T,'zoh');
beta_p = num_z(2);   % 0.007944260421222
alfa_p = den_z(2);      % -0.986097544262862
```

MRAC com regra MIT

```
%  Modelo de referência
bm = 3;    am = 3;
num_ws = bm;
den_ws = [ 1 am ];
W_s = tf(num_ws,den_ws);

% Modelo de referência discretizado (ZOH)
[num_wz,den_wz] = c2dm(num_ws,den_ws,T,'zoh');
beta_m = num_wz(2);  % 0.029554466451492
alfa_m = den_wz(2);    % -0.970445533548508
```

MRAC com regra MIT

```
% Filtro auxiliar
bf = 3;    af = 3;
num_fs = bf;
den_fs = [ 1 af ];
F_s = tf(num_fs,den_fs);

% Filtro auxiliar discretizado
[num_fz,den_fz] = c2dm(num_fs,den_fs,T,'zoh');
beta_f = num_fz(2);  % 0.029554466451492
alfa_f = den_fz(2);    % -0.970445533548508
```

MRAC com regra MIT

```
% Inicializações e alocação do espaço na memória
ktotal = 10000;
r = zeros(1,ktotal);
y = zeros(1,ktotal);
ym = zeros(1,ktotal);
u = zeros(1,ktotal);
e1 = zeros(1,ktotal);
t = zeros(1,ktotal);
zetar = zeros(1,ktotal);
zetay = zeros(1,ktotal);
theta1 = zeros(1,ktotal);
theta2 = zeros(1,ktotal);
```

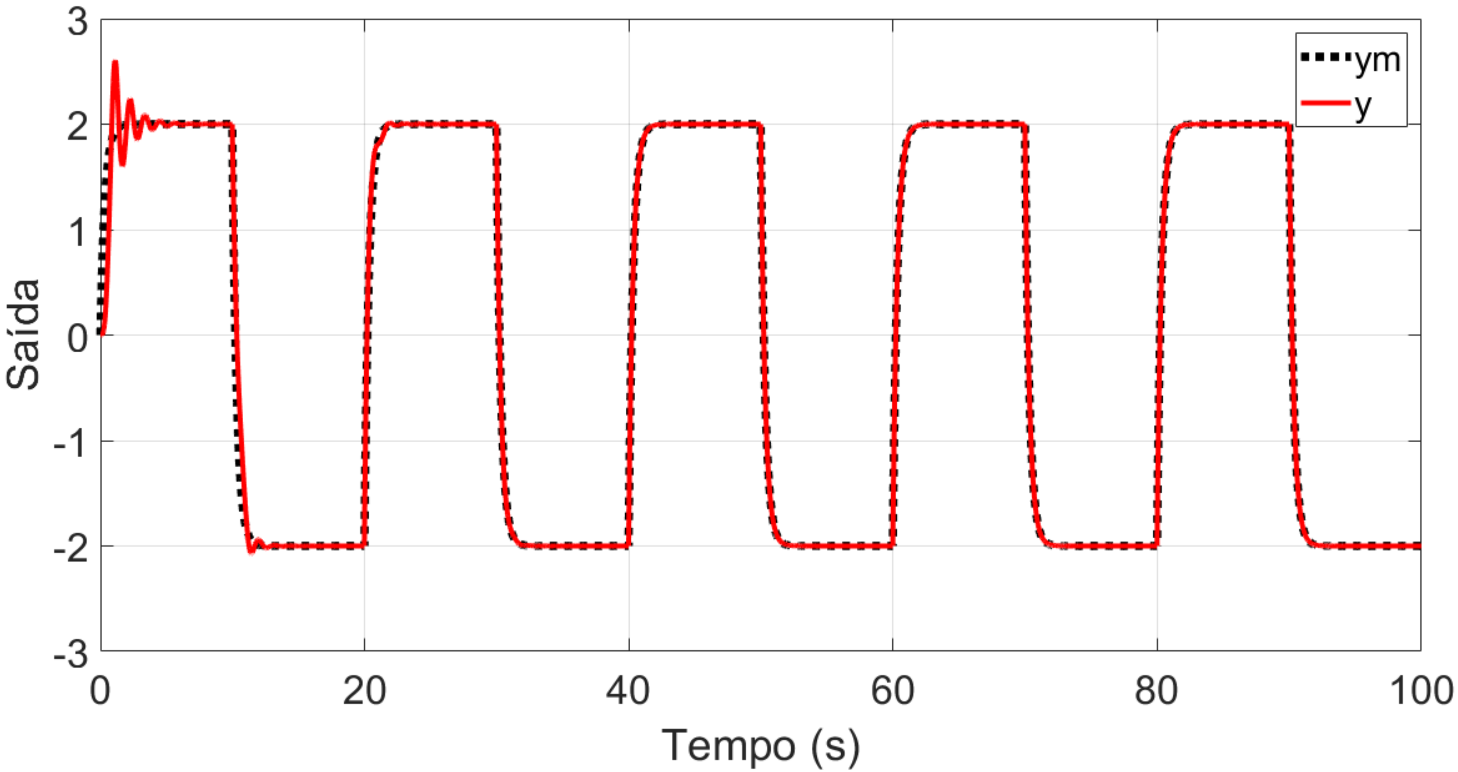
MRAC com regra MIT

```
for k =2:ktotal

   t(k) = (k-2)*T;                                    % Tempo

   pkg load signal                                    % apenas Octave

   r(k) = 2*square( (2*pi/20)*k*T );                  % Sinal de referência

   ym(k) = beta_m * r(k-1) – alfa_m * ym(k-1);  % Saída do modelo de referência

   y(k)  = beta_p * u(k-1) – alfa_p * y(k-1);         % Saída da planta
```

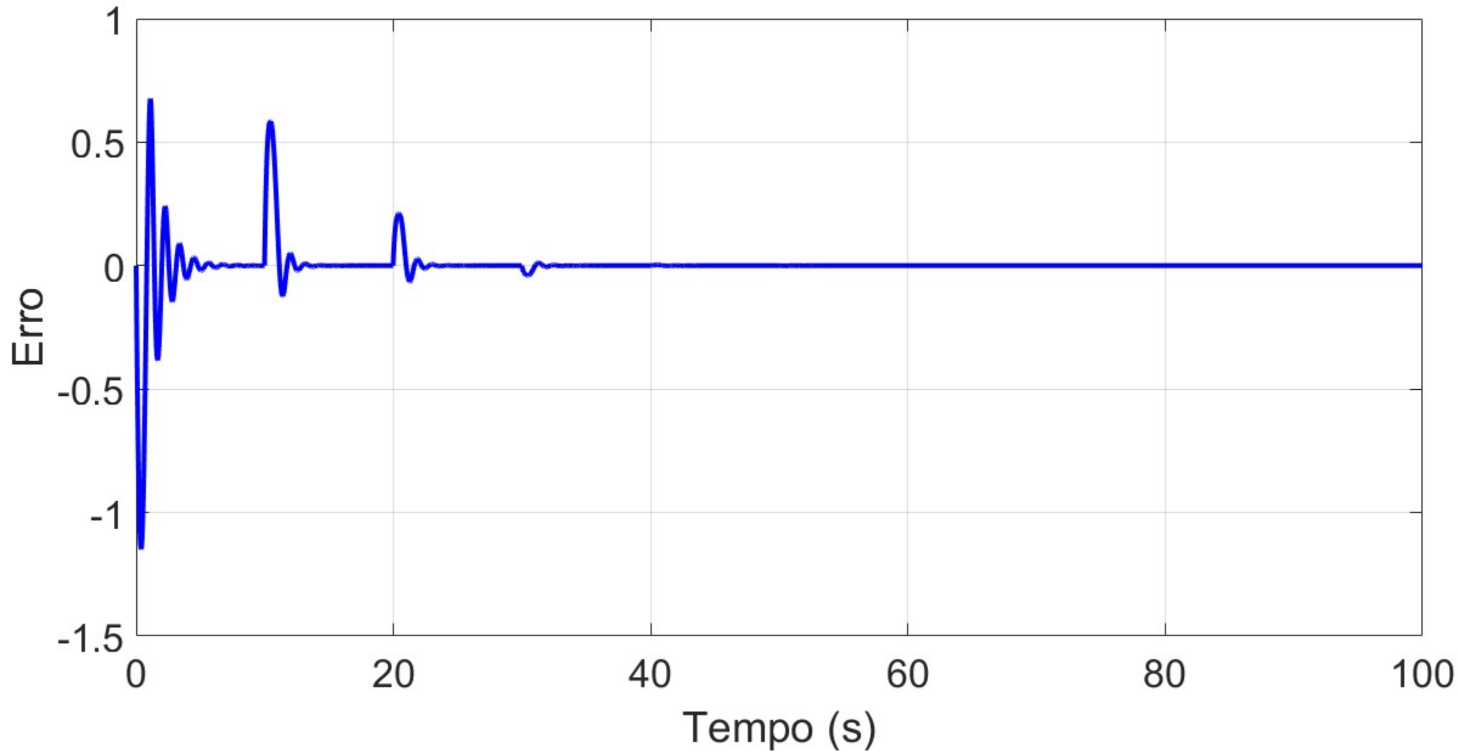
MRAC com regra MIT

```
u(k) = theta1(k) * r(k) – theta2(k) * y(k);     % Ação de controle
e1(k) = y(k) – ym(k);                           % Erro de rastreamento
% Filtros auxiliares
zetar(k) = beta_f * r(k-1) – alfa_f * zetar(k-1);
zetay(k) = beta_f * y(k-1) – alfa_f * zetay(k-1);
% Ganhos adaptativos
theta1(k+1) = theta1(k) – T*gamma * zetar(k) * e1(k);
theta2(k+1) = theta2(k) + T*gamma * zetay(k) * e1(k);
end
```

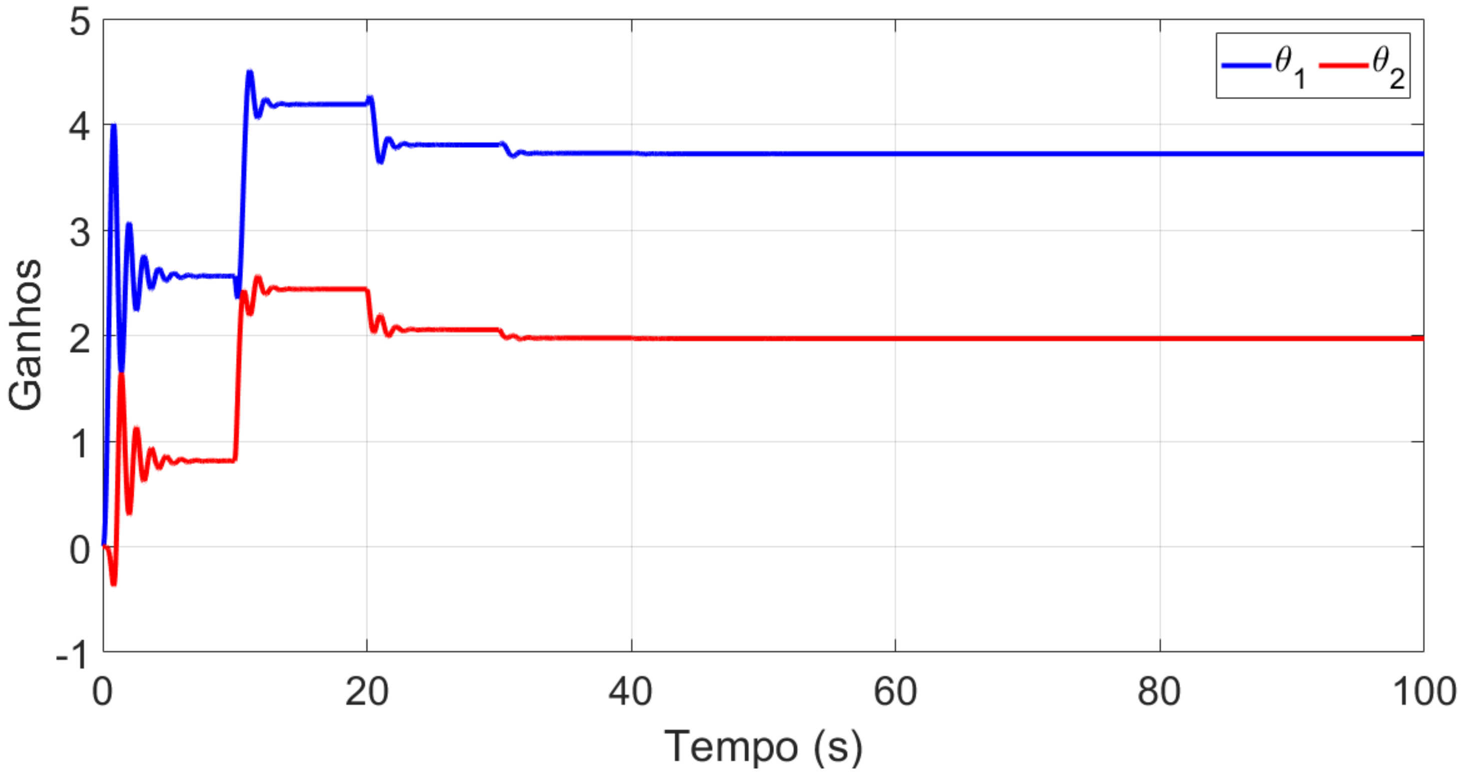
MRAC com regra MIT



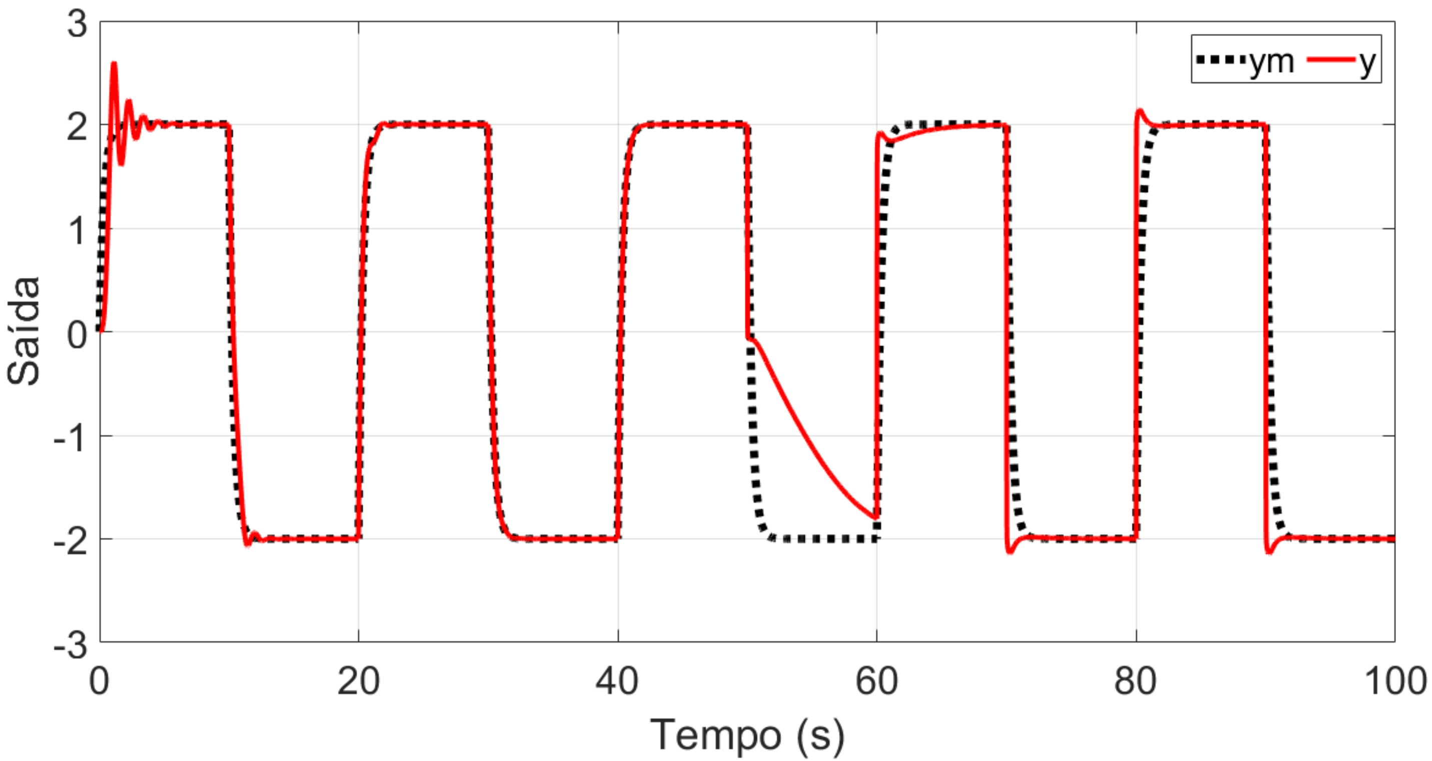
MRAC com regra MIT



MRAC com regra MIT

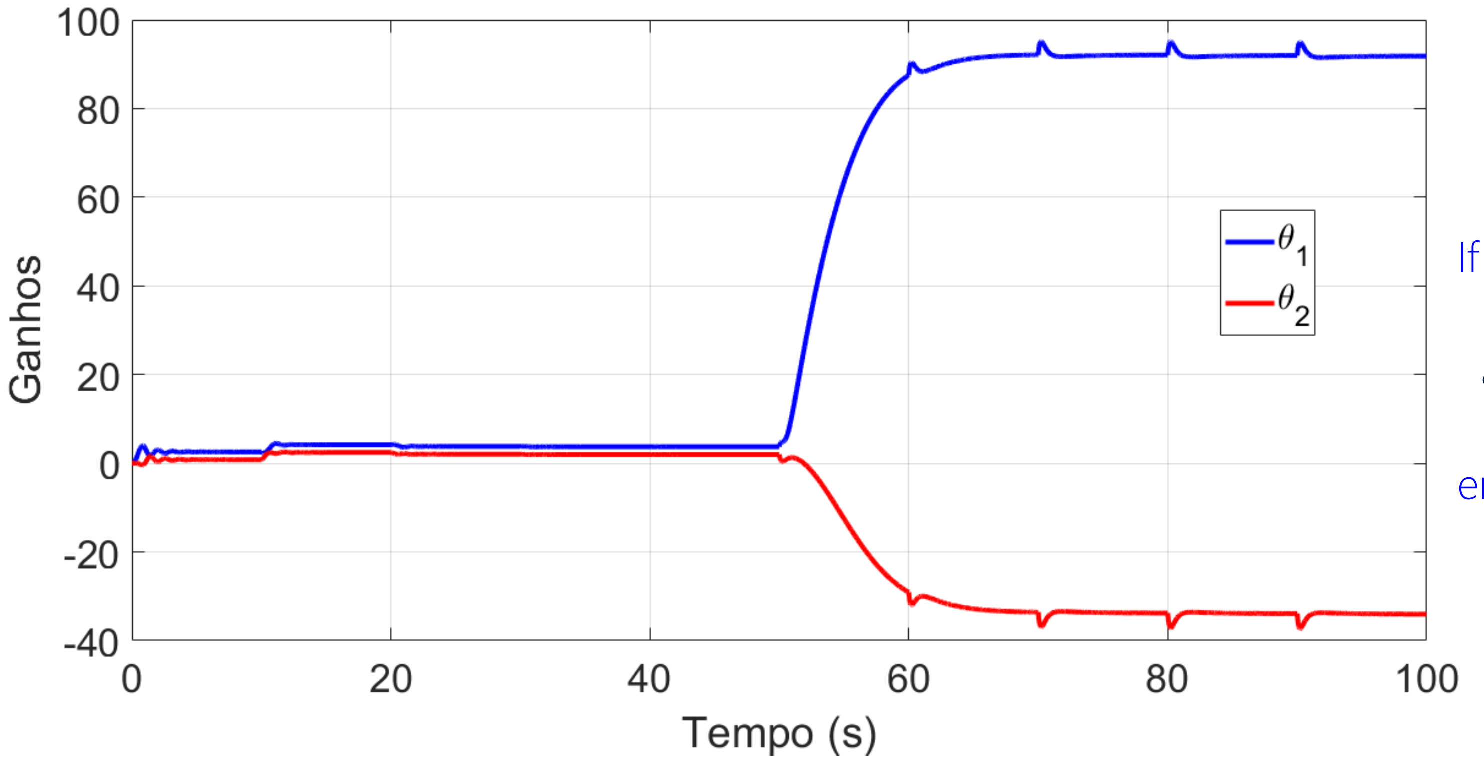


MRAC com regra MIT




```
If ( k > 5000 )
  alfa_p=0.5*alfa_p;
end
```

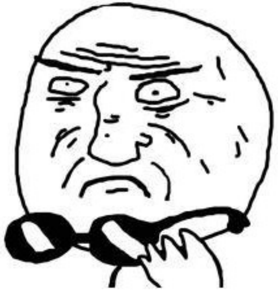
MRAC com regra MIT




```
If ( k > 5000 )

  alfa_p=0.5*alfa_p;

end
```

MRAC com regra MIT

Prática



MRAC com regra MIT

Escolha um sistema real de primeira ordem e

- Implemente o MRAC com regra MIT para este sistema;
- Varie o parâmetro γ' e observe a convergência paramétrica;
- Varie o polo deste sistema e verifique até quanta variação paramétrica o controlador consegue manter o sistema em malha fechada estável.

Próxima aula:

Model Reference Adaptive Control

Algoritmo do Gradiente

Teoria + Simulações

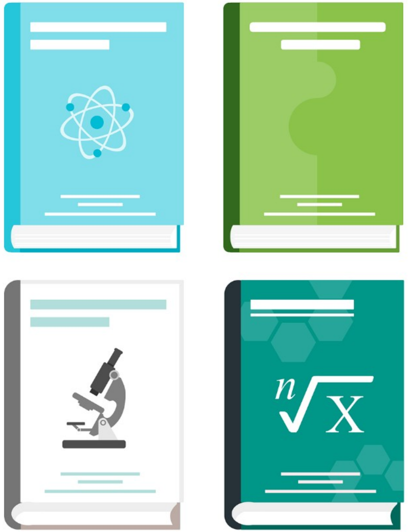
(aula no laboratório de informática)

Bibliografia Básica

AGUIRRE, Luiz Antonio (Ed). **Enciclopédia de automática: controle & automação**. São Paulo: Atlas, 2007. 3 v. ISBN 9788521204084

ASTOLFI, Alessandro. **Nonlinear and Adaptive Control with Applications**. XVI, 290 p (Communications and Control Engineering, 0178-5354).

CHERNOUSKO, Felix L. **Control of Nonlinear Dynamical Systems: Methods and Applications**. XII, 396 p. 121 illus (Communications and Control Engineering, 0178-5354).



Bibliografia Complementar

KHALIL, H. K., **Nonlinear systems**, 3rd Edition, Prentice Hall, 2002.

SLOTINE, J. J. E.; LI, W., **Applied nonlinear control**, Prentice Hall, 1991.

FRANKLIN, G.; POWELL, J.D.; EMAMI-NAEINI, A., **Feedback Control of Dynamic Systems**, 6ª Edition, Prentice Hall, 2010.

ZHOU, Jing. **Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-Variations**. XIV, 242 p. 94 illus (Lecture Notes in Control and Information Sciences, 0170-8643 ; 372).