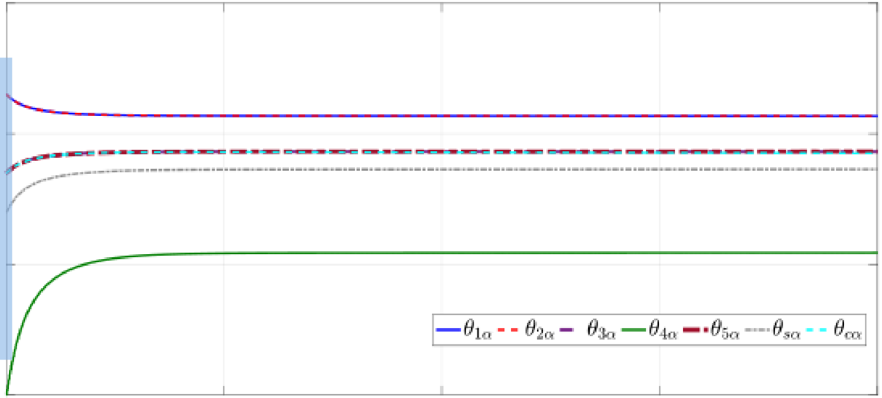
Engenharia de Controle e Automação

Controle Adaptativo



Prof. Dr.
Paulo J. D. O. Evald

Prof. Dr.
Paulo J. D. O. Evald

Centro de Engenharias
Sala 211

paulo.evald@ufpel.edu.br

“ Objetivos da aula:

- Controle por Modelo de Referência
- Formulação do MRC;
- Projeto e implementação do MRC;
- Origem do Controle Adaptivo.

Introdução

O que é adaptação ?

Introdução

Adaptar

Modificar o comportamento em resposta a novas condições

Alterar atitude devido a influência de novas informações

Introdução

Na teoria de controle, a adaptação é um mecanismo utilizado para ajustar os ganhos de um controlador em função de perturbações no sistema:

Matched uncertainties: incertezas estruturadas são relacionados às variações de polos e zeros da planta;

Unmatched dynamics: incertezas não estruturadas são dinâmicas não-modeladas.

Introdução

Que mecanismos de adaptação existem

Introdução

- [x] Controle Adaptativo Direto
- [x] Controle Adaptativo Indireto
- [ ] Inteligência Artificial
- [ ] *Gain-Scheduling*

Introdução

Controle Adaptativo Direto

Usa um modelo de referência para determinar o comportamento desejado para o sistema controlado;

Usa leis de adaptação do tipo Gradiente e *Least Squares* para ajustar os ganhos em resposta as perturbações do sistema;

Evolução do MRC (*Model Reference Control*).

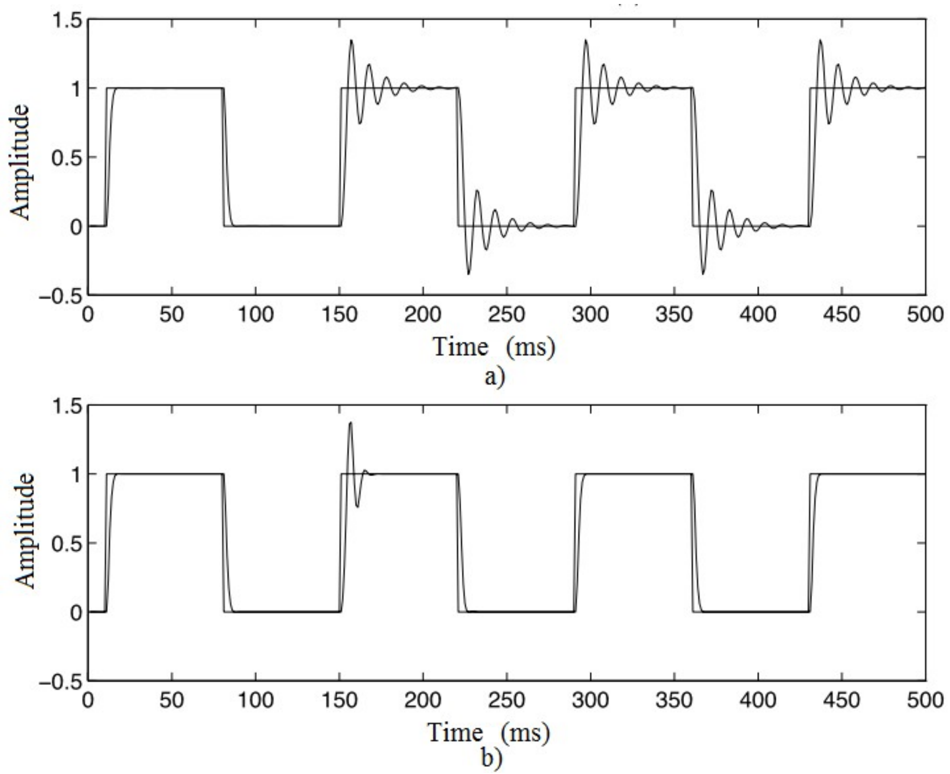
Introdução

Um exemplo motivador

Na figura, as saídas de um sistema em malha fechada:

a) Controlador PI

b) Controlador MRAC



Model Reference Control

O objetivo do MRC é modificar a dinâmica do sistema controlado para tornar seu comportamento equivalente à um sistema de referência desejado.

Aplicável à sistemas de única entrada e única saída, lineares e invariantes no tempo.

Não é um controle robusto.

Cancelamentos imperfeitos de polos e zeros tornam o sistema em malha fechada instável ou com baixo desempenho.

Model Reference Control

Seja a função de transferência de uma planta genérica, com os parâmetros conhecidos, dada por :

$$y_p = G_p(s)u_p$$

sendo:

$$G_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)}$$

onde:

k_p é o ganho de alta frequência

$Z_p(s)$ e $R_p(s)$ são polinômios mônicos

Model Reference Control

Seja a função de transferência de uma planta genérica, com os parâmetros conhecidos, dada por :

$$y_p = G_p(s)u_p$$

sendo:

$$G_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)}$$

onde:

k_p é o ganho de alta frequência

$Z_p(s)$ e $R_p(s)$ são polinômios mônicos

Um polinômio é dito mônico se o coeficiente do termo de mais alto grau do polinômio for 1.

Model Reference Control

Seja a função de transferência de uma planta genérica, com os parâmetros conhecidos, dada por :

$$y_p = G_p(s)u_p$$ → Ação de controle

sendo:

$$G_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)}$$

onde:

k_p é o ganho de alta frequência

$Z_p(s)$ e $R_p(s)$ são polinômios mônicos

Model Reference Control

Hipóteses da planta:

I. $Z_p(s)$ é um polinômio mônico Hurwitz de grau m_p

II. Existe um limite superior n para o grau n_p de $R_p(s)$

III. O grau relativo da planta é $n^* = n_p - m_p$

IV. O sinal do ganho de alta frequência k_p é conhecido

Um polinômio é dito Hurwitz se todos seus coeficientes são números reais positivos, cujos zeros são localizados no semi-plano esquerdo dos números complexos.

Model Reference Control

A função de transferência do modelo de referência é representada da mesma forma que a planta.

$$y_m = G_m(s)\, r$$ → Referência

sendo:

$$G_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)}$$

onde:

k_m é o ganho de alta frequência

$Z_m(s)$ e $R_m(s)$ são polinômios mônicos

Model Reference Control

Hipóteses do modelo de referência:

I. $Z_m(s)$ e $R_m(s)$ são polinômios mônicos Hurwitz de grau q_m e p_m, respectivamente, onde $p_m \leq n$

II. O grau relativo do modelo de referência, $n_m^* = p_m - q_m$, é o mesmo da planta, ou seja, $n_m^* = n^*$

Model Reference Control

Se a planta for bem conhecida, a ação de controle é dada por

$$u_p = \frac{k_m Z_m R_p}{k_p R_m Z_p} r$$

Variações paramétricas acarretam em cancelamentos de zeros e polos imperfeitos;

Pode levar os estados intermediários à instabilidade devido à condições iniciais não nulas.

Model Reference Control

Alternativamente, se a planta tiver pequenas variações paramétricas, pode-se utilizar

$$u_p = \theta_1^{*T}\frac{\alpha}{\Lambda} + \theta_2^{*T}\frac{\alpha}{\Lambda} + \theta_3^{*T} y_p + C_0\, r$$

onde:

$\alpha(s) = 0$ para $n = 1$

$\alpha(s) = \alpha_{n-2}(s) = [s_{n-2}, s_{n-3}, \ldots, s, s_0]^T$ para $n \geq 2$

e C_0 e $\theta_3^* \in R^1$, θ_1^{*T} e $\theta_2^{*T} \in R^{n-1}$ são os parâmetros do controle à projetar.

Model Reference Control

Como $\Lambda(s)$ é um polinômio arbitrário, mônico, Hurwitz, de grau $n\text{-}1$ que contém $Z_m(s)$ como fator, ou seja,

$$\Lambda(s) = \Lambda_0(s)\, Z_m(s)$$

que implica à $\Lambda_0(s)$ também ser um polinômio mônico, Hurwitz e com grau $n_0 = n - 1 - q_m$.

Além disso,

$$C_0 = \frac{K_m}{K_p}$$

Model Reference Control

Os filtros internos montados com *Λ(s)* e *α(s)* são expressos na seguinte forma:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u_p \quad \text{com} \quad \omega_1(0) = 0$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y_p \quad \text{com} \quad \omega_2(0) = 0$$

onde ω_i são os filtros internos $\in R^{n-1}$.

Obs.: Esses filtros não necessariamente reconstroem os estados da planta, mas sim sinais internos.

Model Reference Control

Esses filtros podem ser implementados no Espaço de Estados pelo par controlável (*F*,*g*), da seguinte forma

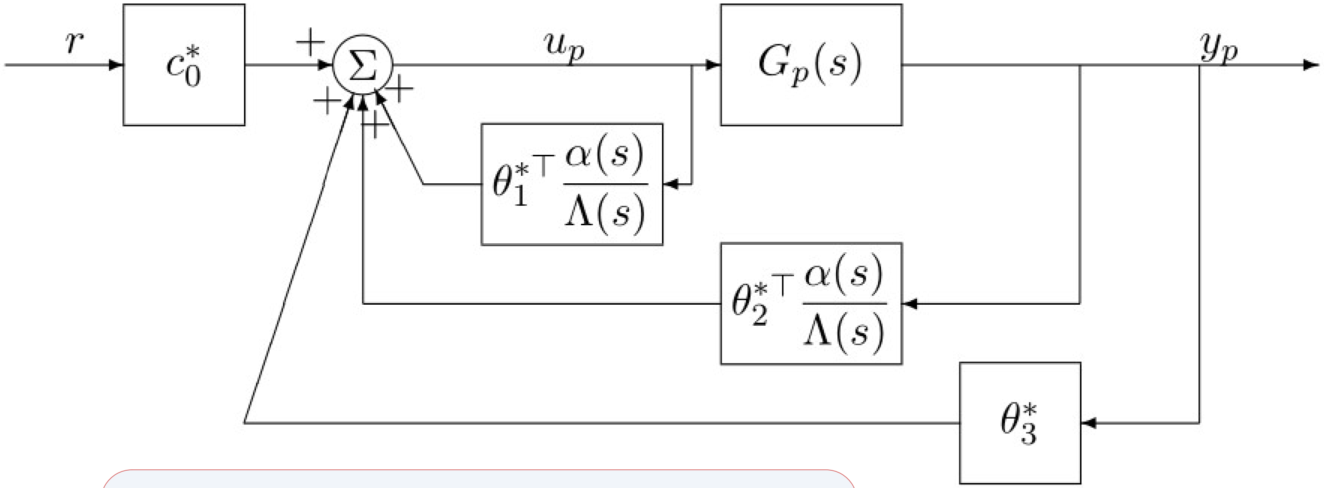
$$F = \begin{bmatrix} -\lambda_{n-2} & \cdots & -\lambda_0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad g = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

sendo que os λ_i são os coeficientes de

$$\Lambda(s) = det(sI - F) = s^{n-1} + \lambda_{n-2}\, s^{n-2} + \ldots + \lambda_1\, s + \lambda_0$$

Model Reference Control

Em resumo,



$$u_p = \theta_1^{*T} \frac{\alpha}{\Lambda} + \theta_2^{*T} \frac{\alpha}{\Lambda} + \theta_3^{*T} y_p + C_0\, r$$

Model Reference Control

Os valores de θ são obtidos resolvendo a seguinte igualdade,

$$\theta_1^{*T}\,\alpha(s)\,R_p(s) + k_p(\,\theta_2^{*T}\,\alpha(s) + \theta_3^{*}\Lambda(s)\,)\,Z_p = \Lambda(s)R_p(s) - Z_p(s)\Lambda_0(s)R_m(s)$$

ou o seguinte sistema linear, organizado pelas potências de s,

$$\mathbf{s}\,\theta^{*} = \mathbf{p}$$

onde:

S é uma matrix de dimensões $(n + n_p - 1) \times (2n - 1)$

p é um vetor de dimensões $(n + n_p - 1) \times 1$

Model Reference Control

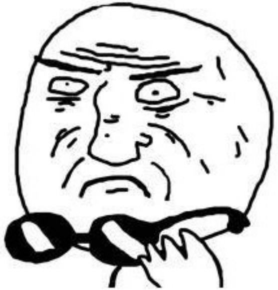
A existência de um θ^* que satisfaça o sistema linear depende das propriedades da matriz ***s***.

Se $n > n_p$, então existe mais de um vetor θ^* que satisfazem o sistema;

Se $n = n_p$ e S for não singular (possui determinante não nulo), então haverá somente uma única solução.

Model Reference Control

Projeto de um MRC



Model Reference Control

Para a planta:

$$G_p(s) = -0{,}88\frac{s}{(s-6{,}4)(s+6{,}5)}$$

O MRC é aplicável?

Model Reference Control

Para a planta:

$$G_p(s) = -0{,}88\frac{s}{(s-6{,}4)(s+6{,}5)}$$

O MRC é aplicável? Sim.

- ✓ $Z_p(s)$ é mônico e Hurwitz
- ✓ O grau relativo da planta é conhecido
- ✓ O ganho de alta frequência é conhecido
- ✓ Existe um limite n finito para o grau n_p de $R_p(s)$

Model Reference Control

Modelo de Referência

A planta tem grau relativo 1. Logo, o modelo de referência também deve possuir grau relativo unitário.

Alternativa: um sistema de segunda ordem,

$$W_m(s) = \frac{2\,\xi_m\,\omega_m\,s\ +\ \omega_m^2}{s^2 + 2\,\xi_m\,\omega_m\,s\ +\ \omega_m^2}$$

onde

ξ: coeficiente de amortecimento

ω_n: frequência natural

Model Reference Control

Modelo de Referência

A planta tem grau relativo 1. Logo, o modelo de referência também deve possuir grau relativo unitário.

Alternativa: um sistema de segunda ordem,

$$W_m(s) = \frac{2\,\xi_m\,\omega_m\,s \,+\, \omega_m^2}{s^2 + 2\,\xi_m\,\omega_m\,s \,+\, \omega_m^2}$$

Para $\xi_m = 1$ e $\omega_m = 90$ rad/s :

$$W_m(s) = \frac{180\,s\, + 8100}{s^2 + 180\,s\, + 8100} = 180\,\frac{s\, + 45}{s^2 + 180\,s\, + 8100}$$

Model Reference Control

O modelo de referência proposto satisfaz as hipóteses da técnica?

$$W_m(s) = 180\frac{s\ + 45}{s^2 + 180\ s\ + 8100}$$

Model Reference Control

O modelo de referência proposto satisfaz as hipóteses da técnica?

$$W_m(s) = 180\frac{s\ + 45}{s^2 + 180\ s\ + 8100}$$

✓ $Z_m(s)$ e $R_m(s)$ são polinômios mônicos, Hurwitz, de grau q_m e p_m, respectivamente, onde $p_m \leq n$;

✓ O grau relativo do modelo de referência é o mesmo da planta.

Model Reference Control

Parâmetros do filtro:

Primeiramente, análise o grau:

$$\text{grau de } \Lambda = n - 1 = ?$$

Assim para Λ_0 têm-se:

$$\text{Grau de } \Lambda_0 = n - 1 - q_m = ?$$

Model Reference Control

Parâmetros do filtro:

Primeiramente, análise o grau:

$$\text{grau de } \Lambda = n - 1 = 2 - 1 = 1$$

Assim para Λ_0 têm-se:

$$\text{grau de } \Lambda_0 = n - 1 - q_m = 2 - 1 - 1 = 0$$

Model Reference Control

O parâmetro Λ_0 deve ser um polinômio mônico, Hurwitz e com grau nulo;

O parâmetro Λ deve ser mônico, Hurwitz, conter $Z_m(s)$, e ter grau unitário.

Projete,

$$\Lambda(s) = \Lambda_0(s)\, Z_m(s)$$

$$\Lambda_0 = ?$$

$$\Lambda = ?$$

Model Reference Control

O parâmetro Λ_0 deve ser um polinômio mônico, Hurwitz e com grau nulo;

O parâmetro Λ deve ser mônico, Hurwitz, conter $Z_m(s)$, e ter grau unitário.

Projete,

$$\Lambda(s) = \Lambda_0(s)\, Z_m(s)$$

$$\Lambda_0 = 1$$

$$\Lambda = s + 45$$

Model Reference Control

Lembrando que

$$\alpha(s) = \alpha_{n-2}\,(\mathrm{s}) = [s_{n-2}\,, s_{n-3}\,, \ldots\,, s,\ s_0\,]^{\mathrm{T}} \quad \text{para} \quad n \geq 2$$

Como $n = 2$, então

$$\alpha(s) = [\ s_0\ ]^{\mathrm{T}}$$

Para para que ganho dos filtros seja unitário em regime permanente, arbitrou-se

$$\alpha = [\ 45\ ]^{\mathrm{T}}$$

Model Reference Control

Os filtros resultantes são obtidos com

$$\dot{\omega}_1 = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u_p \quad \text{com} \quad \omega_1(0) = 0 \qquad \text{e} \qquad \dot{\omega}_2 = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y_p \quad \text{com} \quad \omega_2(0) = 0$$

Como

$$\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} = \frac{45}{s + 45}$$

Logo,

F = [- 45] e G = [45]

Model Reference Control

Parâmetro de relação dos ganhos de alta frequência da planta e do modelo de referência:

$$C_0 = \frac{K_m}{K_p} = \frac{180}{-0{,}88} = -204{,}55$$

Monte o sistema linear a partir de

$$\theta_1^{*T}\,\alpha(s)\,R_p(s) + k_p(\,\theta_2^{*T}\,\alpha(s) + \theta_3^{*}\Lambda(s)\,)\,Z_p = \Lambda(s)R_p(s) - Z_p(s)\Lambda_0(s)R_m(s)$$

Resolva o sistema linear organizado pelas potências de s,

$$s\,\theta^* = p$$

Model Reference Control

Substituido todos parâmetros e organizando o sistema, obtém-se

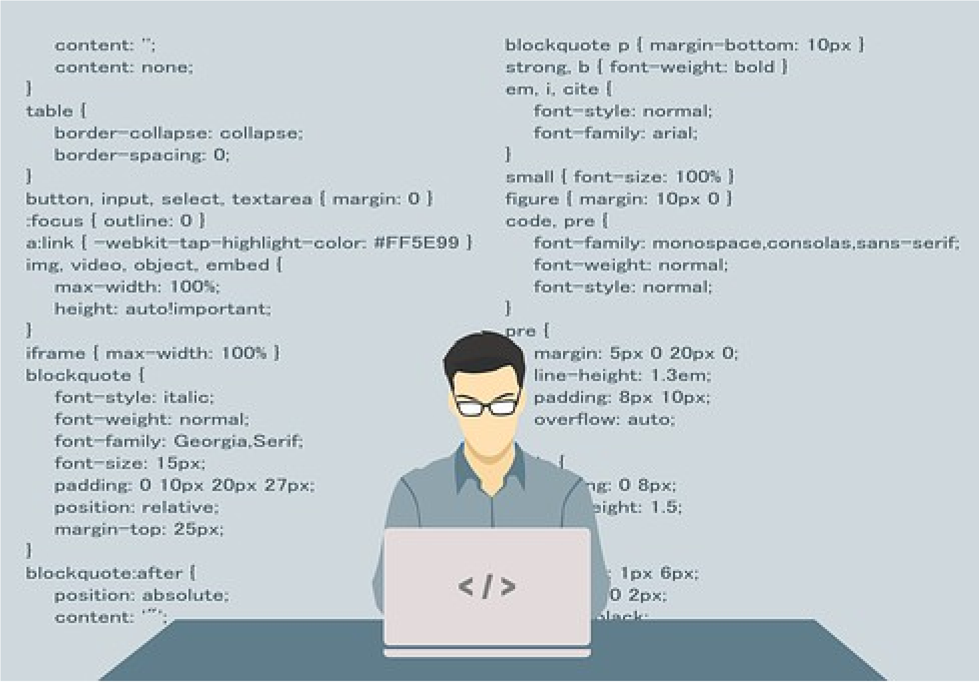
$$\mathbf{s}\,\boldsymbol{\theta}^* = \mathbf{p}$$

$$\begin{bmatrix} -45 & 0 & 0{,}9 \\ -10{,}7 & 39{,}6 & 39{,}6 \\ 1070{,}4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1 \\ \boldsymbol{\theta}_2 \\ \boldsymbol{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 134{,}8 \\ 8113{,}1 \\ 1070{,}4 \end{bmatrix}$$

Logo,

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1 \\ \boldsymbol{\theta}_2 \\ \boldsymbol{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}87 \\ 204{,}27 \end{bmatrix}$$

Model Reference Control



Implementação no Matlab/Octave

Model Reference Control

```
clear
close
clc()

% Planta
Ap = [  0     1 ;  41.6   -0.1 ];
Bp = [ -0.88 ;  0.088 ];
Cp = [ 1    0 ];
Dp = [ 0 ];
Kp = -0.88;
```

Model Reference Control

```
% Modelo de referência com csi_m = 1;   wn_m = 90;


Am = [  0     1  ;    - 8100     - 180 ];

Bm = [  180     ;     - 24300 ];

Cm = [ 1   0 ];

Dm = [ 0 ];


Km = 180;
```

Model Reference Control

```
% Condições iniciais
Xp(1:2,1) = [ 0 0 ]';   Xm(1:2,1) = [ 0 0 ]';    u(1) = 0;    yp(1) = 0;

% Filtros
F = -45;    q = 45;   w1(1) = 0;     w2(1) = 0;

% Controlador
C0 = Km / Kp;
Theta(1:3) = [ 1    0.87      204.27  ]' ;
Ts = 1/1000;
```

Model Reference Control

```
for k = 1:1000


t(k) = k * Ts;   % tempo
r(k) = 0.2;       % referência


% Estados do modelo de referência
Xm(1:2,k+1) = ( eye(2,2) + Am * Ts )*Xm(1:2,k) + Bm * Ts * r(k);
% Saída do modelo de referência
ym(k) = Cm * Xm(1:2,k);
```

Model Reference Control

```
% Estados da planta
Xp(1:2,k+1) = ( eye(2,2) + Ap * Ts ) * Xp(1:2,k) + Bp * Ts * u(k);

yp(k) = Cp * Xp(1:2,k);

% Filtros internos
w1(k+1)=( eye(1,1) + F*Ts )*w1(k) + Ts*q*u(k);
w2(k+1)=( eye(1,1) + F*Ts )*w2(k) + Ts*q*yp(k);
w(1:3,k) = [ w1(k);  w2(k);  yp(k) ];     % Vetor auxiliar
```

Model Reference Control

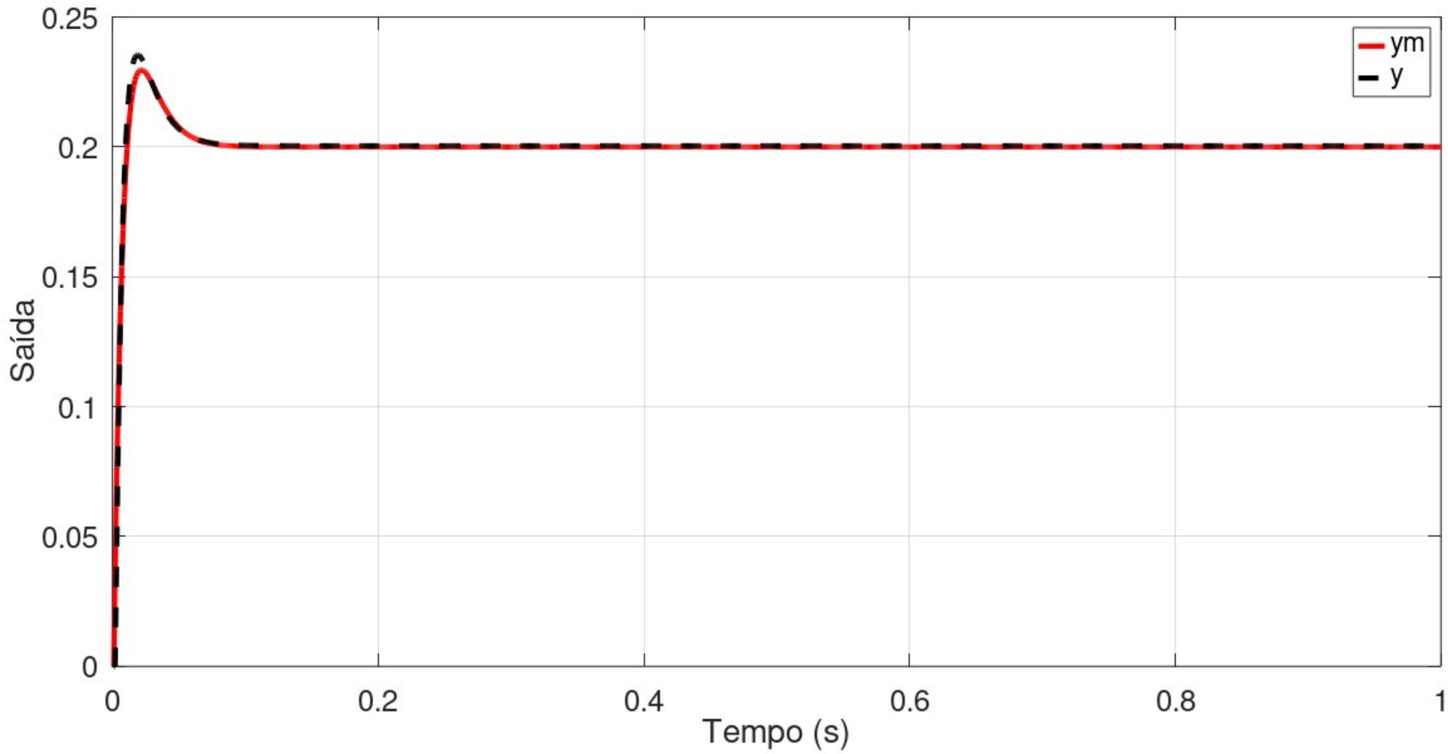
```
% Erro de rastreamento
e(k)= yp(k) - ym(k);

% Ação de controle
u(k+1) = w1(k+1)*Theta(1) + w2(k+1)*Theta(2) + yp(k)*Theta(3)+ r(k)*C0;

end
```

Model Reference Control

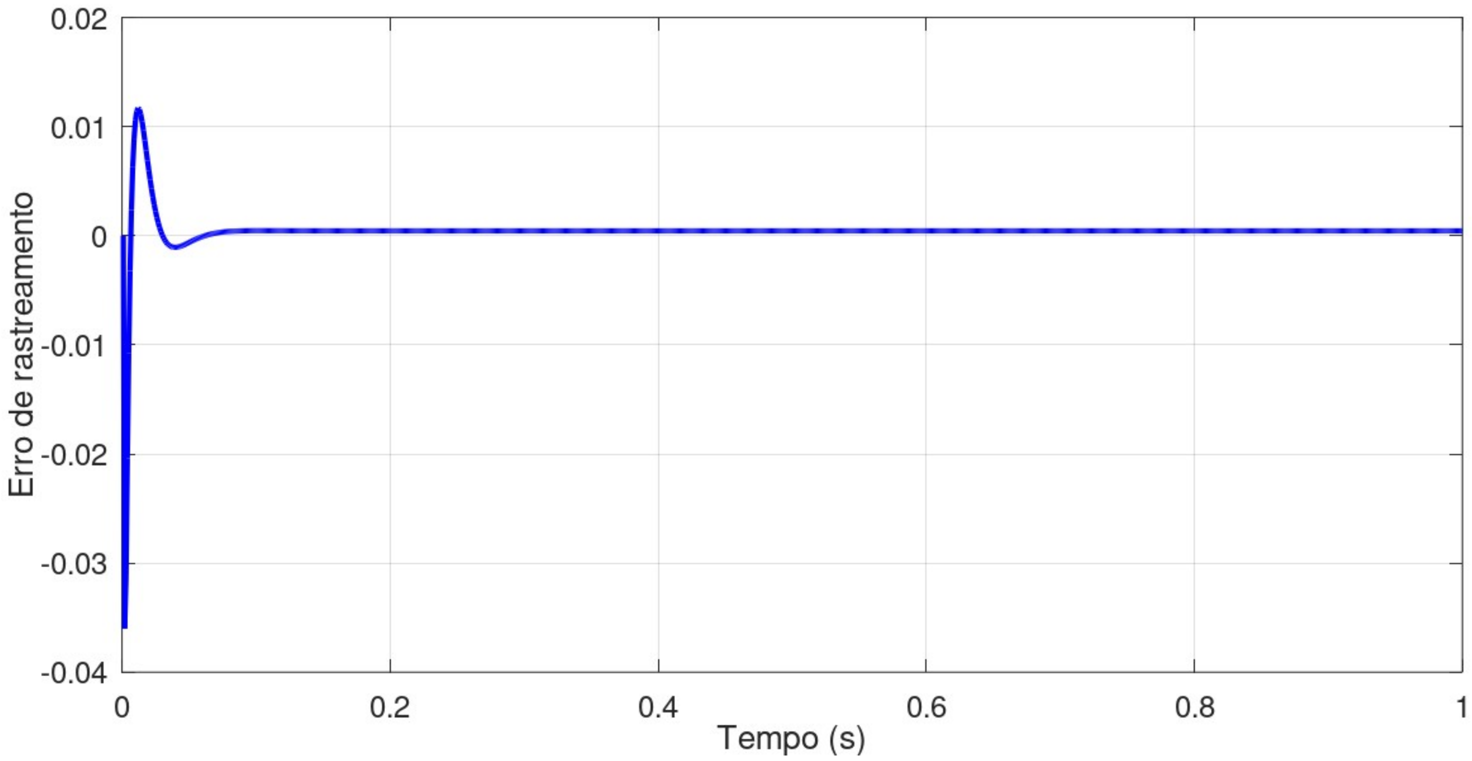
```
figure
plot(t,ym,'r','LineWidth',3)
hold
plot(t,yp,'--k','LineWidth',3)
grid on;
xlabel('Tempo (s)',"fontsize", 24);
ylabel('Saída',"fontsize", 24);
...
```

```
...
legend('ym', 'y' );
set(gcf,'color','white');
h=get(gcf, "currentaxes");
set(h, "fontsize", 24);
```

Model Reference Control



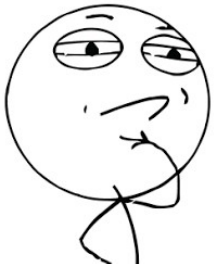
Model Reference Control



Model Reference Control

Em geral, o controle alcançou seu objetivo rastreando a saída do modelo de referência;

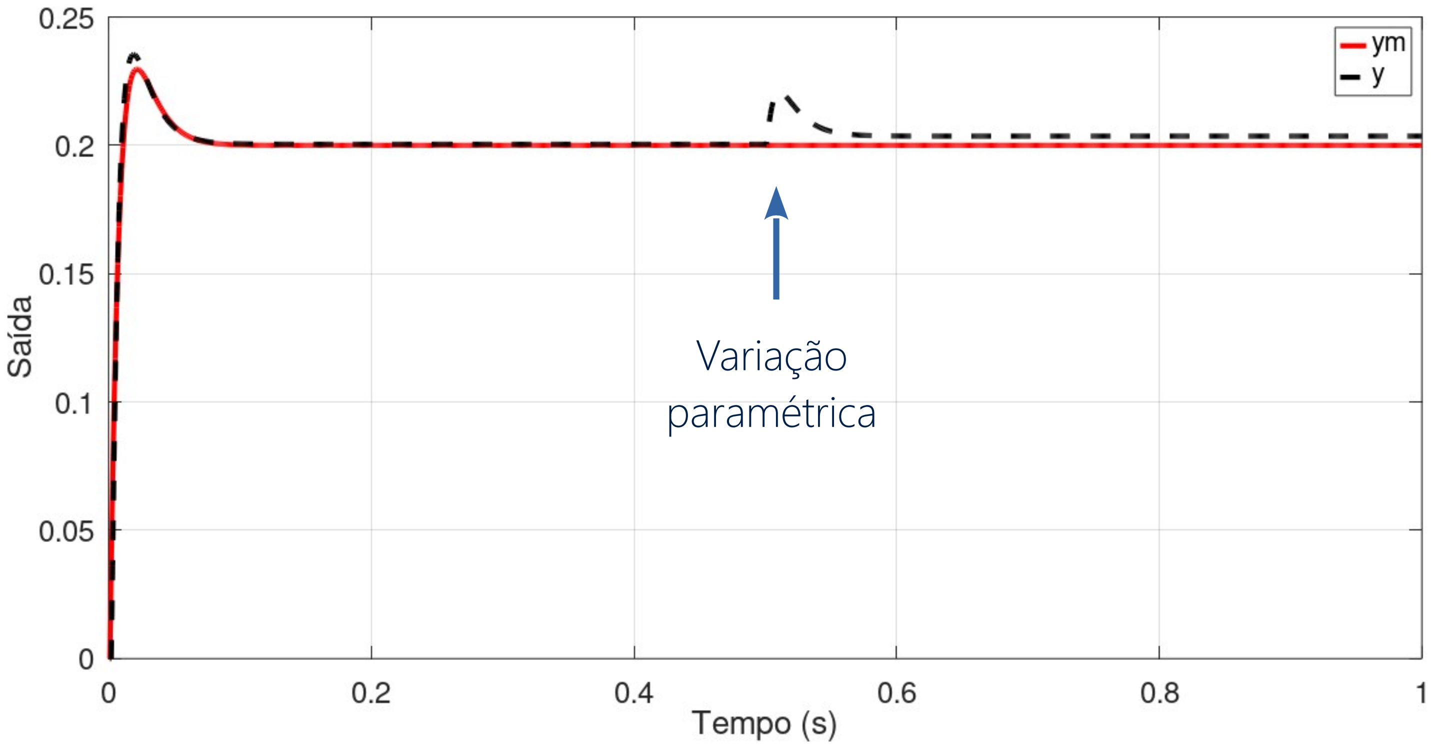
Mas, e se ocorrer uma variação paramétrica?



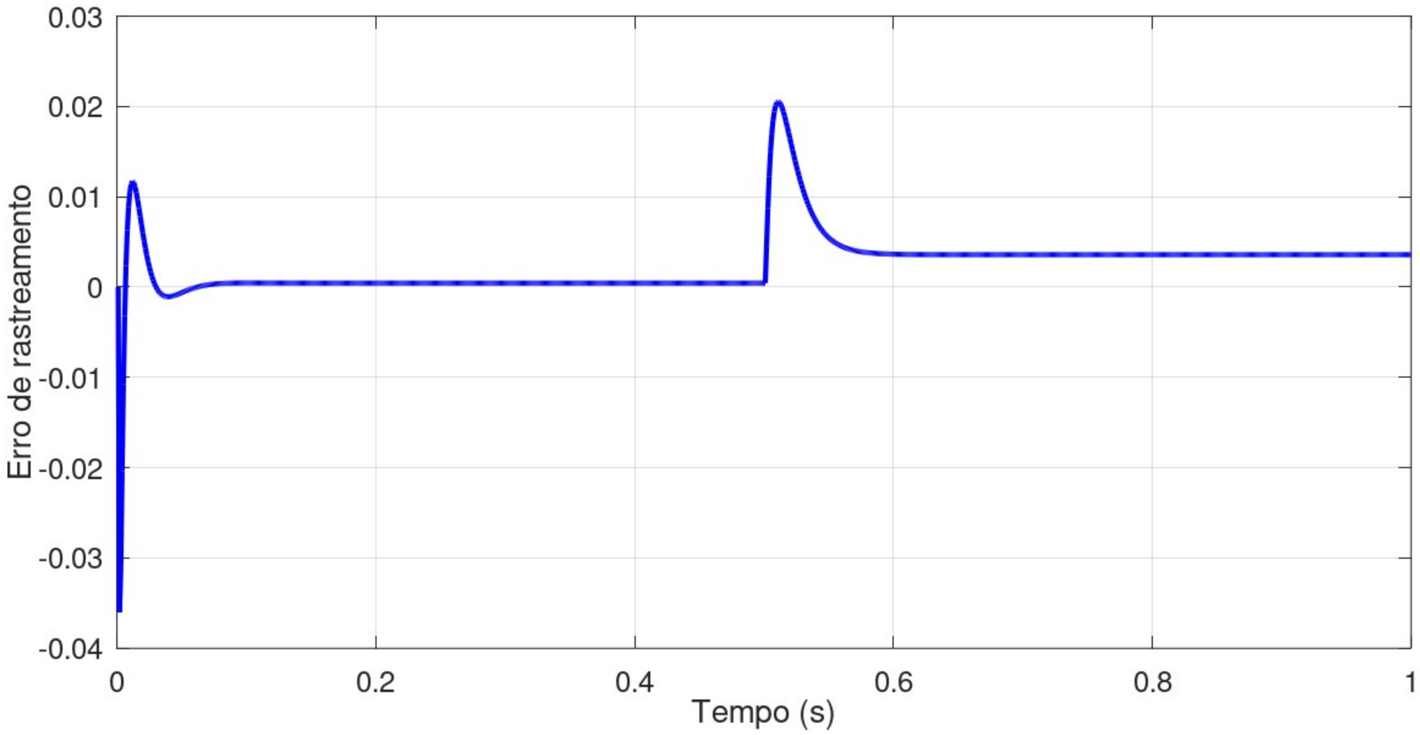
Inclua dentro do loop do código:

```
if ( k > 500 )
Ap = 2*[    0        1
           41.6    -0.1  ];
end
```

Model Reference Control



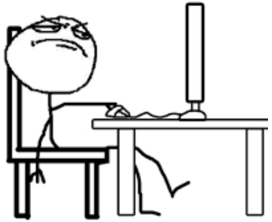
Model Reference Control



Erro em regime permanente

Model Reference Control

Prática



Model Reference Control

Suponha que um motor de corrente contínua precisa ser controlado para movimentação de uma base móvel de um processo de pintura automobilística automatizado, com 30 mm/s;

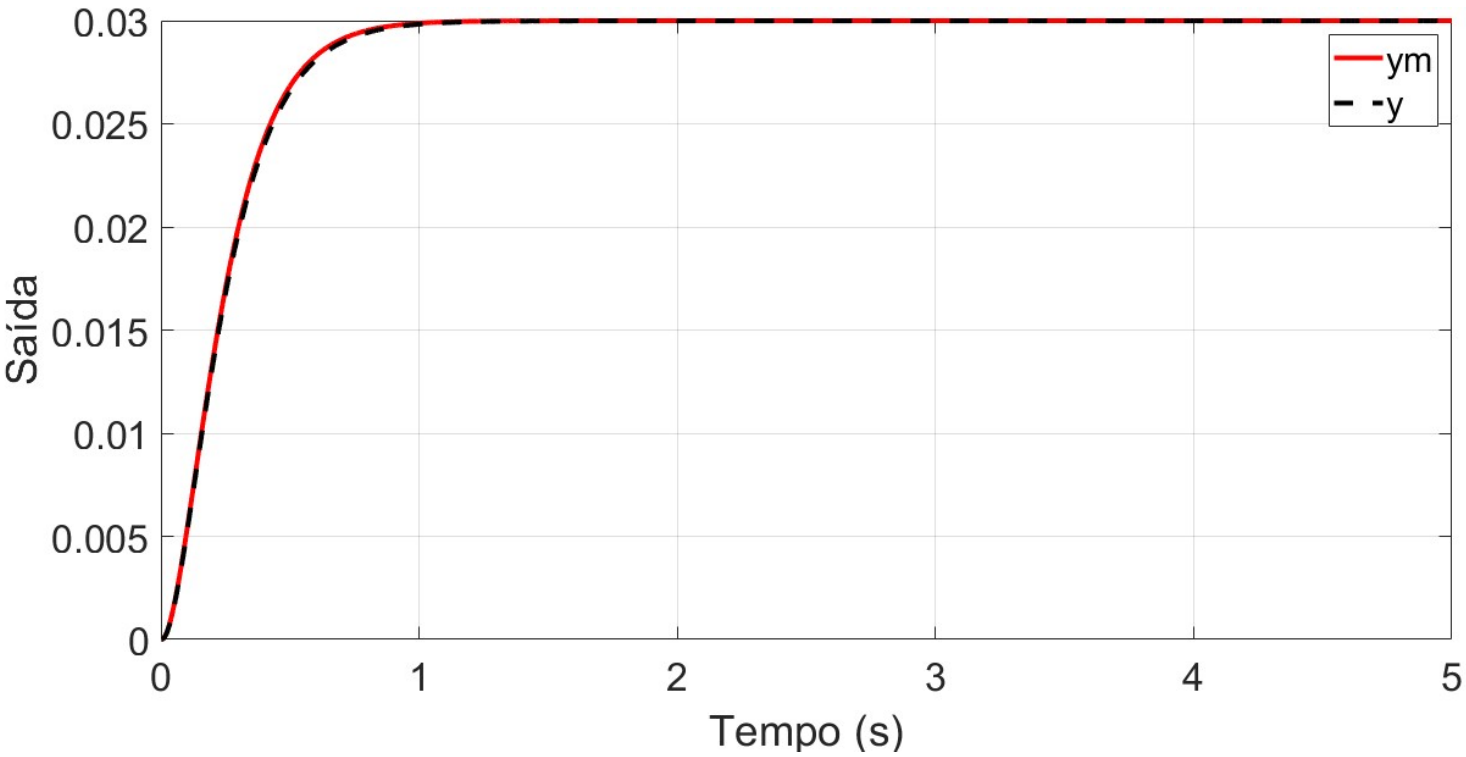
Após identificar os parâmetros do motor, a sua função de transferência é

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{v(s)} = \frac{4,28}{s^2 + 370,8\,s + 1690,6}$$

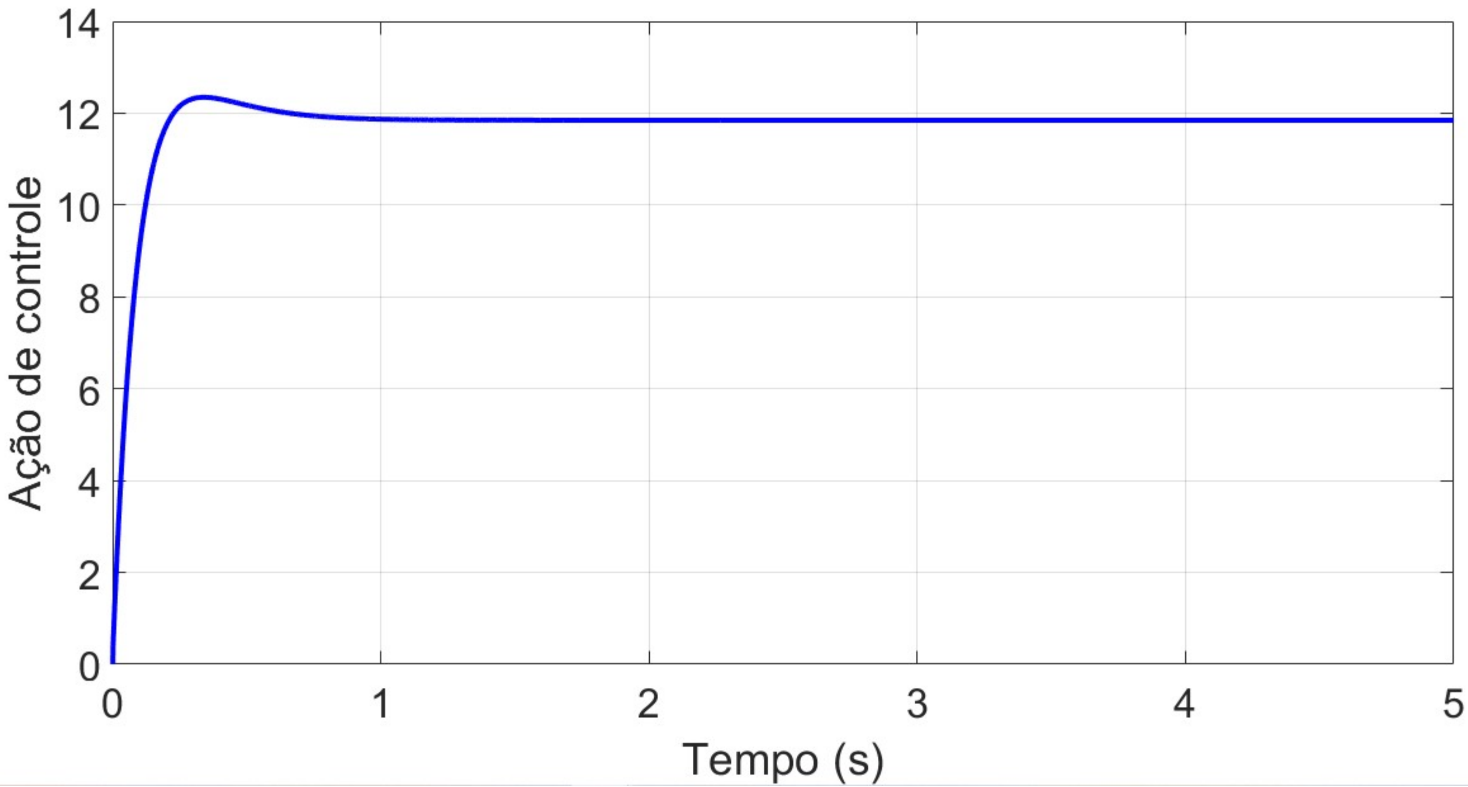
Projete um MRC considerando que o comportamento desejado do sistema em malha fechada seja criticamente amortecido ($\zeta = 1$) e com uma frequência natural de 7, 64 rad/s.

- Obs.1: a ação de controle é a tensão de armadura, com valor máximo de 13 V.
- Obs.2: os filtros internos não podem cortar as informações de alta frequência;
  Use uma frequência de amostragem de 1 kHz.

Model Reference Control



Model Reference Control



Próxima aula:

Model Reference Adaptive Control

Regra MIT

Teoria + Simulações

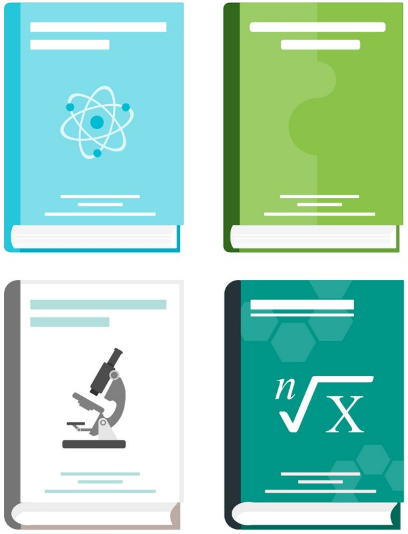
(aula no laboratório de informática)

Bibliografia Básica

AGUIRRE, Luiz Antonio (Ed). **Enciclopédia de automática: controle & automação**. São Paulo: Atlas, 2007. 3 v. ISBN 9788521204084

ASTOLFI, Alessandro. **Nonlinear and Adaptive Control with Applications**. XVI, 290 p (Communications and Control Engineering, 0178-5354).

CHERNOUSKO, Felix L. **Control of Nonlinear Dynamical Systems: Methods and Applications**. XII, 396 p. 121 illus (Communications and Control Engineering, 0178-5354).



Bibliografia Complementar

KHALIL, H. K., **Nonlinear systems**, 3rd Edition, Prentice Hall, 2002.

SLOTINE, J. J. E.; LI, W., **Applied nonlinear control**, Prentice Hall, 1991.

FRANKLIN, G.; POWELL, J.D.; EMAMI-NAEINI, A., **Feedback Control of Dynamic Systems**, 6ª Edition, Prentice Hall, 2010.

ZHOU, Jing. **Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-Variations**. XIV, 242 p. 94 illus (Lecture Notes in Control and Information Sciences, 0170-8643 ; 372).