

**Importante**

As demonstrações em dedução natural devem ser realizadas usando a ferramenta NADIA.

1.  $\forall x P(x) \vee Q(y) \vdash \forall x (P(x) \vee Q(y))$
2.  $\forall x (P(x) \vee Q(y)) \vdash \forall x P(x) \vee Q(y)$
3.  $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \vdash \exists x (P(x) \vee Q(x))$
4.  $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \vdash \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$
5.  $\exists x (P(x) \wedge Q(z)) \vdash \exists x P(x) \wedge Q(z)$
6.  $\exists x P(x) \wedge Q(z) \vdash \exists x (P(x) \wedge Q(z))$
7.  $Q(y) \rightarrow \forall x P(x) \vdash \forall x (Q(y) \rightarrow P(x))$
8.  $\forall x (Q(y) \rightarrow P(x)) \vdash Q(y) \rightarrow \forall x P(x)$
9.  $\forall x P(x) \rightarrow Q(y) \vdash \exists x (P(x) \rightarrow Q(y))$
10.  $\exists x (P(x) \rightarrow Q(y)) \vdash \forall x P(x) \rightarrow Q(y)$
11.  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(y)) \vdash \exists x P(x) \rightarrow Q(y)$
12.  $\exists x P(x) \rightarrow Q(y) \vdash \forall x (P(x) \rightarrow Q(y))$
13.  $Q(y) \rightarrow \exists x P(x) \vdash \exists x (Q(y) \rightarrow P(x))$
14.  $\exists x (Q(y) \rightarrow P(x)) \vdash Q(y) \rightarrow \exists x P(x)$
15.  $\forall x \forall y (R(x, y) \wedge P(x)) \vdash \forall y \forall x (R(x, y) \wedge P(x))$
16.  $\exists x \exists y (R(x, y) \wedge P(x)) \vdash \exists y \exists x (R(x, y) \wedge P(x))$
17.  $\forall x (P(x) \vee \exists x Q(x)) \vdash \forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$
18.  $\forall x P(x) \vee \exists x Q(x) \vdash \forall x (P(x) \vee \exists x Q(x))$
19.  $\exists x \forall y R(x, y) \vdash \forall y \exists x R(x, y).$
20.  $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \vdash \forall x (P(x) \vee Q(x)).$
21.  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$
22.  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash (\forall x \neg Q(x)) \rightarrow (\forall x \neg P(x))$
23.  $\forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \vdash \neg(\exists x (P(x) \wedge Q(x)))$
24.  $\exists y P(y) \rightarrow \forall x Q(x) \vdash \forall x (\exists y P(y) \rightarrow Q(x))$
25.  $\exists x (Q(x) \rightarrow \exists y P(y)) \vdash \forall x Q(x) \rightarrow \exists y P(y)$

26. Sejam os predicados:

- $P(x)$ :  $x$  é político.
- $M(x)$ :  $x$  é mente.
- $D(x)$ :  $x$  é docente.

Sejam as premissas “Todo político mente” e “Nenhum cientista mente”. Mostre que a afirmação “Nenhum cientista é político” pode ser concluída a partir das premissas, usando dedução natural.

27. Sejam as premissas a seguir:

- *Nenhum político é honesto*
- *Algum ministro é político*

e considerando os predicados:

- $P(x)$ :  $x$  é político.
- $H(x)$ :  $x$  é honesto.
- $M(x)$ :  $x$  é ministro.

Mostre que podemos concluir que *Algum ministro não é honesto* usando dedução natural.

28. Considere os seguintes predicados e constantes:

- $Supervisiona(x, y)$  representando que  $x$  supervisiona  $y$ .
- $Formado(x, y)$  representando que  $x$  é formado em  $y$ .
- $a, b, c$  representando Ana, Beto e Carlos, respectivamente.
- $comp$  representando a formação em Computação.

Sejam as premissas:

- *Ana supervisiona Beto*
- *Beto supervisiona Carlos*
- *Ana é formada em Computação*
- *Carlos não é formado em Computação*

É possível concluir, a partir das premissas, que *alguém que é formado em Computação supervisiona alguém que não é formado em Computação*? Use dedução natural para fornecer a resposta.

29. Sejam as premissas a seguir:

- *Há um aluno que fica acordado durante todas as aulas*

- *Durante todas as aulas chatas, nenhum aluno fica acordado*

e considere os predicados:

- $L(x)$ :  $x$  é aula;
- $B(x)$ :  $x$  é chata;
- $W(x, y)$ :  $x$  fica acordado durante  $y$ ;
- $S(x)$ :  $x$  é aluno.

Mostre que podemos concluir que *não há aulas chatas* usando dedução natural.

30. Considere os seguintes predicados e constantes:

- $Sobre(x, y)$  representando que o bloco  $x$  está em cima do bloco  $y$ .
- $Verde(x)$  representando que  $x$  é verde.
- $a, b, c$  são constantes representando blocos.

Sejam as premissas:

- *Bloco  $a$  está em cima do bloco  $b$*
- *Bloco  $b$  está em cima do bloco  $c$*
- *O bloco  $a$  é verde*
- *O bloco  $c$  não é verde*

É possível concluir, a partir das premissas, que *algum bloco verde está em cima de algum bloco que não é verde*? Use dedução natural para fornecer a resposta.