

**3.2** - Em problemas de fluxo em tubulações, é frequente precisar resolver a equação:  $c_5 D^5 + c_1 D + c_0 = 0$ . Se  $c_5 = 1000$ ,  $c_1 = -3$  e  $c_0 = 9.04$ , determine uma primeira raiz usando o método de Newton e então aplique o método de Newton-Bairstow para determinar as demais raízes.

- métodos: Newton

- curiosidade: usar o método de solução de polinômios que obtém todas as raízes simultaneamente

**3.3** - Um amplificador eletrônico com acoplamento  $R - C$  com três estágios em cascata tem uma resposta a um degrau unitário de tensão dada pela expressão:

$$g(T) = 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right)e^{-T},$$

onde  $T = \frac{t}{RC}$  é uma unidade de tempo normalizada. O tempo de subida de um amplificador é definido como o tempo necessário para sua resposta ir de 10% a 90% de seu valor final. No caso, como  $g(\infty) = 1$  é necessário calcular os valores de  $T$  para os quais

$$g = 0.1 \quad \text{e} \quad g = 0.9$$

ou seja resolver as equações:

$$\begin{aligned} 0.1 &= 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right)e^{-T} . \\ 0.9 &= 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right)e^{-T} . \end{aligned}$$

Chamando de  $T_{0.1}$  o valor obtido de  $T$  na 1ª equação e  $T_{0.9}$  o valor obtido de  $T$  na 2ª equação, calcular o tempo de subida.

Método de Newton

Gráfico para achar o valor inicial em cada equação

3.5 - A Figura 3.18 corresponde a um cabo uniforme, como por exemplo uma linha de transmissão suspensa em dois apoios e sob a ação de seu próprio peso.

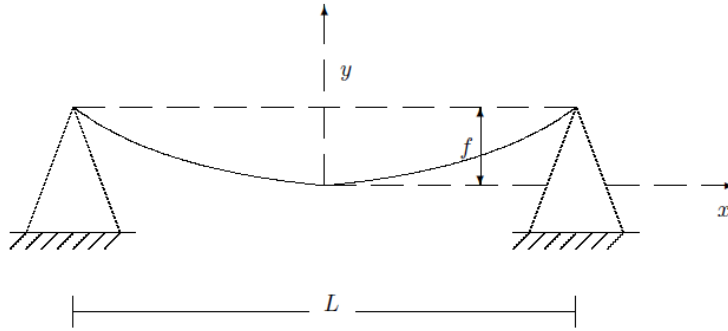


Figura 3.18

A curva correspondente é uma catenária, cuja equação é dada por:

$$y = \frac{T_0}{\mu} \left( \cosh \frac{\mu x}{T_0} - 1 \right),$$

onde:

- $T_0$  - tração no cabo em  $x = 0$ ,
- $\mu$  - peso por unidade de comprimento do cabo.

Em  $x = \frac{L}{2}$ ,  $y = f$ , logo:

$$f = \frac{T_0}{\mu} \left( \cosh \frac{\mu L}{2 T_0} - 1 \right).$$

O comprimento  $S$  do cabo é dado por:

$$f = \frac{2 T_0}{\mu} \left( \sinh \frac{\mu L}{2 T_0} \right).$$

Resolva então o seguinte problema: Um cabo de telefone pesando 1.5 Kgf/m está simplesmente apoiado em dois pontos cuja distância é de 30 metros. Para um comprimento de cabo de 33 metros qual é o valor da flecha  $f$ ?

Ref faça este problema para a seguinte situação: conhecida a flecha máxima, qual o comprimento de cabo que pode ser utilizado.

**3.7** - Quando um capacitor carregado é ligado com uma resistência  $R$ , um processo de descarga do capacitor ocorre. Durante este processo, uma variável no tempo é estabelecida no circuito. Sua variação com o tempo se dá de forma decrescente e exponencial, de acordo com a expressão:

$$F(t) = I = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}},$$

onde  $I$  é a corrente,  $Q_0$  é a carga inicial do capacitor,  $C$  sua capacitância,  $R$  a resistência e  $T$  o parâmetro tempo.

Definindo  $G(t) = F(t) - I$ , o instante  $T$  em que  $G(t) = 0$ , corresponde àquele em que a corrente  $I$  percorre o circuito.

Determinar  $T$  nos seguintes casos:

- a)  $I = 0.83$  Ampère,  $Q_0 = 7$  coulomb,  $R = 3$  Ohms,  $C = 2$  Farad;
- b)  $I = 0.198$  Ampère,  $Q_0 = 20$  coulomb,  $R = 9$  Ohms,  $C = 11$  Farad.

3.11 - Suponha que tenhamos um circuito temporizador 555 como mostra a Figura 3.20:

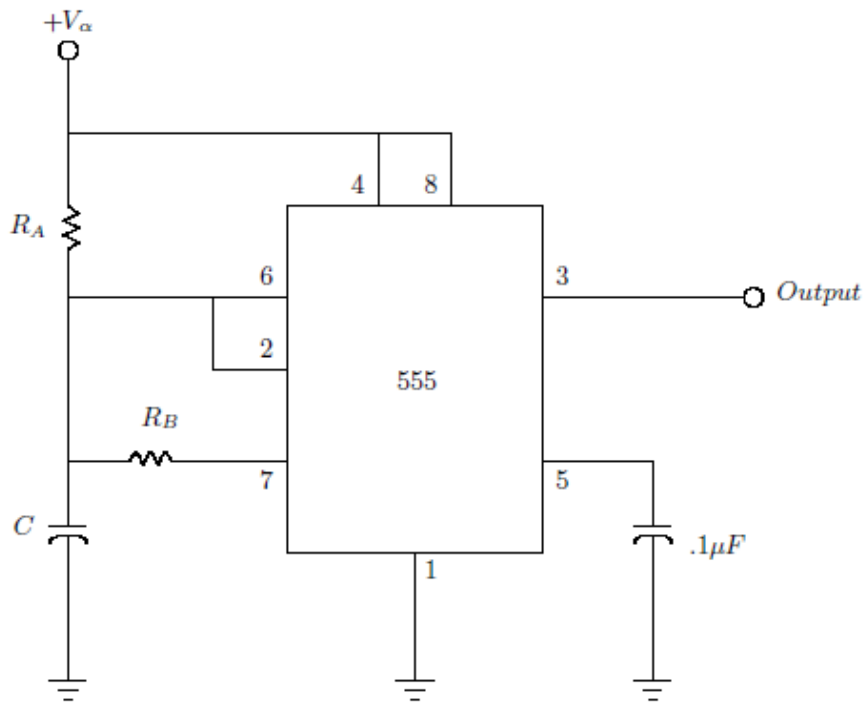


Figura 3.20

cuja onda de saída é da forma:

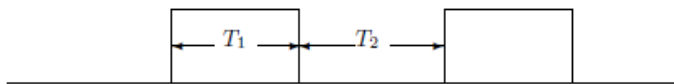


Figura 3.21

com

$$T_1 + T_2 = \frac{1}{f},$$

onde  $f$  é a frequência, e o ciclo de trabalho  $CT$ , é dado por:

$$CT = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \times 100\%.$$

Pode-se mostrar que:

$$T_1 = R_A C \ln(2),$$

$$T_2 = -\frac{R_A R_B C}{R_A + R_B} \times \ln\left(\left|\frac{R_A - 2 R_B}{2 R_A - R_B}\right|\right).$$

Dado que  $R_A = 8.670$ ,  $C = 0.1 \times 10^{-6}$ ,  $T_2 = 1.4 \times 10^{-4}$ , determine  $R_B$ ,  $T_1$ ,  $f$ , e o ciclo de trabalho  $CT$ .

**3.15** - Considere o sistema diferencial de segunda ordem:

$$\begin{cases} x'' + x + 2y' + y = f(t) \\ x'' - x + y = g(t) \\ x(0) = x'(0) = y(0) = 0 \end{cases}$$

Para resolvê-lo pelo método da transformada de Laplace, torna-se necessário fatorar a expressão (determinar as raízes):

$$(S^2 + 1)(S) - (2S + 1)(S^2 - 1) ,$$

tal que as frações parciais possam ser usadas no cálculo da transformada inversa. Determine esses fatores (raízes).

Atenção a raízes complexas

**3.17** - Considere um circuito de polarização que consiste de uma bateria com uma tensão  $V_B = 2.0 \text{ V}$  e um resistor  $R$  de  $50 \Omega$  em série, conectado a um diodo semiconductor de estado sólido como mostrado na Figura 3.24.

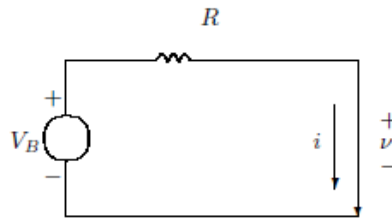


Figura 3.24

As características operacionais na gama normal de operação de um diodo são determinadas pela equação relacionando suas variáveis terminais de tensão e corrente. Se tomarmos  $v$  e  $i$  como sendo estas variáveis e escolhermos as direções de referência relativas mostradas, a equação relacionando estas variáveis é dada por:

$$i = I_s \left( e^{\frac{qv}{kt}} - 1 \right), \quad (3.41)$$

onde:

- $I_s$  é a intensidade de corrente de saturação reversa. Esta é a corrente máxima que flui quando o diodo é polarizado em reverso, ou seja, quando  $v \ll 0$ . Ela é função do material usado na confecção do diodo, do grau de lubrificação e das técnicas de fabricação particulares. Um valor típico para um diodo de silício em temperatura ambiente é  $10^{-9}$  Ampère ,
- $k$  é a constante de Boltzmann, que tem o valor:  $1.38047 \times 10^{-23}$  joule/ $^{\circ}K$ ,
- $t$  é a temperatura absoluta em  $^{\circ}K$  na qual o diodo é operado,
- $q$  é a carga do elétron que tem o valor:  $1.6020310^{-19}$  coulomb.

Em temperaturas ambientes normais, o valor do termo  $\frac{q}{kt}$  é aproximadamente 40.

Podemos agora proceder à solução do circuito de polarização, ou seja, encontrar os valores de  $v$  e  $i$ . Para isso, basta aplicar a lei das tensões de Kirchoff ao circuito, obtendo assim:

$$V_B = i R + v. \quad (3.42)$$

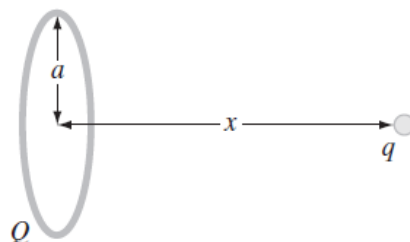
Substituindo em (3.42) os valores de  $V_B$  e  $R$ , e usando a relação dada por (3.41), obtem-se uma equação não linear em  $v$ . Resolvendo-se esta equação, o valor da corrente de polarização  $i$ , é facilmente obtido.

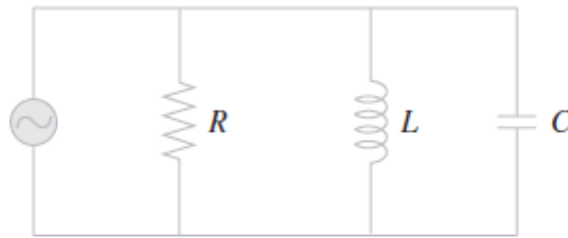
**8.31** Uma carga total  $Q$  está uniformemente distribuída ao redor de um condutor circular de raio  $a$ . Uma carga  $q$  está localizada a uma distância  $x$  do centro do anel (Figura P8.31). A força exercida na carga pelo anel é dada por

$$F = \frac{1}{4\pi e_0} \frac{q Q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

onde  $e_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$ . Encontre a distância  $x$  onde a força é  $1,25 \text{ N}$  se  $q$  e  $Q$  são  $2 \times 10^{-5} \text{ C}$  para um anel de raio  $0,9 \text{ m}$ .

**Figura P8.31**





**Figura P8.32**

---

8.32 A Figura 8.32 mostra um circuito com um resistor, um indutor e um capacitor em paralelo. As regras de Kirchhoff podem ser usadas para exprimir a impedância do sistema como

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

onde  $Z$  é a impedância ( $\Omega$ ) e  $\omega$  é a frequência angular. Encontre a frequência  $\omega$  que resulta em uma impedância de  $75 \Omega$  usando tanto a bissecção quanto a falsa posição com aproximações iniciais de 1 e 1.000 para os seguintes parâmetros:  $R = 225 \Omega$ ,  $C = 0,6 \times 10^{-6} \text{ F}$  e  $L = 0,5 \text{ H}$ . Determine quantas interações de cada técnica são necessárias para determinar a resposta até  $\varepsilon_s = 0,1\%$ . Use a abordagem gráfica para explicar quaisquer dificuldades que apareçam.

**3.18** - Num escoamento turbulento em uma rede de tubulação interconectada, a razão de escoamento  $V$  de um nó para outro é proporcional à raiz quadrada da diferença entre as pressões nos nós. Para a rede da figura a seguir é solicitado determinar a pressão em cada nó.

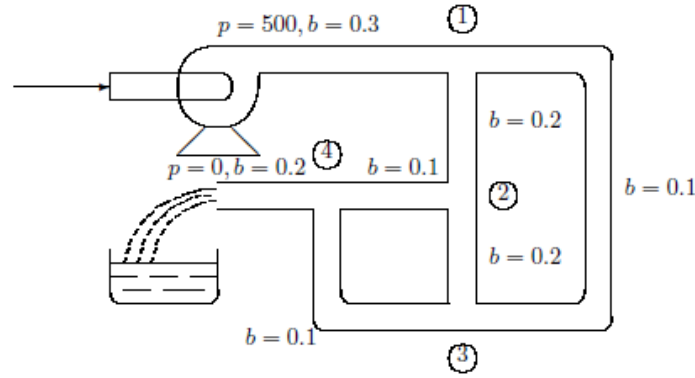


Figura 3.25

Os valores de  $b$  representam fatores de condutância na relação:

$$v_{ij} = b_{ij} \sqrt{(p_i - p_j)} .$$

As equações para as pressões em cada nó são então dadas por:

$$\text{nó 1} : 0.3\sqrt{500 - p_1} = 0.2\sqrt{p_1 - p_2} + 0.2\sqrt{p_1 - p_3} ,$$

$$\text{nó 2} : 0.2\sqrt{p_1 - p_2} = 0.1\sqrt{p_2 - p_4} + 0.2\sqrt{p_2 - p_3} ,$$

$$\text{nó 3} : 0.1\sqrt{p_1 - p_3} = 0.2\sqrt{p_3 - p_2} + 0.1\sqrt{p_3 - p_4} ,$$

$$\text{nó 4} : 0.1\sqrt{p_2 - p_4} + 0.1\sqrt{p_3 - p_4} = 0.2\sqrt{p_4 - 0} .$$

onde estamos assumindo que  $p_1 > p_3$ ; se isso não for verdadeiro é necessário modificar as equações. Resolva o sistema dado pelo método de Newton.