

Métodos Determinísticos de Investigação Operacional

Trabalho Prático

Diogo Sobral, a82523
Henrique Pereira, a80261
Pedro Moreira, a82364
Pedro Ferreira, a81135

2018/2019



Questão 1

a)

Parâmetros:

t_{ij} - tempo que o fogo demora a chegar da célula i à célula j
 $i=1, \dots, n$ e $j=1, \dots, n$

Variáveis de Decisão:

x_{ij} - número de caminhos a que o arco que une as células i e j pertence
 $i=1, \dots, n$ e $j=1, \dots, n$

Função Objetivo:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}$$

Sujeito a:

(i)

$$x_{ii} = 0, \forall i \in 1, \dots, n$$

(ii)

$$\sum_{j=2}^n (x_{1j} - x_{j1}) = n - 1$$

(iii)

$$\sum_{j=1}^n (x_{ij} - x_{ji}) = -1, \forall i \in 2, \dots, n$$

(iv)

$$x_{ij} \geq 0, \forall i \in 1, \dots, n, \forall j \in 1, \dots, n$$

Falta exemplificar com a instância

b)

Parâmetros:

t_{ij} - tempo que o fogo demora a chegar da célula i à célula j
 $i=1, \dots, n$ e $j=1, \dots, n$

Variáveis de Decisão:

$t_chegada_i$ - tempo total que o fogo demora a chegar à célula i
 $i=1,...,n$

Função Objetivo:

$$\max Z = \sum_{i=1}^n t_chegada_i$$

Sujeito a:

(i)

$$t_chegada_i = 0$$

(ii)

$$t_chegada_j \leq t_chegada_i + t_{ij}, \forall i \in 1, \dots, n, \forall j \in 2, \dots, n$$

(iii)

$$t_chegada_i \geq 0, \forall i \in 1, \dots, n$$

Falta exemplificar com a instância

c)

Obtenha as soluções ótimas primal e dual através da resolução do modelo primal.

d)

Obtenha as soluções ótimas primal e dual através da resolução do modelo dual. Confirme que as soluções são as mesmas que as obtidas na alínea anterior, ou, caso não sejam, apresente uma justificação.

Questão 2

a)

Parâmetros:

t_{ij} - tempo que o fogo demora a chegar da célula i à célula j
 $i=1,...,n$ e $j=1,...,n$
 b - número de recursos disponíveis
 Δ - constante de retardação
 cel_igni - célula de ignição do fogo
 cel_obj - célula a que se pretende atrasar a chegada do fogo

Variáveis de Decisão:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se a célula } i \text{ tem recurso de proteção} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad i=1, \dots, n$$

$t_chegada_i$ - tempo que o fogo demora a chegar à célula i
 $i=1, \dots, n$

Função Objetivo:

$$\max Z = t_chegada_{cel_obj}$$

justificação

Sujeito a:

(i)

$$t_{cel_igni} = 0$$

justificação

(ii)

$$t_chegada_j \leq t_chegada_i + t_{ij} + \Delta x_i, \forall i \in 1, \dots, n, \forall j \in 1, \dots, n$$

justificação

(iii)

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq b$$

justificação

(iv)

$$t_chegada_i \geq 0, \forall i \in 1, \dots, n$$

justificação

b)

Para a instância de sete por sete células e os tempos de propagação em anexo, obtenha uma solução através do IBM ILOG CPLEX Optimization Studio (link para versão gratuita no final do enunciado) com uma ignição na célula (1,1) e pretendendo-se proteger a célula (7,7). Represente a solução de forma adequada e interprete-a.

c)

Represente graficamente o tempo de chegada do fogo à célula de protecção em função do número de recursos usados. Interprete e comente.

Questão 3

a)

Parâmetros:

t_{\max} - fim do intervalo de tempo
 b - número de recursos disponíveis
 Δ - constante de retardação
 p_s - probabilidade de ignição na célula s

Variáveis de Decisão:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se a célula } i \text{ tem recurso de proteção} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad i=1, \dots, n$$

t_{ij} - tempo que o fogo demora a chegar da célula i à célula j
 $i=1, \dots, n$ e $j=1, \dots, n$

$$y_{si} = \begin{cases} 1, & \text{se o fogo com início na célula } s \text{ chega a } i \text{ num tempo inferior a } t_{\max} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad s=1, \dots, n \text{ e } i=1, \dots, n$$

Função Objetivo:

$$\min Z = \sum_{s=1}^n \sum_{i=1}^n p_s y_{si}$$

justificação

Sujeito a:

(i)

$$t_{ss} = 0, \forall s \in 1, \dots, n$$

justificação

(ii)

$$t_{sj} \leq t_{si} + d_{ij} + \Delta x_i, \forall s \in 1, \dots, n, \forall i \in 1, \dots, n, \forall j \in 1, \dots, n$$

justificação

(iii)

$$y_{si} \geq \frac{t_{\max} - t_{si}}{t_{\max}}, \forall s \in 1, \dots, n, \forall i \in 1, \dots, n$$

justificação

(iv)

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq b$$

justificação

b)

Para a instância em anexo, obtenha uma solução através do IBM ILOG CPLEX Optimization Studio com probabilidade de ignição na célula (i, j) dada por $(14 - i - j)/500$ e intervalo de 12 unidades de tempo. Represente a solução de forma adequada e interprete-a.

c)

Represente graficamente o valor esperado da área ardida em função do intervalo de tempo considerado. Interprete e comente.