



Lógica Matemática

Prof. Julio Silveira

Tema 03


Tabelas-Verdade; Tautologias,
Contradições e Contingências

Lógica Matemática

- Tabelas-verdade
- Tautologias
- Contradições
- Contingências

Tabelas-Verdade

1) $P(p,q) = \sim(p \wedge \sim q)$



p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

Tabelas-Verdade

$$2) \quad P(p,q) = \sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $2 \quad 1 \quad 5 \quad 4 \quad 3$

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$q \leftrightarrow p$	$\sim(q \leftrightarrow p)$	$\sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$
V	V	V	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V

Tabelas-Verdade

3) $P(p,q) = \sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑
3 1 5 4 2

p	q					
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Tabelas-Verdade

4) $P(p,q,r) = p \vee \sim r \rightarrow q \wedge \sim r$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑
2 1 5 4 3

p	q	r	$\sim r$	$p \vee \sim r$	$q \wedge \sim r$	$p \vee \sim r \rightarrow q \wedge \sim r$
V	V	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	F	F

Tabelas-Verdade

- Número de linhas da tabela-verdade
 - Exemplos 1 e 2
 - 2 variáveis: 4 linhas
 - Exemplo 3
 - 3 variáveis: 8 linhas
 - Caso geral
 - n variáveis: ???

Tabelas-Verdade

- Número de linhas da tabela-verdade
 - Exemplos 1 e 2
 - 2 variáveis: 4 linhas
 - Exemplo 3
 - 3 variáveis: 8 linhas
 - Caso geral
 - n variáveis: 2^n linhas

Tabelas-Verdade

- Continue...

Resolva em casa:

$$5) \quad P = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$6) \quad P = (p \rightarrow \sim q \vee r) \wedge \sim(q \vee (p \leftrightarrow \sim r))$$

Tabelas-Verdade

- Resolver em sala de aula

7) $P = p \wedge \sim q \leftrightarrow \sim r \rightarrow q$

p	q	r	
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

Tabelas-Verdade

- Resolver em sala de aula

$$P = p \wedge \sim q \rightarrow \sim r \leftrightarrow q$$

Atenção para a precedência!

↑
5

p	q	r	
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

Interpretação

- Interpretação I , de uma proposição P
 - Uma interpretação $I[P]$ é sinônimo para $v(P)$
 - Exemplo: $P = \sim(p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



- Três interpretações $I[P] = V$
- Uma interpretação $I[P] = F$

Fórmulas satisfatíveis

- Definição
 - **Fórmula**: expressão simbólica de uma proposição
- Fórmula **satisfatível** H
 - Existe interpretação $I[H] = V$
 - Exemplo:
 - $H: \sim(p \wedge \sim q)$
 - Três interpretações $I[H] = V$
 - H É SATISFATÍVEL

p	q	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



Tabelas-Verdade

- Exercícios
 - TEXTO DE APOIO
 - EXERCÍCIOS

Tautologias

- Definição
 - Uma **tautologia** é uma proposição P que sempre é verdadeira
 - Todas as interpretações $I[P] = V$
 - Para todas as possibilidades de valoração de suas variáveis, uma **proposição tautológica** tem valor lógico V em toda a última coluna da sua tabela-verdade

Tautologias

1) $P = \sim(p \wedge \sim p)$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

Tautologias

$$2) \quad P = p \vee \sim p$$

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Tautologias

3) $P = p \vee \sim(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Tautologias

4) $P = p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	V	V

Tautologias

5) $P = p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$

Resolva

p	q	
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Tautologias

6) $P = p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$

Resolva

p	q	r	
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

Tautologias

7) $P = ((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

Resolva

p	q	r	
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

Contradições

- Definição
 - Uma **contradição** é uma proposição P que sempre é falsa
 - Todas as interpretações $I[P] = F$
 - Para todas as possibilidades de valoração de suas variáveis, uma **proposição contraditória** tem valor lógico F em toda a última coluna da sua tabela-verdade

Contradições

$$8) \quad P = p \wedge \sim p$$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

Contradições

9) $P = p \leftrightarrow \sim p$

p	$\sim p$	$p \leftrightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	F

Contradições

10) $P = (p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$

Resolva

p	q	

Contradições

11) $P = \sim p \wedge (p \wedge \sim q)$

Resolva

p	q	

Contingências

- Definição
 - Uma **contingência** é uma proposição P que pode ser verdadeira ou falsa
 - Existe interpretação $I[P] = V$ e interpretação $I[P] = F$
 - A tabela-verdade de uma **proposição contingente** possui pelo menos um valor lógico V e pelo menos um valor lógico F em sua última
 - Desta forma, sem outras informações sobre suas variáveis, não podemos determinar o valor lógico de uma proposição contingente

Contingências

12) $P = p \rightarrow \sim p$

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	V

Contingências

13) $P = p \vee q \rightarrow p$

Resolva

p	q	

Tautologias, Contradições, e Contingências

- EXERCÍCIO 4.1

a) $p \vee p$

b) $p \wedge p$

c) $p \wedge q \rightarrow p$

d) $p \rightarrow p \wedge q$

e) $p \rightarrow p \vee q$

f) $p \vee q \rightarrow p$

g) $p \wedge \sim p$

h) $p \rightarrow \sim p$

i) $p \wedge q \rightarrow p \vee q$

j) $p \vee q \rightarrow p \wedge q$

k) $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$

l) $p \vee \sim p \leftrightarrow q \wedge \sim q$

m) $p \wedge q \leftrightarrow p \vee q$

n) $p \wedge q \rightarrow p \vee r$

o) $p \vee q \rightarrow p \wedge r$

p) $p \wedge \sim p \rightarrow q$

q) $p \rightarrow q \leftrightarrow q \rightarrow p$

r) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

s) $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

t) $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

u) $p \vee \sim p \rightarrow q \wedge \sim q$

Resposta nas Notas de Aula

Tautologias, Contradições, e Contingências

- Exercícios
 - TEXTO DE APOIO
 - EXERCÍCIOS

Lógica Matemática

Dúvidas?

Obrigado!



UNICARIOCA.EDU.BR

MELHOR CENTRO UNIVERSITÁRIO DO RIO, SEGUNDO O MEC