



Lógica Matemática

Prof. Julio Silveira

Tema 01

Proposições Lógicas

Lógica Matemática

- Proposições Lógicas
 - Definição
 - Princípios racionais
 - Princípios
 - Classificação
 - Proposições Simples
 - Proposições compostas: conectivos e operadores
 - Negação, Conjunção, Disjunção, Implicação, Biimplicação
 - Formas simbólicas

Proposição Lógica

- Definição: Sentença (ou Proposição) Lógica
 - Expressão que exprime um pensamento de sentido completo; expressa um fato ou juízo.
 - Expressão de uma **linguagem** que pode ser classificada somente como **verdadeira ou falsa**, de maneira **excludente**, num dado **contexto bem definido**.

Proposições Lógicas

- Princípios da razão
 - Princípio da **Identidade**
 - $X \text{ é } X \Rightarrow X \text{ NÃO PODE “não ser” } X$
 - Uma proposição verdadeira não pode “não ser” verdadeira.
 - Princípio da **Não Contradição**
 - Uma sentença lógica não pode ser Verdadeira e Falsa simultaneamente.
 - Princípio do **Terceiro Excluído**
 - Uma sentença lógica só pode ser verdadeira ou Falsa.
 - Nenhum outro valor pode ser definido.

Proposições Lógicas

- Exemplo
 - Paulo tem carro
- Contexto bem definido
 - Que Paulo?
 - Quando? Agora

Proposições Lógicas

- Exemplos de sentenças lógicas*
 - Está chovendo
 - Está chovendo na China
 - João tem carro
 - João é matemático e engenheiro
 - Existe vida em outro planeta
 - João é feliz

* Desde que o contexto esteja bem definido, e critérios sejam bem especificados (p.ex. para definir *felicidade*)

Proposições Lógicas

- **NÃO SÃO** proposições lógicas
 - Quem é você?
 - Ai!
 - Com licença.
 - Façam os exercícios.
 - $x > 2$ (*sentença aberta*)

Proposições Lógicas

- Proposições Simples (ou Atômicas)
 - Notação simbólica
 - *Letras proposicionais* minúsculas
 - Exemplos
 - p: Está chovendo.
 - q: Julio é professor.
 - r: Julio é advogado.
 - s: O Sol é frio.

Proposições Lógicas

- Proposições Compostas (ou Moleculares)
 - Em português
 - Uso de **conectivos**
 - Notação simbólica
 - *Letras proposicionais* maiúsculas
 - Exemplos
 - P: NÃO está chovendo.
 - Q: Julio é professor E advogado.
 - R: Julio é professor OU advogado.

Proposições Lógicas

- Atenção ao contexto
 - Exemplos: proposições simples ou compostas?

w: João E Maria são casados.



Entre si?

SIMPLES

S: João E Paulo são casados.



Com suas esposas.

COMPOSTA

Valores Lógicos

- Notação: $v()$

p: Está chovendo.

$v(p) = ?$

q: Julio é professor.*

$v(r) = V$

r: Julio é advogado.*

$v(r) = ?$

s: o Sol é frio.

$v(s) = F$

Q: Julio é professor E advogado.

$v(Q) = ?$

R: Julio é professor OU advogado.

$v(R) = V$

* Estamos nos referindo ao prof. Julio Silveira.
O prof. Julio é advogado? **Não sabemos!**

Valores Lógicos

- Notação: $v()$

p: Está chovendo. $v(p) = ?$

q: Julio é professor.* $v(r) = V$

r: Julio é advogado.* $v(r) = F$

s: o Sol é frio. $v(s) = F$

Q: Julio é professor E advogado. $v(Q) = F$

R: Julio é professor OU advogado. $v(R) = V$

* Estamos nos referindo ao prof. Julio Silveira.
O prof. Julio já **nos informou que não é advogado!**

Valores Lógicos

- Notação: $v()$

p : Existe vida em outro planeta.

$$v(p) = ?$$

* Convenção para valor indeterminado

Valores Lógicos

TIPO	CONECTIVO Português	OPERADOR Linguagem simbólica
NEGAÇÃO	NÃO	\sim \neg
CONJUNÇÃO	E	\wedge
DISJUNÇÃO	OU	\vee
IMPLICAÇÃO (CONDIDIONAL)	SE ... ENTÃO	\rightarrow
BIIIMPLICAÇÃO (BICONDICIONAL)	SE E SOMENTE SE	\leftrightarrow

Notação simbólica

- Exemplos

TIPO	PORTUGUÊS	LINGUAGEM SIMBÓLICA
SIMPLES	p: Está chovendo	p
SIMPLES	q: Julio é professor	q
SIMPLES	r: Julio é advogado	r
SIMPLES	s: O sol é frio	s

Notação simbólica

- Exemplos

TIPO	PORTUGUÊS	LINGUAGEM SIMBÓLICA
NEGAÇÃO	P: NÃO está chovendo	P: $\sim p$ P: $\neg p$
CONJUNÇÃO	Q: Julio é professor E advogado	Q: $q \wedge r$
DISJUNÇÃO	R: Julio é professor OU advogado	R: $q \vee r$
IMPLICAÇÃO	S: SE está chovendo ENTÃO o Sol é frio	S: $p \rightarrow s$
BIIMPLICAÇÃO	W: o Sol é frio SE E SOMENTE SE Julio é advogado	W: $s \leftrightarrow r$

Proposições Lógicas

- EXERCÍCIOS 1.1

1. São proposições lógicas? Quais os valores lógicos?

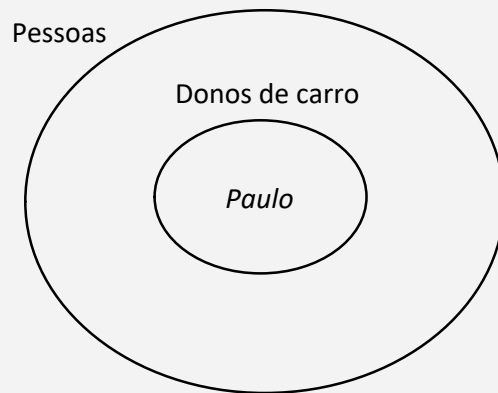
- a) Existe um ser humano que mede mais de 2,70m de altura no planeta Terra.
- b) Talvez o Botafogo ganhe o campeonato.
- c) O Pelé foi um craque no futebol.
- d) Choveu no dia 15 de janeiro de 1793 na cidade do Rio de Janeiro.
- e) O sol é frio e úmido
- f) O Sol é frio mas não é úmido
- g) O Sol não é frio mas é úmido
- h) O Sol não é frio nem é úmido
- i) Você fez os exercícios?

Proposições Lógicas

- Classificação
 - Conectivos; Operadores; Tabelas-verdade
 - Negação
 - Conjunção
 - Disjunção
 - Valores lógicos de proposições compostas

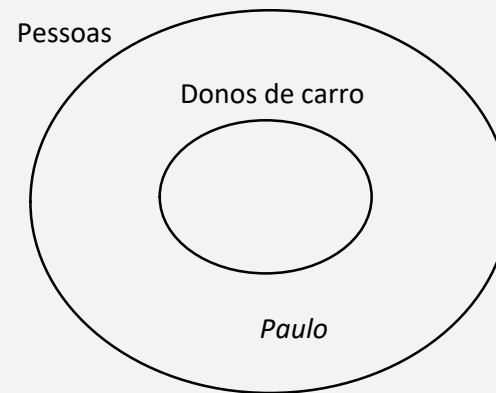
Proposições Lógicas

- Categorização
 - Exemplo



Sentença:

p: Paulo tem carro



Da observação acima, temos que:

$v(p) = F$

Proposições Lógicas

- Para o restante do Tema 01, vamos considerar as seguintes letras proposicionais

p: Paulo tem carro

e: Paulo é engenheiro

r: a Terra é redonda

s: o Sol é frio

x: João tem carro

q: Paulo tem moto

a: Paulo é advogado

c: Está chovendo

n: Esta nevando

y: João é engenheiro

Proposições Compostas

2.1 NEGAÇÃO

- Conectivo: NÃO
- Forma básica: NÃO (sentença negada)

Ex.: Não está chovendo
É falso (afirmar) que está chovendo
Não é verdade que está chovendo
Não é caso que esteja chovendo

} NÃO (Está chovendo)
↑
Sentença negada

Proposições Compostas

2.1 NEGAÇÃO

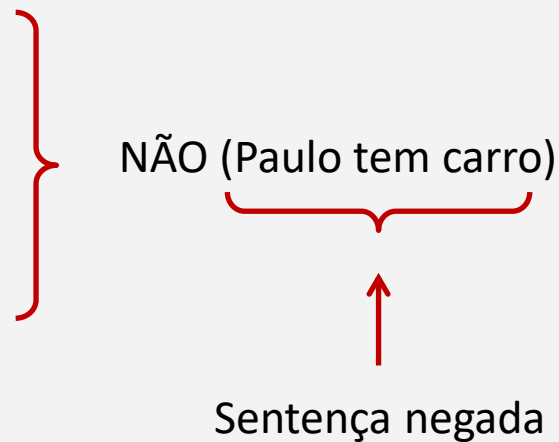
- Conectivo: NÃO
- Forma básica: NÃO (sentença negada)

Ex.: Paulo não tem carro

É falso (afirmar) que Paulo tem carro

Não é verdade que Paulo tem carro

Não é caso que Paulo tenha carro



Proposições Compostas

2.1 NEGAÇÃO

– Operadores lógicos: \sim \neg

$\sim p$: Paulo não tem carro

$\neg p$: NÃO (Paulo tem carro)

p	$\sim p$
V	F
F	V

$$v(\sim p) = \neg v(p) \quad \neg V = F$$

$$\neg F = V$$

Proposições Compostas

2.2 CONJUNÇÃO

- Conectivo: E
- Forma básica: (1ª componente) E (2ª componente)

Ex.: Paulo tem carro e moto

Paulo tem carro e Paulo tem moto



1ª componente 2ª componente

Proposições Compostas

2.2 CONJUNÇÃO

– Operador lógico: \wedge

p: Está chovendo

q: Está nevando

$p \wedge q$: Está chovendo e nevando

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

$$\begin{array}{lcl} v(p \wedge q) = v(p) \wedge v(q) & V \wedge V & = V \\ & V \wedge F & = F \\ & F \wedge V & = F \\ & F \wedge F & = F \end{array}$$

Proposições Compostas

- Exemplos

- Escreva na forma básica e traduza para notação simbólica

- a) Paulo é advogado e tem moto (resposta no TEXTO DE APOIO)
 - b) Paulo tem carro, João também
 - c) Paulo e João são engenheiros
 - d) Está nevando e chovendo

Solução no TEXTO DE APOIO

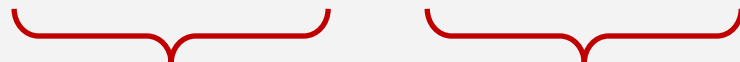
Proposições Compostas

2.3 DISJUNÇÃO

- Conectivo: OU
- Forma básica: (1ª componente) OU (2ª componente)

Ex.: Paulo tem carro ou moto

Paulo tem carro ou Paulo tem moto



1ª componente

2ª componente

Proposições Compostas

2.3 DISJUNÇÃO

– Operador lógico: \vee

p: Está chovendo

q: Está nevando

$p \vee q$: Está chovendo ou nevando

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

$$\begin{array}{lcl} v(p \vee q) = v(p) \vee v(q) & V & \vee & V & = & V \\ & V & \vee & F & = & V \\ & F & \vee & V & = & V \\ & F & \vee & F & = & F \end{array}$$

Proposições Compostas

- Valor Lógico de Proposições compostas

- Exemplo

R: Paulo tem moto e o Sol é frio

Tipo: conjunção 1ª componente: Paulo tem moto $v(q) = ?$
2ª componente: o Sol é frio $v(s) = F$

- Notação simbólica: $Q: q \wedge s$

- Valor lógico: $v(Q) = ? \wedge F = F$

Proposições Compostas

- EXERCÍCIO 2.1
 - a. Q: A Terra não é redonda
 - b. R: Paulo tem moto ou o Sol é frio
 - c. S: Paulo tem carro ou a Terra é redonda
 - d. W: Paulo tem carro e a Terra é redonda

Solução no TEXTO DE APOIO

Proposições Compostas

- Combinando conectivos/operadores

- Precedência

1. \sim *maior*
2. \wedge
3. \vee *menor*

- Exemplos

$$\sim x \wedge y$$

Conjunção

1ª Componente: $\sim x$

2ª Componente: y

$$\sim (x \wedge y)$$

Negação

Sentença Negada: $x \wedge y$

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.2

- a) Paulo não tem carro e moto.
- b) Paulo não tem carro, mas tem moto.
- c) Paulo tem carro, mas não tem moto.
- d) Paulo não tem carro nem moto.

Vamos tentar resolver?

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.2

a) Paulo não tem carro e moto.

NÃO é verdade que (Paulo tem carro e moto)

Negação

Sentença Negada: Paulo tem carro e moto.

Notação simbólica: $\sim(p \wedge q)$

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.2

b) Paulo não tem carro, mas tem moto.

Paulo não tem carro E Paulo tem moto.

Conjunção

1ª Componente: Paulo não tem carro.

2ª Componente: Paulo tem moto.

Notação simbólica: $\sim p \wedge q$

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.2

c) Paulo tem carro, mas não tem moto.

Paulo tem carro E Paulo não tem moto.

Conjunção

1ª Componente: Paulo tem carro.

2ª Componente: Paulo não tem moto.

Notação simbólica: $p \wedge \sim q$

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.2

d) Paulo não tem carro nem tem moto.

Paulo não tem carro E Paulo não tem moto.

Conjunção

1ª Componente: Paulo não tem carro.

2ª Componente: Paulo não tem moto.

Notação simbólica: $\sim p \wedge \sim q$

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.2

Resolva os demais.

EXERCÍCIO 2.3

Solução no TEXTO DE APOIO

Proposições Compostas

- Valor Lógico: Múltiplos conectivos
 - Negação

$$\sim (V \wedge F)$$

$$\sim \underline{F}$$

$$\underline{V}$$

- Conjunção

$$\sim V \wedge F$$

$$\underline{F} \wedge F$$

$$\underline{F}$$

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.4

Sejam as seguintes proposições simples.

- | | |
|----------------------|----------------------------------|
| r: a Terra é redonda | c: Está chovendo (Indeterminado) |
| s: o Sol é frio | n: Esta nevando (Indeterminado) |
| x: João tem carro | y: João é engenheiro |

Traduza para a linguagem simbólica e determine seu valor lógico.

- A: O sol é frio ou a Terra é redonda
- B: Embora o sol não seja frio, a Terra é redonda
- C: João tem carro e a Terra não é redonda
- D: Está chovendo e o sol é quente
- E: A Terra não é redonda ou o sol não é frio
- F: Não é verdade que a Terra não é redonda

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.4

Sejam as seguintes proposições simples.

r: a Terra é redonda

c: Está chovendo (Indeterminado)

s: o Sol é frio

n: Esta nevando (Indeterminado)

x: João tem carro

y: João é engenheiro

Traduza para a linguagem simbólica e determine seu valor lógico.

A: O sol é frio ou a Terra é redonda

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.4

Sejam as seguintes proposições simples.

r: a Terra é redonda

c: Está chovendo (Indeterminado)

s: o Sol é frio

n: Esta nevando (Indeterminado)

x: João tem carro

y: João é engenheiro

Traduza para a linguagem simbólica e determine seu valor lógico.

B: Embora o sol não seja frio, a Terra é redonda

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.4

Sejam as seguintes proposições simples.

r: a Terra é redonda

c: Está chovendo (Indeterminado)

s: o Sol é frio

n: Esta nevando (Indeterminado)

x: João tem carro

y: João é engenheiro

Traduza para a linguagem simbólica e determine seu valor lógico.

C: João tem carro e a Terra não é redonda

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.4

Sejam as seguintes proposições simples.

r: a Terra é redonda

c: Está chovendo (Indeterminado)

s: o Sol é frio

n: Esta nevando (Indeterminado)

x: João tem carro

y: João é engenheiro

Traduza para a linguagem simbólica e determine seu valor lógico.

D: Está chovendo e o sol é quente

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.4

Sejam as seguintes proposições simples.

r: a Terra é redonda

c: Está chovendo (Indeterminado)

s: o Sol é frio

n: Esta nevando (Indeterminado)

x: João tem carro

y: João é engenheiro

Traduza para a linguagem simbólica e determine seu valor lógico.

E: A Terra não é redonda ou o sol não é frio

Proposições Compostas

EXERCÍCIO 2.4

Sejam as seguintes proposições simples.

r: a Terra é redonda

c: Está chovendo (Indeterminado)

s: o Sol é frio

n: Esta nevando (Indeterminado)

x: João tem carro

y: João é engenheiro

Traduza para a linguagem simbólica e determine seu valor lógico.

F: Não é verdade que a Terra não é redonda

Lógica Matemática

Dúvidas?

Obrigado!



UNICARIOCA.EDU.BR

MELHOR CENTRO UNIVERSITÁRIO DO RIO, SEGUNDO O MEC